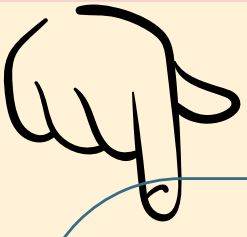
تم رفع الملف
عبر

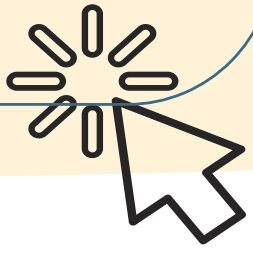
موقع الكتاب 24

للعودة الى الموقع اكتب في بحث جوجل

موقع الكتاب 24



alktab24.online



الهـــــدف

في الرياضيات

للصف الأول الثانوي

الفصل الدراسي الأول

أعداد ::أ: عبدالباسط محمود هاشم

شرح مبسط للمنهج

حل جميع تمارين الكتاب المدرسي

نماذج اختبارات مجاب عليها

❸ $(أ \cap ب) \cup (أ \cup ب') = أ$

أ	ب	$ب'$	$أ \cup ب'$	$(أ \cap ب)$
∈	∈	∉	∈	∈
∈	∉	∈	∈	∉
∉	∈	∉	∉	∉
∉	∉	∈	∉	∉

$(أ \cap ب) \cup (أ \cup ب')$
∈
∈
∉
∈

القانون غير صحيح

❹ $(أ \cup ب') \cup (أ \cup ب)' = أ$

أ	ب	$أ'$	$ب'$	$أ \cup ب'$	$(أ \cup ب')'$
∈	∈	∉	∉	∉	∉
∈	∉	∉	∈	∉	∉
∉	∈	∈	∉	∈	∉
∉	∉	∈	∈	∈	∉

$(أ \cup ب') \cup (أ \cup ب)'$
∉
∈
∈
∈

القانون غير صحيح

حل تمارين 1 – ب

) اثبت باستخدام جداول الانتماء وأشكال فن القوانين الآتية.

❶ أ ∩ ب = ب ∪ أ

أ	ب	أ ∩ ب
∋	∋	∋
∋	∌	∋
∌	∋	∋
∌	∌	∌

ب	أ	أ ∪ ب
∋	∋	∋
∌	∋	∋
∋	∌	∋
∌	∌	∌

متساويان

❷ أ ∪ (ب ∪ جـ) = (أ ∪ ب) ∩ (أ ∪ جـ)

أ	ب	جـ	ب ∪ جـ	أ ∪ (ب ∪ جـ)
∋	∋	∋	∋	∋
∋	∋	∌	∋	∋
∋	∌	∋	∋	∋
∋	∌	∌	∌	∋
∌	∋	∋	∋	∋
∌	∋	∌	∌	∌
∌	∌	∋	∌	∌
∌	∌	∌	∌	∌

أ ∪ ب	أ ∪ جـ	(أ ∪ ب) ∩ (أ ∪ جـ)
∋	∋	∋
∋	∋	∋
∋	∋	∋
∋	∋	∋
∋	∋	∋
∌	∋	∌
∌	∋	∌
∌	∌	∌

متساويان

الباب الأول (المجموعات)

قوانين جبر المجموعات

$\exists \cup \exists = \exists$	$\exists \cap \exists = \exists$
$\exists \cup \nexists = \nexists$	$\exists \cap \nexists = \nexists$
$\nexists \cup \exists = \nexists$	$\nexists \cap \exists = \nexists$
$\nexists \cup \nexists = \nexists$	$\exists - \exists = \nexists$
$\exists - \nexists = \exists$	$\nexists - \nexists = \nexists$
$\nexists - \exists = \nexists$	$(أ')' = أ$
$(أ \cup ب)' = أ' \cap ب'$	$(أ \cap ب)' = أ' \cup ب'$

إذا كانت $أ \subset ب$ فإن $أ \cap ب = أ$ ، $أ \cup ب = ب$

إذا كان اللوغاريتم للأساس هـ يستخدم lin

إذا كان اللوغاريتم للأساس عشرة يستخدم log

إذا كان اللوغاريتم عدد لعدد اخر $لو_5 7$ نحولها إلى $لو_7 \div لو_5$

حل تمارين 1 – أ

(جـ1 ـ)بين أيا من العبارات الآتية صحيحة أم لا :

(أ) $0 \in \{1,0\}$ صحيحة (ب) $\{0\} \in \{1,0\}$ خطأ (ج) خطأ

(د) $\{0\} \in \{\{0\},\{1\}\}$ صحيحة (هـ) $\{1,0\} \in \{1,0\}$ صحيحة

(جـ2 ـ)اكتب المجموعات الآتية بطريقة الوصف وطريقة القائمة

(أ) س = { أ : أ أسماء مدرسيك في هذه السنة } الوصف

س = { أحمد ، علي ، عصام ، سعاد ، محمد } القائمة

(ب) س = { أ : أ الاعداد الاولية المحصورة بين 30 ، 40 } الوصف

س = { 31 ، 37 } القائمة

(جـ) س = { أ : أ فاكهة فواكه الصيف في ليبيا } الوصف

س = { بطيخ ، تفاح ، موز ، شمام } القائمة

(د) ص = { أ : أ أسماء مواد حصص الجدول الاسبوعي } الوصف

ص = { علوم ، كيمياء ، عربي ، دين ، رياضيات ، فيزياء } القائمة

(جـ3 ـ)اوجد المجموعات الجزئية لكل من المجموعات الآتية

(أ) $\{\{1\}, \{2\}, \{2,1\}, \emptyset\}$

(ب) $\{\{ر\}, \{ص\}, \{ع\}, \{ر، ص\}, \{ر، ع\}, \{ص، ع\}, \{ر، ص، ع\}, \emptyset\}$

(جـ) $\emptyset$ (د) $\{\{ل\}, \emptyset\}$

جـ 4ـ بين أيا من العبارات متساوية وأيا منها متكافئة :

أ) {3 , 2 , 1} = ح { س ، س ∈ ط ، 1 ≤ س ≤ 3 }

ب) {2} - و { س : س ∈ (محصورة بين 1 ، 3) }

جـ) حروف كلمة قلب = ز { س : س حروف كلمة لبق }

د) { س : س عدد أولي أقل من 15 } - هـ { 2 , 3 , 5 , 7 }

أ	تكافيء ≡	جـ	تكافيء ≡	ز	تكافيء ≡ ج

المجموعة المتساوية لها نفس العناصر

المجموعة المتكافئة لها نفس عدد العناصر ولا يشترط العناصر

جـ5ـ) اذا كانت أ= {1 , 2 , 3 , 4} ، ب = {3 , 4 , 5 , 6}

أ = {1 , 2 , 3 , 4} ب = {3 , 4 , 5 , 6}

ش = {1 , 2 , 3 , 4 ..... 10}

(أ) أ ∩ ب = {3 , 4} أ ∪ ب = {1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6}

أ ـ ب = {1 , 2}

(ب) ش - {أ ∪ ب}

= {1 , 2 , 3 , 4 ..... 9} - {1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6}

= {7 , 8 , 9}

(جـ) ش - {أ ∩ ب} =

= {1 , 2 , 3 , 4 ..... 9} - {3 , 4}

= {1 , 2 , 5 , 6 , 7 , 8}

(د) {أ ∩ ب} ∪ {أ ∩ ب} = {3 , 4} ∪ {3 , 4} = {3 , 4}

(جـ6 ـ بين الصح والخطأ مع ذكر السبب اذا كانت المجموعة أ = {1 ، 2}

(أ) أ ∈ {ب ، جـ} خطأ

(ب) أ ⊇ {ب ، جـ} خطأ

(جـ) أ ∋ ∅ صحيحة

(د) أ ⊇ {{ب ، جـ}} خطأ

(هـ) أ ⊇ {2} صحيحة

(و) أ ∋ 1 خطأ

(جـ7 ـ)

(أ) أ = {1 ، 2} ب = {3 ، 4}

ن {أ ∪ ب} = 4

ن (أ) + ن (ب) = 2 + 2 = 4

(ب) تكون ن (أ ∪ ب) = ن (أ) + ن (ب)

إذا كانتا المجموعتان متباعدتان أي ليس بينهما عناصر مشتركة

(8) ليس من الصحيح أن (أ ∩ ب) ∪ جـ = أ ∩ (ب ∪ جـ)

الصحيح (أ ∩ ب) ∪ جـ = (أ ∩ ب) ∪ (أ ∩ جـ)

□

❻ $(أ \cup ب)' = أ' \cap ب'$

أ	ب	أ ∪ ب	$(أ \cup ب)'$
∈	∈	∈	∉
∈	∉	∈	∉
∉	∈	∈	∉
∉	∉	∉	∈

$أ'$	$ب'$	$أ' \cap ب'$
∉	∉	∉
∉	∈	∉
∈	∉	∉
∈	∈	∈

متساويان

ب) اثبت صحة أو عدم صحة القوانين

❶ $(أ')' = أ$

أ	$أ'$
∈	∉
∉	∈

$(أ')'$
∈
∉

متساويان

❷ $أ - ب = أ \cap ب'$

أ	ب	أ - ب
∈	∈	∈
∈	∉	∈
∉	∈	∉
∉	∉	∉

أ	$ب'$	$أ \cap ب'$
∈	∉	∈
∈	∈	∈
∉	∉	∉
∉	∈	∉

متساويان

❺ (أ ∪ ب) − جـ = أ − جـ

أ	ب	جـ	ب ∪ جـ	(أ ∪ ب) − جـ
∈	∈	∈	∈	∉
∈	∉	∈	∈	∈
∈	∈	∉	∈	∉
∈	∉	∉	∈	∉
∉	∈	∈	∈	∉
∉	∉	∈	∈	∉
∉	∈	∉	∈	∉
∉	∉	∉	∉	∉

أ − جـ
∉
∈
∉
∈
∉
∉
∉
∉

عدم صحة القانون

❻ أ − (ب − جـ) = (أ − ب) − جـ

أ	ب	جـ	ب − جـ	أ − (ب − جـ)
∈	∈	∈	∉	∈
∈	∉	∈	∉	∈
∈	∉	∉	∉	∈
∉	∈	∈	∉	∉
∉	∈	∉	∈	∉
∉	∉	∈	∉	∉
∉	∉	∉	∉	∉

أ − ب	جـ	(أ − ب) − جـ
∉	∈	∉
∈	∉	∈
∈	∈	∉
∉	∈	∉
∉	∈	∉
∉	∉	∉
∉	∉	∉

عدم صحة القانون

حل تمارين ا – جـ

باستخدام جبر المجموعات اثبت ان :

❶ $(أ \cap ب)' = (أ' \cup ب')$

نفرض أن $س \in (أ \cup ب)'$

$\therefore س \notin أ \cup ب$

$\because س \notin أ \ ، \ س \notin ب$

$\therefore س \in (أ' \cup ب')$

$\therefore (أ \cap ب)' = (أ' \cup ب')$

---

❷ $أ \cup ب = أ \cup (ب - أ)$

نفرض أن $س \in (أ \cup ب)$

$س \notin أ' \ ، \ س \notin ب'$

$س \in أ$ أو $س \in ب$

$س \in ب$ أو $أ$

$س \in (أ \cup ب)$

$\therefore أ \cup ب = أ \cup (ب - أ)$

---

❸ $أ \cap (ب \cup جـ) = (أ \cap ب) \cup (أ \cap جـ)$

نفرض أن $س \in أ \ ، \ س \in ب \ ، \ س \in جـ$

$س \in أ ، ب$ أو $س \in أ ، جـ$

$س \in (أ \cap ب)$ أو $س \in (أ \cap جـ)$

$\therefore س \in (أ \cap ب) \cup (أ \cap جـ)$

❹ اثبت ان: $(أ \cup ب)' - أ' \cap ب'$

نفرض ان $س \in (أ \cup ب)'$

$س \notin (أ \cup ب)$

$س \notin أ \ ، \ س \notin ب$

$\therefore س \in أ' \ ، \ س \in ب'$

$س \in أ' \cup ب'$

$\therefore (أ \cup ب)' - أ' \cap ب'$

---

❺ اثبت ان: $(أ - ب) \cap ب - \emptyset$

نفرض ان $س \in (أ - ب) \cap ب$

$\therefore س \notin أ \ ، \ س \notin ب \ ، \ س \in ب$

$\because س \notin ب \ ، \ س \in ب$ هذا مرفوض

$\therefore (أ - ب) \cap ب - \emptyset$

باستخدام الفرض اثبت ان :

❶ $أ - (أ \cup أ) - أ$

نفرض ان $س \in (أ \cup أ)$

$س \in أ$ و $س \in أ$

$\therefore (أ \cup أ) = أ$ $س \in أ$

❷ (أ ∩ ب)′ = أ′ ∪ ب′

نفرض ان س ∈ (أ ∩ ب)′ ⇒ س ∉ أ ∩ ب أو س ∈ أ′

س ∈ أ ⇒ س ∉ ب أو س ∈ أ′

∴ س ∈ أ ⇒ س ∉ ب أو س ∈ أ′ ⇒ س ∈ ب

(عكس النقيض)

∴ س ∈ أ′ ∪ ب′ ∴ (أ ∩ ب)′ = أ′ ∪ ب′

---

❸ (أ ∪ ب) ∩ (أ′ ∪ ب)′ = ب

نفرض ان س ∈ (أ ∪ ب) ∩ (أ′ ∪ ب)′

∴ س ∈ ب ، س ∈ أ أو س ∈ ب ، س ∈ أ′

∴ س ∈ ب ، س ∈ أ أو س ∈ ب ، س ∉ أ

∵ س ∈ أ ، س ∈ أ هذا تناقض

∴ س ∈ ب

∴ (أ ∪ ب) ∩ (أ′ ∪ ب)′ = ب

---

❹ أ ∪ (ب ∩ جـ) = (أ ∪ ب) ∩ (أ ∪ جـ)

نفرض ان س ∈ أ ∪ (ب ∩ جـ) ..... (1)

∴ س ∈ أ أو [س ∈ ب ، س ∈ جـ]

∴ س ∈ أ أو س ∈ ب و س ∈ أ أو س ∈ جـ

∴ س ∈ (أ ∪ ب) ∩ (أ ∪ جـ) ..... (2)

∴ أ ∪ (ب ∩ جـ) = (أ ∪ ب) ∩ (أ ∪ جـ)

❺ إذا كان أ ⊂ ب ، ب ⊂ جـ فإن أ ⊂ جـ

نفرض ان س ∈ أ ∵ ب ⊂ جـ ∴ س ∈ ب

∵ ب ⊂ جـ س ⊂ جـ

∵ س ∈ أ ، ب ، جـ ∴ أ ⊂ جـ

حل تمارين أ – د

(أ) أ = { 7 , 6 , 5 } ، ب = { 1 ، $\sqrt[3]{}$ }

أ × ب = { (1 , 5) ، (5 ، $\sqrt[3]{}$) ، (1 ، 6) ، (6 ، $\sqrt[3]{}$) ، (1 ، 7) ، (7 ، $\sqrt[3]{}$) }

ب × أ = { (5 , 1) ، ($\sqrt[3]{}$ ، 5) ، (6 ، 1) ، ($\sqrt[3]{}$ ، 6) ، (7 ، 1) ، ($\sqrt[3]{}$ ، 7) }

(ب) ❶ أ = { 1 , 2 , 3 } ، ب = { 2 ، 3 ، 4 }

$أ^2$ = { (1 , 1) ، (2 , 1) ، (3 , 1) ، (2 , 2) ، (3 , 2) ، (1 , 3) ، (2 , 3) ، (3 , 3) }

$ب^2$ = { (2 , 2) ، (3 , 2) ، (4 , 2) ، (3 , 3) ، (4 , 3) ، (2 , 4) ، (3 , 4) ، (4 , 4) }

أ × ب = { (1 , 5) ، (5 ، $\sqrt[3]{}$) ، (1 ، 6) ، (6 ، $\sqrt[3]{}$) ، (1 ، 7) ، (7 ، $\sqrt[3]{}$) }

ب × أ = { (5 , 1) ، ($\sqrt[3]{}$ ، 5) ، (6 ، 1) ، ($\sqrt[3]{}$ ، 6) ، (7 ، 1) ، ($\sqrt[3]{}$ ، 7) }

❷ $أ^2 \cap ب^2$ = { (2 , 2) ، (3 , 3) ، (2 , 3) }

❸ $أ^2 \cup ب^2$ = { (1 , 1) ، (2 , 1) ، (3 , 1) ، (2 , 2) ، (3 , 2) ، (1 , 3) ، (2 , 3) ،

(3 , 3) ، (4 , 2) ، (2 , 3) ، (4 , 3) ، (2 , 4) ، (3 , 4) ، (4 , 4) }

□

❼ أ − (ب ∪ جـ) = (أ − ب) ∪ (أ − جـ)

أ	ب	جـ	ب ∪ جـ	أ − (ب ∪ جـ)
∈	∈	∈	∈	∉
∈	∈	∉	∈	∉
∈	∉	∈	∈	∉
∈	∉	∉	∉	∈
∉	∈	∈	∈	∉
∈	∉	∈	∈	∉
∈	∉	∉	∉	∉
∉	∉	∈	∈	∉

أ − ب	أ − جـ	(أ − ب) ∪ (أ − جـ)
∉	∉	∉
∉	∈	∈
∈	∉	∈
∈	∈	∈
∉	∉	∉
∉	∉	∉
∉	∉	∉
∉	∉	∉

عدم صحة القانون

❽ أ ∪ (ب ∩ ب′) = أ

أ	ب	ب′	ب ∩ ب′
∈	∈	∉	∉
∈	∉	∈	∉
∉	∈	∉	∉
∉	∉	∈	∉

أ ∪ (ب ∩ ب′)
∈
∈
∉
∉

القانون صحيح

من الجدول

العمود الأول أ = العمود الأخير أ ∪ (ب ∩ ب′)

∴ القانون صح

❸ ب × (أ ∪ جـ) = (ب × أ) ∪ (ب × جـ)

الأيمن = {3 , 2} × {7 , 5 , 4 , 3}

= {(4 , 3) , (3 , 3) , (7 , 2) , (5 , 2) , (4 , 2) , (3 , 2)}

{(7 , 3) , (5 , 3)

الأيسر = {(5 , 3) , (4 , 3) , (3 , 3) , (5 , 2) , (4 , 2) , (3 , 2)}

∪ {(7 , 3) , (5 , 3) , (4 , 3) , (3 , 3) , (5 , 2) , (4 , 2) , (3 , 2)}

∴ الأيمن = الأيسر

❹ (أ × ب) - (جـ × أ) = [(أ - جـ) × ب] ∪ [أ × (ب - جـ)]

