بسم الله الرحمن الرحيم

سلسلة مطبوعات الأستاذ / هشام أحمد

اسبوتنق الامتحان النهائي لمادة الرياضيات الصف الثالث المتوسط ولاية الخرطوم٢٠٢٥م

السؤال الأول : ضع علامة (√) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (×) أمام العبارة الخاطئة :

١/العدد البياني من لو ١٠٠٠=٣ ( )

٣/ المقدار $س^{٢} + ص^{٢}$ مربع كامل ( )

٤/ المقدار ٤ $ص^{٢}س^{٢}$ مربع كامل ( )

٥/ الزاوية المحيطية المنشأة على قطر الدائرة قائمة ( )

٦/ يكون التطبيق متباينا اذا كان المدى = المجال المقابل ( )

٧/ يكون التطبيق شاملا اذا كان عنصر في المدى التطبيق صورة لعنصر واحد فقط في مجاله ( )

٨/ اذا كان ت:ط ← ط وكان قاعدة الاقتران ت(س) = فان ت س يمثل تقابل .

٩/ الزاوية المحيطية المنشأة على قطر الدائرة قائمة ( )

١٠/ اذا رسم مماسان لدائرة من نقطة خارجها فان المماسان متساويان ( )

١١/ الأوتار المتساوية في الدائرة نفسها تقطع اقواسا متساوية ( )

١٢/ المنصف العمودي لأي وتر يمر بمركز الدائرة ( )

١٣/ العمود النازل من مركز الدائرة على الوتر ينصف الوتر ( )

١٤/ القطعة الدائرية جزء من مساحة الدائرة محصورة بين وتر وقوس في الدائرة ( )

١٥/ معامل س في المعادلة $س^{٢}$ + ٧س + ١٢= صفر هو -٧ ( )

١٦

١٦/ يكون التطبيق متباينا اذا كان المدى = المجال المقابل ( )

١٧/ يكون التطبيق شاملا اذا كان المدى يساوي المجال المقابل ( )

١٨/ الحد المطلق في المعادلة $س^{٢}$+٦ س -٩ =٠ هو ٩ ( )

١٩/ النقطة (-١ ، -٣) تقع في الربع الثالث ( )

٢٠/ النقطة (٢، - ٣) تقع في الربع الرابع ( )

٢١/ النقطة (-٤، ٧) تقع في الربع الثالث ( )

٢٢/ النقطة (-٥ ، ٠) تقع على المحور السيني ( )

٢٣/ النقطة (٠ ، ٢) تقع على المحور الصادي ( )

٢٤/ المعادلة ب ص = ج بيانها مستقيم يوازي المحور السيني ( )

٢٥/ المعادلة ب س = ج بيانها مستقيم يوازي المحور الصادي ( )

٢٦/ الحد الجبري $س^{٣} × س^{٢}$ من الدرجة الثالثة ( )

٢٧/ س٢- ص٢ = (س - ص) (س — ص) ( )

٢٨/ اذا تساوى وتران في الدائرة فان بعديهما عن المركز متساويان ( )

٢٩/ اذا كان ت:ط ← ط وكان ت(س) = س+٣ فان ت يمثل تطبيقا شاملا ( )

السؤال الثاني : ضع دائرة حول حرف الاجابة الصحيحة :

١/ لو ٠,٠٠٠١ =

أ) -٤ ب) -٣ ج) -٢

٢/ العدد البياني من لو .... = ٣

أ) ٣,٢٦٥ ب) ٣,٢٦٦٥ ج) ٢٦,٣٥

٣/الحد الجبرية ٢$س^{٦}$ $\times$ $س^{٢}$ من الدرجة :

أ) الرابعة ب) الثامنة ج) السابعة

٤/ الزاوية المحيطية المرسومة على قطر الدائرة :

أ) حادة ب) منفرجة ج) قائمة

٥/ .... هو وتر الدائرة الذي يمر بمركزها

أ) القطر ب) الوتر ج) القاطع

٦/ .... هو مستقيم يحتوي علي وتر في الدائرة

أ) القطر ب) القاطع ج) الوتر .

٧/ النقطة (٣، ٤) تقع في الربع ....

أ) الثاني ب) الثالث ج) الأول.

٨/ ...... هو جزء زمن محيط الدائرة محصورة بين قوس ونصفي قطرين :

أ) القطعة الدائرية ب) القطاع الدائري ج) القاطع

٩ / لو ١٠ × لو ١٠ ^{٩} :

أ) ١٠ ب) ٩ ج) -٩

١٠/ اذا كان ت(س) س٢+١ فان ت (-١) =

أ) ١ ب)-٢ ج) ٢

١١/.......... هو جزء من محيط الدائرة

أ) الوتر ب) القاطع ج) القوس

١٢/ س٢+ ٤س + ...مربعا كاملا:

أ) ٤ ب) ٦ ج) ٨

١٣/ في الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين ......

أ) متتامتان ب) متكاملتان ج) منفرجتان

١٤/ مقابل ٤ للأساس ٣ هو ....

أ) ٢٧ ب) ٦٤ ج) ٨١

١٥/ اذا كان س< صفر ، ص > صفر فان النقطة (س، ص) تقع في الربع :

أ) الأول ب) الثاني ج) الثالث

١٦/ اذا كان جذرا معادلة الدرجة الثاني هي : ٢ ، ٤ فان حدها المطلق هو :

أ) ٦ ب) ٨ ج) ٢

١٧/ اذا كان أحد جذري المعادلة هما -٣ ، ٥ فان معامل س هو

أ) ٢ ب) -٢ ج) -٨

١٨/ حاصل ضرب الجذرين في المعادلة س = ٦ – س٢هو :

أ) ٦ ب) -٦ ج) -١٢

١٩/ مجموعة حل المعادلة س٢-٢٥ = صفر هي:

أ) { ٥ } ب) {-٥} ج) {٥، -٥}

السؤال الثالث :أ/ بسط :

١/ $س^{٣} \times س^{٥}$ = ______

٢/ $(س^{٣})^{٢}$ = ______

٣/ $ب^{٤} \div ب^{٤}$ = ______

٤/ $(ب^{٠})^{٥}$ = ______

٥/ $ل^{-٣} \div ل^{-٧}$ = ______

٦/ $خ^{٣} \times ص^{٣} \times س^{٣}$ = ______

٧/ $\frac{٢١ص^{٣} \times س^{٢}}{٢ص \times س^{٤}}$ = ______

٨/ $س^{٢}$ = ______

٩/ $٥ص^{-٦}$ = ______

٦/ حول الى علاقة أسية : ٧/ حول الى علاقة لوغريثمية :

$لو_{٤}١٦$ = ______ $٤^{٣}$ = ٦٤ ______

ب/ اذا كان لو ٩ , ٧٥ = ٧٦, ١فان:

١/ لو ٧٩, ٥ = ______ ٢/ لو٥٧٩, ٠ = ______

٣/ لو ٥٧, ٥٧٩ = ______ ٣ / لو ٠٠٥٧٩, ٠ = ______

٤/جد ناتج ضرب : ٣س (س+ ٢) = ______

ج/ حلل تحليلا كاملا :

١/ (س^{٢} − ٤^{٢}) ____________________

٢/ ٢س^{٢} -١٨= ____________________

٣/ س^{٢} +٦س + ٩ = ____________________

٤/ ٣د - ٣ = ____________________

٥/ س^{٢} - ٤س - ١٢= ____________________

٦/ س^{٣} + ٢٧ = ____________________

٧/ =(س^{٣} − ص^{٣}) ____________________

٨/ س^{٣} − ص^{٣} = ____________________

٩/ ٢٧س^{٣} − ٦٤= ____________________

____

١٠/ ل(س+ص) + (س+ص)= ____________________

١١/ ٥(س − ص) -٣(ص − س)= ____________________

١٢/ (٢س +ص)^{٢} = ____________________

د/ جد مفكوك :

١/ س (س + ص) = ____________________

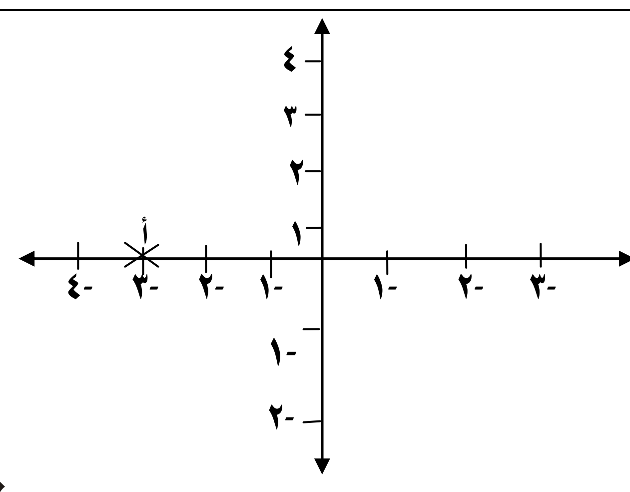
٢/ (س-٤) (س+٦)= ____________________

٣/ ٥أ(أ+٣ب)= ____________________

٤/ (س+٢) (س − ٧) = ____________________

____

____



اكتب احداثي النقطة أ (...... ، ......)

على المستوى الديكارتي عين النقاط التالية :

ب/ (-٢ ، ٣) ، ج/ (٣، -١) ، د (١ ، ٠)

١/ النقطة (-٣، ٤) تقع على الربع .... وتبعد ...... وحدات عن المحور السيني ...... وحدات وتبعد.......عن المحور الصادي .

٢/ جد مجموعة حل المعادلات التالية :

س + ص = ١١ (١)	٤ س + ص = ٩ (١)
س-ص = ١ (٢)	س + ٢ص= ٤ (٢)

____

السؤال الخامس :١/جد مجموعة حل المعادلة

(س + ٩) (س − ٢) = صفر

____

٢/ كون معادلة الدرجة الثانية التي جذراها ٣ ، -٨ ومتغيرها س

معامل س= ____________________

الحد المطلق = ____________________

المعادلة هي : ____________________

٣/ أكمل :

أ/المنصف العمودي لأي وتر يمر ____________________

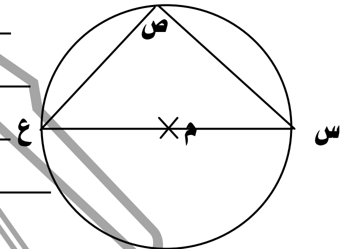
ب/القاطع هو ____________________

ج/الوتر ____________________

د/القطر ______

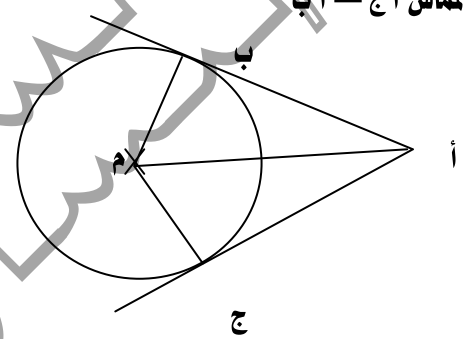
هـ/ الزاوية المحصورة بين ______ لدائرة و ______ المار بنقطة التماس تساوي الزاوية ______ المقابلة لهذا ______ من الجهة الأخرى.

برهن الزاوية المحيطية المرسومة على قطر الدائرة قائمة :

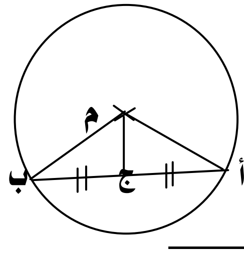


______
______
______
______

برهن أن المماس $\overline{أج} = \overline{أب}$

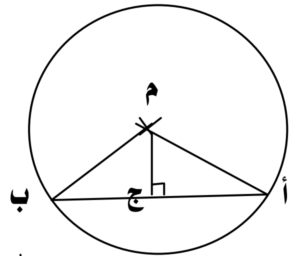


الشكل المجاور دائرة مركزها م
ج منتصف الوتر $\overline{أب}$ ، اثبت أن
جم عمودي على الوتر $\overline{أب}$

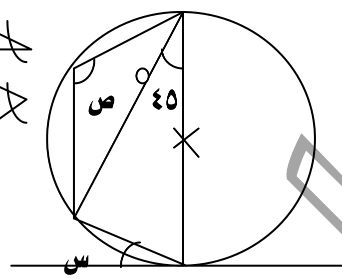


______

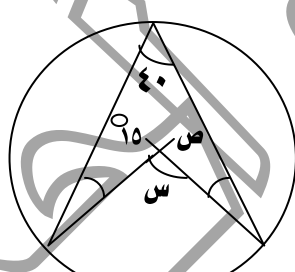
المعطيات: دائرة مركزها م



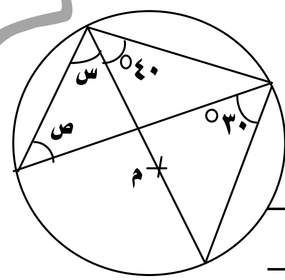
من الشكل المجاور اثبت
النقطة ج تنصف الوتر $\overline{أب}$



∠س= ______
∠ص= ______



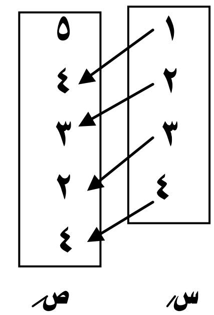
∠س= ______
∠ص= ______



∠س = ______
∠ص = ______

أول خطوة لاصلاح ذاتك هي اكتشافها
كيف تصلح شيئا لا تعرفه ،،،،

السؤال السادس: ١/ اذاكان ت:س ← ص تطبيقا موضحا بالمخطط السهمي التالي أجب عن الآتي :



المجال في التطبيق هو : ________________

مدى التطبيق : ________________

ت في صورة أزواج مرتبة : ______________

ما نوع التطبيق ؟ ________________

هل هو شامل ؟ ______ ولماذا ؟ ____________

هل هو متباين؟ ______ ولماذا؟ ____________

____

ما هي قاعدة الاقتران ت (س)= ____________

٢/ استخدم تحليل الفرق بين مربعين لايجاد ناتج الضرب :

١٨×٢٢ ______________________________

____

____

____

٣/ جد مجموعة حل المعادلة : س٢ − ١٤س + ٤٨ = صفر

____

____

____

____

____

٤/ في المعادلة س٢ − ٤٩ = صفر :

حاصل جمع الجذرين : ________________

حاصل ضرب الجذرين : ________________

٥/ مجموعة حل المعادلة : س٢+٢٥ = صفر

____

٦/ بسط اضافية :

أ/ $(\text{س}^{٠})^{٣}$ = ______________________

ب/ $\frac{٨\text{س}^{٢}}{٢\text{ص}^{٢}}$ = ______________ = ______________

ج/ $\text{ب}^{-٣} \div \text{ب}^{-٧}$ = ______________________

٧/ حلل اضافية :

أ/ $\text{س}^{٣} - ٨$ = ______________________

ب/ $\text{س}^{٣} + ٢٧$ = ______________________

٨/ ضع دائرة اضافية :

بعد أي نقطة من المحور السيني = ______

أ/ |س| ب/ |صفر| ج/ |ص|

مع أطيب الأمنيات بالتوفيق والسداد

أ/ هشـــــام أحمد

السؤال الأول:

ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (×) أمام العبارة الخطأ

١) إذا كان ع : ط ⟵ ط حيث س ع س −١ فإن ع تمثل تطبيق. ⟵ (✗)

٢) مجموعة صور عناصر المجال تسمى المدى. ⟵ (✓)

٣) يكون التطبيق شامل إذا كان المدى = المجال المقابل . ⟵ (✓)

٤) إذا كان ت : ط ⟵ط حيث ت (س) = س+ ١ فإن ت تقابل. ⟵ (✗)

٥) نقول أن التطبيق تقابل إذا كان شامل غير متباين . ⟵ (✗)

٦) المستقيم ٢س + ص = ٤ يمر بالنقطة (١ ، ٢) ⟵ (✓)

٧) اي نقطة تقع في الربع الثاني يكون س > ٠ ، ص < ٠ ⟵ (✗)

٨) النقطة (٣ ، −٢) تقع في الربع الرابع. ⟵ (✓)

٩) المعادلة أس + ب ص + جـ = ٠ تمثل خط مستقيم. ⟵ (✓)

١٠) القطر أطول أوتار الدائرة. ⟵ (✓)

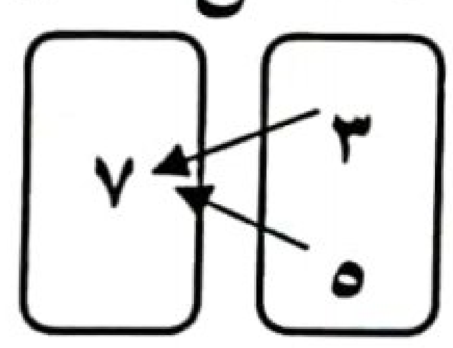
١١) المنصف العمودي لأي وتر في الدائرة يمر بمركزها. ⟵ (✓)

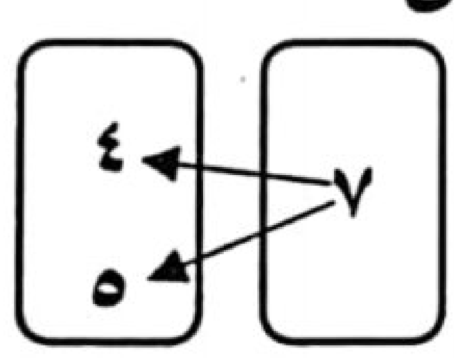
١٢) الزاوية المحيطية تساوي ضعف الزاوية المركزية المنشأة معها على نفس القوس.(✗)

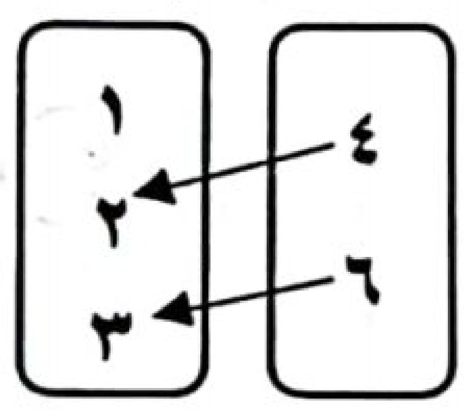
١٣) الزاوية المحصورة بين مماس ونصف قطر قائمة. ⟵ (✓)

السؤال الثاني : ضع دائرة حول حرف الإجابة الصحيحة

١/ واحدة من العلاقات الآتية لا تمثل تطبيق :

أ) 

ب) 

ج) 

٢/ إذا كان د : ص ⟵ ص حيث د (س) = ٢س −١ فإن د (٥) = ...

أ) ١٠ ب) ١١ ج) ٩

٣/ إذا كان ت : ط ⟵ط حيث ت (س) = ٢س فإن ت :

أ) متباين ب) شامل ج) تقابل

٤/ إذا كان كل عنصر في مدى التطبيق صورة لعنصر واحد فقط في مجاله فإن التطبيق:

أ) شامل ب) متباين ج) تقابل

٥/ يكون التطبيق العكسي موجودًا إذا كان التطبيق :

أ) شامل ب) متباين ج) تقابل

٦/ نقطة تقاطع المحورين تسمى نقطة الأصل ويناظرها الزوج المرتب:

أ) (٠ ، ٠) ب) (١ ، ٠) ج) (٠ ، ١)

٧/ النقطة (–١ ،٥) تقع في الربع :

أ) الثاني ب) الثالث ج) الرابع

٨/ القطعة المستقيمة التي تصل بين نقطتين من نقاط الدائرة تسمى :

أ) القطر ب) نصف القطر ج) الوتر

٩/ مساحة الدائرة المحصورة بين نصفي قطرين وقوس تسمى :

أ) قطعة دائرية ب) قطاع دائري ج) قوس

١٠/ الزاوية المحيطية المنشأة على قطر الدائرة :

أ) قائمة ب) مستقيمة ج) منفرجة

١١/ في الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين :

أ) متساويتين ب) متتامتين ج) متكاملتين

١٢/ مساحة الدائرة المحصورة بين وتر وقوس تسمى:

أ) قطعة دائرية ب) قطاع دائري ج) قوس

السؤال الثالث: أجب عن الآتي

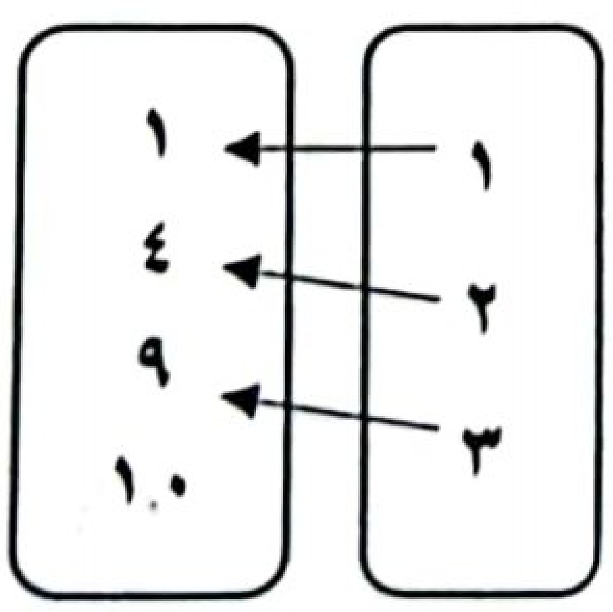
١/ إذا كان ت : س ⟵ ص معرف بالمخطط إلى اليسار جدْ:

مدى ت : {١، ٤، ٩}

ت غير شامل لأن : المدى ≠ المجال المقابل.

ت ليس تقابل لأن: لانه غير شامل.

ت(س) = س²



المراجعة الختامية لرياضيات الصف الثالث المتوسط	الجزء الأول	أ/ مهاجر عبد الرحمن

٢/ إذا كان ت : سـ ⟵ سـ حيث سـ ={١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} معرّف بالجدول أدناه جد:

مجال ت = {١، ٢، ٣، ٤}

مدى ت = {١، ٢، ٣}

ت (٢)= ٣

هل ت شامل ؟ لا

هل ت متباين ؟ لا

س	١	٢	٣	٤
ت(س)	٢	٣	١	٢

٣/ حل المعادلتين : ٢س + ص = ٥ ، س − ص = ١ آنياً (س ، ص ∈ ح)

٢س + ص = ٥ ——— ①

س − ص = ١ ——— ②

بالجمع ٣س = ٦ ∴ س = ٢

نعوض في ① ٤ + ص = ٥ ∴ ص = ١

∴ مجموعة الحل = {(٢، ١)}

٤/ عددان حاصل جمعهما ١٣ والفرق بينهما ٣ ما هما العددان ؟

نفرض العددان س، ص

س + ص = ١٣ ——— ①

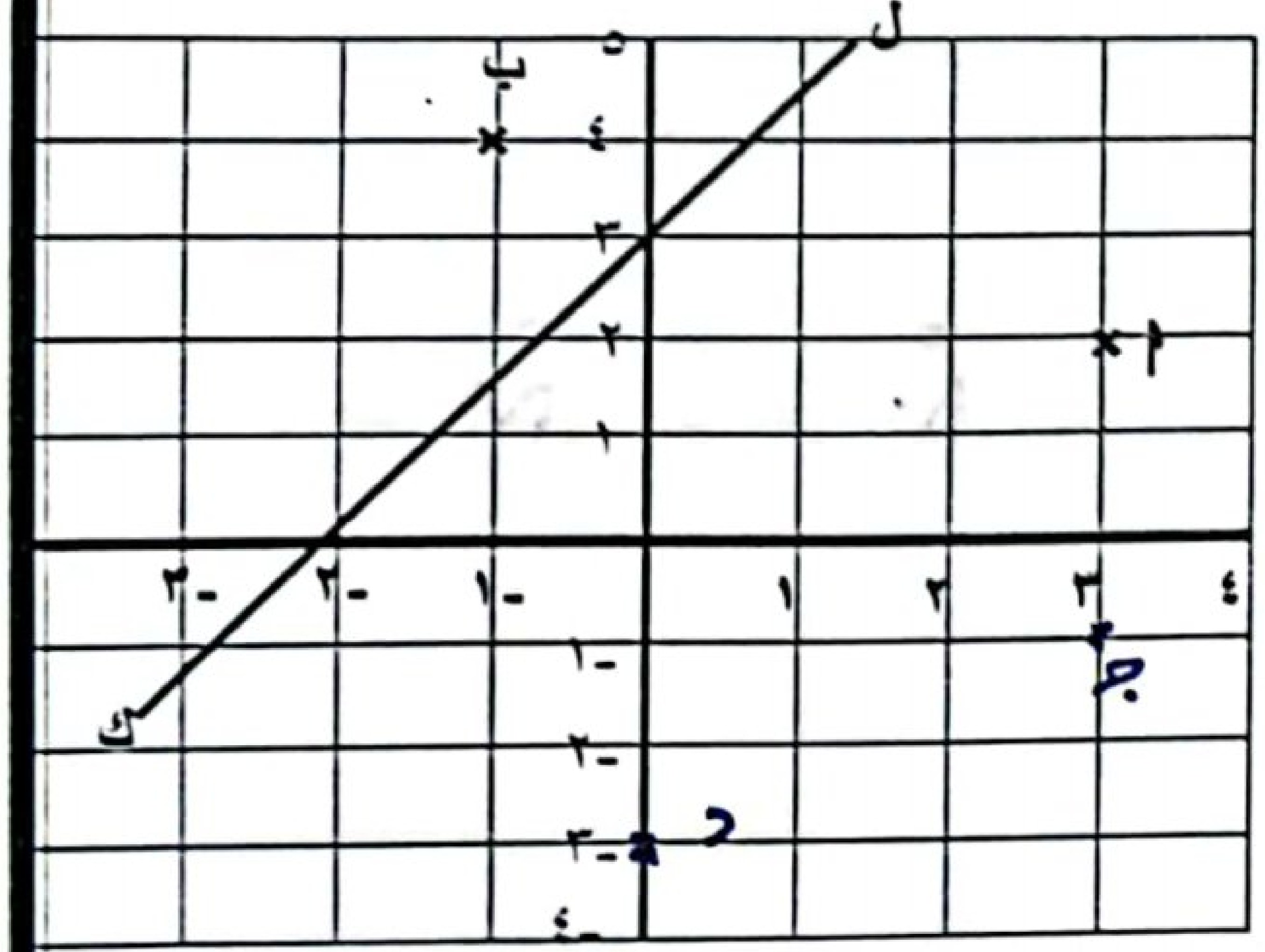
س − ص = ٣ ——— ②

بالجمع ٢س = ١٦ ∴ س = ٨

نعوض في ① ٨ + ص = ١٣ ∴ ص = ٥

∴ العددان هما ٨، ٥

٥/ مستعينًا بالمستوى الديكارتي بجانبه أجب عن الأسئلة الآتية :