الأيمن = {(3 , 5) , (2 , 5) , (3 , 4) , (2 , 4) , (3 , 3) , (2 , 3)}

- {(5 , 7) , (4 , 7) , (3 , 7) , (5 , 3) , (4 , 3) , (3 , 3)}

= {(3 , 5) , (2 , 5) , (3 , 4) , (2 , 4) , (2 , 3)}

الأيسر = {5 , 4} × {3 , 2} ∪ {5 , 4 , 3} × {2}

= {(3 , 5) , (2 , 5) , (3 , 4) , (2 , 4)}

{(2 , 5) , (2 , 4) , (2 , 3)} ∪

= {(2 , 3) , (3 , 5) , (2 , 5) , (3 , 4) , (2 , 4)}

∴ الأيمن = الأيسر

□

④ $(أ \times ب) \cap (ب \times أ) = \emptyset$

(جـ) $أ = \{5,4,3\}$ ، $ب = \{3,2\}$ $جـ = \{7,3\}$

① الأيمن $= \{5,4,3\} \times \{3\}$

$= \{(3,5),(3,4),(3,3)\}$

الأيسر $= \{(3,3),(2,4),(3,4),(2,5),(3,5),(3,5)\}$

$\cap \{(3,3),(3,4),(7,3),(3,4),(7,5),(3,5)\}$

$= \{(3,5),(3,4),(3,3)\}$

∴ الأيمن = الأيسر

② $(أ \cup ب) \times جـ - (أ \times جـ) \cup (ب \times جـ)$

الأيمن $= \{5,4,3,2\} \times \{7,3\}$

$= \{(3,2),(7,2),(3,3),(7,3),(3,4),(7,4),$

$(7,5),(3,5)\}$

الأيسر $= \{(3,3),(7,3),(3,4),(7,4),(3,5),(7,5)\}$

$\cup \{(3,2),(7,2),(3,3),(7,3)\}$

$= \{(3,3),(7,3),(3,4),(7,4),(3,5),(7,5),$

$(3,2),(7,2)\}$

∴ الأيمن = الأيسر

حل تمارين أ – هـ

❶ إذا كانت أ = { 3 ، 4 ، 5 } ، ب = { 7 ، 8 }

اكتب العلاقات :-

ع$_1$ = { (س ، ص) : ص = 5 + س }

ع = { (3 ، 7) ، (3 ، 8) ، (4 ، 7) ، (4 ، 8) ، (5 ، 7) ، (5 ، 8) }

ع$_1$ = 5 + 3 = 8 ∴ (3 ، 8) ∈ ع

ع$_1$ = 5 + 4 = 9 ∴ (4 ، 9) ∉ ع

ع$_1$ = 5 + 5 = 10 ∴ (5 ، 10) ∉ ع

∴ ع$_1$ = { (3 ، 8) } نطاق ع$_1$ = { 3 ، 4 ، 5 } ، المدى = { 8 }

ع$_2$ = 7 - 1 = 6 ∴ (3 ، 7) ∈ ع

ع$_2$ = 8 - 1 = 7 ∴ (4 ، 8) ∈ ع

ع$_2$ = { (3 ، 7) ، (4 ، 8) }

نطاق ع$_2$ = { 3 ، 4 ، 5 } ، المدى = { 7 ، 8 }

ع$_3$ = س > ص

ع$_3$ = ∅

نطاق ع$_3$ = { 3 ، 4 ، 5 } المدى = ∅

ع$_4$ = { (3 ، 7) ، (3 ، 8) ، (4 ، 7) ، (4 ، 8) ، (5 ، 7) ، (5 ، 8) }

نطاق ع$_4$ = { 3 ، 4 ، 5 } ، المدى = { 7 ، 8 }

حل تمارين أ – هـ

❶ إذا كانت أ = { 3 ، 4 ، 5 } ، ب = { 7 ، 8 }

اكتب العلاقات :-

ع$_1$ = { (س ، ص) : ص = 5 + س }

ع = { (3 ، 7) ، (3 ، 8) ، (4 ، 7) ، (4 ، 8) ، (5 ، 7) ، (5 ، 8) }

ع$_1$ = 5 + 3 = 8 ∴ (3 ، 8) ∈ ع

ع$_1$ = 5 + 4 = 9 ∴ (4 ، 9) ∉ ع

ع$_1$ = 5 + 5 = 10 ∴ (5 ، 10) ∉ ع

∴ ع$_1$ = { (3 ، 8) } نطاق ع$_1$ = { 3 ، 4 ، 5 } ، المدى = { 8 }

ع$_2$ = 7 - 1 = 6 ∴ (3 ، 7) ∈ ع

ع$_2$ = 8 - 1 = 7 ∴ (4 ، 8) ∈ ع

ع$_2$ = { (3 ، 7) ، (4 ، 8) }

نطاق ع$_2$ = { 3 ، 4 ، 5 } ، المدى = { 7 ، 8 }

ع$_3$ = س > ص

ع$_3$ = ∅

نطاق ع$_3$ = { 3 ، 4 ، 5 } المدى = ∅

ع$_4$ = { (3 ، 7) ، (3 ، 8) ، (4 ، 7) ، (4 ، 8) ، (5 ، 7) ، (5 ، 8) }

نطاق ع$_4$ = { 3 ، 4 ، 5 } ، المدى = { 7 ، 8 }

حل تمارين أ – و

❶ ميز بين الأشكال من حيث أنها بيانات لدوال أم لا؟

ص = $\frac{1}{س}$ دالة

ص = $\sqrt{س}$ دالة

ص = | س | دالة

$ص^2 + س^2 = 9$ ليست دالة

تعريف الدالة هي أي خط رأسي يقطع الدالة في نقطة واحدة فقط

❷ الدوال المتساوية

(ب) $د_1(س) = \frac{1}{\sqrt{س^2}}$ ، $د_2(س) = |س|$

(د) $د_1(س) = \frac{س^3 + 1}{س^3 + 1}$ ، $د_2(س) = 1$

❸ الدالتان $د_1(س) = \sqrt{س^2 + 1} - 1$ ، $د_2(س) = \frac{س^2}{\sqrt{س^2 + 1} - 1}$

غير متساويتان

لأن $د_2$ غير معرفه عند س = صفر

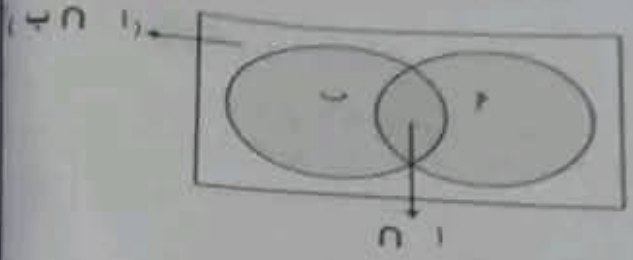
□

❺ اكبر عدد لعناصر س ∩ ص = 5 ، اصغر عدد لعناصر س ∩ ص = ∅

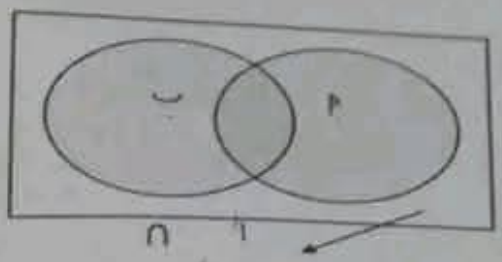
اكبر عدد لعناصر س ∪ ص = 14 ، اصغر عدد لعناصر س ∪ ص = 9

❻ حقق: (أ ∩ ب)′ = أ′ ∪ ب′

الايمن -

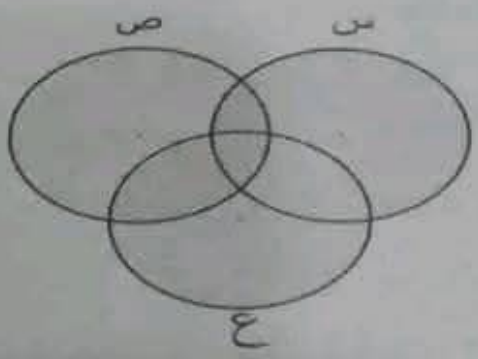


الايسر -

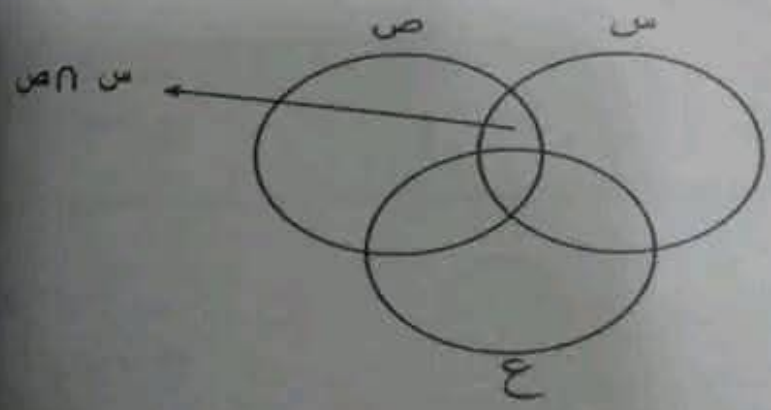


❼

ع ∪ (س ∩ ص)



س ∩ (ص ∪ ع)



ورقة المراجعة 1 ص 42

2) أوجد كلا مما يأتي:

ش = {1, 2, 3, 4, ..., 10}

(i) س′ = {1, 3, 5, 7, 8, 9, 10}

ص′ = {1, 4, 6, 7, 9, 10}

ع′ = {2, 4, 6, 8, 10}

م′ = {1, 3, 5, 7, 9, 10}

(ii)

س ∪ ص = {1, 2, 3, 4, 5, 8}

ص ∪ م = {1, 2, 3, 5, 8, 4, 6}

س ∪ ع = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9}

س ∪ م = {2, 4, 6, 8}

(iii)

س ∩ ص = {2}

س ∩ ع = { } = ∅

س ∩ م = {2, 4, 6}

ص ∪ م = {2, 8}

(iv) س - ص = {4, 6}

س - ع = {2, 4, 6}

ص - ع = {2, 8}

(v) ص ∩ ع′ = {1, 2, 3, 5, 8} ∩ {2, 4, 6, 8, 10}

= {2, 8}

س′ ∩ ص = {1, 3, 5, 7, 8, 9, 10} ∩ {1, 2, 3, 5, 8}

= {1, 3, 5, 8}

ع ∩ م′ = {10,9,7,5,3,1} ∩ {10,8,6,4,2} = ∅

ع′ ∪ م′ = {10,9,7,5,3,1,10,8,6,4,2} = ش

(vi) (س ∪ ص) ∪ ع = {9,7,5,3,1} ∪ {8,5,3,1,6,4,2}
= {9,7,8,5,3,1,6,4,2}

س ∪ (ص ∪ م) = {8,6,4,2,9,7,5,3,1} ∪ {6,4,2}
= {8,9,7,5,3,1,6,4,2}

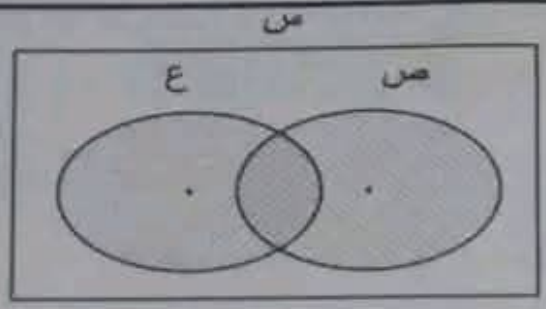
(vii) (س ∩ ص) ∪ ع = {9,7,5,3,1} ∪ {2}
= {(9,2)، (7,2)، (5,2)، (3,2)، (1,2)}

س ∩ (ع ∪ م) = {6,4,2} ∩ ∅ = ∅

❷ س = {1,2 ..... 8}
ص = {10 ..... 15}
س ∪ ص = {1,2 ..... 15}
س ∩ ص = ∅
س - ص = {1,2 ..... 8}
ص - س = {10 ..... 15}
س - ص′ = {1,2 ....8} - {1,2 ...,8 ..16,17} = ∅
ص′ - س = {1,2 ... 8 ...., 16,17} - {1,2 ...,8}
= {16,17,18 .... ∞}

❸ أ = {1,2,4}
ب = {2,4,5}
ج = {1,2,3}
أ ∩ ب ∩ ج = {2}

س ∩(ص ∪ ع)



---

❾ (أ) ص = $\sqrt{\text{س} - 5}$

النطاق = { 5 , 6 , 7 , 8 , 9 ..... }

المدى = { 0 , 1 , 2 , 3 , 4 ..... }

(ب) ص = $\sqrt{\ }$ − س

النطاق = { 5 , 1- , 2- , 3- , 4- ..... }

المدى = { 0 , 1 , $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, 2 , $\sqrt{5}$ ..... }

(جـ) ص = − $\sqrt{\ }$ − س

النطاق = { 0 , 1- , 2- , 3- , 4- ..... }

المدى = { 0 , 1- , − $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ - , 2 - , ... }

المكان - ك - { 0 , 5 }

المدى = { $\frac{1}{4-}$, $\frac{1}{6-}$, $\frac{1}{4-}$, ... }

هـ س < 1

$\{3,2,1\} = \{3,2,1\} \cup \{5,1\} =$ أ ∪ ب

$\{3,2,1\} = \{4,2\} =$ (أ ∪ ب)′

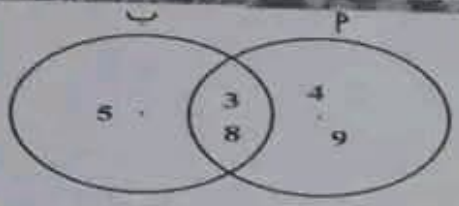
$\{5\} = \{1,4,2,3\} =$ (أ ∪ ب ∪ ج)′

$\{5\} = \{5,3,1\} \cap \{5,1\} =$ أ ∩ ب′

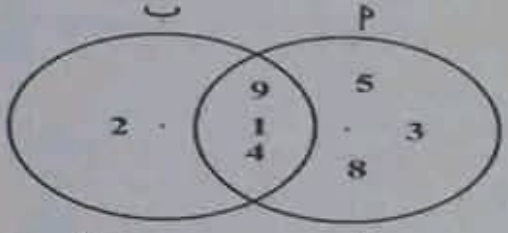
$\{5,1\} = \{4,2,3\} =$ (أ ∪ ب)′

---

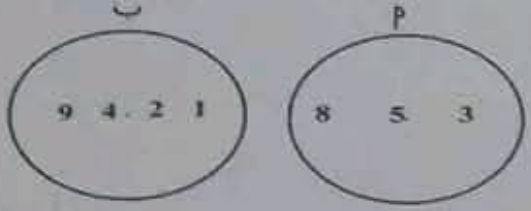
❻ أ ∪ ب



ب ∪ ج



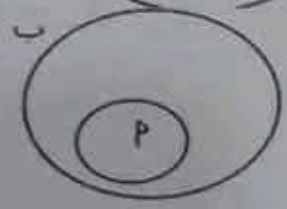
ب ∪ ج



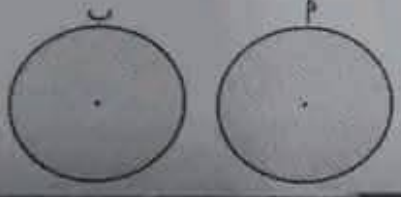
❼

أ ∪ ب = أ

أ ∪ ب = ب



أ ∪ ب = ∅



المدى = { 1 ، $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ، $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{\sqrt{5}}$ ، ..... }

و المميز ب^2 − 4 أ

$= 4 - 4 \times 1 \times 5 = -16$

الدالة موجبة لكل الاعداد

النطاق ك

المدى = ك

(10) د$_1$ (س) = 1

د$_2$ (س) = $\frac{\text{س}}{\text{س}}$ = 1

∴ د$_1$ (س) = د$_2$ (س)

د$_1$ (س) = س + 1

د$_2$ (س) = $\frac{(\text{س}+1)^2}{\text{س}+1}$ = س + 1

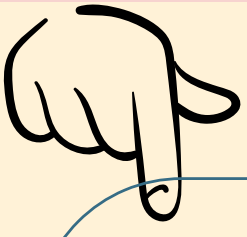
∴ د$_1$ (س) = د$_2$ (س)

تم رفع الملف
عبر

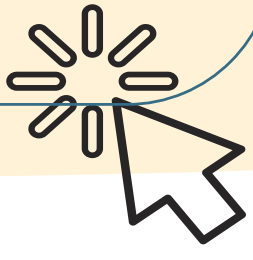
موقع الكتاب 24

للعودة الى الموقع اكتب في بحث جوجل

موقع الكتاب 24



alktab24.online



الباب الثاني الأسس ① والأعداد غير القياسية واللوغاريتمات

تمرين 2-1

① أكتب كلا مما يأتي في صورة ناتج حاصل ضرب عوامل أولية :-

(أ) $3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ (ب) $5^3 = 5 \times 5 \times 5$

(ج) $2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ (د) $س^3 = س \times س \times س$

(هـ) $ص^4 = ص \times ص \times ص \times ص$

---

② أكتب كلا من يأتي في الصورة الأسية :-

(أ) $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$ (ب) $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$

(ج) $ط \times ط \times ط \times ط \times ط \times ط = ط^6$ (د) $ف \times ف \times ف \times ف = ف^4$

---

③ أكتب $9 \times 9 \times 9$ في الصورة الأسية مستخدماً

(أ) الأساس 9 ← 9^3

(ب) الأساس 3 ← $(3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3) = 3^6$

[2] ④ أكتب الآتي في الصورة الأسية مستخدماً الأساس الموجود بين القوسين.

أ) 125 (الأساس 5) ← $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ ب) 64 (الأساس 4) ← $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

ج) 49 (الأساس 7) ← $7 \times 7 = 7^2$ د) 1000 (الأساس 10) ← $10 \times 10 \times 10 = 10^3$

هـ) 216 (الأساس 6) ← $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ و) 256 (الأساس 2) ← $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^8$

تمرين 2-ب

أستخدم القانون الأول للأسس في أختصار الآتي:-

أ) $2^5 = 2^2 \times 2^3$ ب) $3^4 = 3^2 \times 3^2$ ج) $2^9 = 2^5 \times 2^4$ د) $7^6 = 7^2 \times 7^4$

هـ) $P^{16} = P^6 \times P^{10}$ و) $س^{12} = س^5 \times س^7$ ز) $ع^{14} = ع^7 \times ع^7$

تمرين 2-د

① أستخدم القانون الأول للأسس لأختصار كل من الآتي:-

أ) $3س^4ص \times 3س^5ص$ ← $3س^9$ ب) $P^3 P^8 \times P^9$ ← P^{12}

ج) $ص^2 \times 2ص^6$ ← $2ص^6$ د) $ه^5 \times 7ه^8$ ← $7ه^{13}$

هـ) $م \times م^4 و$ ← $م^5 و$ و) $3ن^5 \times 4ن^7$ ← $12ن^{12}$

3

2 مستخدماً القانون الأول للأسس اختصر كلاً من الآتي :-

أ) $س^{2}ص^{2} \times س^{5}$ ← $س^{7}ص^{2}$

ب) $ب^{7}ب^{3} \times ب^{4}$ ← $ب^{7}ب$

جـ) $ع^{7} \times ع^{8}$ ← $ع^{15}$

د) $ص^{3} \times ص^{5} \times ص^{5}$ ← $ص^{13}$

هـ) $س^{2}ص \times س^{6}ص$ ← $س^{8}ص$

و) $ب^{4}ب^{2} \times ب^{4}$ ← $ب^{10}$

ز) $2س^{2}ص^{3} \times 3س^{6}ص$ ← $6س^{8}ص^{4}$

ح) $ب^{2}ب^{5} \times 2ب^{2} \times 8ب^{2}$ ← $16ب^{7}$

ط) $ن^{3}هـ^{3} \times 3ن^{4}هـ^{4} \times 7ن$ ← $21ن^{8}هـ^{7}$

ك) $ط^{2}ك^{3} \times 3ك^{2}ط^{2} \times 5ك^{2}$ ← $15ك^{3}ط^{3}$

ل) $ن^{4}ن^{3}ل^{3} \times 4ن^{3}ل^{4} \times 3ل^{2}$ ← $12ل^{7}ن^{7}$

م) $ص^{2}س^{3} \times 5س^{4}ص^{3} \times 9س^{2}ص^{2}$ ← $45س^{6}ص^{5}$

تمرين 2-ج

1) أكمل الجدول الآتي :-

$2 = 2^{1}$	$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{6}$
$4 = 2 \times 2 = 2^{2}$	$128 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{7}$
$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^{3}$	$256 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{8}$
$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{4}$	$512 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{9}$
$32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{5}$	$1024 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{10}$

[4]

(2) استخدم القانون الثاني للأسس لاختصار كلا من الآتي، ثم استخدم الجدول الموجود في السؤال (1) لحساب القيمة.