١) جدْ احداثيات النقطتين

أ (٣ ، ٢) ، ب (−١ ، ٤)

٢) مثل النقطتين : جـ (٣، −١) ، د (٠ ، −٣)

٣) المستقيم ل ك يقطع المحور السيني في النقطة (−٢، ٠)

والمحور الصادي في النقطة (٠، ٣)

السؤال الرابع:

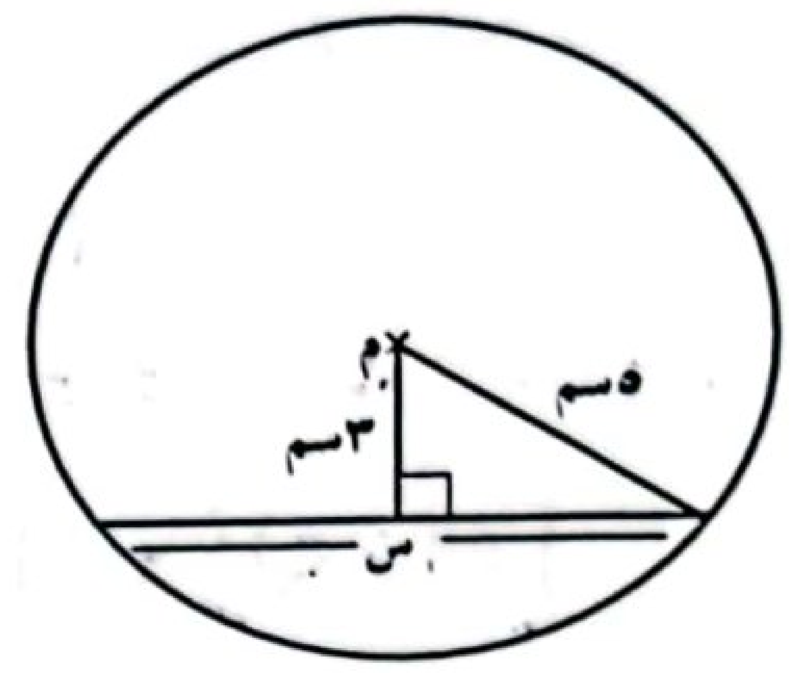
١/ برهن صحة النظريات الآتية :

أ/ العمود النازل في مركز الدائرة على الوتر ينصفه .

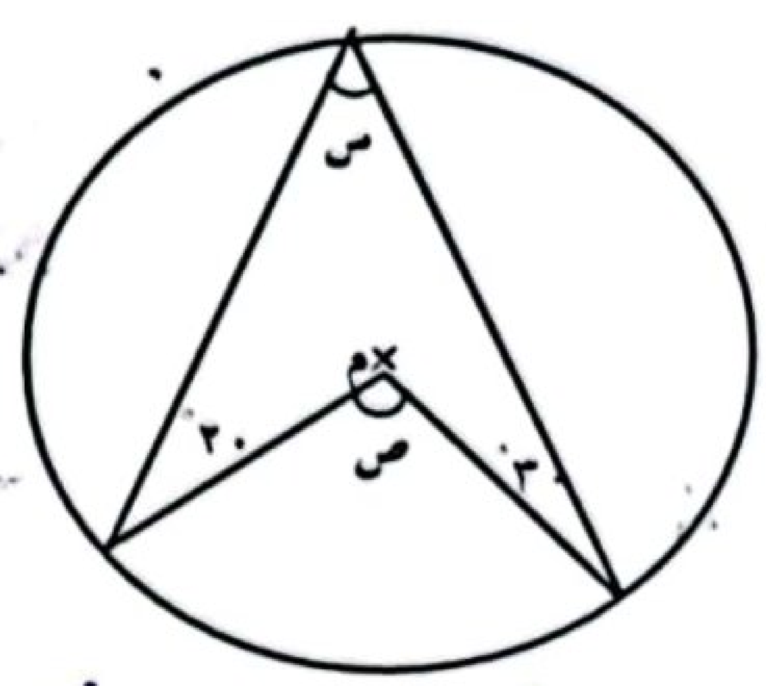
ب/ في الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين متكاملتين .

ج/ إذا رسم مماسان من نقطة خارجها فإنهما يتساويان .

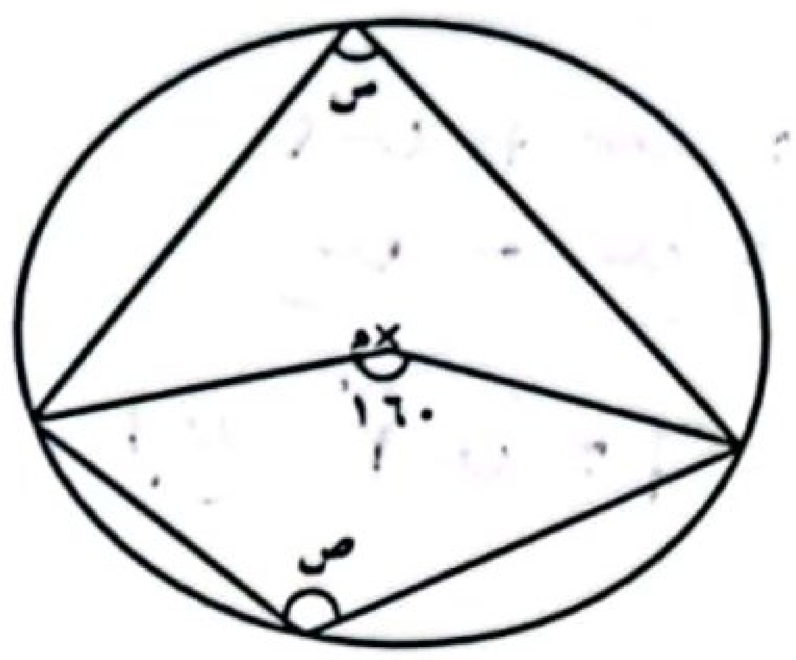
٢/ جدْ قيمة س ، ص في الأشكال الآتية :



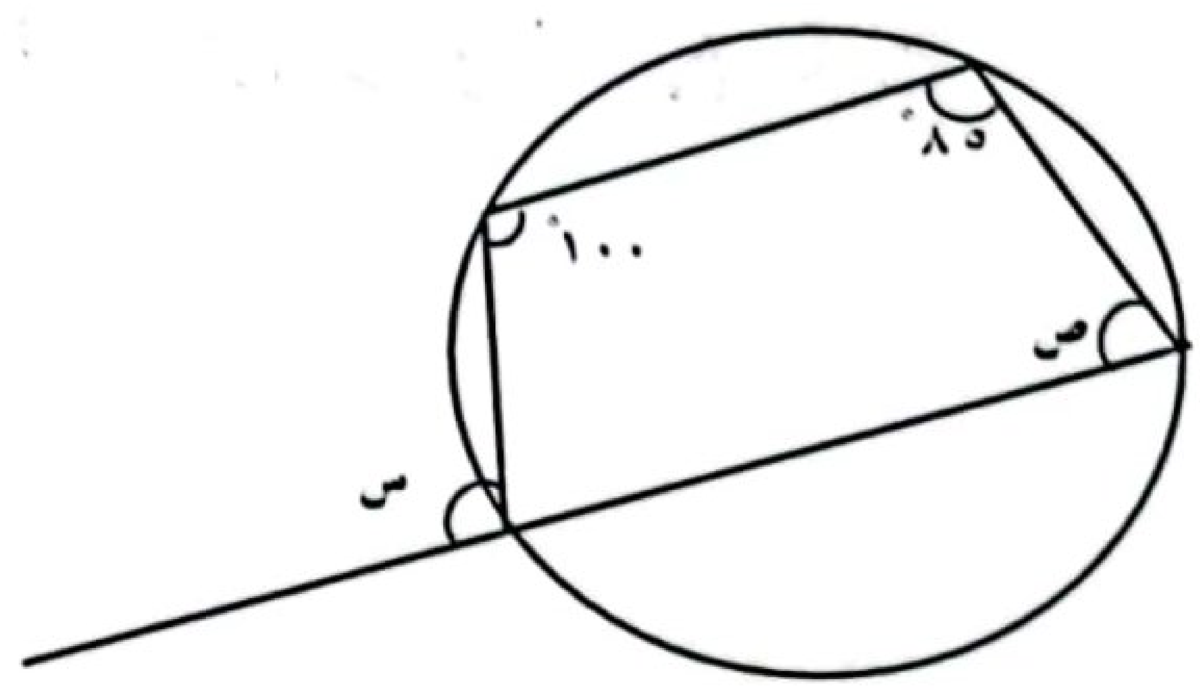
س= ....٨سم..



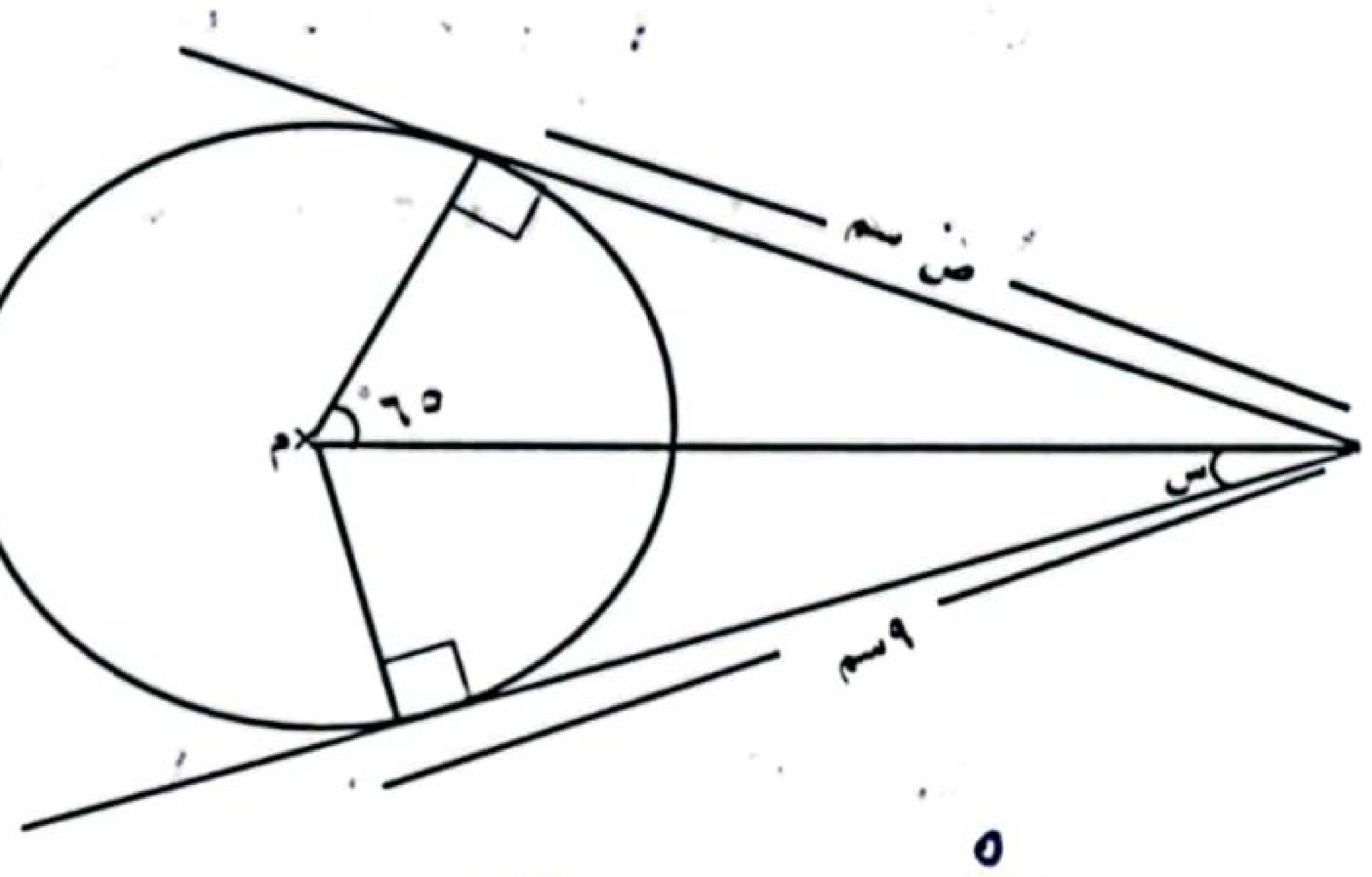
س= ..٥٠°.. ص= ...١٠٠°..



س= ..٨٠°... ص= ...١٠٠°..



س= ..٨٥°.. ص= ...٨٠°...



س= ...٢٥°... ص= ...٩...سم

مع كل المودات

أ/ مهاجر عبد الرحمن

يُسمح بتصويرها وتحويلها
ونشرها .

بسم الله الرحمن الرحيم

الصف الثالث المتوسط

حلول تمارين

الدائرة

المهندس

أسامه حامد سراي

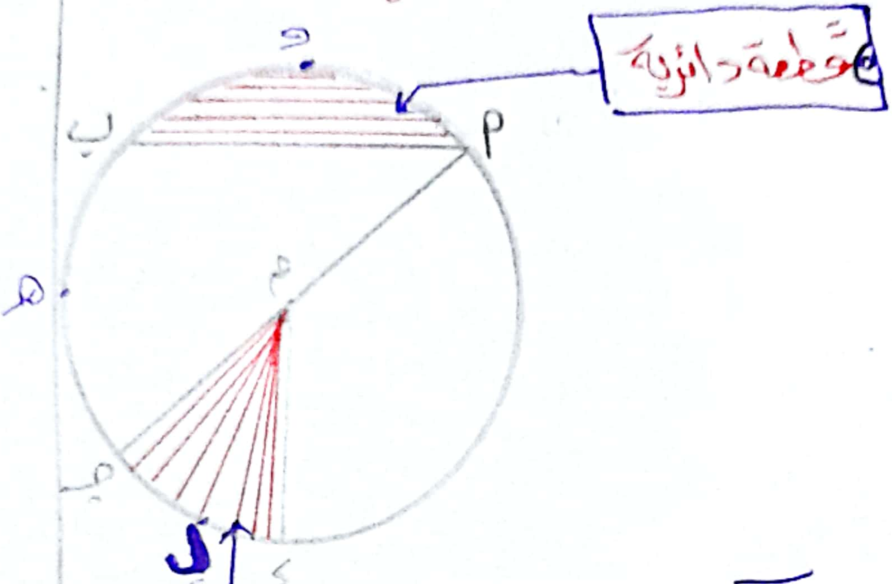
اهداء الي روح اخي أيوب رحمه الله

لاتنسونا واياه من دعائكم

وفقكم الله

تمرين ①

من الشكل المقابل :-



١- أب يسمى وتر

٤/ قطاع دائري

٢- هل أجـ وتر؟ نعم

لماذا؟ لأنه يصل بين نقطتين على محيط الدائرة

٣- أذكر ثلاثة أقواس :-

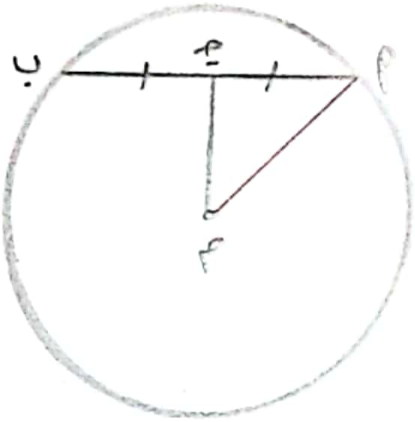
* أوب ، بوجـ ، جـ ل د

٦/ سم زاوية محيطية ∠ جـ أ ب

٥/ سم زاوية مركزية ∠ جـ م د

#

(1) تمرين (2)



معطى :-

نق = ١٠ سم

جـ : منتصف $\overline{أب}$

$\overline{م جـ}$ = ٦ سم

المطلوب : طول $\overline{أب}$

العمل :- صل $\overline{م أ}$

في △ أ جـ م : مثلث قائم الزاوية (نظرية ٢)

$\overline{أم}$ وتر ، ∠ أ جـ م ط

باستخدام نظرية فيثاغورث :-

(أم)^2 = (أجـ)^2 + (جـ م)^2

١٠٠ = (أجـ)^2 + ٣٦

(أجـ)^2 = ١٠٠ − ٣٦

(أجـ)^2 = ٦٤ ⇐ أجـ = $\sqrt{٦٤}$

⇐ $\overline{أجـ}$ = ٨ سم

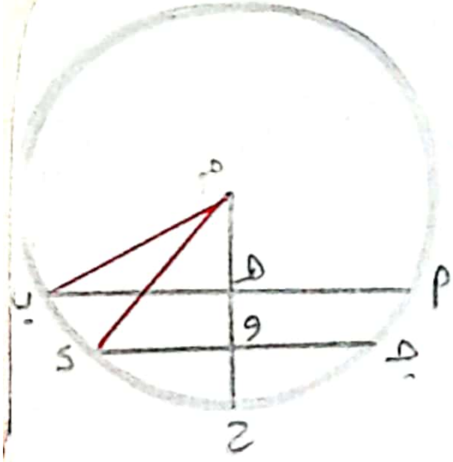
بما أن جـ في منتصف $\overline{أب}$

∴ $\overline{أب}$ = ٢ $\overline{أجـ}$

∴ $\overline{أب}$ = ٢ × ٨

⇐ $\boxed{\overline{أب} = ١٦ \text{ سم}}$

(2)



معطى :-

$\overline{م ح}$ ينصف $\overline{أب}$ ، $\overline{جـ د}$

$\overline{م هـ}$ = ٨ سم

$\overline{و ح}$ = ٣ سم

$\overline{أب}$ = ٣٠ سم

المطلوب :- $\overline{م ب}$ ، $\overline{هـ و}$ ، $\overline{جـ د}$

العمل :- صل م ب ، صل م د (أنصاف أقطار)

في △ م هـ ب : قائم الزاوية في هـ (نظرية ٢)

م هـ = ٨ سم ، هـ ب = ١٥ سم (نصف أب)

(م ب)^2 = (م هـ)^2 + (هـ ب)^2 فيثاغورث

(م ب)^2 = ١٥^2 + ٨^2 = ٢٢٥ + ٦٤ = ٢٨٩

م ب = $\sqrt{٢٨٩}$ ⇐ $\boxed{\overline{م ب} = ١٧ \text{ سم}}$ وهو نصف القطر

∴ $\overline{م هـ}$ + $\overline{هـ و}$ + $\overline{و ح}$ = ١٧ نصف قطر

⇐ ٨ + هـ و + ٣ = ١٧

⇐ هـ و = ١٧ − ١١ ⇐ $\boxed{\overline{هـ و} = ٦ \text{ سم}}$

في △ م و د : قائم الزاوية في و (نظرية ٢)

$\overline{م د}$ = ١٧ سم (نصف قطر)

$\overline{م و}$ = $\overline{م هـ}$ + $\overline{هـ و}$ ⇐ م و = ١٤ سم

باستخدام نظرية فيثاغورث

(م د)^2 = (م و)^2 + (و د)^2

(١٧)^2 = (١٤)^2 + (و د)^2

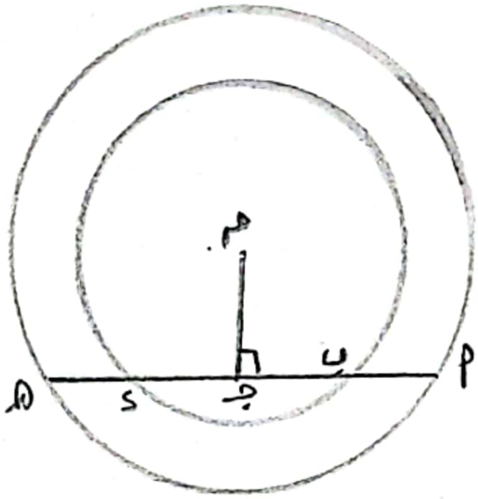
(و د)^2 = (١٧)^2 − (١٤)^2 = ٢٨٩ − ١٩٦

(و د)^2 = ٩٣ ⇐ و د = $\sqrt{٩٣}$ سم

جـ د = ٢ × $\overline{و د}$ ⇐ $\boxed{\overline{جـ د} = ٢\sqrt{٩٣} \text{ سم}}$

تمرين ②

③



معطى :-

دائرتان مركزهما م | م جـ ⊥ أهـ

أهـ : يقطع الدائرتين | م جـ ⊥ ب د

م- إثباته :- أب = د هـ

البرهان :-

ب جـ = جـ د (نظرية ٣) ← ①

أجـ = جـ هـ (نظرية ٣) ← ②

بطرح ② من ① ⇐ ② - ①

طرح مستقيمات

أجـ - ب جـ = جـ هـ - جـ د

أب = د هـ #

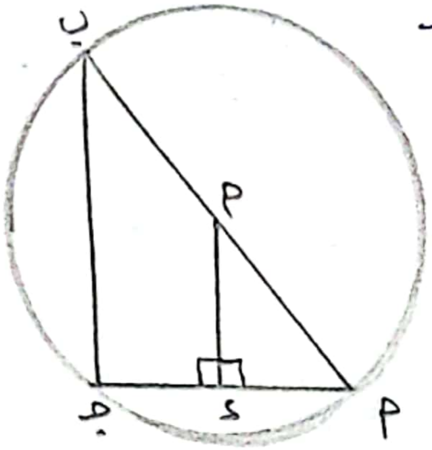
تمرين ②

④ أب : قطر ، أجـ : وتر ، د : نقطة على الوتر

م د ⊥ أجـ

أثبت أن :

ب جـ = ٢ م د



معطى :-

دائرة مركزها م .

أب : قطر ، أجـ وتر

م د ⊥ أجـ

المطلوب إثباته :- ب جـ = ٢ م د

البرهان :-

أم = م ب (نصفا قطرين)

أد = د جـ (نظرية ٣)

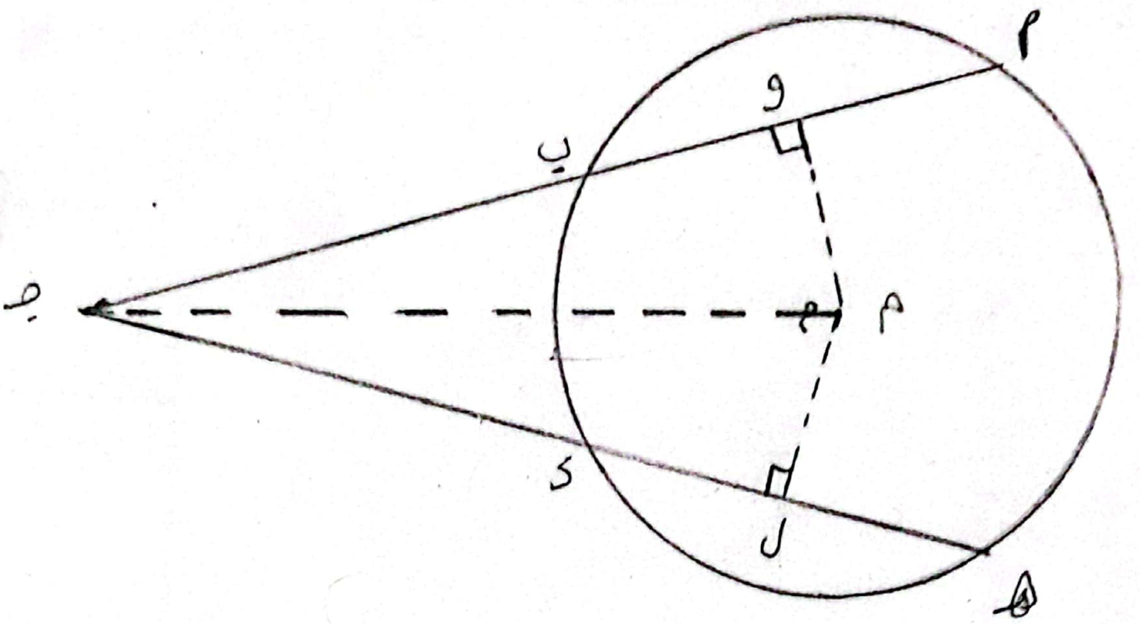
∴ م د : يصل بين منتصفي ضلعين في المثلث أب جـ . [أب و أجـ]

∴ $\boxed{\text{ب جـ = ٢ م د}}$ #

لأن المستقيم الواصل بين منتصفي ضلعين في مثلث يوازي الضلع الثالث ويساوي نصفه .

تمرين ٣ مسألة ١

١- أثبت أن ب جـ = د جـ



معطى :- $\overline{أب} = \overline{هـ د}$

العمل :- صل $\overline{م و}$ ، $\overline{م ل}$ ، $\overline{م جـ}$

المطلوب إثباته :- $\overline{ب جـ} = \overline{د جـ}$

البرهان :-

في △ م و جـ و △ م ل جـ

$\overline{م و} = \overline{م ل}$ ← (نظرية ٤)

$\overline{م جـ}$ ضلع مشترك

∠ م ل جـ = ∠ م و جـ = ٩٠ ← (نظرية ٢)

∴ △ م و جـ يطابق △ م ل جـ (ض، و، ق)

∴ $\overline{و جـ} = \overline{ل جـ}$ (من التطابق) ⟵ ١

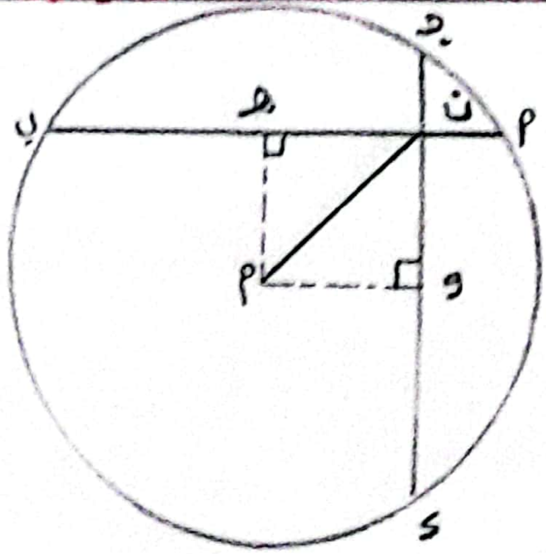
ولكن $\overline{و ب} = \overline{ل د}$ (نصفا وترين متساويين) ← ٢

بالطرح $\overline{ب جـ} = \overline{د جـ}$ # (طرح مستقيمات) ١ - ٢

م. أسامة حامد راي

تمرين ٣ مسألة ٥

يتقاطع وتران متساويان أثبت أن المستقيم من تقاطعهما إلى المركز ينصف الزاوية بينهما