(أ) $2^{6} = 2^{2-6} = 2^{4} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = (16)$

(ب) $\frac{10^{9}}{10^{6}} = 10^{6-9} = 10^{3} = 10 \times 10 \times 10 = (1000)$

(ج) $\frac{2^{9}}{2^{4}} = 2^{4-9} = 2^{5} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = (32)$

(د) $\frac{ن^{6}}{ن} = ن^{1-6} = ن^{5} = ن \times ن \times ن \times ن \times ن$

(هـ) $2^{12} \div 2^{5} = \frac{2^{12}}{2^{5}} = 2^{5-12} = 2^{7} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = (128)$

(و) $\frac{س^{12}}{س^{9}} = س^{9-12} = س^{3} = س \times س \times س$

تمرين 2-هـ

(1) اختصر الآتي

(أ) $\frac{ص^{6} ع^{2}}{ص^{4} ع^{6}} = ص^{6-4} ع^{2-6} = ص^{2} ع^{-4}$

(ب) $\frac{س^{2} ص^{3}}{س^{3} ص^{2}} = س^{2-3} ص^{3-2} = س^{-1} ص$

(ج) $\frac{ك^{4} ل^{3}}{ك^{7} ل^{4}} = ك^{4-7} ل^{3-4} = ك^{-3} ل^{-1}$

(د) $\frac{ن^{5} ه^{2}}{ن^{10} ه^{4}} = ن^{5-10} ه^{2-4} = ن^{-5} ه^{-2}$

(هـ) $\frac{ك^{14} ل^{9}}{ك^{8} ل^{5}} = ك^{14-8} ل^{9-5} = ك^{6} ل^{4}$

(و) $\frac{ص^{12} ع^{3}}{ص^{15} ع^{4}} = ص^{12-15} ع^{3-4} = ص^{-3} ع^{-1}$

5

(2) أستخدم القانونين الأول والثاني في اختصار الآتي :-

(أ) $3^{5}=3^{5-10}=\frac{3^{10}}{3^{5}}=\frac{3^{3+7}}{3^{5}}=\frac{3^{3}\times 3^{7}}{3^{5}}$

(ب) $2^{7}=2^{2-9}=\frac{2^{9}}{2^{2}}=\frac{2^{5+6}}{2^{2}}=\frac{2^{5}\times 2^{6}}{2^{2}}$

(ج) $2^{6}=2^{5-11}=\frac{2^{11}}{2^{5}}=\frac{2^{1+2+8}}{2^{5}}=\frac{2\times 2^{2}\times 2^{8}}{2^{5}}$

(د) $2^{9}=\frac{2^{21}}{2^{12}}=\frac{2^{6+15}}{2^{12}}=\frac{2^{6}\times 2^{15}}{2^{12}}$

(هـ) $3^{7}=3^{7-14}=\frac{3^{14}}{3^{7}}=\frac{3^{1+3+10}}{3^{7}}=\frac{3\times 3^{3}\times 3^{10}}{3^{7}}$

(و) $2=\frac{2}{2}=2^{13-14}=\frac{2^{14}}{2^{13}}=\frac{2^{4+2+8}}{2^{1+12}}=\frac{2^{4}\times 2^{2}\times 2^{8}}{2\times 2^{12}}$

(ز) $3=3^{1}=3^{16-17}=\frac{3^{17}}{3^{16}}=\frac{3^{1+9+7}}{3^{5+11}}=\frac{3\times 3^{9}\times 3^{7}}{3^{5}\times 3^{11}}$

---

(3) أختصر الآتي :-

(أ) $(p^{3})^{3}=p^{9-12}=\frac{p^{5+7}}{p^{9}}=\frac{p^{5}\times p^{7}}{p^{9}}$

(ب) $1=\frac{س^{4}}{س^{4}}=\frac{س^{2+2}}{س^{4}}=\frac{س^{2}\times س^{2}}{س^{4}}$

(ج) $(p^{3})^{3}=p^{8-11}=\frac{p^{6+5}}{p^{8}}=\frac{p^{6}\times p^{5}}{p^{8}}$

(د) $ن^{4}=ن^{4-8}=\frac{ن^{3+5}}{ن^{4}}=\frac{ن^{3}\times ن^{5}}{ن^{4}}$

(هـ) $(س^{4})^{3}=\frac{س^{8}\times س^{12}}{س^{3}\times س^{3}}=\frac{س^{5}\times س^{3}\times س^{6}}{س^{3}\times س^{3}}$

(و) $ن^{15}=ن^{1}\times ن^{15-5}=\frac{ن^{2+3}}{ن^{4}}=\frac{ن^{2}\times ن^{3}\times ن^{5}}{ن^{4}}$

(ز) $(2^{7})^{2}=2^{6-13}=\frac{2^{13}}{2^{6}}=\frac{2^{8}\times 2^{5}}{2^{4}\times 2^{2}}$

(ح) $ن^{10}=ن^{10-12}=\frac{ن^{12}}{ن^{10}}=\frac{ن^{9+3}}{ن^{6+4}}=\frac{ن^{9}\times ن^{3}}{ن^{6}\times ن^{4}}$

تمرين 2.2 ز

عبر عن كل مما يأتي في أبسط صورة

(1) $\frac{8}{3} = \frac{4\times2}{3} = {}^{4}(\frac{2}{3})$	(2) $\frac{18}{5} = \frac{6\times3}{5} = {}^{6}(\frac{3}{5})$	(3) $\frac{20}{8} = \frac{5\times4}{8} = {}^{5}(\frac{4}{8})$
(4) $\frac{15}{ع} = \frac{3\times5}{ع} = {}^{3}(\frac{5}{ع})$	(5) $\frac{24}{ف} = \frac{4\times6}{ف} = {}^{4}(\frac{6}{ف})$	(6) $\frac{6}{ف} = \frac{2\times3}{ف} = {}^{2}(\frac{3}{ف})$

تمرين 2.2 ح

(1) عبر عن كل مما يأتي في أبسط صورة أسية :-

(أ) $ف^{8} = ف^{4}\times ف^{4} = ف^{4}\times{}^{2}(ف^{2})$	(ب) $ف^{14} = ف^{2}\times ف^{12} = ف^{2}\times{}^{3}(ف^{4})$
(ج) $ف^{13} = ف^{8}\times ف^{5} = {}^{4}(ف^{2})\times ف^{5}$	(د) $ص^{14} = ص^{6}\times ص^{8} = {}^{2}(ص^{3})\times ص^{8}$

---

(2) عبر عن كل مما يأتي في أبسط صورة أسية :-

(أ) $ف = ف^{3}\div ف^{4} = {}^{3}(ف^{2})\div ف^{4}$	(ب) $ن^{5} = ن^{7}\div ن^{12} = {}^{3}(ن^{4})\div ن^{7}$
(ج) $ف^{38} = ف^{48}\div ف^{10} = {}^{6}(ف^{8})\div ف^{10}$	(د) $ن^{6} = ن^{14}\div ن^{8} = {}^{2}(ن^{7})\div ن^{8}$
(هـ) $ص^{17} = ص^{18}\div ص = {}^{3}(ص^{6})\div ص$	(و) $1 = ع^{0} = ع^{14}\div ع^{14} = {}^{2}(ع^{7})\div ع^{14}$

③ أ اختصر :-

أ) $(أ^{3})^{3} \times أ^{4} = أ^{12} \times أ^{4} = أ^{16}$	ب) $(ب^{2})^{3} \times ب^{3} = ب^{6} \times ب^{3} = ب^{9}$
جـ) $(ج^{4})^{4} \times ج^{6} = ج^{16} \times ج^{6} = ج^{22}$	د) $(د^{4})^{3} \times د^{5} = د^{12} \times د^{5} = د^{17}$
هـ) $(ص^{5})^{5} \times ص^{25} = ص^{25} \times ص^{25} = ص^{50}$	و) $(و^{5})^{2} \div و^{3} = و^{10} \div و^{9} = و$
ز) $(ز^{4})^{3} \times ز^{2} = ز^{12} \times ز^{12} = ز^{24}$	

تمرين 2-ب

أ اختصر

أ) $2^{2} \times 5^{2} = (2 \times 5)^{2}$	ب) $6^{4} \times 7^{4} = (6 \times 7)^{4}$	ج) $(أ ب)^{5} = أ^{5} ب^{5}$
د) $(2 أ^{2} ب)^{3} = 2^{3} (أ^{2})^{3} (ب)^{3}$ $= 8 أ^{6} ب^{3}$	هـ) $3^{2} ص^{2} = (3 ص)^{2}$	و) $(3 ص^{2} س^{3})^{0} = 1$
ز) $(6 جـ)^{3} = 6^{3} جـ^{3} = 216 جـ^{3}$	ح) $(4 ب)^{0} = 1$	ط) $(3 أ ب)^{2} = 3^{2} أ^{2} ب^{2} = 9 أ^{2} ب^{2}$
ك) $(2 أ^{2} ب)^{3} = 8 أ^{6} ب^{3}$	ل) $(3 ص^{2} س^{3})^{0} = 1$	م) $(3 أ^{2} ب^{3})^{3} = 27 أ^{6} ب^{9}$

تمرين 2-ب

(1) عبر عن الآتي في صورة أسية موجبة :-

(أ) $\frac{1}{3^{-p}} = p^{3}$	(ب) $\frac{1}{5^{-q}} = q^{5}$	(ج) $\frac{3}{4p} = (\frac{1}{4p})^{3} = 3p^{-4}$
(د) $\frac{-1}{4^{-2}س} = 4^{-2}س^{-4}$	(هـ) $\frac{1}{7^{5}س^{-5}} = 7^{-5}س^{5}$	

---

(2) أختصر وعبر عن الآتي في صورة أسية موجبة :-

(أ) $\frac{1}{4^{-2}} = 2^{-4} = 2^{3} \times 2^{-7}$	(ب) $\frac{3}{2} = 2^{5} \times 2^{-2}$	(ج) $\frac{1}{7^{-8}} = 8^{-7} = 8^{-5} \times 8^{-2}$
(د) $\frac{6}{5^{-p}} = 6p^{-4} = 2p^{-1} \times 3p^{-4}$	(هـ) $1 = 0^{\circ} = 4^{-1} \times 4$	
(و) $\frac{ب}{p} = ب \times p^{-1}$ $ب^{-2} \times ب^{3} \times p^{2} \times p^{-3} = ب^{-2+3} \times p^{2-3}$	(ز) $\frac{1}{س^{3} \times ص^{-3}} = س^{-3} \times ص^{-3}$ $س^{-2} \times ص \times س \times ص^{-4} =$	

③ أختصر وعبر عن الآتي في صورة أسية موجبة

أ) $\frac{1}{2^{-2}} = 2^{2} = 2^{5} \div 2^{3}$	ب) $\frac{5}{3} = 3^{-3} \div 3^{2}$	ج) $\frac{1}{7^{-4}} = 7^{4} = 7^{-3} \div 7^{-1}$
د) $\frac{1}{5^{6}} = 5^{-6} = 5^{7} \div 5$	هـ) $\frac{5^{-1}}{5^{-6}} = 5^{5}$	و) $3 \times 5^{-1} \div 5^{-2} = \frac{3}{5} \div \frac{5}{5^{2}}$ $= 3 \times 5$
ز) $2^{8} \times 2^{-2} \div 2^{-3} = 2^{4}$	ح) $\frac{4p^{8}}{6p^{2}} = 4p^{6} \times \frac{1}{6p^{2}}$ $= \frac{4p^{6}}{6p^{2}}$	ط)

④ أختصر وعبر عن الآتي في صورة أسية موجبة:-

أ) $\frac{1}{2^{12}} = 2^{-12} = (2^{-3})^{4}$	ب) $\frac{1}{2^{10}} = 2^{-10} = (2^{10})^{-1}$	ج) $1 = (3^{-5})^{0}$
د) $1 = (8)^{0} = (8^{-4})^{4}$	هـ) $8^{6} = (2^{6})^{-4}$	و) $\frac{1}{5^{6}} = 5^{-6} = (5^{-3})^{2}$
ز) $(2س^{-2}ص)^{4} = 2^{4}س^{-8}ص^{4}$ $= \frac{4س^{4}}{8ص^{4}}$	ح) $(2ب^{-2}ج^{3})^{-1} = 2^{-1}ب^{2}ج^{-3}$ $= \frac{ب^{2}}{2ج^{3}}$	ط)

تمرين ٢-١

① دون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة :-

(أ) $2 = (2)^{1/2} = 4^{1/2}$	(ب) $2 = (3)^{1/3} = 8^{1/3}$	(ج) $5^2 = (5)^{3/2} = 125^{2/3}$ $25 =$
(د) $2 = (6)^{1/6} = 64^{1/6}$	(هـ) $10 = (3)^{1/3} = 1000^{1/3}$	(و) $(2)^{1/2} = 225^{1/2}$ $25 =$
(ي) $(4)^{5/2} = (4)^{1/2} = \sqrt[5]{4}$ $32 = 2^5 = (2)^{5/2} =$	(ز) $10^3 = (2)^{3/2} = 100^{3/2}$ $1000 =$	(ح) $(2)^{3/5} = 32^{3/5}$ $8 = 2^3 =$
(ط) $\sqrt[3]{27} = (2)^{1/3} = (3)^{2/3} = 3^2 = 9$		

② اعد كتابة كل من الآتي مستخدماً أساً وحيداً :-

(أ) $\sqrt[3]{أ} = أ^{1/3}$	(ب) $\sqrt[3]{ب} = ب^{1/3}$	(ج) $\sqrt[5]{ج} = ج^{1/5}$	(د) $\sqrt[7]{ق} = ق^{1/7}$
(هـ) $\sqrt[3]{ب^2} = ب^{2/3}$ $= \sqrt[3]{ب}^2$	(و) $\sqrt[4]{ب^3} = ب^{3/4}$ $= \sqrt[4]{ب}^3$	(ز) $\sqrt[2]{ج^3} = ج^{3/2}$	(ح) $\sqrt[5]{ج^2} = ج^{2/5}$

3 اختصر:-

(أ) $س^{\frac{6}{2}} = س^{\frac{1}{3}(6)}$

(ب) $س^{\frac{12}{4}} = س^{\frac{1}{4}(12)}$

(ج) $ص^{\frac{10}{5}} = ص^{10(\frac{1}{5})}$

(د) $ك^{\frac{3}{5}} = ك^{3(\frac{1}{5})}$

(هـ) $2^{\frac{1}{2}} ك^{\frac{1}{2}} = (2ك)^{\frac{1}{2}}$

(و) $8^{\frac{1}{3}} س^{\frac{6}{3}} ص^{\frac{3}{3}} = (2س ص)^{3}$

$س^{2} ص^{3} = 8$

$س ص^{\frac{3}{2}} = (2)^{\frac{3}{2}}$

$س^{2} ص^{3} = 2$

(ز) $(\frac{3}{5})^{\frac{1}{2}} (\frac{2}{4})^{\frac{1}{2}} = (\frac{3}{5} \times \frac{2}{4})^{\frac{1}{2}}$

$(\frac{3}{5})(4) =$

(ح) $(\frac{3}{9})^{\frac{1}{2}} (\frac{4}{س})^{\frac{1}{2}} 16 = (\frac{3}{9} \cdot \frac{4}{س} 16)^{\frac{1}{2}}$

$\frac{3}{9} \cdot \frac{4}{س} (2^{4})^{\frac{1}{2}} =$

$\frac{3}{9} \cdot \frac{4}{س} 2^{4} =$

(ط) $\frac{ك^{5}}{ك^{4}} = \frac{1}{[\frac{ك(4)}{ك(5)}]} = \frac{1}{[\frac{ك^{\frac{1}{2}}(24)}{ك^{\frac{1}{2}}(\text{ـــ}5)}]} = \frac{1}{\frac{ك^{\frac{1}{2}}(16)}{ك^{\frac{1}{2}}(25)}} = \frac{1}{ك^{\frac{1}{2}}(\frac{16}{25})} = (\frac{16}{25})^{\frac{-5}{2}}$

$\frac{3125}{1024} =$

تمرين 2-ع

① أوجد قيمة P إذا كان :-

ⓐ $256 = P^2$ $2^{(16)} = P^2$ ∵ الأسس متساوية ∴ الأساسات متساوية $\therefore P = 16$	ⓑ $243 = P^3$ $3^{(7)} = P^3$ $\therefore P = 7$	ⓒ $1024 = P^5$ $5^{(4)} = P^5$ ∵ الأسس متساوية ∴ الأساسات متساوية $\therefore P = 4$

② أوجد قيمة المجهول :-

ⓐ $64 = \rho^2$ $6^{(2)} = \rho^2$ ∵ الأساسات متساوية ∴ الأسس متساوية $\therefore \rho = 6$	ⓑ $243 = \rho^3$ $5^{(3)} = \rho^3$ ∵ الأساسات متساوية ∴ الأسس متساوية $\therefore \rho = 5$	ⓒ $625 = \rho^5$ $4^{(5)} = \rho^5$ ∵ الأساسات متساوية ∴ الأسس متساوية $\therefore \rho = 4$
ⓓ $\frac{1}{32} = N^2$ $\frac{1}{5^{(2)}} = N^2$ $5^{-2} = N^2$ ∵ الأساسات متساوية ∴ الأسس متساوية $\therefore N = -5$	ⓔ $\frac{1}{125} = N^5$ $\frac{1}{3^{(5)}} = N^5$ $3^{-5} = N^5$ ∵ الأساسات متساوية ∴ الأسس متساوية $\therefore N = -3$	ⓕ $343 = \sqrt[2]{7}$ $3^{(7)} = \sqrt[2]{7}$ ∵ الأساسات متساوية ∴ الأسس متساوية $3 = \sqrt{2}$ $\therefore \sqrt{} = \frac{3}{2}$

13

3 (أ) إذا كان $2^{\ell} = 8 \times 2^{3}$ أوجد قيمة ℓ.

$2^{\ell} = 2^{3} \times 2^{3} \leftarrow 2^{\ell} = 2^{6} \leftarrow \ell = 6 \therefore$

(ب) أوجد قيمة N إذا كان $2^{N} = 4 \times 2^{4}$

$2^{N} = 2^{2}(2^{2}) \times 2^{4} \leftarrow N2 = 2^{4} \times 2^{4} \leftarrow 2^{N} = 2^{8} \leftarrow N = 8 \therefore$

---

4 (أ) أوجد قيمة $\checkmark$ إذا كان $2^{\checkmark} = 2 \div 2^{15}$

$2^{\checkmark} = 2 \div 2^{15} \leftarrow 2^{\checkmark} = 2^{14} \leftarrow \checkmark = 14 \therefore$

(ب) أوجد قيمة $\dot{\delta}$ إذا كان $3^{\dot{\delta}} = 9 \div 3^{15}$

$3^{\dot{\delta}} = 3^{2} \div 3^{15} \leftarrow \dot{\delta} = 2 - 15 \leftarrow \dot{\delta} = 4 - 15 \leftarrow \dot{\delta} = 11 \therefore$

---

5) (P) إذا كان $س^{2} = 4$ أوجد قيمة $س^{-2}$.

$$س^{2} = 4 \leftarrow 4 = \frac{1}{س^{2}} \leftarrow 4 س^{2} = 1 \leftarrow س^{2} = \frac{1}{4}$$

---

6) (P) أوجد $\sqrt{}$ إذا كان $\sqrt{9} \div 3^{\frac{2}{3}} = 3$

$$\sqrt{9} = 3^{2} \leftarrow \because \text{الأساسات متساوية} \leftarrow 9 - \sqrt{} = 2 \leftarrow 7 = 2 - 9 = \sqrt{}$$
$$\therefore \text{الأسس متساوية}$$

(ب) أوجد قيمة ذ التي تحقق $3^{ذ} = 81$

$$3^{ذ} = 3^{4} \leftarrow \because \text{الأساسات متساوية} \leftarrow \therefore ذ = 4$$
$$\therefore \text{الأسس متساوية}$$

---

7) (P) أوجد قيمة P إذا كان :-

(P) $P^{\frac{1}{2}} = 4 \leftarrow P^{\frac{1}{2}} = (16)^{\frac{1}{2}} \leftarrow \because \text{الأسس متساوية} \leftarrow \therefore P = 16$
$\therefore \text{الأساسات متساوية}$

(ب) $P^{\frac{1}{3}} = 3 \leftarrow P^{\frac{1}{3}} = (27)^{\frac{1}{3}} \leftarrow \because \text{الأسس متساوية} \leftarrow \therefore P = 27$
$\therefore \text{الأساسات متساوية}$

[15] (أ) $2 = {}^{\frac{1}{5}}p \leftarrow {}^{\frac{1}{5}}(32) = {}^{\frac{1}{5}}p \leftarrow$ ∵ الأسس متساوية ← $32 = p$ ∴

∴ الأساسات متساوية

---

(8) حل في ح، ر إذا كان :

(أ) $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3} \leftarrow \sqrt[3]{(3)^3} = (3)^{\frac{1}{3}} \leftarrow (3)^{\frac{3}{2}}$ ∵ الأساسات متساوية ← $\frac{3}{2} = ر$ ∴

∴ الأسس متساوية

(ب) $\sqrt[2]{343} = \sqrt[2]{7} \leftarrow \sqrt[2]{(7)^3} = (7)^{\frac{1}{2}} \leftarrow (7)^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{7}$ ∵ الأساسات متساوية ←

∴ الأسس متساوية

$\frac{3}{2} = \sqrt{2} \leftarrow$ ∵ $\frac{3}{4} = ر$

(ج) $\sqrt[3]{27} = \frac{1}{9} \leftarrow \sqrt[3]{(3)^3} = \frac{1}{(3)^{\frac{2}{3}}} \leftarrow (3)^{-2} = \sqrt{3} \leftarrow$ ∵ $\frac{2}{3} = ر$

---

(9) إذا كان $ص^{\frac{1}{2}} = 3$ ، أوجد قيمة ص.