معطى: $\overline{أب}$ ، $\overline{جـ د}$

العمل: نرسم $\overline{م هـ}$ ، نرسم $\overline{م و}$ (الإنزال عموديًا)

البرهان:-

في △ م هـ ن و △ م و ن

$\overline{هـ م}$ = $\overline{و م}$ (نظرية ٤)

$\overline{ن م}$ مشترك

∠ ن و م = ∠ ن هـ م = ٩٠ (من العمل)

∴ المثلثان متطابقان (ض، و، ق)

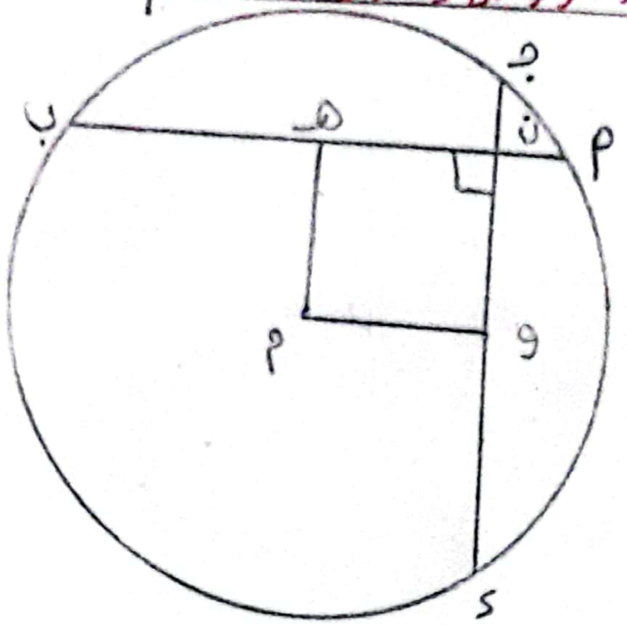
∴ ∠ و ن م = ∠ م ن هـ (التطابق) #

$\overline{م ن}$ ينصف الزاوية بين الوترين #

م. أسامة حامد سراي

تمرين ٣ مسألة ٤

$\overline{أب}$ و $\overline{جـ د}$ وتران يتقاطعان في زاوية قائمة أثبت أن: نقطة التقاطع ومنتصفي الوترين ومركز الدائرة رؤوس مربع



معطى: $\overline{أب}$ ، $\overline{جـ د}$

∠ و ن هـ = ٩٠°

البرهان:

∠ م هـ ن = ٩٠° (نظرية ٣)

∠ م و ن = ٩٠ (نظرية ٣)

∠ و ن هـ = ٩٠ معطى

مجموع زوايا الرباعي = ٣٦٠°

∴ ∠ و م هـ = ٩٠

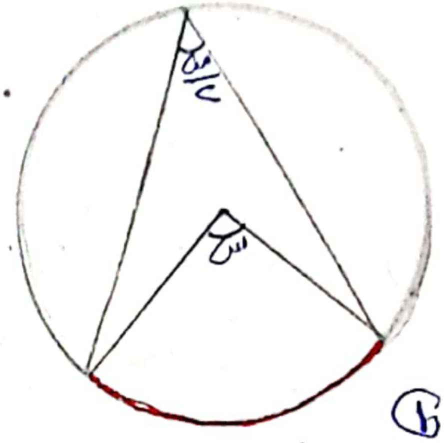
∴ و ن هـ م ⇐ مربع #

المربع هو رباعي زواياه الاربعة قائمة #

م. أسامة حامد سراي

حالات الزوايا المركزية والمحيطية المشتركات في القوس

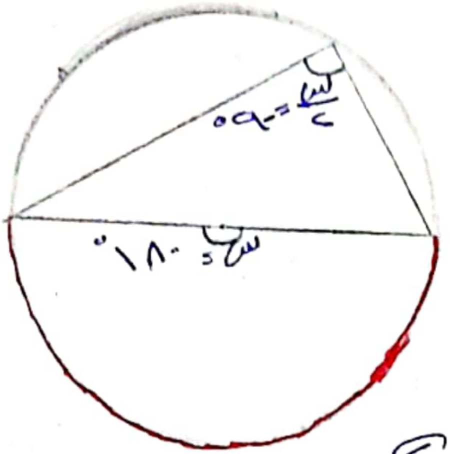
1



١

عندما تكون س < ١٨٠
تكون المركزية والمحيطية
على اتجاه واحد
ويكون القوس أقل من
نصف دائرة

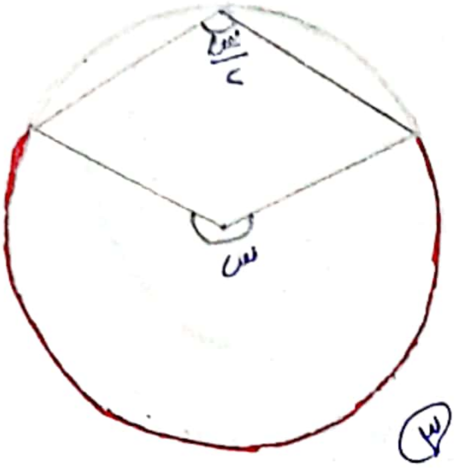
2



٢

س = ١٨٠
المركزية مستقيمة
المحيطية قائمة
ويكون القوس
نصف دائرة

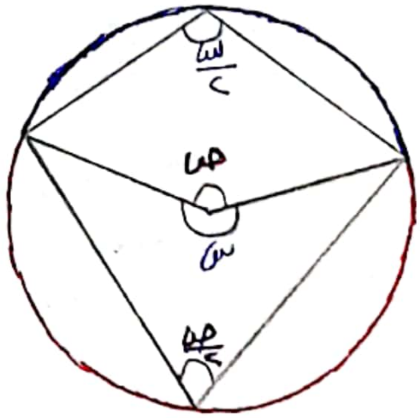
3



٣

س > ١٨٠ منعكسة
تكون الزاوية المحيطية معها
عكس اتجاهها
مكونات رباعي
ويكون القوس أكبر من نصف
دائرة

4

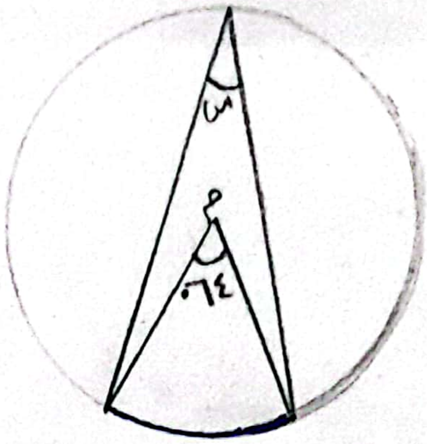


عند جمع 1 و 3

لفتة

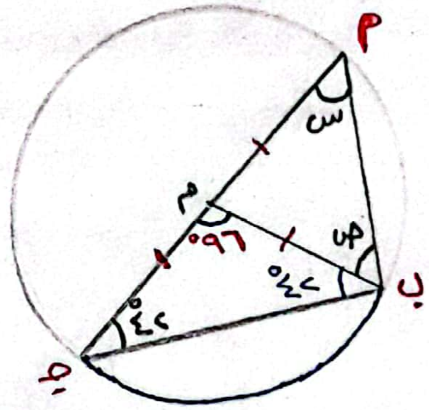
1 و 2 و 3 الزوايا مكونة
على الأقواس باللون الأحمر

تمرين ٤ مسألة ١



$س = \frac{٦٤}{٢} = ٣٢°$ (نظرية)

مسألة ٢ تمرين ٤ الدائرة



Δ ب م جـ (متساوي الساقين) (أنصاف أقطار)

زوايا القاعدة في المثلث متساوي الساقين متساوية.

∴ ∠ جـ ب م = ٤٢°

∴ ∠ ب م جـ = ١٨٠ − (٤٢ + ٤٢)

= ١٨٠ − ٨٤ = $\underline{٩٦}$

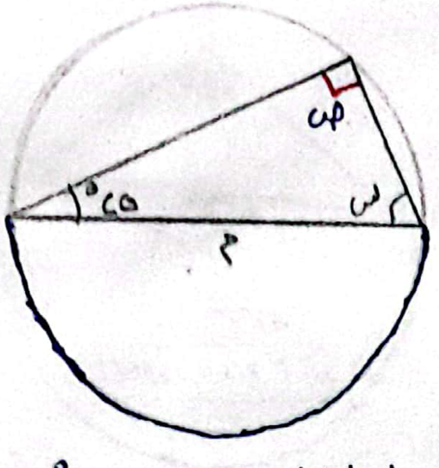
Δ ب م أ (متساوي الساقين) (أنصاف أقطار)

∠ س = $\frac{٩٦}{٢}$ = $\underline{\underline{٤٨}}$ (مركزية ومحيطية س قوس واحد) نظرية

س = ص (زوايا قاعدة في Δ متساوي الساقين)

⟸ ص = $\underline{\underline{٤٨°}}$

مسألة ٣ تمرين ٤



مجموع زوايا المثلث = ١٨٠°

∠ ص = ٩٠° (نظرية ٦)

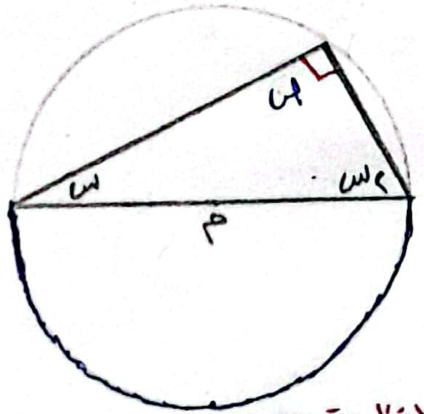
∴ س + ٩٠° + ٢٥ = ١٨٠°

⟸ س + ١١٥ = ١٨٠

⟸ س = ١٨٠ − ١١٥

⟸ $\boxed{س = ٦٥°}$

مسألة ٥ تمرين ٤ الدائرة



ص = ٩٠° (نظرية ٦)

ص + س + ٢س = ١٨٠

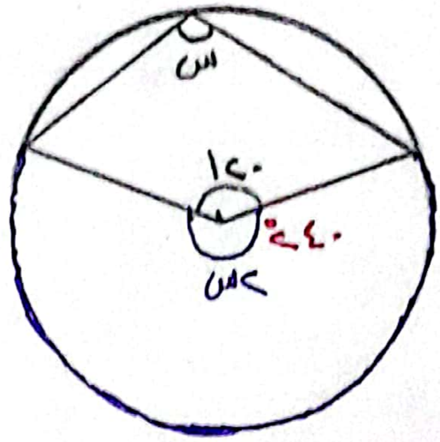
٩٠ + ٣س = ١٨٠

٣س = ١٨٠ − ٩٠

$\frac{٣س}{٣} = \frac{٩٠}{٣}$ ⟸ $\boxed{س = ٣٠}$

⟸ $\boxed{٢س = ٦٠}$

مسألة ① تمرين ④ الدائرة

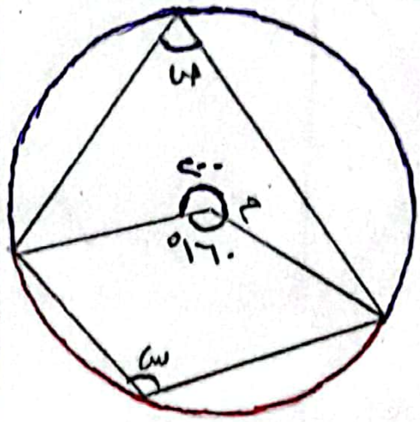


الزاوية المنعكسة = ٣٦٠ - ١٢٠ = ٢٤٠

⇐ س = $\frac{٢٤٠}{٢}$ (زاوية مركزية ومحيطية على نفس القوس) نظرية ⑥

⇐ $\boxed{\text{س} = ١٢٠°}$

مسألة ② تمرين ④

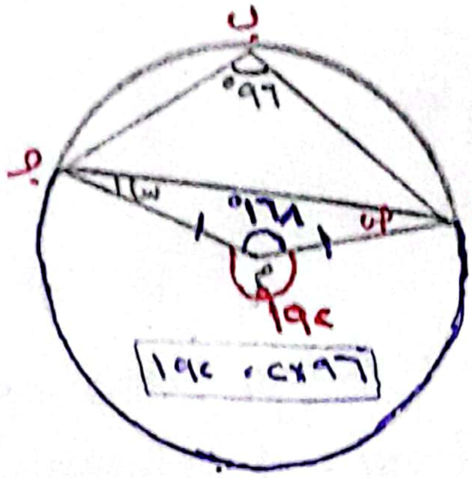


ص = $\frac{١٦٠}{٢}$ = ٨٠° (نظرية ⑤)

الزاوية المنعكسة عند م = ٣٦٠ - ١٦٠ = ٢٠٠

س = $\frac{٢٠٠}{٢}$ = ١٠٠° (نظرية ⑤)

مسألة ③ تمرين ④ الدائرة



∠ أ م جـ (المنعكسة) = ٢ × ٩٦

= ١٩٢° (نظرية ⑤)

△ أ جـ م (متساوي الساقين)

(ضلعاه نصفا قطرين)