$\frac{1}{9} = ص \leftarrow$ بتربيع الطرفين $\leftarrow \frac{1}{3} = ص^{\frac{1}{2}} \leftarrow 1 = 3ص^{\frac{1}{2}} \leftarrow 3 = \frac{1}{ص^{\frac{1}{2}}}$

---

(10) إذا كان $3^{ن} \times 27^{ن} = 81$ ، أوجد قيمة ن التي تحقق المعادلة

$4 = ن4 \leftarrow 3^{ن4} = 3^4 \leftarrow 3^4 = 3^{ن3} \times 3^{ن} \leftarrow (3)^4 = (3^3(3))^{ن} \times 3^{ن}$

$1 = ن$ ∴

(11) إذا كان $[27^{\text{ص}}] \times [9^{\text{ص}}] = 243$ ، أوجد قيمة ص التي تحقق المعادلة .

$$\left[3^{(2^{\text{ص}})}\right]^{\frac{1}{2}} \times \left[3^{(3^{\text{ص}})}\right]^{\frac{1}{2}} = 3^{(5)^{\frac{1}{2}}}$$

$$3^{\frac{3^{\text{ص}}}{2}} \times 3^{\frac{2^{\text{ص}}}{2}} = 3^{\frac{5}{2}} \rightarrow 3^{\left(\frac{3^{\text{ص}}}{2} + \frac{2^{\text{ص}}}{2}\right)} = 3^{\frac{5}{2}}$$

∵ الأساسات متساوية ← ∴ الأسس متساوية

$\frac{3^{\text{ص}}}{2} + \frac{2^{\text{ص}}}{2} = \frac{5}{2}$ ← $\frac{5}{2} = \frac{5}{2}$ ص ← ص = 1 ∴

---

(12) (أ) (i) إذا كان $2^{\text{ك}} \div 2^{4} = 2^{6}$ أوجد قيمة ك .

$2^{\text{ك}-4} = 2^{6}$ ← ك − 4 = 6 ← ك = 4 + 6 = 10 ∴

(ii) إذا كان $3^{\text{ن}} \times 3^{4} = 3^{\text{صفر}}$ أوجد قيمة ن

$3^{\text{ن}+4} = 3^{0}$ ← ن + 4 = 0 ← ن = −4 ∴

(ب) أوجد قيمة $9^{\frac{1}{2}}$

$3 \longleftarrow (3^{2})^{\frac{1}{2}}$

ورقة المراجعة رقم ②

القسم ①

① اختصر :-

(أ) $p^{4} \times p^{6} + p^{8} \leftarrow p^{10} \div p^{8} = p^{2}$

(ب) $4أ^{2}ب^{3} \times 2أ^{3}ب^{3} + 4أ^{3}ب^{3} \leftarrow 8أ^{6}ب^{3}$

---

② أحسب قيمة :-

(أ) $5^{0} = 1$ (ب) $5 \times 5^{0} = 5$ (جـ) $(س2)^{0} = 1$ (د) $(\frac{1}{2})^{0} = 1$

---

③ أختصر الآتي وأعط إجابتك مستخدماً أساً موجباً :-

(أ) $p \times p^{6} = p^{-5} \times p = \frac{1}{5p}$

(ب) [illegible]

(جـ) $\frac{1}{6^{-3}} = 6^{3} = (2^{3}) = 8$ (د) $\frac{1}{س^{-6}} = س^{6} = (س^{2})^{3}$

---

④ أوجد قيمة :-

(أ) $\frac{1}{16} = \frac{1}{4^{2}} = 2^{-4} = 2^{-3} \div 2$

(ب) $1 = \frac{3^{-3}}{3^{-3}} = \frac{3^{-3}}{3^{-8} \times 3^{5}}$

(جـ) $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{4} = \frac{1}{2^{-4}}$

(د) $125 = 5 \times 5 \times 5 = (5)^{3} = (5^{-2})^{\frac{3}{2}} = (\frac{1}{(5)^{2}})^{\frac{3}{2}} = (\frac{1}{25})^{\frac{3}{2}}$

القسم ب

5 (أ) أو جد قيمة $\frac{3}{8}^{-2}$ $= 8 \times 8 \times 8 = 64 \times 8 = 512$

(ب) عبر عن 32 على صورة أسية برفع الأساس 2 ثم حل المعادلة $2^{N} = 32$

$2^{N} = 2^{5}$ ← الأساسات متساوية ∴ الأسس متساوية ∴ $N = 5$ ← ∴

(ج) اختصر: $\frac{12س^{3}ص^{9}}{6س^{9}ص^{6}}$

$= 2س^{9-3}ص^{6-6} \times 3س^{6-9}ص^{6-6}$

$= 2س^{6}ص^{0} \times 3س^{-3}ص^{0}$

$= \frac{3ص^{0}}{2س^{6}} = \frac{3}{2س^{6}}$

(د) اختصر $\frac{3^{N+2} \times 2^{N+2}}{3^{N} \times 2^{N}} = \frac{(3 \times 2)^{N+2}}{(\frac{4}{3})^{N} \times (\frac{2}{3})^{N}} = \frac{6^{N+2}}{81^{N} \times 4^{N}}$

6 $3 \times 2 = 3^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} = \frac{3^{\frac{1}{4}+N} \times 2^{\frac{1}{2}+N}}{3^{N} \times 2^{N}} = \frac{2^{\frac{1}{2}+N} \times 3^{\frac{1}{4}+N}}{3^{N} \times 2^{N}}$

6 (أ) اختصر:-

(ب) $(\frac{1}{2})^{-6}$

$\frac{1}{1^{2}} = 1^{-12}$ ←

(ج) $(2^{-2})^{4}$

2^{8} ←

(د) $\frac{3^{2}س^{5}}{2^{3}س^{2}ص^{5}} \div \frac{3^{2}س^{5}}{2^{3}ص^{2}}$

$= \frac{3^{2}س^{5}}{2^{3}ص^{5}} \times \frac{2^{3}ص^{2}}{3^{2}س^{5}}$

$= \frac{ص^{2}}{ص^{5}} = ص^{2-5} = ص^{-3}$

(7) حل المعادلات الآتية :-

(أ) $625 = 5^{\sqrt{2}}$ ← $5^{\sqrt{2}} = 5^{4}$ ← $\sqrt{2} = 4$ ∴ $\sqrt{} = 2$

(ب) $9 = (81)^{\frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}}$ ← $(3)^{2} = (\frac{1}{3})^{2+\sqrt{2}}$ ← $3^{2} = 3^{8+5\sqrt{2}}$ ← $8+5\sqrt{2} = 2$

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \sqrt{} \leftarrow 6 = 5\sqrt{8} \leftarrow 8 \cdot 2 = 5\sqrt{8}$

---

(8) حل في ن، إذا كانت :-

(أ) $8 = \sqrt{2}^{\frac{3}{2}}$ ← $64 = (64)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}^{\frac{1}{2}}$ ∴ $\sqrt{} = 64$

(ب) $\sqrt{32} = \sqrt{2}^{4}$ ← $(\frac{5}{2})^{\frac{1}{2}} = (\sqrt{2})^{2} = (2)^{\frac{5}{3}} \leftarrow \sqrt{2} = \frac{5}{2} \leftarrow$

$\frac{5}{4} = 2$

(ج) $\sqrt{\frac{1}{27}} = \sqrt{3}^{2}$ ← $(\sqrt{3})^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{(3)^{\frac{2}{2}}} = (3)^{\frac{-3}{2}} \leftarrow$

$\sqrt{} = 6- \leftarrow \frac{2}{2} = 3- \therefore$

(د) $\sqrt{3} = \sqrt{3}^{\frac{1}{-3}}$ ← بتكعيب الطرفين $\frac{1}{3} = \sqrt{2}^{\frac{1}{3}}$

$\sqrt{} = \frac{1}{27} \therefore$

القسم الثاني

(9) (أ) اختصر :- ① $\sqrt[5]{64} \leftarrow \sqrt[5]{\sqrt[6]{2^6}} \leftarrow \sqrt[5]{(2)^6} = (2)^5 = 32$

② $\sqrt[3]{36} \leftarrow \sqrt[3]{\left(\sqrt{(6)^2}\right)} \leftarrow \left((6)^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \leftarrow (6)^{\frac{6}{6}} \leftarrow (6)^3 = 216$

(ب) اختصر :- ① $\sqrt[3]{32} \times 3^0 \leftarrow \sqrt[5]{(2)^5} \times 1 \leftarrow (2)^{\frac{5}{5}} \times 1 = 2 \times 1 = 2$

② مقرباً اجابتك لأقرب رقم عشري واحد أكبر ناتج $7^{-1} = 0.1$

---

(10) (أ) أوجد قيمة p إذا كان :-

① $p^3 = 8 \leftarrow p^3 = \frac{1}{8} \leftarrow$ بأخذ الجذر التكعيبي للطرفين $\leftarrow p = \frac{1}{2}$

② $p^4 = 625 \leftarrow p^4 = (5)^4 \leftarrow p = 5 \therefore$

(ب) أوجد قيمة ℓ إذا كان :-

① $\ell^{-4} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} \leftarrow \ell^{-4} = \ell^{-2} \leftarrow \ell^2 = 2^{-2} = 2^{-4}$

$\ell^2 = 4^- \leftarrow \ell = 2^-$

② $\ell^{10} = 2^{10} \leftarrow \ell^{10} = \ell^2 \leftarrow \ell^2 = 10 \leftarrow \ell = 5 \therefore$

(ج) أوجد قيمة √ إذا كان :-

① $\sqrt{13} \leftarrow \sqrt{2} = 2^{\frac{13}{2}} \leftarrow 2^{\sqrt{2}} = 2^{\sqrt{2}} \leftarrow 2^{\sqrt{10}} = 2^{\sqrt{2}} \times 2^3 \leftarrow \sqrt[5]{4} = \sqrt[5]{4} \times 2^3$

$\frac{13}{2} = \sqrt{} \therefore$

② $\sqrt[4]{81} \div 3^4 \leftarrow \sqrt[4]{3} = 3^4 \div 3^4 \leftarrow \sqrt[4]{3} = 3^0 \leftarrow \sqrt{} = 0 \therefore$

الباب الثاني الأسس والأعداد الغير قياسية واللوغاريتمات ②

تمرين ٢-٣

اختصر كلا مما يأتي :-

(أ) $\sqrt{5}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\sqrt{5} = \sqrt{5\times3}\sqrt{15} = \sqrt{15}\sqrt{15}$

(ب) $\sqrt[3]{2}\times\sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{2\times7} = \sqrt[3]{14}$

(ت) $(-5\sqrt{ص})(2\sqrt{س}) = -10\sqrt{س ص}$

(ث) $\sqrt{ع}\left(\frac{1}{\sqrt{ع}}+\sqrt{ع}\right) = \frac{\sqrt{ع}}{\sqrt{ع}}+\sqrt{ع}\times\sqrt{ع} = 1+\sqrt{ع^2} = 1+ع$

(ج) $\frac{\sqrt{125}}{\sqrt{6}}$

$\frac{25}{6} = \frac{\sqrt{5}\times5\times5}{\sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{25}}{\sqrt{36}} = \frac{25\sqrt{5}}{6\sqrt{6}}$

(ح) $(\sqrt{ع}+2)(\sqrt{ع}-2)$

$\sqrt{ع}\times\sqrt{ع}-2\sqrt{ع}+2\sqrt{ع}-4 = ع-4 = -6$

(خ) $(3\sqrt{4}-2\sqrt{3})^2$

$(3\times4+\sqrt{3}\times2\sqrt{12}\times2-2\times9) =$

$(48+\sqrt{6}\sqrt{24}-18) =$

$(\sqrt{6}\sqrt{24}-66) =$

[22]

ج) $(\sqrt{5}\sqrt{2}+\sqrt{3}\sqrt{5})(\sqrt{20}-\sqrt{75})$

$(\sqrt{5}\sqrt{2}+\sqrt{3}\sqrt{5})(\sqrt{5\times4}-\sqrt{3\times25})$

$55=20-75=(\underbrace{5\times4}_{\sqrt{2}(\sqrt{5}\sqrt{2})}-\underbrace{3\times25}_{\sqrt{5}(\sqrt{3}\sqrt{5})})=(\sqrt{5}\sqrt{2}+\sqrt{3}\sqrt{5})(\sqrt{5}\sqrt{2}-\sqrt{3}\sqrt{5})$

د) $\sqrt{9}(\sqrt{12}-\sqrt{3})$

$(\sqrt{2}\sqrt{3}-\sqrt{3}\sqrt{2})=(\sqrt{9\times2}-\sqrt{4\times3})=(\sqrt{18}-\sqrt{12})$

ه) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{9}}$ ← $1=\frac{3}{3}$

تمرين جـ

① ضع في أبسط صورة :-

أ) $\frac{5}{2\sqrt{2}+3}$ ← $\frac{2\sqrt{5}-15}{7}=\frac{2\sqrt{5}-15}{2-9}=(\frac{2\sqrt{5}-3}{2\sqrt{2}-3})(\frac{5}{2\sqrt{2}+3})$

ب) $\frac{س-ص}{\sqrt{س}-\sqrt{ص}}$ ← $\sqrt{س}+\sqrt{ص}=\frac{(\sqrt{س}+\sqrt{ص})(س-ص)}{س-ص}=(\frac{\sqrt{س}+\sqrt{ص}}{\sqrt{س}+\sqrt{ص}})(\frac{س-ص}{\sqrt{س}-\sqrt{ص}})$

ج) $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$ ← $\frac{7+\sqrt{7}\sqrt{3}+3}{7-3}=(\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}})(\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}})$

$\frac{2\sqrt{5}}{4}-\frac{5}{2}=\frac{2\sqrt{5}}{4}-\frac{10}{4}=\frac{2\sqrt{5}+10}{4}$

[23] $\frac{\sqrt{ب}+\sqrt{3}}{ب-3} = \left(\frac{\sqrt{ب}+\sqrt{3}}{ب+\sqrt{3}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{ب}-\sqrt{3}}\right)$ ← ① $\frac{1}{\sqrt{ب}-\sqrt{3}}$

---

② إذا كانت $س = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ ، $ص = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ فأوجد قيمة $3ع^2 + 4س ص + 2ع^2$

① الطريقة الأولى (بدون تبسيط المقدار) :-

$$\frac{3+\sqrt{2}\sqrt{3}-\sqrt{3}\sqrt{2}-2}{2+\sqrt{3}\sqrt{2}+\sqrt{2}\sqrt{3}+3} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} \quad \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} = (س \times س = س^2)$$

$$\left(\frac{\sqrt{6}2-5}{\sqrt{6}2-5}\right)\cdot\left(\frac{\sqrt{6}2-5}{\sqrt{6}2+5}\right) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{6}\cdot 5}{\sqrt{6}+\sqrt{6}+5} = س \times س = س^2$$

$$\sqrt{6}20-49 = \frac{\sqrt{6}20-49}{24-25} = \frac{(6\times4)+\sqrt{6}10-\sqrt{6}10-25}{(6\times4)-25} = س \times س = س^2$$

$$\frac{3+\sqrt{2}\sqrt{3}+\sqrt{3}\sqrt{2}+2}{2-\sqrt{3}\sqrt{2}-\sqrt{2}\sqrt{3}-3} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} \quad \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} = (ص \times ص = ص^2)$$

$$\left(\frac{\sqrt{6}2+5}{\sqrt{6}2+5}\right)\left(\frac{\sqrt{6}2+5}{\sqrt{6}2-5}\right) = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{6}+5}{\sqrt{6}-\sqrt{6}-5} = ص \times ص = ص^2$$

$$\sqrt{6}20+49 = \frac{\sqrt{6}20+49}{24-25} = \frac{6\times4+\sqrt{6}10+\sqrt{6}10+25}{(6\times4)-25} = ص \times ص = ص^2$$

(24) $\left(\frac{3-\sqrt{2}}{2-3}\right)2=\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}\right)\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\right)2=$ المطلوب

$\left(\frac{-1}{1}\right)2=-2$ المطلوب

(96) $\therefore$ المطلوب $=\sqrt{20}+49+(2-)+\sqrt{20}-49=$

② الطريقة الثانية (باستخدام النسبة المقترنة مرة أولاً)

$5-\sqrt{2}=\sqrt{2}+5-=\frac{\sqrt{2}+3-2-\sqrt{2}}{2-3}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=$ ب

$5+\sqrt{2}=\sqrt{2}+5=\frac{\sqrt{2}3+2+\sqrt{2}}{2-3}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=$ أ

$1-=\frac{3-2}{2-3}=\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}\right)\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\right)=$ المطلوب

$\therefore$ المطلوب $=(5+\sqrt{2})^2+(2-)+(5-\sqrt{2})^2$

$(25+\sqrt{20}+6\times4)(2-)(25+\sqrt{20}-6\times4)=$ المطلوب

$25+\sqrt{20}+24+2-25+\sqrt{20}-24=$ المطلوب $\therefore$

(96) =

③ الطريقة الثالثة (المربع الكامل)

المربع الكامل $(س + ص)^2 = س^2 + ص^2 + 2 س ص$

$$\left(\frac{3\sqrt{} + 2\sqrt{}}{2\sqrt{} - 3\sqrt{}} + \frac{3\sqrt{} - 2\sqrt{}}{2\sqrt{} + 3\sqrt{}}\right)^2 = \quad =$$

$$\left(\frac{(3\sqrt{}+2\sqrt{})(2\sqrt{}+3\sqrt{}) + (3\sqrt{}-2\sqrt{})(2\sqrt{}-3\sqrt{})}{(2\sqrt{}-3\sqrt{})(2\sqrt{}+3\sqrt{})}\right)^2 = \quad =$$

$$\left(\frac{6\sqrt{} + x + 3 + 6\sqrt{} + 6\sqrt{} + x - 3 - 6\sqrt{}}{2 - 3}\right)^2 = \quad =$$

$$(6\sqrt{}4)^2 = 6 \times 16 = 96 \quad =$$

ملاحظة هامة: الطريقة الثانية مستفادة من تذكرة الأستاذ الفاضل علي بوقرين بارك الله في علمه وعمله

26

إذا كانت $س = 2 - \sqrt{6}$ فأثبت أن قيمة $س^3 - \frac{36}{س} = 80$ (3)

الحل

$س \times س = س^2 = (2 - \sqrt{6})(2 - \sqrt{6}) = 4 + 6 - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{6}$

$= 10 - 4\sqrt{6}$

$س^2 \times س = س^3 = (10 - 4\sqrt{6})(2 - \sqrt{6}) = 20 - 10\sqrt{6} - 8\sqrt{6} + 24$

$= 44 - 18\sqrt{6}$

$\frac{36}{س} = (\frac{2 + \sqrt{6}}{2 + \sqrt{6}})(\frac{36}{2 - \sqrt{6}}) = \frac{72 + 36\sqrt{6}}{4 - 6}$

$\frac{36}{س} = 36 + 18\sqrt{6}$

$س^3 - \frac{36}{س} = (44 - 18\sqrt{6}) - (36 + 18\sqrt{6})$

$= 44 - 36 - 18\sqrt{6} + 18\sqrt{6}$

$س^3 - \frac{36}{س} = 80$

[27]

④ إذا كانت $أ = \frac{5}{\sqrt{5}-2}$ ، $ب = \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}+2}$

فأوجد $أ+ب$ في أبسط صورة

الحل

$$أ = \left(\frac{5}{\sqrt{5}-2}\right)\left(\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}+2}\right) = \frac{5\sqrt{5}+10}{5-4} = 5\sqrt{5}+10$$

$$ب = \left(\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}+2}\right)\left(\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}-2}\right) = \frac{\sqrt{45}-(4\times5)}{5-4} = \sqrt{45}-20$$

$$\therefore أ+ب = (5\sqrt{5}+10)+(\sqrt{45}-20) = \sqrt{45}+5\sqrt{5}-10$$

تمرين ٢-ب

② ضع كلا مما يأتي في أبسط صورة :-

(أ) $\sqrt{7}+\sqrt{3}-5\sqrt{3}+2\sqrt{12}-2\sqrt{45}$

$$\sqrt{9}-5\sqrt{3}+2(\sqrt{4}\times\sqrt{3})-2(\sqrt{5}\times\sqrt{3})$$

$$\sqrt{4}+2\sqrt{4}\times\sqrt{3}-2\sqrt{5}\times\sqrt{3}$$

$$\sqrt{4}+\sqrt{4}-2\sqrt{3}\times\sqrt{5}$$

$$\sqrt{8}-2\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{5}$$

$$\sqrt{8}-2\sqrt{5}\times3 = \boxed{\sqrt{8}-6\sqrt{5}}$$

[28]

(4) $\sqrt[3]{56} 7 - \sqrt[3]{875} 3 + \sqrt[3]{189} 2$

$\sqrt{7 \times 8}\, 7 - \sqrt{125 \times 7}\, 3 + \sqrt{27 \times 7}\, 2$

$\sqrt[3]{7}\sqrt[3]{8}\, 7 - \sqrt[3]{7}\sqrt[3]{125}\, 3 + \sqrt[3]{7}\sqrt[3]{27}\, 2$

$\sqrt[3]{7}\, 2 \times 7 - \sqrt[3]{7}\, 5 \times 3 + \sqrt[3]{7}\, 3 \times 2$

$\boxed{\sqrt[3]{7}\, 7} = \sqrt[3]{7}\, 14 - \sqrt[3]{7}\, 15 + \sqrt[3]{7}\, 6$

---

(5) $\sqrt{32}\, 5 - \sqrt{\frac{1}{8}}\, 18 + \frac{24}{\sqrt{2}}$

$\sqrt{4 \times 8}\, 5 - \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{8}}\, 18 + \frac{24}{\sqrt{2}}$

$\sqrt{8} \times \sqrt{4}\, 5 - \frac{18}{\sqrt{2 \times 4}} + \frac{24}{\sqrt{2}}$

$\sqrt{2} \times \sqrt{4}\, 10 - \frac{18}{\sqrt{2}\, 2} + \frac{24}{\sqrt{2}}$

$\sqrt{2}\, 20 - \frac{9}{\sqrt{2}} + \frac{24}{\sqrt{2}}$

$\sqrt{2}\, 20 - \frac{33}{\sqrt{2}}$

$\boxed{\frac{7}{\sqrt{2}}} = \frac{40 - 33}{\sqrt{2}} = \frac{(2)\,20 - 33}{\sqrt{2}}$

[2-9]

(2) أحسب محيط ومساحة المستطيل الذي بعداه $(2+\sqrt{7})$ سم، $(\sqrt{5}-9)$ سم ؟

الحل

محيط المستطيل = 2 × (الطول + العرض)

$= 2 \times (\sqrt{5} - 9 + \sqrt{7} + 2)$ = " "

$= 2 \times (\sqrt{5} - \sqrt{7} + 11)$ = " " $= 22.82$ سم

مساحة المستطيل = (الطول × العرض)

$= (\sqrt{7} + 2)(\sqrt{5} - 9)$ = " "

$= \sqrt{5} \times \sqrt{7} - 9\sqrt{7} + 2\sqrt{5} - 18$ = " "

$= \sqrt{35} - 9\sqrt{7} + 2\sqrt{5} - 18$ = " " $= 31.426$ سم^2

ملاحظة :- بناءً على الإجابة النموذجية الواردة في الكتاب قربنا قيمة الجذور إلى ثلاث أرقام عشرية بعد العلامة

---

(3) إذا كانت $س = \sqrt{3} + 10$ ، $ص = 10 - \sqrt{3}$ فأوجد قيمة $(س + ص)^2$ ؟

الحل

$(س + ص) = \sqrt{3} + 10 - \sqrt{3} + 10 = 2\sqrt{3}$

$(س + ص)^2 = (2\sqrt{3})^2 = 4 \times 3 = 12$

تمرين (3) حل المعادلات الآتية :-

(أ) $\sqrt{س} = 4 - 5$

$\sqrt{س} = 4 + 5 \leftarrow$ بتربيع الطرفين $\leftarrow س = 9$

$\therefore س = 81$

(ب) $\sqrt{4س - 3} + 7 = 10$

$\sqrt{4س - 3} = 10 - 7 \leftarrow 3 = \sqrt{4س - 3}$ بتربيع الطرفين $\leftarrow 4س - 3 = 9$

$4س = 9 + 3 \leftarrow 4س = 12 \leftarrow س = \frac{12}{4} = 3$

(جـ) $\frac{\sqrt{ص^2 + 1}}{6} = 1$

$\sqrt{ص^2 + 1} = 6 \leftarrow$ بتربيع الطرفين $\leftarrow ص^2 + 1 = 36$

$ص^2 = 36 - 1 \leftarrow ص^2 = 35 \leftarrow \therefore ص = \frac{35}{5} = 7$

(د) $\sqrt{ن} = \sqrt{5} \times 4$

$\leftarrow$ بتربيع الطرفين $\leftarrow ن = 4 \times 5 = 20$

(هـ) $\sqrt{أ} = -أ$

الباب الثاني الأسس و الأعداد الغير القياسية واللوغاريتمات

تمرين 2-2

(1) حول الآتي إلى الصورة اللوغاريتمية :-

(أ) $81 = 3^4 \leftarrow 4 = 81 \log_3$ (ب) $1 = 5^0 \leftarrow 0 = 1 \log_5$ (جـ) $2 = 8^{\frac{1}{3}} \leftarrow \frac{1}{3} = 2 \log_8$

(د) $ق = م^{س} \leftarrow س = \log_م ق$

---

(2) أكتب الآتي في الصورة الأسية :-

(أ) $3 = 1000 \log_{10} \leftarrow 1000 = 10^3$ (ب) $3 = 8 \log_2 \leftarrow 8 = 2^3$ (جـ) $\frac{3}{2} = 27 \log_9 \leftarrow 27 = 9^{\frac{3}{2}}$

(د) $ن = \log_ب ب \leftarrow ب^{ن} = ن$ (هـ) $ن = ٢ \log_3 \leftarrow ٢ = 3^{ن}$ (و) $س = ٢ \log_م \leftarrow ٢ = م^{س}$

---

(2) أوجد قيمة س في الآتي :-

(أ) $2 = س \log_{10} \leftarrow س = 10^2 = 10 \times 10 \times 10 = 100$

(ب) $1 = 7 \log_ن \leftarrow 7 = ن^1 \leftarrow ن = 7$

[32]

ب) $س = \log_{2} 16$ ← $2^{س} = 16$ ← $2^{س} = 2^{4}$ ∴ الأساسات متساوية ← $س = 4$

∴ الأسس متساوية ← $س = 4$ ∴

ج) $س = \log_{6} 216$ ← $6^{س} = 216$ ← $6 \times 6 \times 6 = 6^{3}$ ← $س = 3$ ∴

هـ) $س = \log_{25} 5$ ← $25^{س} = 5$ ← $(5^{2})^{س} = 5$ ← $5^{2س} = 5^{1}$ ∴ الأساسات متساوية

∴ الأسس متساوية ← $2س = 1$ ← $س = \frac{1}{2}$ ∴

و) $س = \log_{0.2} 0.008$ ← $(0.2)^{س} = 0.008$ ← $(0.2)^{س} = (0.2)^{3}$ ∴ الأساسات متساوية

∴ الأسس متساوية ← $س = 3$

أو

$\log_{\frac{2}{10}} 0.008 = س$ ← $\left(\frac{2}{10}\right)^{س} = 0.008$ ← $\left(\frac{2}{10}\right)^{س} = \left(\frac{8}{1000}\right)$ ← $\left(\frac{2}{10}\right)^{س} = \left(\frac{2}{10}\right)^{3}$ ∴ $س = 3$

تمرين 12

① أوجد قيمة :-

أ) $\log_3 81$

$\log_3 81 \leftarrow \log_3 (3)^4 \leftarrow 4 \log_3 (3) \leftarrow 4 (1) = 4$

ب) $\log_9 3$

$\log_9 3 \leftarrow \log_9 (9)^{1/2} \leftarrow \frac{1}{2} \log_9 9 \leftarrow \frac{1}{2} (1) = \frac{1}{2}$

ج) $\log_{10} 1000$

$\log_{10} 1000 \leftarrow \log_{10} (10)^3 \leftarrow 3 \log_{10} 10 \leftarrow 3 (1) = 3$

د) $\log_2 1024$

$\log_2 1024 \leftarrow \log_2 (2)^{10} \leftarrow 10 \log_2 2 \leftarrow 10 (1) = 10$

هـ) $\log_{0.7} 1$

$\log_{0.7} 1 \leftarrow \log_{0.7} (0.7)^0 \leftarrow 0 \times \log_{0.7} 0.7 \leftarrow 0 (1) = 0$

و) $\log_4 \frac{1}{64}$

$\log_4 \frac{1}{64} \leftarrow \log_4 \frac{1}{(4)^3} \leftarrow \log_4 (4)^{-3} \leftarrow -3 \log_4 4 \leftarrow -3 (1) = -3$

ز) $\log_7 \sqrt{7}$

$\log_7 \sqrt{7} \leftarrow \log_7 (7)^{1/2} \leftarrow \frac{1}{2} \log_7 7 \leftarrow \frac{1}{2} (1) = \frac{1}{2}$

[34]

ج) $\log_{10} 0.01$

$\leftarrow \log_{10} \frac{1}{100} \leftarrow \log_{10} \frac{1}{10^2} \leftarrow \log_{10} 10^{-2} \leftarrow -2 \log_{10} 10$

$= (1)\,-2 \leftarrow -2$

د) $\log_{2} (8)^{\frac{5}{3}}$

$\leftarrow \log_{2} (2^3)^{\frac{5}{3}} \leftarrow \log_{2} (2)^5 \leftarrow 5 \log_{2} 2 \leftarrow 5 \times (1) = 5$

ه) $\log_{6} \left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^{\frac{2}{3}}$

$\leftarrow \log_{6} \left(\frac{1}{6^{\frac{3}{2}}}\right)^{\frac{2}{3}} \leftarrow \log_{6} (6)^{-1} \leftarrow -1 \log_{6} 6$

$= (1)\,-1 \leftarrow -1$

و) $\log_{\frac{1}{3}} 27$

$\leftarrow \log_{\frac{1}{3}} (3)^3 \leftarrow \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \leftarrow -3 \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3}$

$= (1)\,-3 \leftarrow -3$

ز) $\log_{2} 8 + \log_{2} 32$

$\leftarrow \log_{2} (2)^3 + \log_{2} (2)^5 \leftarrow 3 \log_{2} 2 + 5 \log_{2} 2$

$= (1)\,3 + (1)\,5 = 3 + 5 = 8$

(35)

(أ) $\log_7 49 - \log_7 343$

$\leftarrow \log_7 (7)^2 - \log_7 (7)^3 \leftarrow 7\log_7 2 - 7\log_7 3$

$= (1)2 - (1)3 = 2 - 3 = (1)$

(ب) $\log_5 20 + \log_5 15 - \log_5 12$

$\leftarrow \log_5 (15 \times 20) \leftarrow 12\log_5 - 300\log_5 12$

$= (1)2 \leftarrow 5\log_5 2 \leftarrow \log_5 (5)^2 \leftarrow \log_5 25 \leftarrow \log_5 \left(\frac{300}{12}\right)$ (2)

(ج) $\log_3 \frac{15}{2} + \log_3 \frac{5}{6} + \log_3 \frac{36}{25}$

$\leftarrow \log_3 \left(\frac{15}{2} \times \frac{5}{6} \times \frac{36}{25}\right) \leftarrow \log_3 \left(\frac{3 \times 3}{1}\right)$

$= (1)2 \leftarrow 3\log_3 2 \leftarrow \log_3 (3)^2 \leftarrow \log_3 9$ (2)

توجد طريقة آخرى للحل الحول ممكن للطلبة التفكير فيها للإستفادة

36

(2) عبر عن الآتي في صورة لوغاريتمات فريدة.

(أ) $\log_{10} أ^2 - \log_{10} ب$ ← $\log_{10} \frac{أ^2}{ب}$ ← $\log_{10} \frac{أ}{ب} = \log \frac{أ}{ب}$

(ب) $2\log_{10} أ + 2\log_{10} ب - \log_{10} ج$ ← $\log_{10} أ^2 + \log_{10} ب^2 - \log_{10} ج$ ← $\log \frac{أ^2 ب^2}{ج}$

(ج) $\frac{2}{3}\log_{10} 3 - \frac{4}{5}\log_{10} 2$ ← $\log_{10} (\frac{4}{5})^2 - \log_{10} (\frac{2}{3})^3$ ← $\log_{10} \frac{16}{25} - \log_{10} \frac{8}{27}$

$\log_{10} \frac{\frac{16}{25}}{\frac{8}{27}}$ ← $\log_{10} \frac{27 \times 16^2}{8 \times 25}$ ← $\log_{10} \frac{54}{25} = \log \frac{54}{25}$

(د) $\log_{10} \frac{20}{13} - \log_{10} \frac{3}{65} - 2$ ← $\log_{10} \frac{20}{13} - \log_{10} \frac{3}{65} - \log_{10} 100$

$\log_{10} \frac{\frac{20}{13}}{\frac{3}{65}}$ ← $\log_{10} (100 \div \frac{20 \times 65}{3 \times 13})$ ← $\log_{10} (100 \div \frac{1300}{39})$

$\log_{10} (\frac{\frac{1300}{39}}{100})$ ← $\log_{10} (\frac{1300}{100 \times 39})$ ← $\log_{10} (\frac{1300}{3900})$ ← $\log_{10} \frac{1}{3} = \log \frac{1}{3}$

(أو)

$\log_{10} (100 \div \frac{3}{65} \div \frac{20}{13})$ ← $\log_{10} (\frac{1}{100} \times \frac{65}{3} \times \frac{20}{13})$ ← $\log_{10} (\frac{1300}{3900})$ ← $\log_{10} \frac{1}{3}$ = $\log \frac{1}{3}$

37

هـ) $2\log_{10} P - \log_{10} P^{\frac{1}{2}} + 2\log_{10} ب$

$\leftarrow \log_{10} P^2 - \log_{10} P^{\frac{1}{2}} + \log_{10} ب^2 \leftarrow$

$\log_{10}\left(\frac{P^2}{P^{\frac{1}{2}}} \times ب^2\right) \leftarrow \log_{10} P^{\frac{3}{2}} \cdot = \log P$

و) $\log_{10} ١٥ س + \frac{1}{2}\log_{10} س - ١$

$\leftarrow \log_{10} ١٥ س + \log_{10} س^{\frac{1}{2}} - \log_{10} ٥ \leftarrow$

$\log_{10}\left(\frac{١٥ س \times س^{\frac{1}{2}}}{١٠}\right) \leftarrow \log_{10} \frac{١٥ س^{\frac{3}{2}}}{١٠} = \frac{3}{2}\log_{10} س = \log_{10} س^{\frac{3}{2}}$

---

③ حل المعادلات الآتية، أفرض أنه جميع اللوغاريتمات لها نفس الأساس ولم يحدد.

ا) $\log(3س - 1) - \log(2 + س) = \log 2$

$\log \frac{3س - 1}{2 + س} = \log 2$

$2 \times \frac{3س - 1}{2 + س} \leftarrow 3س - 1 = 4 + 2س \leftarrow 3س - 2س = 4 + 1$

$\therefore س = 5$

[38]

ب) $\log \frac{س}{2} = \log 3 + \log 2 + \log (4 - س)$

$\log \frac{س}{2} = \log \frac{3}{2} + \log (4 - س)$

$\log \frac{س}{2} = \log \frac{9}{2} + \log (4 - س)$

$\log \frac{س}{2} = \log 9 (4 - س)$

$\frac{س}{2} = 36 - 9س \leftarrow 18س = 72 - س \leftarrow 18س = 72 - 2س$

$\therefore س = \frac{72}{17}$

ج) $\log 8 = \log 3 + \log (س - 1)$

$\log 8 = \log 3 (س - 1) \leftarrow$ الأسس متساوية $\therefore 8 = 3 (س - 1) \leftarrow 2^3 = (س - 1)^3$

$\therefore$ الأساسات متساوية $\leftarrow س - 1 = 2 \leftarrow س = 3 \leftarrow$ الأسس متساوية

د) $\frac{س - 1}{7} = \frac{5 - 2س}{3}$

بأخذ اللوغاريتم للطرفين $\leftarrow \log 3 (5 - 2س) = \log 7 (س - 1) \leftarrow$

$\log 3 + \log 5 - \log 2س = \log 7 + \log س - \log 7$

$\log 2س + \log 3 + \log 7 = \log 3 + \log 5 + \log س$

$س (\log 2 + \log 3 - \log 7) = \log 3 + \log 5 - \log 7 \leftarrow \therefore س =$

$= \frac{\log 3 + \log 5 - \log 7}{\log 2 + \log 3 - \log 7} = (14.11)$ باستخدام الآلة الحاسبة

تمرين 2 جـ

39

① إذا كان $\log_2 3 = 1.585$ ، $\log_2 5 = 2.322$

فأحسب الآتي :-

(أ) $\log_2 15$

$\log_2 15 \leftarrow \log_2 (3 \times 5) \leftarrow \log_2 3 + \log_2 5 \leftarrow 1.585 + 2.322 = 3.907$

(ب) $\log_2 6$

$\log_2 6 \leftarrow \log_2 (2 \times 3) \leftarrow \log_2 2 + \log_2 3 \leftarrow 1 + 1.585 = 2.585$

(جـ) $\log_2 20$

$\log_2 20 \leftarrow \log_2 (4 \times 5) \leftarrow \log_2 5 + \log_2 4 \leftarrow \log_2 5 + \log_2 2^2 \leftarrow \log_2 5 + 2\log_2 2$

$4.322 = 2 + 2.322 = (1)2 + 2.322$

(د) $\log_2 45$

$\log_2 45 \leftarrow \log_2 (9 \times 5) \leftarrow \log_2 9 + \log_2 5 \leftarrow \log_2 3^2 + \log_2 5 \leftarrow 2\log_2 3 + \log_2 5$

$5.492 = 3.17 + 2.322 = (1.585)2 + 2.322$

(هـ) $\log_2 1\frac{2}{3}$

$\log_2 1\frac{2}{3} \leftarrow \log_2 \frac{5}{3} \leftarrow \log_2 5 - \log_2 3 \leftarrow 2.322 - 1.585 = 0.737$

(و) $\log_2 \sqrt{5}$

$\log_2 \sqrt{5} \leftarrow \log_2 5^{\frac{1}{2}} \leftarrow \frac{1}{2}\log_2 5 = \frac{1}{2}(2.322) = 1.161$

[40]

ج) $\log_{\frac{1}{3}} 2$

$\leftarrow \log_2 2^{-1} \leftarrow \log_2 3^{-1} \leftarrow \log_2 3^{0} - \log_2 3 \leftarrow \log_2 3 - \log_2 1 \leftarrow$

$1.585- = \log_2 3^{-1} = -\log_2 3$ (ب) $1.585 - = 1.585 - 0$

ج) $\log_2 0.3$

$\leftarrow \log_2 \frac{3}{10} \leftarrow \log_2 3 - \log_2 10 \leftarrow \log_2 3 - (\log_2 2 + \log_2 5) \leftarrow$

$\leftarrow \log_2 2 - \log_2 5 - \log_2 3 \leftarrow$

$1.737- = 1 - 2.322 - 1.585$

---

(2) أوجد قيمة $10^{س}$ عندما

(أ) $س = \log_{10} 5$

$\leftarrow 10^{س} = 5$

(ب) $س = \log_{10}(\log 5)$

$\leftarrow 10^{س} = \log 5 = \log_{10} 5$

41

ورقة المراجعة ③

(1) أوجد قيمة $\log_p \frac{41}{35} + \log_p 70 - \log_p \frac{41}{2} - 2\log_p 5$

$\log_p \left(\frac{41}{35} \times \frac{\cancel{70}^{2}}{1}\right) - \log_p \frac{41}{2} - \log_p 5^2 \leftarrow \log_p 82 - \log_p \frac{41}{2} - \log_p 25 \leftarrow \log_p \left(\frac{82}{\frac{41}{2}}\right) - \log_p 25$

$\log_p \frac{2 \times \cancel{82}^{2}}{\cancel{41}_{1}} - \log_p 25 \leftarrow \log_p 4 - \log_p 25 \leftarrow \log_p \frac{4}{25}$

بناءً على الإجابة المرفقة في نهاية الكتاب تكون المسألة كالتالي

$\log_p \frac{41}{35} + \log_p 70 - \log_p \frac{41}{2} + 2\log_p 5$ والإجابة تكون كذلك :-

$\log_p \left(\frac{14}{\cancel{35}} \times \cancel{70}\right) - \log_p \left(\frac{41}{2}\right) + \log_p 5^2 \leftarrow \log_p 82 - \log_p \frac{41}{2} + \log_p 25 \leftarrow$

$\log_p \frac{82}{\frac{41}{2}} + \log_p 25 \leftarrow \log_p \frac{\cancel{82}^{2} \times 2}{\cancel{41}_{1}} + \log_p 25 \leftarrow \log_p 4 + \log_p 25 \leftarrow$

$\log_p (25 \times 4) = \log_p 100$

H2

② إذا كان $\log_{\text{أ}} 2 = س$ ، $\log_{\text{أ}} 3 = ص$ ، فأوجد لوغاريتم كل مما يأتي للأساس أ.