∴ زوايا القاعدة متساوية

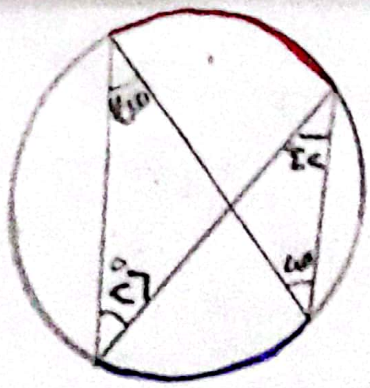
مجموع زوايا المثلث = ١٨٠

١٨٠ - ١٦٨ = ١٢°

∴ س = $\frac{١٢}{٢}$ = ٦°

و ص = $\frac{١٢}{٢}$ = ٦°

تمرين ٥ مسألة ①



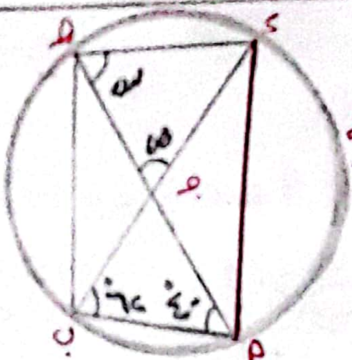
$\boxed{\text{س} = ٤٢°}$ (نظرية ٢)

زاويتان محيطيتان مكونتان من نفس القوس وباتجاه واحد

$\boxed{\text{ص} = ٢٦°}$ (نظرية)

القوس باللون الأحمر #

③



$\boxed{\text{س} = ٦٢°}$ نتيجة

△ أ ب جـ

ق∠ أ جـ ب = ١٨٠ − (٤٠ + ٦٢)

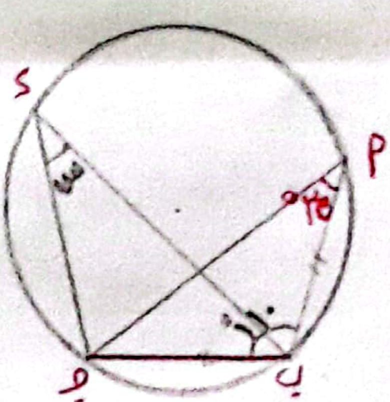
= ١٨٠ − ١٠٢

= ٧٨°

ص = ق∠ أ جـ ب (تقابل بالرأس)

$\boxed{\text{ص} = ٧٨°}$

تمرين ٥ ②

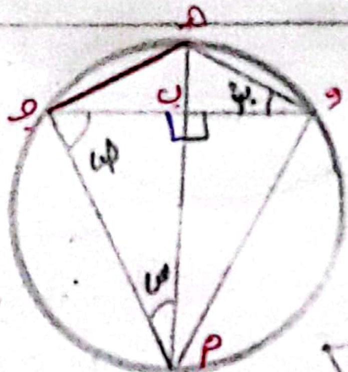


△ أ ب جـ متساوي الساقين (معطى)

∴ ١٨٠ − ١١٠ = ٧٠° (مقسمة على الزاويتين)

∠ ب أ جـ = ٣٥°

$\boxed{\text{س} = ٣٥°}$ (النتيجة)



$\boxed{\text{س} = ٣٠°}$

زوايا محيطية منشأة على وتر في جهة واحدة (نتيجة)

△ أ ب جـ: قائم الزاوية معطى

∴ ص + س + ٩٠ = ١٨٠°

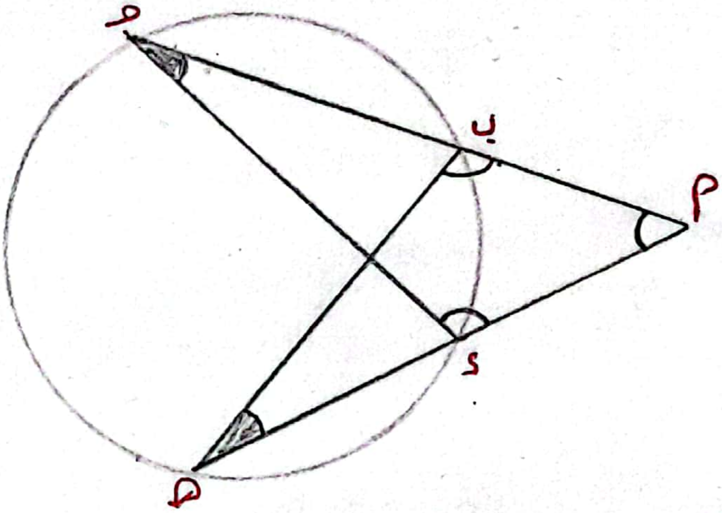
⇐ ص = ١٨٠ − (٣٠ + ٩٠)

$\boxed{\text{ص} = ٦٠°}$

تمرين ⑥

ب/ أ نقطة خارج الدائرة
رسم منها القاطعان أ ب جـ ، أ د هـ
أثبت أن الزوايا المتناظرة في المثلثين
△أ ب هـ ، △أ د جـ متساوية.

الحل



∡ أ جـ د = ∡ أ هـ ب (نظرية ①)

∡ هـ أ جـ (مشتركة)

تساوت زاويتان في المثلثين
∴ الثالثة متساوية أيضاً

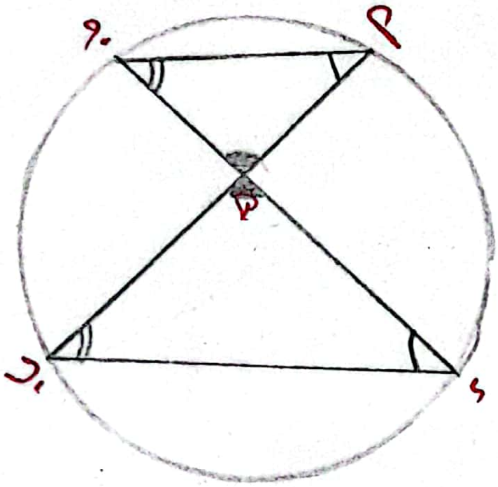
△أ ب هـ ~ △أ د جـ #

الزوايا المتناظرة متساوية #

تمرين ٥

جـ/ أ ب ، جـ د وتران متقاطعان
في النقطة هـ داخل الدائرة أثبت أن:
الزوايا المتناظرة في المثلثين
△أ هـ جـ ، △د هـ ب متساوية

الحل



∡ ب أ جـ = ∡ جـ د ب (نظرية ④)

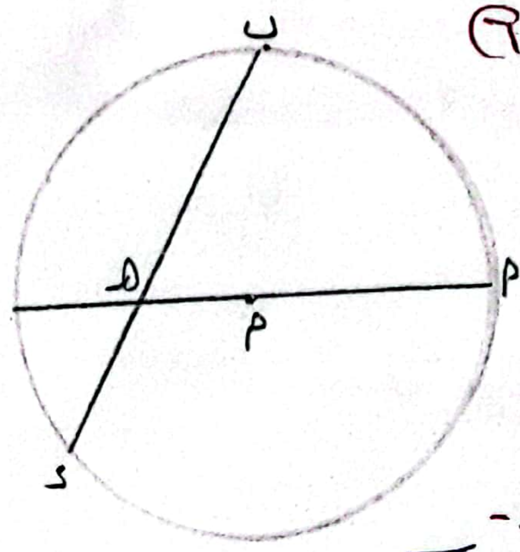
∡ أ جـ د = ∡ أ ب د (نظرية ④)

∡ د هـ ب = ∡ أ هـ جـ (تقابل بالرأس)

∴ الزوايا المتناظرة متساوية #

تمرين ٢

①



بهـ = ٦ سم

هـد = ٤ سم

هـجـ = ٢ سم

أحسب :- أهـ ، أم

الحل

أهـ × هـجـ = بهـ × هـد

⟸ أهـ × ٢ = ٦ × ٤

⟸ أهـ = ٢٤ / ٢ ⟸ أهـ = ١٢ سم

أجـ = أهـ + هـجـ

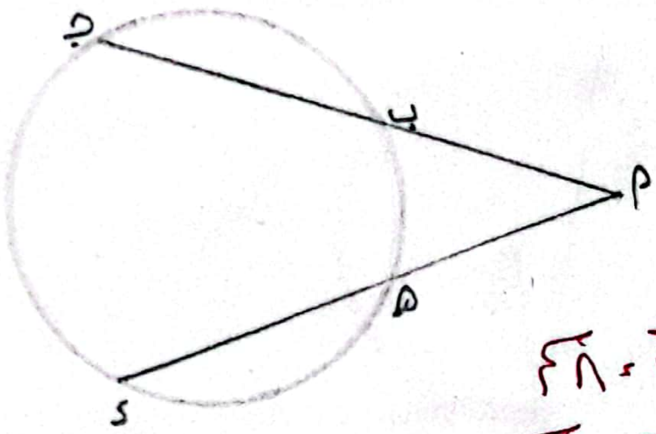
= ١٢ + ٢

أجـ = ١٤ سم

أجـ : قطر الدائرة

أم = نصف القطر

∴ أم = ١٤ / ٢ ⟸ أم = ٧ سم



أب = ٨ سم

بجـ = ٧ سم

أهـ = ١٠ سم

أحسب :- أد ، هـد

الحل

أجـ × أب = أد × أهـ ← ⊛

أجـ = أب + بجـ

= ٨ + ٧ ⟸ أجـ = ١٥ سم

عوض في القانون ⊛

١٥ × ٨ = أد × ١٠

⟸ أد = (١٥ × ٨) / ١٠

⟸ أد = ١٢ سم

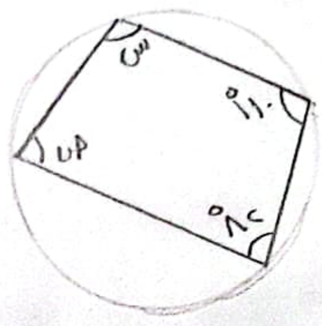
هـد = أد − أهـ

= ١٢ − ١٠

هـد = ٢ سم

تمرين (٧)

(١)



س + ٨٢ = ١٨٠ (نظرية ٩)

س = ١٨٠ - ٨٢

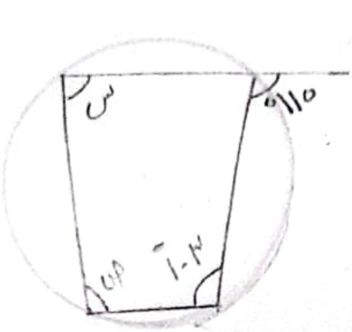
س = ٩٨°

ص + ١١٠ = ١٨٠ (نظرية ٩)

ص = ١٨٠ - ١١٠

ص = ٧٠°

(٢)



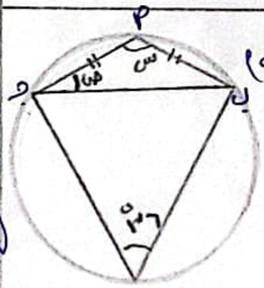
س + ١٠٣ = ١٨٠ (نظرية ٩)

س = ١٨٠ - ١٠٣

س = ٧٧°

ص = ١١٠° (نظرية ١٠)

(٣)



س + ٣٦ = ١٨٠ (نظرية ٩)

س = ١٨٠ - ٣٦

س = ١٤٤°

في △ أ ب جـ (متساوي الساقين)

∴ زوايا القاعدة متساوية

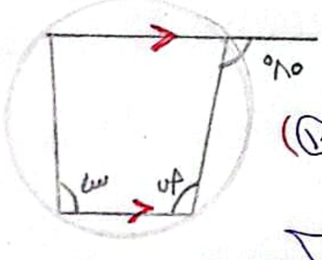
مجموع زوايا المثلث ١٨٠°

ص = (١٨٠ - ١٤٤) ÷ ٢

ص = ٣٦ ÷ ٢

ص = ١٨°

(٤)

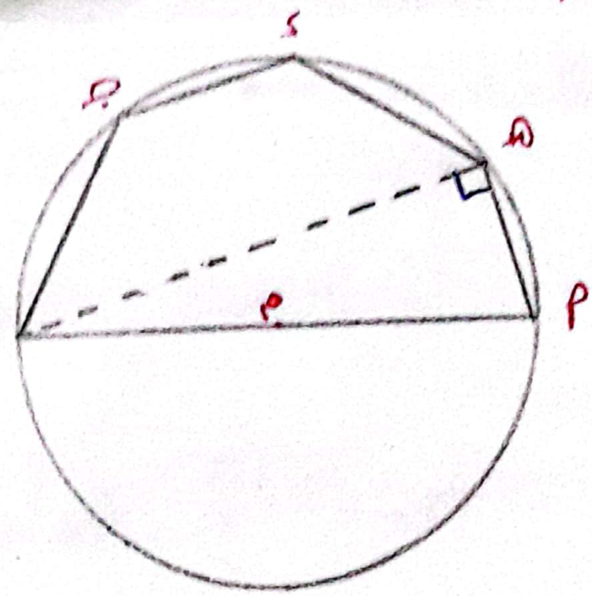


س = ٨٥° (نظرية ١٠)

ص = ٨٥° بالتبادل

تمرين (١)

ب/



أثبت أن:

∠ أ هـ د + ∠ ب جـ د = ٢٧٠°

الحل

في الرباعي (هـ د جـ ب)

∠ ب هـ د + ∠ ب جـ د = ١٨٠° (نظرية ٩)

في △ أ هـ ب

∠ أ هـ ب = ٩٠° (نظرية ٦)