(أ) $4\frac{1}{2}$

$\log_{\text{أ}} \frac{9}{2} \leftarrow \log_{\text{أ}} 9 - \log_{\text{أ}} 2 \leftarrow \log_{\text{أ}} 3^2 - \log_{\text{أ}} 2 \leftarrow 2\log_{\text{أ}} 3 - \log_{\text{أ}} 2$

$2ص - س$

(ب) 24

$\log_{\text{أ}} 24 \leftarrow \log_{\text{أ}}(3\times 8) \leftarrow \log_{\text{أ}} 8 + \log_{\text{أ}} 3 \leftarrow \log_{\text{أ}} 2^3 + \log_{\text{أ}} 3 \leftarrow$

$3\log_{\text{أ}} 2 + \log_{\text{أ}} 3 \leftarrow 3س + ص$

(ج) $\frac{9^2}{8}$

$\log_{\text{أ}} \frac{9^2}{8} \leftarrow \log_{\text{أ}} 9^2 - \log_{\text{أ}} 8 \leftarrow \log_{\text{أ}} 9 + \log_{\text{أ}} 2^2 - \log_{\text{أ}} 2^3 \leftarrow$

$\log_{\text{أ}} 3^2 + 2\log_{\text{أ}} 2 - 3\log_{\text{أ}} 2 \leftarrow 2\log_{\text{أ}} 3 - 2\log_{\text{أ}} 2 + \log_{\text{أ}} 2 \leftarrow 2ص - 2س + 1$

$2 + (ص2 + س3-)$

---

③ حل المعادلة $\log_{10} ع5 - \log_{10}(ع2 - 3) = 1$

$\log_{10} \frac{ع5}{ع2 - 3} = 1 \leftarrow \log_{10} \frac{ع5}{ع2 - 3} = \log_{10} 10 \leftarrow \frac{ع5}{ع2 - 3} = 10 \leftarrow ع5 = 20ع - 30$

$ع5 - 20ع = -30 \leftarrow ع15 - = 30- \leftarrow ع = \frac{30-}{15-} = 2$ ∴

[43]

(4) إذا كانت ص = $5^{س-1}$ فأوجد : (أ) قيمة ص عندما س = 0 .

(ب) قيمة س عندما ص = 1 .

(أ) ص = $5^{س-1}$ ← ص = 5^{0-1} ← ص = 5^{-1} ← ص = $\frac{1}{5}$ = 0.2

(ب) ص = $5^{س-1}$ ← 1 = $5^{س-1}$ ← 5^{0} = $5^{س-1}$ ∵ الأساسان متساويان

∴ الأسس متساوية ← س − 1 = 0 ← س = 1

---

(5) إذا كان $\log_{10} 4 + 2\log_{10} أ = 2$ فأحسب قيمة أ .

$\log_{10} 4 + \log_{10} أ^2 = 2$ ← $\log_{10} 4أ^2 = \log_{10} 100$ ← $4أ^2 = 100$ ← $أ^2 = 25$ ← أ = 5

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين ← ∴ أ = ±5

---

(6) إذا كان: $\log_{ب} 3 = س$ ، $\log_{ب} 5 = ص$ ، فأوجد لوغاريتم كل مما يأتي للأساس ب

(أ) $1\frac{2}{3}$ ← $\log_{ب} 1\frac{2}{3} = \log_{ب} \frac{5}{3} = \log_{ب} 5 - \log_{ب} 3$ = ص − س

(ب) 75 ← $\log_{ب} 75 = \log_{ب} 5 \times 15 = \log_{ب} 15 + \log_{ب} 5 = \log_{ب} 5 \times 3 + \log_{ب} 5 = \log_{ب} 5 + \log_{ب} 3 + \log_{ب} 5$

$2\log_{ب} 5 + \log_{ب} 3$ = 2ص + س

44

ب) $\log_p \frac{p^5}{27} \leftarrow \log_p p^5 - \log_p 27 = \log_p 5 + \log_p p^2 - (\log_p 9 \times 3)$

$= \log_p 5 + 2\log_p p - (\log_p 3^2 + \log_p 3)$

$= \log_p 5 + 2\log_p p - 2\log_p 3 - \log_p 3 =$

$= 2 + \log_p 5 - 3\log_p 3$

7) حل المعادلة $2\log 3 + \log 2س - \log(1+3س) = 0$

$\log 3^2 + \log 2س - \log(1+3س) = 0$

$\log 9 + \log \frac{2س}{1+3س} = 0$

$\log \frac{9(2س)}{1+3س} = 0 \leftarrow \log 1 = \log \frac{18س}{1+3س} \leftarrow 1 \times \frac{18س}{1+3س} \leftarrow 1$

$18س = 1+3س \leftarrow 18س - 3س = 1 \leftarrow 15س = 1 \leftarrow \therefore س = \frac{1}{15}$

8) حل المعادلات الآتية:-

أ) $3 = 6^{\frac{س}{1+س}}$

$\log 6^{\frac{س}{1+س}} = \log 3 \leftarrow \frac{س}{1+س} \log 6 = \log 3 \leftarrow س \log 6 = (1+س)\log 3$

$س \log 6 - س \log 3 = \log 3 \leftarrow س(\log 6 - \log 3) = \log 3 \leftarrow \therefore س = \frac{\log 3}{\log 6 - \log 3}$

$\therefore س = 2.58 \leftarrow س = 2.6$

45

ب) $4 = هـ^{1-س}$

$\leftarrow 4 \text{ لو}_{هـ} = \text{لو}_{هـ} هـ^{1-س} \leftarrow 4 \text{ لو}_{هـ} = (1-س) \text{ لو}_{هـ} هـ \leftarrow 4 \text{ لو}_{هـ} = \text{لو}_{هـ} هـ$

$\because \text{لو}_{هـ} هـ = 1 \leftarrow \because 4 \text{ لو}_{هـ} = (1-س) \therefore \leftarrow 4 \text{ لو}_{هـ} + 1 = س \leftarrow$

$س = 2.4 \therefore$

ج) $\frac{س}{4} = \frac{5-س}{3}$

$\text{لو}_{4}^{س} = \text{لو}_{3}^{5-س} \leftarrow س \text{ لو}_{4} = (5-س) \text{ لو}_{3} \leftarrow$

$3 \text{ لو}_{3} - س \text{ لو}_{3} = 5 \text{ لو}_{3} - 4 \text{ لو}_{4} س \leftarrow$

$(\text{لو}_{3} - \text{لو}_{4}) س = -5 \text{ لو}_{3} \leftarrow$

$س = \frac{-5 \text{ لو}_{3}}{\text{لو}_{3} - \text{لو}_{4}} \leftarrow$

$س = -19.1 \therefore$

د) $3 = 2^{س}$

$\text{لو}_{2}^{س} = \text{لو}_{3} \leftarrow س \text{ لو}_{2} = \text{لو}_{3} \leftarrow$

$س = \frac{\text{لو}_{3}}{\text{لو}_{2}} = 1.58$

هـ) $2 = هـ^{س}$

$\text{لو}_{هـ}^{س} = \text{لو}_{هـ} 2 \leftarrow س \text{ لو}_{هـ} = \text{لو}_{هـ} 2 \leftarrow$

$س = \frac{\text{لو}_{هـ} 2}{\text{لو}_{هـ} هـ} \leftarrow$

$س = \frac{\text{لو}_{هـ} 2}{1} = \text{لو}_{هـ}^{2} = 0.69$

و) $3 = 5^{1-س}$

$\text{لو}_{3}^{1-س} = \text{لو}_{5} \leftarrow (1-س) \text{ لو}_{3} = \text{لو}_{5} \leftarrow$

$\text{لو}_{3} - س \text{ لو}_{3} = \text{لو}_{5} \leftarrow$

$س = \frac{\text{لو}_{3} - \text{لو}_{5}}{\text{لو}_{3}}$

$س = \frac{\text{لو}_{3} + \text{لو}_{5}}{\text{لو}_{3}} \leftarrow \text{لو}_{3} + \text{لو}_{5} = \text{لو}_{3} س$

$2.46 = س \therefore$

46

$\leftarrow 6ل = 5ل(1+ن) \leftarrow 6ل = {}^{1+ن}5ل$	$6 = {}^{1+ن}5$ (j)
$4ل5 - 6ل = 5ل ن \leftarrow 6ل = 5ل + 5ل ن$	
$0.1 = \frac{5ل - 6ل}{5ل} = ن$	

$\leftarrow 8ل ن = 12ل(ن-1) \leftarrow {}^{ن}8ل = {}^{ن-1}12ل$	${}^{ن}8 = {}^{ن-1}12$ (c)
$12ل ن + 8ل ن = 12ل \leftarrow 8ل ن = 12ل ن - 12ل$	
$\frac{12ل}{12ل + 8ل} = ن \therefore \leftarrow 12ل = (12ل + 8ل) ن$	
$0.54 = ن \therefore$	

$\leftarrow {}_{ه}6ل = {}_{ه}5ل(1+ن) \leftarrow {}_{ه}6ل = {}_{ه}^{1+ن}5ل$	$6 = {}_{ه}^{1+ن}5$ (d)
$0.79 = ن \therefore \leftarrow 1 - {}_{ه}6ل = ن \leftarrow {}_{ه}6ل = 1 + ن$	

⑨ حل المعادلات الآتية :-

(أ) $2^{س} = 512$

$2^{س} = 2^{9}$ ← الأساسات متساوية ∴ الأسس متساوية

∴ س = 9

(ب) $(0.01)^{3-س} = 1000$

$(\frac{1}{100})^{3-س} = 1000$ ← $(\frac{1}{2(10)})^{3-س} = 1000$ ← $10^{3} = 10^{3-س}$

$10^{3} = 10^{-2س+6}$ ← $10^{3} = 10^{-2}(10^{س})$

∴ الأساسات متساوية ∴ الأسس متساوية ← $-2س + 6 = 3$ ←

$-2س = 6 - 3 = -3$ ←	∴ س = $\frac{-3}{-2} = \frac{3}{2} = 1.5$

(ج) $(81)^{س} = (27)^{5-س}$

$(4(3))^{س} = (3(3))^{5-س}$ ←

∴ الأساسات متساوية ←	$(3)^{4س} = (3)^{9-س}$

∴ الأسس متساوية ← $4س = 9 - س$ ← $-5س = -9$ ← $-5س = -15$ ← $س = 3$

∴ س = $\frac{-15}{-5} = 3$	

(د) $(4)^{1+س} = (2)^{1-س}$

$(2(2))^{1+س} = (2)^{1-س}$ ← $(2)^{2+2س} = (2)^{1-س}$ ← ∴ الأساسات متساوية

∴ الأسس متساوية ← $2س + 2 = 1 - س$ ← ∴ س = −3

48

$(2)^{4+س} = (2)^{5}$ ← ∵ الأساسات متساوية

∴ الأسس متساوية ← $س+4=5$ ← $س=1$

(هـ) $(2)^{4+س} = 32$

(و) $ص = (\frac{1}{2})^{س}$

بتطبيق القانون $(ب^{ن})^{ن} = ب^{ن}$ ← $6 = (18)^{س}$

بأخذ لوغاريتم الطرفين ← $لو 6 = لو (18)^{س}$

$س لو 18 = لو 6$ ← $س = \frac{لو 6}{لو 18} = 0.6$ ∴

(ط) إذا كان $س = 4 \Delta^{2-س}$ فأوجد:-

(ي) قيمة س عندما ص = 0

$ص = 4 \Delta^{2-س}$ ← $4 \Delta^{2-س} = س$ ← $4 \Delta^{(0)2-س} = س$ (1)

∴ $س = 4$

(ب) قيمة س عندما س = 18

$18 = 4 \Delta^{2-س}$ ← $\frac{18}{4} = \Delta^{2-س}$ ← $\frac{9}{2} = \Delta^{2-س}$

بأخذ لوغاريتم الطرفين ← $لو_{هـ} \frac{9}{2} = لو_{هـ} \Delta^{2-س}$

$-2س لو_{هـ} \Delta = لو_{هـ} \frac{9}{2}$ ← $-2س = 1.5$ ← $س = \frac{1.5}{-2} = -0.75$ ∴

491

(11) إذا كان $\log_3 p = \theta$ عبر عن الآتي بدلالة θ :-

(1) $\log_3 p^3$ ← $3\log_3 p = 3\theta$

(2) $\log_3 \frac{1}{p}$ ← $\log_3 p^{-1} = -\log_3 p = -\theta$

---

(12) حل المعادلة $\log_p 16 = 8$ نقوم بالتحويل للصيغة الأسية

$p^8 = 16 \leftarrow p^8 = (p^2)^4 = (2)^4$ ∴ الأساس متساوية

∴ الأساسات متساوية ← $p^2 = 2$ ← $\sqrt{p^2} = \sqrt{2}$ ← $p = 1.4$ ∴

---

(12) حل المعادلات الآتية :-

(أ) $2^{س} = 3^{2-س}$ ← $\log 2^{س} = \log 3^{2-س}$ ← $س \log 2 = (2-س)\log 3$

$س \log 2 = س \log 3 - 2\log 3$ ← $س \log 3 - س \log 2 = 2\log 3$

$س(\log 3 - \log 2) = 2\log 3$ ← $س = \frac{2\log 3}{\log 3 - \log 2} = 5.4$ ∴

(ب) $5^{س} = 2^{3+س}$ ← $\log 5^{س} = \log 2^{3+س}$ ← $س \log 5 = (3+س)\log 2$

$س \log 5 = 3\log 2 + س \log 2$ ← $س \log 5 - س \log 2 = 3\log 2$

$س(\log 5 - \log 2) = 3\log 2$ ← $س = \frac{3\log 2}{\log 5 - \log 2} = 2.27 \simeq 2.3$ ∴

50

ب) $(\log س)^2 = \log س^2$

$(\log س)^2 - \log س^2 = 0 \leftarrow$

$(\log س)^2 - 2\log س = 0 \leftarrow \log س(\log س - 2) = 0 \leftarrow$

أ) $\log س = 0 \leftarrow س = 10^0$

$س = 1$

$\log س - 2 = 0 \leftarrow \log س = 2$

$س = 10^2 \leftarrow س = 100$

ج) $16 = 2^{3س-2}$

$2^{3س-2} = (2)^4 \leftarrow$ الأساسات متساوية

$\therefore$ الأسس متساوية $\leftarrow 4 = 3س - 2 \leftarrow 3س - 2 = 4$

$\therefore س = \frac{-2}{3} = -0.67 \leftarrow -3س = 2$

---

13) ① اختصر كلا مما يأتي:-

ب) $\frac{6}{\sqrt{11} - \sqrt{3}} + \frac{4}{\sqrt{11} + \sqrt{3}}$

$\frac{(\sqrt{11} + \sqrt{3})6 + (\sqrt{11} - \sqrt{3})4}{(\sqrt{11} - \sqrt{3})(\sqrt{11} + \sqrt{3})}$

$= \frac{6\sqrt{11} + 6\sqrt{3} + 4\sqrt{11} - 4\sqrt{3}}{11 - 3}$

$= \frac{10\sqrt{11} + 2\sqrt{3}}{8} = \frac{(5\sqrt{11} + \sqrt{3})2}{8}$

$\frac{5\sqrt{11} + \sqrt{3}}{4}$

ب) $(\frac{1}{4}ن - \frac{1}{4}م)(\frac{1}{4}ن + \frac{1}{4}م)$

$\frac{1}{4}م \times \frac{1}{4}م - \frac{1}{4}م \times \frac{1}{4}ن + \frac{1}{4}ن \times \frac{1}{4}م - \frac{1}{4}ن \times \frac{1}{4}ن$

$\frac{1}{2}م - (\frac{1}{4}ن)(\frac{1}{4}م) + (\frac{1}{4}م)(\frac{1}{4}ن) - \frac{1}{2}ن \leftarrow$ | $\frac{1}{2}م - \frac{1}{2}ن = م - ن$

ج) $(ع^{2} + ع)(ع^{2} - ع)$

$ع^{(ن+2)} - ع^{(ن+1)} + ع^{(ن+1)} - ع^{(ن+0)}$

$ع^{ن} - ع^{0} + ع^{ن} - ع^{0} \leftarrow$ | $ع^{ن} + ع^{ن}$

د) $\frac{ن^{2} \times ن^{3} \times ن^{4}}{ن^{2}}$

$= \frac{ن^{9}}{ن^{2}} = ن^{7} = ن^{7-2} = ن^{5}$

هـ) أحسب قيمة $\log_{5} 9 \times \log_{3} 25$

$\log_{5} 3^{2} \times \log_{3} 25 \leftarrow \log_{5} 3 \times \log_{3} 25$

$4 \log_{5} 3 \times \log_{3} 25 \leftarrow$ بتطبيق القانون رقم (4) $\leftarrow 4 \log_{5} 25 \leftarrow$

$4 \log_{5} 5^{2} \leftarrow \log_{5} 8 \leftarrow 8(1) = 8$

52

(14) حل المعادلات الآتية:-

(أ) $\log(س-2)+\log(3-2س)=2\log س$

$\log(س-2)(3-2س)=\log س^2$

$\log(س-2)(3-2س)=\log س^2$

$6+س7-س^2 2=6+س7-س^2 \leftarrow س^2 \leftarrow 6+س7-س^2 2=(س-6)(س-1)$

$س=6 ، س=1 \leftarrow س=\{1،6\}$

(ب) $5^{س+1}=3^{س}$

$\log 5^{س+1}=\log 3^{س} \leftarrow س\log 3=(س+1)\log 5 \leftarrow$

$س\log 3=س\log 5+\log 5 \leftarrow س(\log 3-\log 5)=\log 5$

$\therefore س=\frac{\log 5}{\log 3-\log 5}=-3.15\simeq -3.2$

---

(15) أوجد قيمة:-

(أ) $2^{\log 4}(4^{\log\frac{1}{4}}-7^{\log\frac{1}{7}})$

$2^{\log 4}(4^{\log\frac{1}{4}}-7^{\log\frac{1}{7}}) \leftarrow 2^{\log 4}=2^{\log 2^2}=2^{2\log 2}=2^{2\log 2}=4-2=2$

(ب) $\sqrt[3]{ص}\times\sqrt[3]{ص}\times\sqrt[3]{ص}$

$\sqrt[3]{ص\times ص\times ص}=\sqrt[3]{ص^3}=ص$

53

أ) $\sqrt{32} - 5 - \frac{1}{8}\sqrt{18} - \frac{1}{2}\sqrt{24}$

$\sqrt{16\times2} - 5 - \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{8}}18 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{1}}24$

$\sqrt{16}\times\sqrt{2} - 5 - \frac{1}{\sqrt{2\times4}}18 - \frac{\sqrt{2}}{2}24$

$\sqrt{2}\times4\times5 - \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{2}}18 - \frac{\sqrt{2}}{2}24$

$\sqrt{12} - \frac{9}{\sqrt{2}} - 20\sqrt{2} \leftarrow -8\sqrt{2} \leftarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\times\frac{9}{\sqrt{2}}$

$-8\sqrt{2} \leftarrow \sqrt{2}(-8) \leftarrow \sqrt{2}\frac{9}{2} - 8\sqrt{2} \leftarrow \left(\frac{9}{2}-8\right)\sqrt{2} \leftarrow \frac{25}{2}\sqrt{2}$

ب) $(\sqrt{أ}س + \sqrt{ب}ص)(\sqrt{أ}س - \sqrt{ب}ص)$

العدد × مرافقه = مربع الاول − مربع الثاني

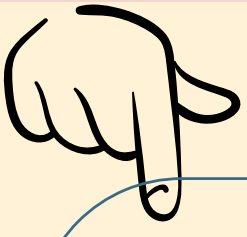
$(\sqrt{أ}س)^2 - (\sqrt{ب}ص)^2 \leftarrow (أ س^2 - ب ص^2)$

تم رفع الملف
عبر

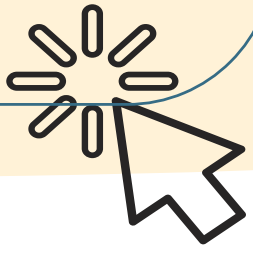
موقع الكتاب 24

للعودة الى الموقع اكتب في بحث جوجل

موقع الكتاب 24



alktab24.online



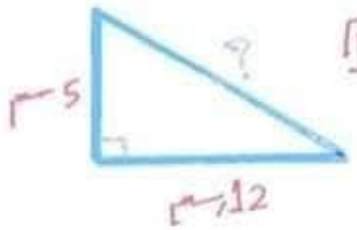
الباب الثالث / نظرية فيثاغورس وحساب المثلثات

1

تمرين p3

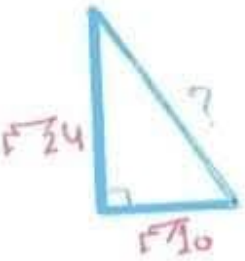
(1) أوجد طول الوتر في كل من المثلثات القائمة الثالية :-

أ



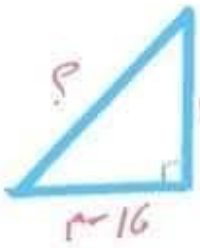
طول الوتر = $\sqrt{(5)^2+(12)^2}$ = 13 سم

ب



طول الوتر = $\sqrt{(24)^2+(10)^2}$ = 26 سم

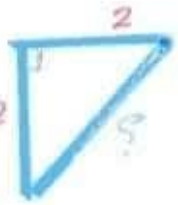
جـ



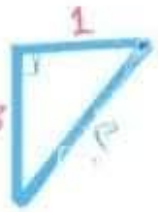
طول الوتر = $\sqrt{(16)^2+(30)^2}$ = $\sqrt{34}$

M - A S

[2] (2) أوجد طول الوتر في كل من المثلثات القائمة التالية مقرباً إجابتك لأقرب ثلاثة أرقام معنوية :-

[أ] 

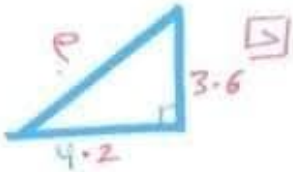
طول الوتر = $\sqrt{(2)^2 + (2)^2} = \sqrt{8} = 2.83$

[ب] 

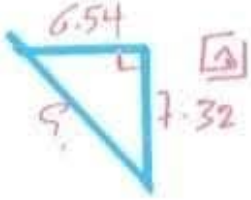
طول الوتر = $\sqrt{(3)^2 + (1)^2} = \sqrt{10} = 3.16$

[جـ]

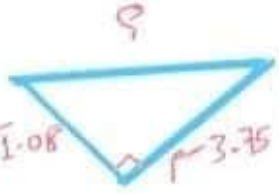
طول الوتر = $\sqrt{(6)^2 + (7)^2} = \sqrt{85} = 9.22$

[د] 

طول الوتر = $\sqrt{(4.2)^2 + (3.6)^2} = \sqrt{30.6} = 5.53$

[هـ] 

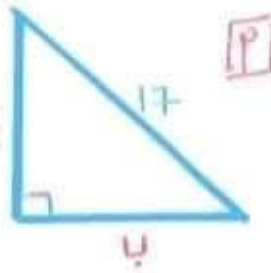
طول الوتر = $\sqrt{(6.54)^2 + (7.32)^2} = \sqrt{96.14} = 9.82$

[و] 

طول الوتر = $\sqrt{(1.08)^2 + (3.75)^2} = \sqrt{15.2} = 3.89$

[3] (3) أوجد الطول المجهول والمشار اليه في المثلثات القائمة التالية :-

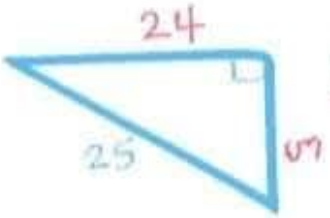
[أ]



ب = $\sqrt{(17)^2 - (8)^2}$ = $\sqrt{225}$ = 15

M

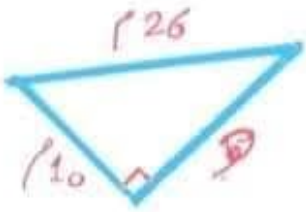
[ب]



جـ = $\sqrt{(25)^2 - (24)^2}$ = $\sqrt{49}$ = 7

A

[ج]

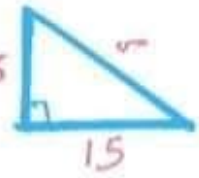


د = $\sqrt{(26)^2 - (10)^2}$ = $\sqrt{576}$ = 24

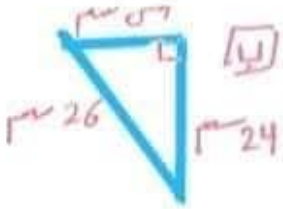
M A الشحاتي

٤) (٤) أوجد قيمة س في كل من المثلثات القائمة التالية مقرباً إجابتك لأقرب ثلاث أرقام معنوية :-

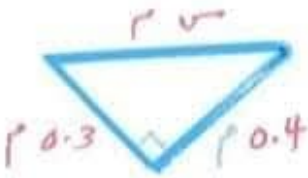
أ) $س = \sqrt{(15)^2 + (8)^2} = \sqrt{289} = 17$



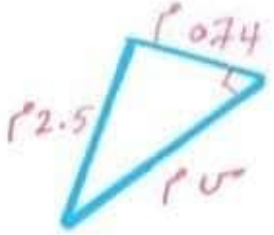
ب) $س = \sqrt{(26)^2 - (24)^2} = \sqrt{100} = 10$ سم

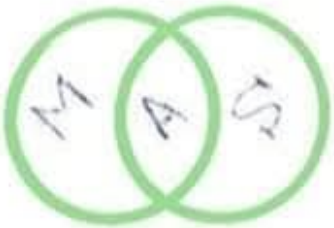


ج) $س = \sqrt{(0.3)^2 + (0.4)^2} = \sqrt{0.25} = 0.5$ م



د) $س = \sqrt{(0.74)^2 - (2.5)^2} = \sqrt{5.7} = 2.39$ م

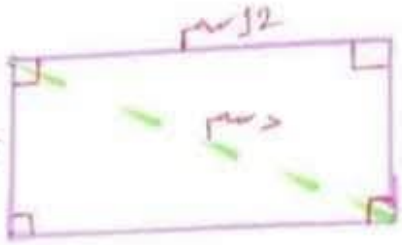




5 تمرين 3 ب

1 أوجد الطول المجهول والمشار إليه في الأشكال الآتية قرب الناتج لأقرب ثلاثة أرقام معنوية، إن لم يكن الرقم صحيحاً.

P1



∵ الشكل المعطى مستطيل

∴ كل ضلعين متقابلين متطابقين (متساويين)

∴ د = $\sqrt{(12)^2+(8)^2}$ = $\sqrt{208}$ = 14.4

ب

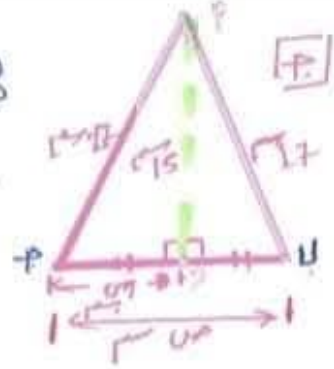
∵ $\overline{DP} \perp \overline{أب}$ ∴ $\overline{أد} = \overline{دب} = \overline{Pد} = 10$

∵ ΔPأب متساوي الساقين

∴ س = ص = $\sqrt{(10)^2+(24)^2}$ = $\sqrt{676}$

= 26 سم

[6] [أ]



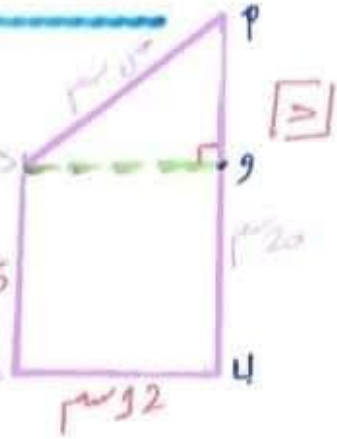
في Δ أ ب جـ

$س = \sqrt{(17)^2 - (15)^2} = \sqrt{64} = 8$ سم

∵ المثلث أ ب جـ متساوي الساقين ، $\overline{أ د} \perp \overline{ب جـ}$ وينصفه

∴ $ص = 2س = (8 \times 2) = 16$ سم

[ب]



نرسم $\overline{د و} \perp \overline{أ ب}$ للحصول على مثلث قائم الزاوية في و

$و د = ب جـ = 12$ سم

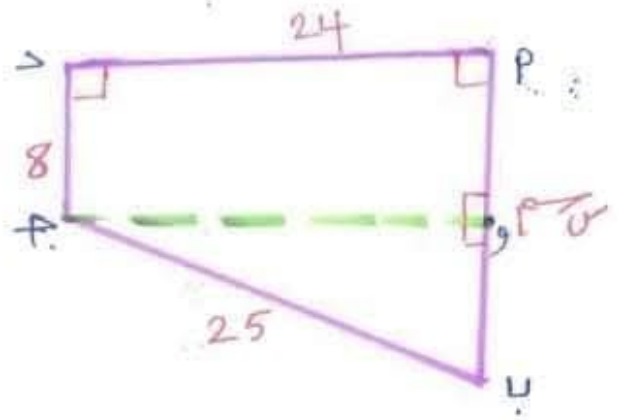
∵ $\overline{ب و} = \overline{د جـ} = 15$ سم ∴ $و أ = ب أ - ب و = 20 - 15 = 5$ سم

∵ Δ أ و د قائم الزاوية في و

∴ $د أ = \sqrt{(5)^2 + (12)^2} = \sqrt{169} = 13$ سم

٦

٥



نرسم $\overline{هـ و} \perp \overline{ب ﻫ}$ للحصول على مثلث قائم الزاوية في و

∵ ﻫ و هـ د مستطيل

∴ ﻫ د = و هـ = 24 ، ﻫ و = د هـ = 8

في المثلث و ب هـ القائم الزاوية في و

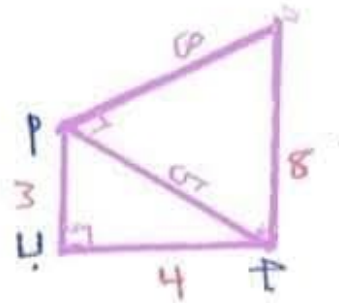
$$ب و = \sqrt{(25)^2 - (24)^2} = \sqrt{49} = 7 \text{ سم}$$

$$ب ﻫ = (ب و + و ﻫ) = (7 + 8) = 15 \text{ سم}$$

∴ س = ب ﻫ = 15 سم

8 (2) في كل من الأشكال التالية أوجد قيمة س ثم أوجد قيمة ص؟

(أ)



في المثلث أ ب ج نوجد قيمة س

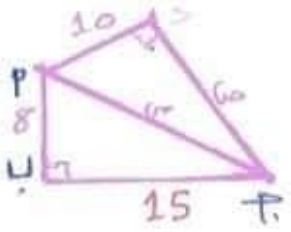
$س = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = \sqrt{25}$

5 =

من المثلث أ ج د نوجد قيمة ص

$ص = \sqrt{(8)^2 - (5)^2} = \sqrt{39} = 6.24$

(ب)



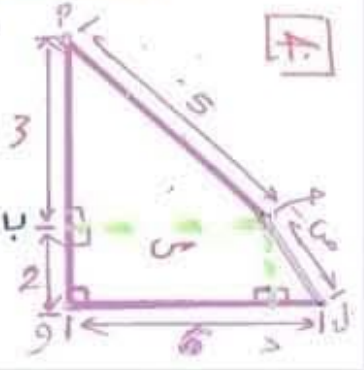
من المثلث أ ب د نوجد قيمة س

$س = \sqrt{(8)^2 + (15)^2} = \sqrt{289} = 17$

من المثلث أ ج د نوجد قيمة ص

$ص = \sqrt{(10)^2 - (7)^2} = \sqrt{189} = 13.7$

(ج)



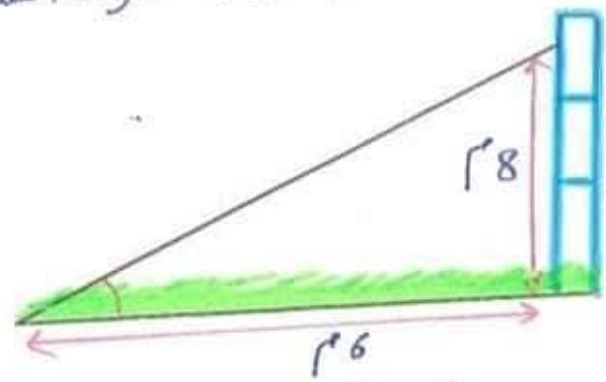
من المثلث أ ب هـ $ص = \sqrt{(3)^2 - (5)^2} = \sqrt{4}$

$\overline{هـ د} = \overline{و ل} - \overline{ب ج} = 6 - 4 = 2$

$\because \overline{ب و} = \overline{ج د} = 2$ (ب ج د و مستطيل)

$\therefore ص = \sqrt{(2)^2 + (2)^2} = \sqrt{8} = 2.83$

[٩] [ج] يرتكز سلم على حائط رأسي فإذا كانت قمة السلم ترتفع عن سطح الأرض 8 م وتبعد قاعدته عن قاعدة الحائط 6 م أوجد طول السلم ؟



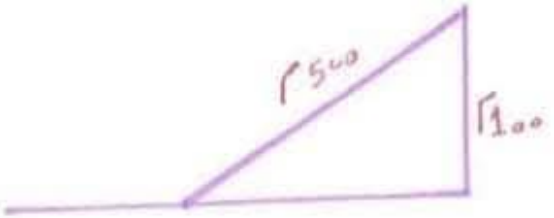
∴ الإجابة

من الشكل المعطاه في السؤال نجد أنه الرسم عبارة عن مثلث قائم الزاوية .

الوتر $\overline{أ ب}$ = $\sqrt{(6)^2 + (8)^2}$ = 10 م

---

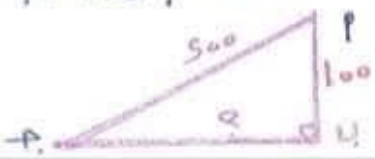
[٤] سار رجل مسافة 500 م متجهاً جانباً في تل فإذا كانت المسافة العمودية للتل 100 م أوجد المسافة الأفقية التي سارها الرجل ؟



∴ الإجابة

المثلث أ ب ج قائم الزاوية في ب

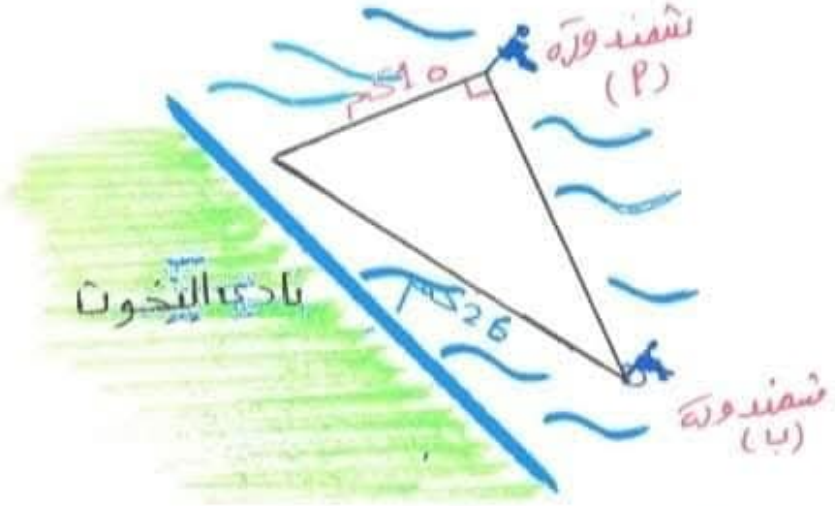
$\overline{ب ج}$ = $\sqrt{(500)^2 - (100)^2}$ = 490 م



10 [5] استأجر المضمار لمسابقة النحوت إيجار اليخت في شكل مثلثي كما هو موضح بالشكل، فإذا كانت المسافة من نادي اليخت الى الشمندورة (أ) = 10 كم والمسافة من النادي إلى الشمندورة (ب) = 26 كم

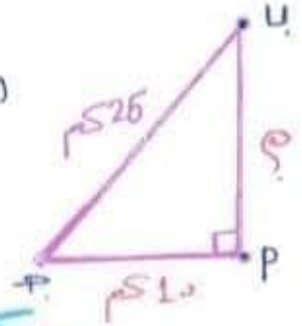
(أ) أوجد المسافة بين الشمندورتين أ، ب ؟

(ب) عندئذ أوجد الطول الكلي لمضمار مسابقة النحوت ؟



~ الإجابة ~

(أ) المسافة $\overline{أ ب}$ $= \sqrt{(10)^2 - (26)^2} = \sqrt{576}$

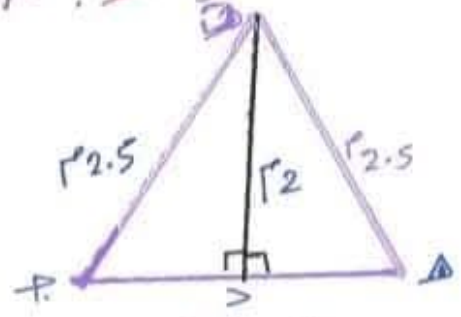


$= 24$ كم

(ب) الطول الكلي للمضمار $= (\overline{أ ب} + \overline{ب P} + \overline{P أ}) = (10 + 26 + 24)$