بما أن

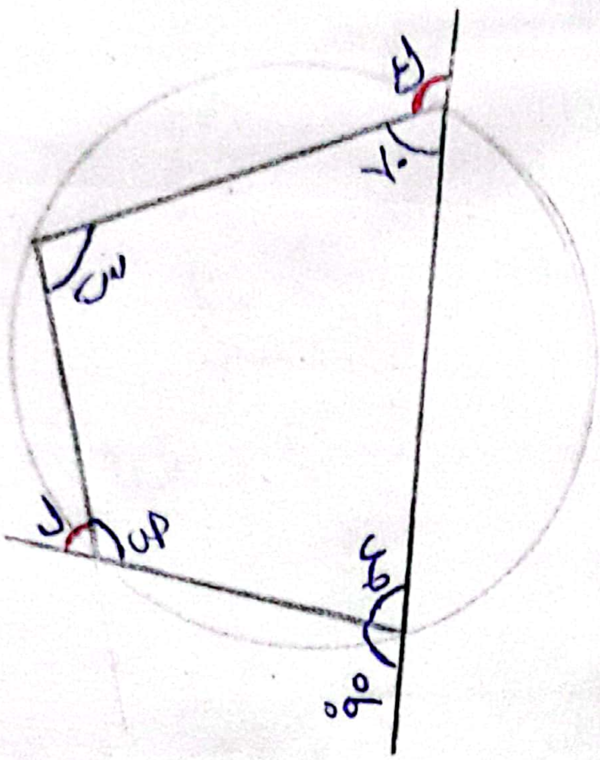
∠ أ هـ د = ∠ أ هـ ب (٩٠°) + ∠ ب هـ د

∴ ∠ أ هـ ب (٩٠°) + ∠ ب هـ د + ∠ ب جـ د (١٨٠°) = ٢٧٠°

∴ ∠ أ هـ د

∠ أ هـ د + ∠ ب جـ د = ٢٧٠° #

تمرين إضافي

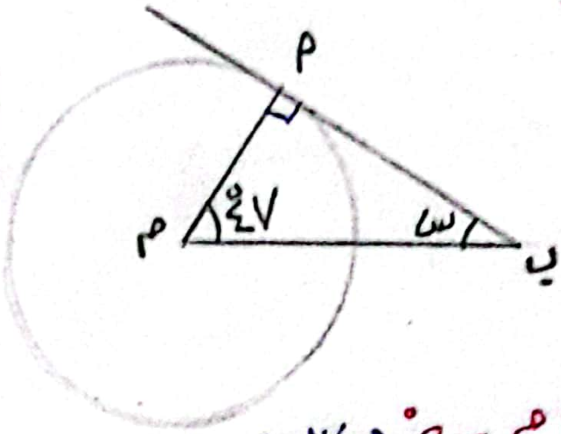


أوجد قيم الزوايا

س، ص، ل، ع، ك

تمرين (٨)

(١) جد قيمة س



∢ ب أ م = ٩٠° (نظرية ١٢)

△ أ ب م

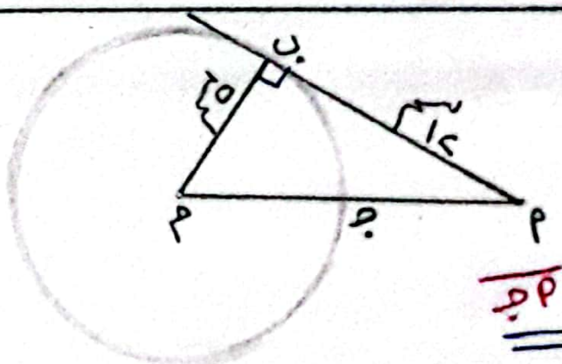
س + ٩٠° + ٤٧ = ١٨٠° (مجموع زوايا المثلث)

س + ١٣٧ = ١٨٠

س = ١٨٠° − ١٣٧°

⇐ $\boxed{\text{س = ٤٣°}}$

(٢)



جد أجـ

△ أ ب م قائم الزاوية (نظرية ١٢)

باستخدام نظرية فيثاغورث

(أم) = $\sqrt{١٢^٢ + ٥^٢}$ ، $\sqrt{١٤٤ + ٢٥}$

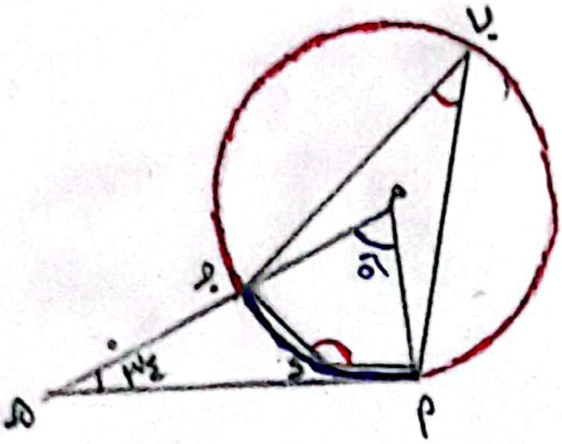
⇐ أم = $\sqrt{١٦٩}$ ⇐ أم = ١٣ سم

نق = ٥ سم ، جـم = نق

⇐ أجـ = أم − جـم = ١٣ − ٥

⇐ $\boxed{\text{أجـ = ٨ سم}}$

(٣) جد ∢ أ ب جـ ، ∢ أ د جـ



في △ أ م هـ قائم الزاوية (نظرية ١٢)

٣٤° + ٩٠° + ∢ أ م جـ = ١٨٠

⇐ ∢ أ م جـ = ١٨٠ − ١٢٤

⇐ ∢ أ م جـ = ٥٦°

هي زاوية مركزية منشأة على القوس الأزرق ومنشأة معها الزاوية المحيطية ∢ أ ب جـ

∴ ∢ أ ب جـ = $\frac{٥٦}{٢}$ (نظرية ٥)

⇐ $\boxed{\text{∢ أ ب جـ = ٢٨°}}$

الشكل أ ب جـ د رباعي دائري

∴ ∢ أ ب جـ + ∢ أ د جـ = ١٨٠

⇐ ٢٨ + ∢ أ د جـ = ١٨٠

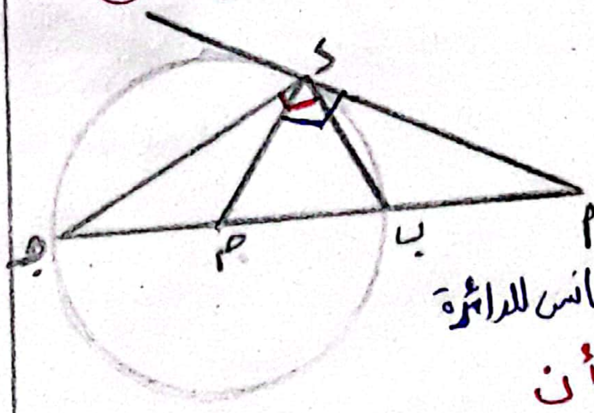
⇐ ∢ أ د جـ = ١٨٠ − ٢٨

⇐ $\boxed{\text{∢ أ د جـ = ١٥٢°}}$

(*) حاول بإيجاد ∢ أ د جـ باستخدام قانون الزاوية المركزية مستعينا بالقوس الأحمر

تمرين (٨)

(٤)



أ ء : مماس للدائرة

أثبت أن

∠ أ ء ب = ∠ م ء جـ

البرهان :-

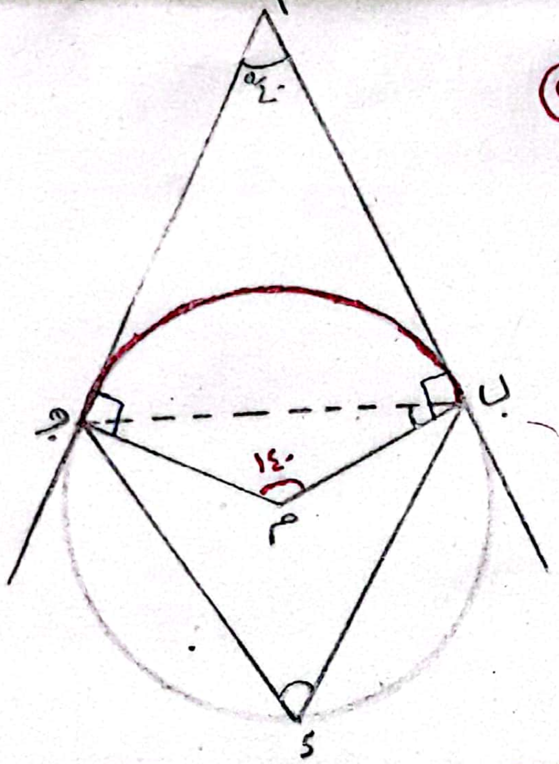
∠ أ ء ب + ∠ ب ء م = ٩٠° (نظرية ١٢)

∠ م ء جـ + ∠ ب ء م = ٩٠° (نظرية ٦)

∴ $\boxed{\text{∠ أ ء ب = ∠ م ء ب}}$ #

---

(٥)



جد : ∠ ب ء جـ ، ∠ م ب جـ

في الرباعي أ ب م جـ

∠ أ ب م = ٩٠° (نظرية ١٢)

∠ أ جـ م = ٩٠° (نظرية ١٢)

بما أنهما زاويتان متقابلتان في الرباعي أ ب م جـ ومجموعهما ١٨٠

∴ أ ب م جـ [رباعي دائري]

∴ ٤٠ + ∠ ب م جـ = ١٨٠

⇐ ∠ ب م جـ = ١٤٠°

∠ ب م جـ زاوية مركزية منشأة على نفس القوس مع الزاوية المحيطية ∠ ب ء جـ [القوس الأحمر]

∴ ب ء جـ = $\frac{١٤٠}{٢}$ ⇐ $\boxed{\text{∠ ب ء جـ = ٧٠°}}$ (نظرية ٥)

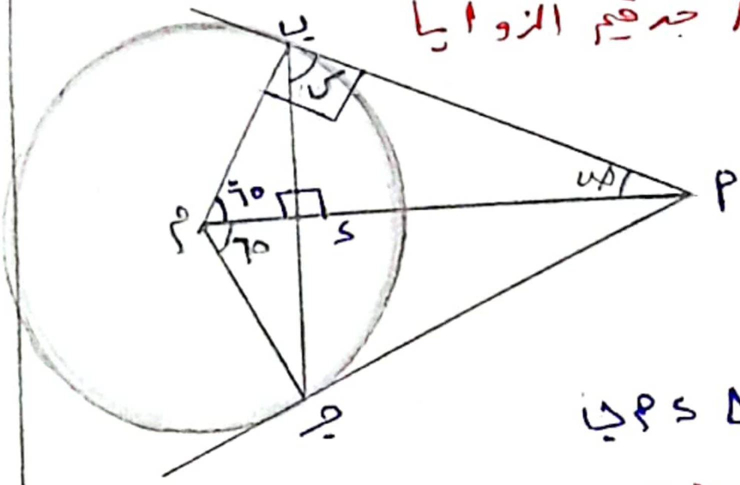
في Δ ب جـ م (متساوي الساقين)

∠ م ب جـ = $\frac{١٨٠ - ١٤٠}{٢}$ = $\frac{٤٠}{٢}$

⇐ $\boxed{\text{∠ م ب جـ = ٢٠°}}$ #

تمرين (٩)

١٣) جد قيم الزوايا



في Δ د م ب

∠ د ب م = ٦٥° (نظرية ١٣)

∠ ب د م = ٩٠° (نظرية ١٣)

∴ ∠ م ب د = ٢٥°

بما أن ∠ أ ب م = ٩٠° (نظرية ١٤)

∴ س = ٩٠ - ٢٥

⇐ س = ٦٥°

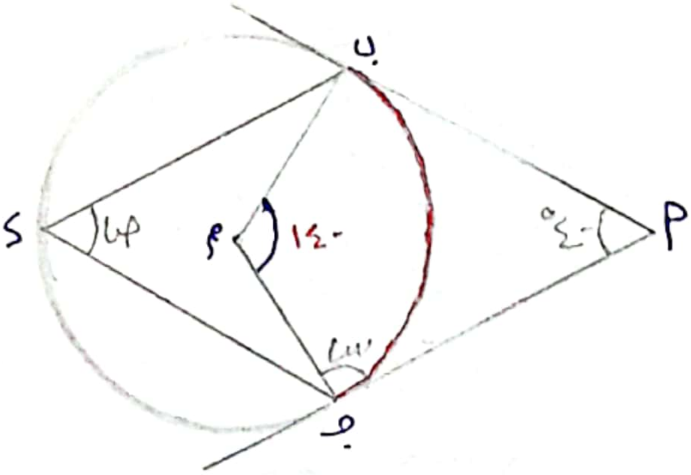
في Δ أ د ب

∠ أ د ب = ٩٠° (نظرية ١٣)

مجموع زوايا المثلث = ١٨٠

∴ ص = ١٨٠ - (٦٥ + ٩٠)

⇐ ص = ٢٥°



س = ٩٠° (نظرية ١٤)

في الرباعي

أ ب م جـ

∠ أ ب م = ∠ أ جـ م = ٩٠° (نظرية ١٤)

∴ أ ب م جـ رباعي دائري

كل زاويتان متقابلتان متكاملتان

∴ ∠ ب م جـ + ٤٠° = ١٨٠°

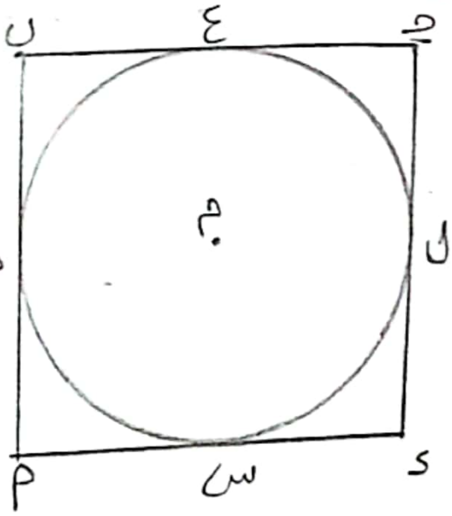
∴ ∠ ب م جـ = ١٤٠°

وهي زاوية مركزية متكونة على القوس باللون الأحمر تشترك معها على نفس القوس الزاوية المحيطية ص

∴ ص = $\frac{١٤٠}{٢}$ (نظرية ٥)

∴ ص = ٧٠°

(ب) تمرين ٩



ب- معطى
جـل ، جـع
ع ب ، ب ص
ص أ ، أ س
س د ، د ل
كلها مماسات

أثبت أن :-

أب + جـد = دأ + جـب

البرهان :-

جـل = جـع (نظرية ٣) ← ①
دل = دس " ← ②
أص = أس " ← ③
ب ص = ب ع " ← ④

بجمع المعادلات ① و ② و ③ و ④

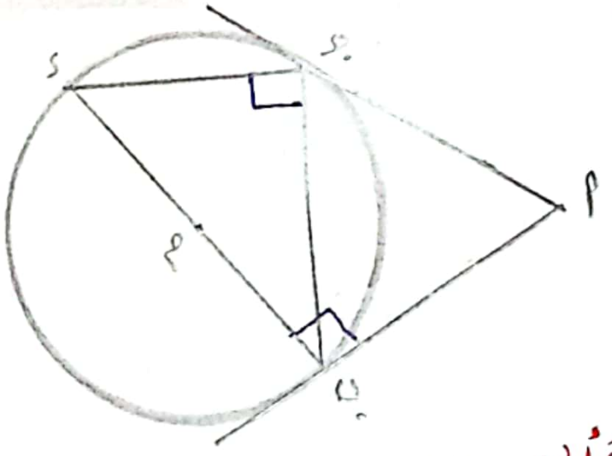
أجمع الطرف الأيمن مع بعضه وكذلك الأيسر ليصبح الناتج :-

جـل + دل + أص + ب ص = جـع + دس + أس + ب ع

جـد + أب = دأ + جـب

#

(جـ)



أثبت أن :- ∠أ ب جـ = ∠ب د جـ

معطى :- أب ، أجـ مماسان للدائرة

البرهان :-

∠أ ب د = ٩٠° (نظرية ١٢)
وهي متكونة من :-
∠أ ب جـ + ∠جـ ب د = ٩٠° ← ①

في Δ د جـ ب
∠د جـ ب = ٩٠° (نظرية ٦)
مجموع زوايا المثلث = ١٨٠
∴ ∠ب د جـ + ∠جـ ب د = ٩٠° ← ②

من ① و ②

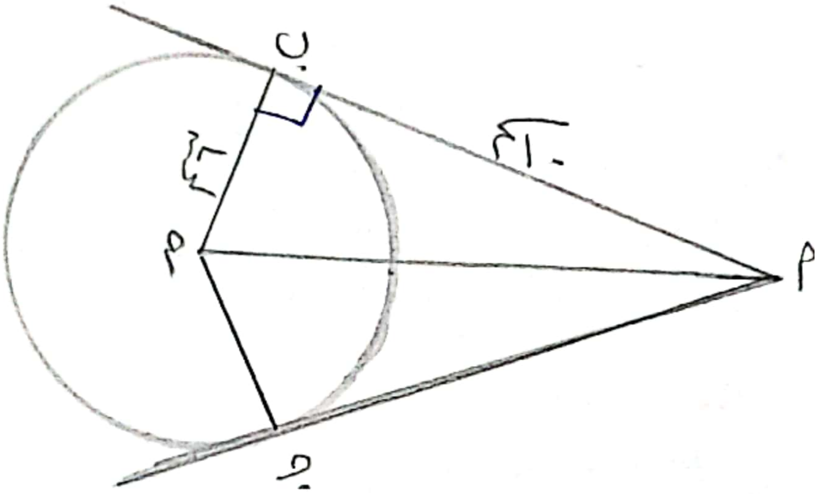
$\boxed{\text{∠أ ب جـ = ∠ب د جـ}}$

#

تمرين ٩

٤

دائرة نصف قطرها ٦سم على أي بعد من مركزها يمكن وضع نقطة بحيث يكون طول كل من المماسين المرسومين للدائرة = ١٠سم



معطى: أب = ١٠سم | م ب = ٦سم

أجـ = ١٠سم

الحل

$\angle$ أ ب م = ٩٠° (نظرية ٤)

$\because$ $\triangle$ أ ب م مثلث قائم الزاوية، أم: وتر

باستخدام فيثاغورس:

أم = $\sqrt{(٦)^2 + (١٠)^2}$ =

= $\sqrt{٣٦ + ١٠٠}$ = $\sqrt{١٣٦}$

أم = $\sqrt{١٣٦}$ سم

$\boxed{\text{توضع النقطة على بعد } \sqrt{١٣٦} \text{ سم من المركز}}$

وهو ما بين ١١ و ١٢ / ١١,٦٦سم

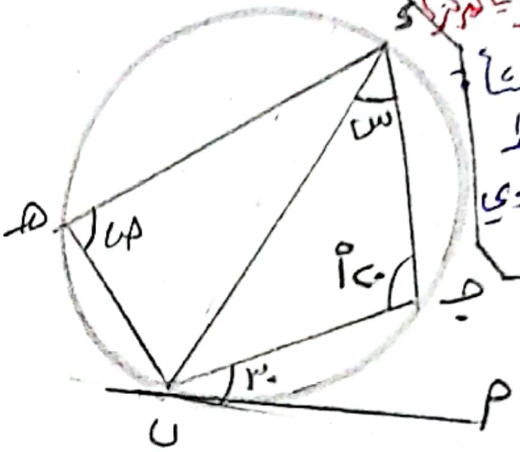
تمرين ١

(أ)

١/ جد قيم الزوايا

٢) لماذا ب د لا يمر بالمركز؟

لأن الزاوية المنشأة عليه على محيط الدائرة لا تساوي ٩٠°

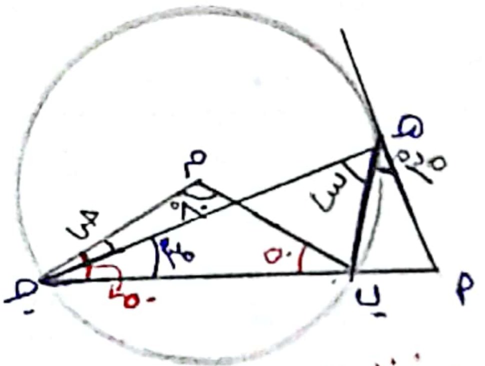


س = ٣٠° (نظرية ١٤)

ص = ١٨٠ − ١٢٠ (نظرية ٩)

⇐ ص = ٦٠°

(جـ)



س = $\frac{٨٠}{٢}$ (نظرية ٥)

⇐ س = ٤٠°

Δ ب م جـ : متساوي الساقين (أنصاف أقطار)

∴ زوايا القاعدة متساوية

وكلا منهما = $\frac{١٨٠-٨٠}{٢}$ = $\frac{١٠٠}{٢}$ = ٥٠°

ولكن ∢ أ هـ ب = ∢ ب جـ هـ

∴ ∢ ب جـ هـ = ٣٥°

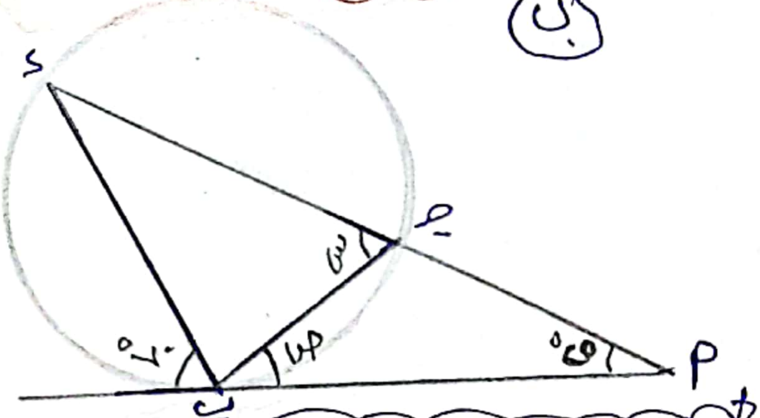
ولكن ص = ∢ ب م جـ − ∢ ب جـ هـ

⇐ ص = ٥٠° − ٣٥°

⇐ ص = ١٥°

تمرين ١

(ب)



س = ٧٠° (نظرية ١٤)

في Δ أ ب جـ

س : زاوية خارجية ∴ تساوي مجموع الزاويتين الداخليتين البعيدتين ماعدا المجاورة

∴ س = ٢٥ + ص

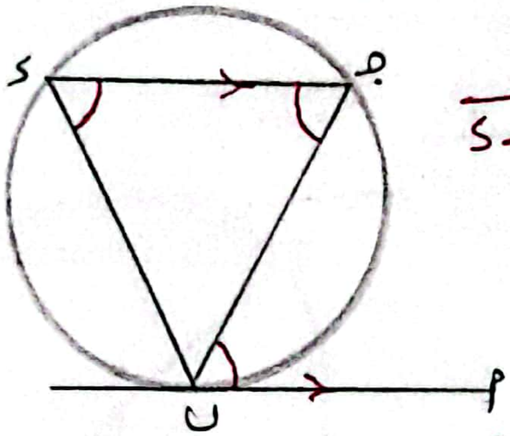
⇐ ص = س − ٢٥

⇐ ص = ٧٠ − ٢٥

⇐ ص = ٤٥°

تمرين (١٠)

٣



أب // جـ ء

أثبت أن:-

∠ ب جـ ء = ∠ ب ء جـ

الحل

البرهان:-

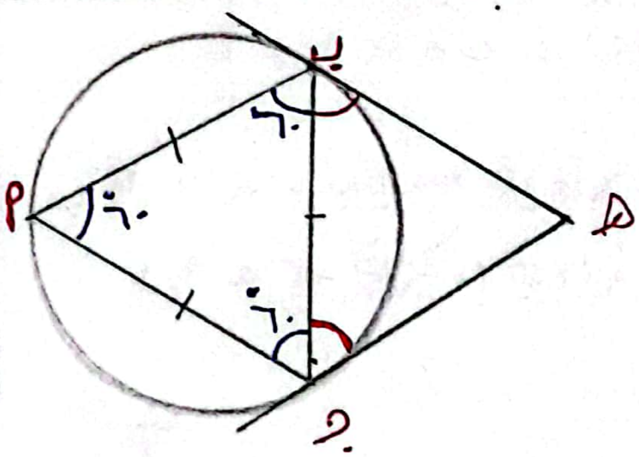
∠ أ ب جـ = ∠ ب ء جـ (نظرية ١٤) ← ①

∠ أ ب جـ = ∠ ب جـ ء (بالتبادل) ← ②

من ① و ②

∴ $\boxed{\text{∠ ب جـ ء = ∠ ب ء جـ}}$ #

٤



∠ هـ ب جـ = ∠ ب أ جـ = ٦٠° (نظرية ١٤)

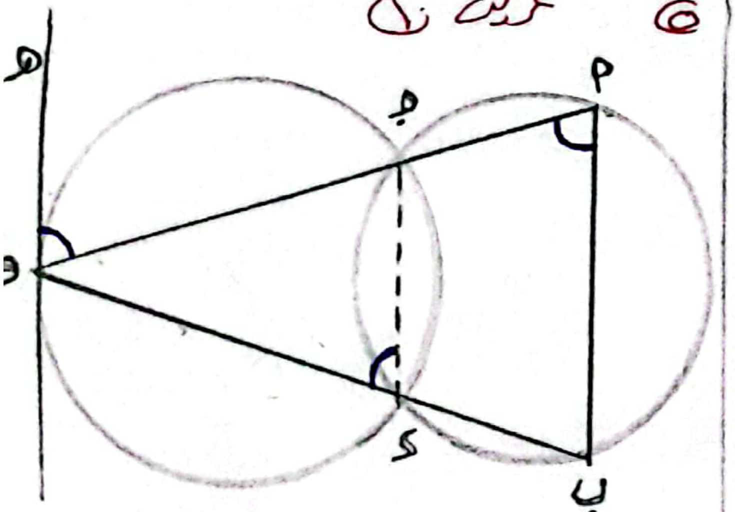
∠ هـ جـ ب = ∠ جـ أ ب = ٦٠° (نظرية ١٤)

مجموع زوايا المثلث = ١٨٠°

∴ ∠ ب هـ جـ = ٦٠° (المتبقي من الـ ١٨٠)

∴ Δ هـ ب جـ متساوي الأضلاع #

تمرين (١) ٥



معطى: هـو مماس

المطلوب إثباته: أب // هـو

العمل: نصل جـ ء

البرهان:-

∠ هـ و جـ = ∠ و ء جـ (نظرية ١٤) ①

∠ و ء جـ = ∠ جـ أ ب (نظرية ١٠) ②

من ① و ②

∴ ∠ جـ أ ب = ∠ هـ و جـ

∴ أب // هـو

يصنعان زوايا متبادلة متساوية مع القاطع أو

#

م. أسامة حامد سراي

00201206586766

00249110107531