$= 60$ كم

١١ [6] ثبت ساري خيمة تد عمودياً بواسطة حبلين تـ جـ ، تـ هـ إلى الأرض فإذا كان طول كل من الحبلين 2.5 متر وكان طول الساري 2 متر. (P) أوجد طول دهـ ؟ (ب) ثم أوجد طول جـ هـ ؟



الاجابة :-

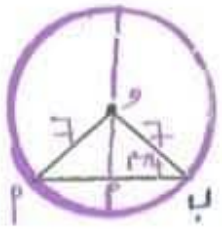
(P) من المثلث القائم الزاوية د تـ هـ نوجد طول $\overline{دهـ}$

$$\overline{دهـ} = \sqrt{(2)^2 - (2.5)^2} = \sqrt{2.25} = 1.5 \text{ م}$$

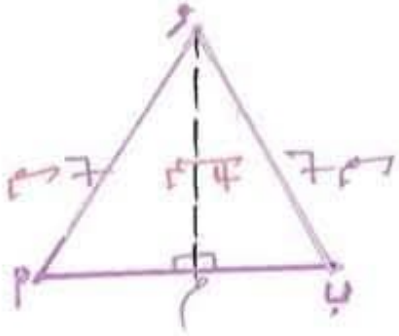
(ب) ∵ Δ جـ تـ هـ متساوي الساقين ، $\overline{تـ د} \perp \overline{جـ هـ}$ وينصفه

$$\therefore \overline{جـ هـ} = 2 \overline{دهـ} = (1.5 \times 2) = 3 \text{ م}$$

12 [7] أب وتر في دائرة مركزها و وطول نصف قطرها 7 سم، فإذا كان طول العمود وم من و إلى أب يساوي 4 سم، أحسب طول أب مقرباً الناتج لأقرب ثلاثة أرقام معنوية ؟



الاجابة :-



في المثلث القائم الزاوية أ و م

$$\text{أ م} = \sqrt{(7)^2 - (4)^2} = 5.74 \text{ سم}$$

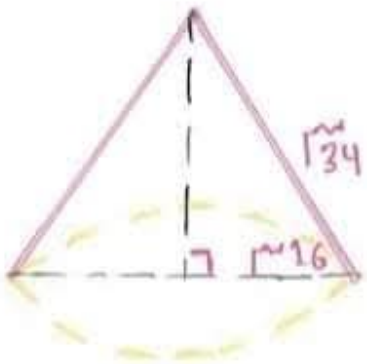
∵ المثلث أ و ب متساوي الساقين، و م ⊥ أب ونصفه

$$\therefore \text{أب} = 2 \times \text{أ م} = (5.74 \times 2) = 11.5 \text{ سم}$$

---

[8] مخروط دائري قائم طول نصف قطر قاعدته 16 سم وطول حرفه المائل 34 سم. أحسب ارتفاعه ؟

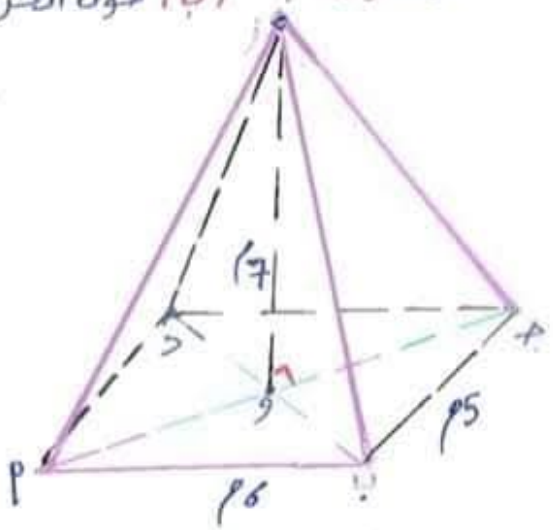
الاجابة :-



ارتفاع القاعدة $= \sqrt{(34)^2 - (16)^2}$

$= \sqrt{900} = 30$ سم

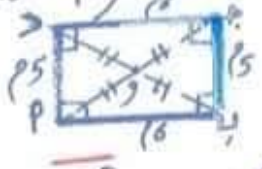
13 [9] هرم قائم قاعدته مستطيلة الشكل طولها 6 أمتار وعرضها 5 أمتار
فإذا كان ارتفاع الهرم ز ويساوى 7 متر احسب لأقرب ثلاثة أرقام
معنوية :- (أ) طول وجـ ؟ (ب) طول الحرف المائل أجـ ؟

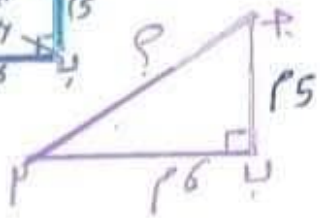


* الإجابة :-

(أ) ∵ قاعدة الهرم مستطيلة

∴ كل زواياه قائمة والقطران كل منهما ينصف الآخر ومتساويان



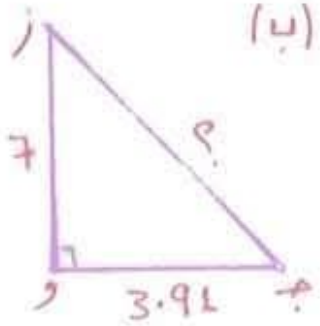


$$\overline{أ\,ب} = \sqrt{(5)^2 + (6)^2} = \sqrt{61} = 7.81$$

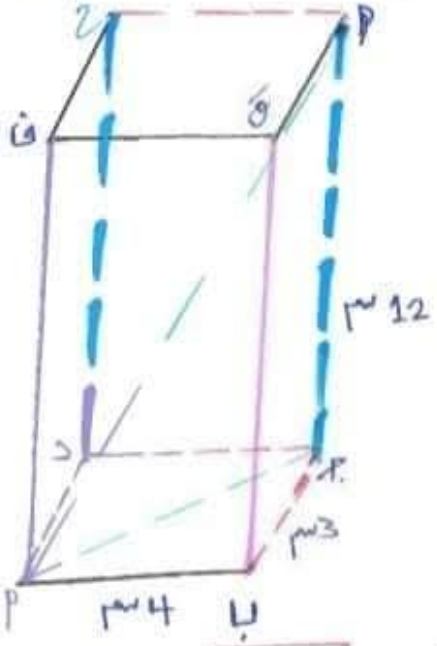
$$\therefore \overline{أ\,و} = \frac{\overline{أ\,ب}}{2} = \frac{7.81}{2} = 3.91$$

(ب)

$$\overline{أ\,جـ} = \sqrt{(3.91)^2 + (7)^2} = 8.02$$



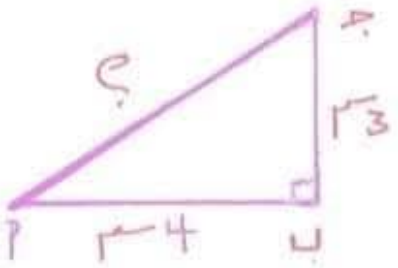
14 15 أوجد طول $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ جـ}$ ، $\overline{أ هـ}$ في متوازي السطوح المستطيلة الموضح.



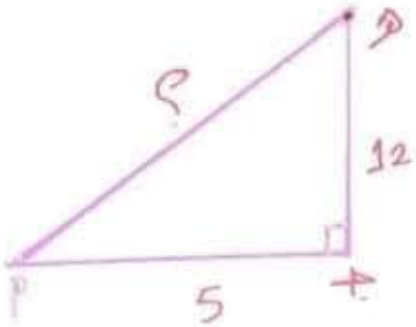
الإجابة :-

∵ القاعدة على شكل مستطيل

∴ الزوايا جميعها قائمة



$$\overline{أ جـ} = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ سم}$$



$$\overline{أ هـ} = \sqrt{(5)^2 + (12)^2} = \sqrt{169} = 13 \text{ سم}$$

15 تمرين 3 م

1 بين أي Δ Δ Δ الآتية قائم الزاوية، إذا كانت أطوال أضلاعها :-

(أ) 8، 15، 18 (ب) 20، 12، 16 (جـ) 3، 4، 5

الاجابة :-

(أ) $(18)^2$ ؟ $(15)^2 + (8)^2$

324 ؟ 225 + 64

324 ≠ 289

∴ Δ غير قائم الزاوية

(ب) $(20)^2$ ؟ $(16)^2 + (12)^2$

400 ؟ 256 + 144

400 = 400

∴ Δ قائم الزاوية

(جـ) $(5)^2$ ؟ $(4)^2 + (3)^2$

25 ؟ 16 + 9

25 = 25

∴ Δ قائم الزاوية

M

A

S

16 [2] P ب ج مثلث أنزل أهـ عمود آ على ب جـ وكان أ جـ = 15 سم

أهـ = 12 سم ، $\overline{أ ب}$ = 160 سم ثم نصف أهـ في ك فأثبت أن

هـ ب ك جـ قائمة ؟

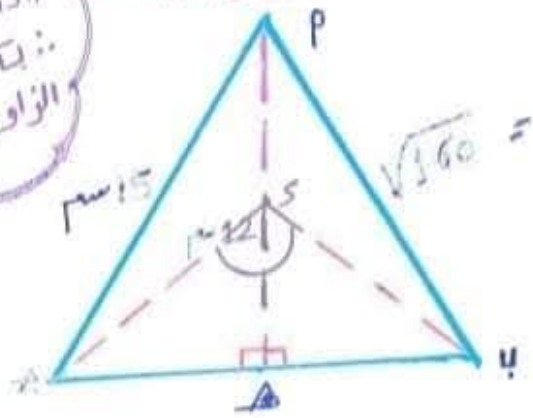
الفكرة

إذا كان $(ب جـ)^2 = (ب ك)^2 + (ك جـ)^2$

∴ ب جـ وتر في Δ ب ك جـ قائم

الزاوية ب ك جـ = 90°

الإجابة



= 12.65 سم

من المثلث أهـ جـ نوجد قيمة هـ جـ ⟵ $\overline{هـ جـ}$ = $\sqrt{(15)^2 - (12)^2}$ = 9 سم

من المثلث أ هـ ب نوجد قيمة هـ ب ⟵ $\overline{ب هـ}$ = $\sqrt{(\sqrt{160})^2 - (12)^2}$ = 4 سم

من المثلث ك هـ جـ نوجد قيمة ك جـ ⟵ $\overline{ك جـ}$ = $\sqrt{(6)^2 + (9)^2}$ = $\sqrt{117}$

من المثلث ك هـ ب نوجد قيمة ك ب ⟵ $\overline{ك ب}$ = $\sqrt{(6)^2 + (4)^2}$ = $\sqrt{52}$

ب جـ = $\overline{ب هـ} + \overline{هـ جـ}$ = (4 + 9) = 13 سم

$(ب جـ)^2 = (ب ك)^2 + (ك جـ)^2$ = $\sqrt{(\sqrt{52})^2 + (\sqrt{117})^2}$ = $\sqrt{52 + 117}$ = $\sqrt{169}$ = 13

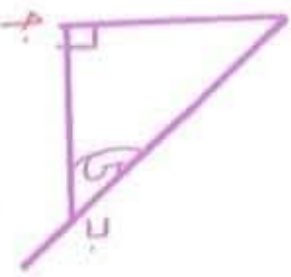
∵ قيمة ب جـ = $\sqrt{(ب ك)^2 + (ك جـ)^2}$

∴ قيمة الزاوية ب ك جـ = 90° قائمة

تمرين 53

1 أرسم كلاً من المثلثات الآتية قائمة الزاوية وأكتب بيانات المقابل والمجاور والوتر للزاوية حـ؟

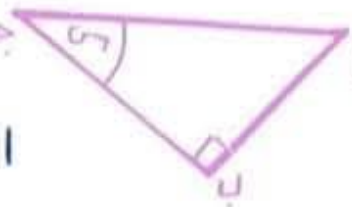
(أ)



المقابل = أ ∡

المجاور = ب ∡ ، الوتر = أ ب

(ب)



المقابل = أ ب ∡

المجاور = ب أ ∡ ، الوتر = أ ∡

---

2 بالنسبة للمثلثات الآتية:-

(i) أرسم المثلث بدقة.

(ii) قس ب ∡.

(iii) احسب طول أ ب لأقرب رقمين عشريين.

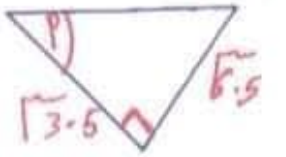
(iv) تأكد من إجابتك باستخدام مفتاح Tan على آلتك الحاسبة مقرباً لأقرب ثلاثة أرقام عشرية.

	أ ب	أ ∡	ب ∡
أ	10 سم	45°	90°
ب	8 سم	30°	90°
ج	6 سم	40°	90°
د	8 سم	50°	90°
هـ	5 سم	63°	90°
و	3 سم	69°	90°

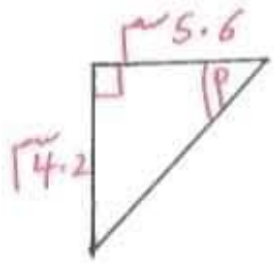
ملاحظة: «استخدم المسطرة والمنقلة لإجادة رسم المثلث بدقة كبيرة»

18 [3] بالنسبة للمثلثات الآتية أوجد ق(∠P) مقرباً ، اجابتك لأقرب ثلاثة أرقام معنوية ، اذا لم يكن الناتج صحيحاً .

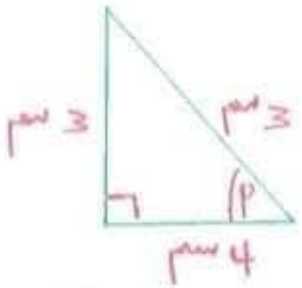
(أ)



(ب)



(ج)



ق(∠P) = $\frac{3}{4}$ = 0.75

ق(∠P) = $\frac{4.2}{5.6}$ = 0.75

ق(∠P) = $\frac{6.5}{3.5}$ = 1.86

---

4 استخدم آلتك الحاسبة لإيجاد قيمة كل مما يأتي مقرباً ، اجابتك لأقرب ثلاثة أرقام معنوية ، اذا لم يكن الناتج صحيحاً .

(أ) ق(∠A) = 45.0° = 0.839

(ب) ق(∠B) = 23° = 0.424

(ج) ق(∠C) = 35° = 0.700

(د) ق(∠D) = 85.1° = 11.7

(هـ) ق(∠E) = 12.6° = 0.224

(و) ق(∠F) = 0° = 0

---

5 استخدم آلتك الحاسبة لإيجاد قياس الزاوية P في كل مما يأتي مقرباً ، اجابتك لأقرب رقم عشري واحد مالم تكن الإجابة صحيحة :-

(أ) ق(∠P) = 12 ، P = ق(∠P)$^{-1}$ = (12)$^{-1}$ = 85.2°

(ب) ق(∠P) = 4.2 ، P = ق(∠P)$^{-1}$ = (4.2)$^{-1}$ = 76.6°

(ج) ق(∠P) = 0.0012 ، P = ق(∠P)$^{-1}$ = (0.0012)$^{-1}$ = 0.1°

(د) ق(∠P) = 0 ، P = ق(∠P)$^{-1}$ = (0)$^{-1}$ = 0°

(هـ) ق(∠P) = 4.371 ، P = ق(∠P)$^{-1}$ = (4.371)$^{-1}$ = 17.1°

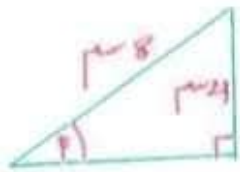
(و) ق(∠P) = 200 ، P = ق(∠P)$^{-1}$ = (200)$^{-1}$ = 89.7°

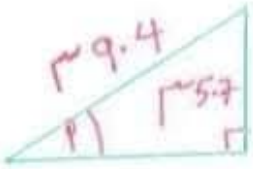
تمرين 19 (3 هـ)

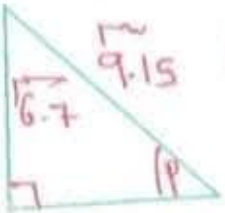
1 يترك للطالب

ملاحظة: استخدام المسطرة والمنقلة لرسم المثلث بدقة كبيرة

2 بالنسبة للمثلثات الآتية أوجد جا P مقرباً، اجابتك لأقرب ثلاثة أرقام معنوية بأنه لم تكن صحيحة :-

(أ) 

(ب) 

(ج) 

جا P = 4/8 = 0.5

جا P = 5.7/9.4 = 0.606

جا P = 6.7/9.15 = 0.732

3 استخدم آلتك لإيجاد زاوية P في كل مما يأتي مقرباً، اجابتك لأقرب رقم عشري واحد :-

(أ) جا P = 0.3 ، P = جا⁻¹(0.3) = 17.5°

(ب) جا P = 0.78 ، P = جا⁻¹(0.78) = 51.3°

(ج) جا P = 0.01 ، P = جا⁻¹(0.01) = 0.6°

(د) جا P = -0.456 ، P = جا⁻¹(-0.456) = -27.1°

(هـ) جا P = 1 ، P = جا⁻¹(1) = 90°

4 استخدم آلتك الحاسبة لإيجاد قيمة كل مما يأتي لأقرب ثلاثة أرقام معنوية :-

(أ) جا 40° = 0.643

(ب) جا 50° = 0.766

(ج) جا 60° = 0.866

(د) جا 70° = 0.940

ملاحظة: أنه كلما زادت قيمة الزاوية زادت قيمة جيب الزاوية

20 تمرين 3 و 1 يترك للطالب

ملاحظة تستخدم المسطرة والمنقلة لرسم المثلث بدقة كبيرة

2 بالنسبة لكل مثلث من المثلثات الآتية أوجد جتا م مقرباً إجابتك لأقرب ثلاثة أرقام معنوية إذا لم تكن صحيحة :-

(أ) 3سم، م، 2سم

(ب) 10سم، م، 8سم

(جـ) 3.6، م، 8.2

جتا م = 2/3 = 0.667

جتا م = 8/10 = 0.8

جتا م = 3.6/8.2 = 0.439

3 استخدم آلة الحاسبة لإيجاد قياس م في كل مثلث مما يأتي مقرباً إجابتك لأقرب رقم عشري واحد إذا لم تكن صحيحة :-

(أ) جتا م = 1

م = جتا⁻¹(1) = 0°

(ب) جتا م = 0.67

م = (0.67)⁻¹جتا = 47.9

(جـ) جتا م = 0.707

م = جتا⁻¹(0.707) = 45

(د) جتا م = 0.123

م = جتا⁻¹(0.123) = 82.9

(هـ) جتا م = 0.9875

م = جتا⁻¹(0.9879)

م = 9.1

4 استخدم آلة الحاسبة لإيجاد قيمة كل مما يأتي لك لأقرب ثلاثة أرقام معنوية :-

(أ) جتا 40° = 0.766

(ب) جتا 50° = 0.643

(جـ) جتا 60° = 0.5

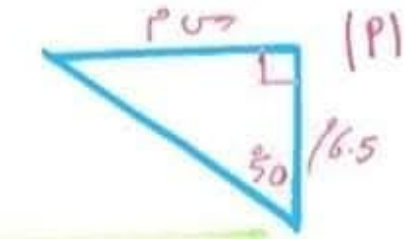
(د) جتا 87.9° = 0.037

لاحظ أنه كلما زادت قيمة الزاوية قلت قيمة جيب التمام

تمرين 21 (ز3)

1 أوجد طول الضلع الذي يحمل العلامة س في كل من المثلثات الآتية مقرباً إجابتك لأقرب ثلاثة أرقام معنوية.

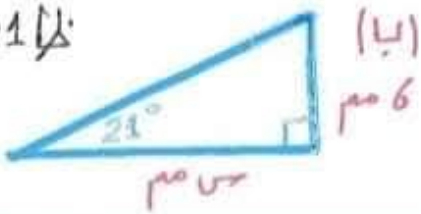
(أ)



$\frac{\text{س}}{6.5} = \text{ظا}\,50° \Leftarrow$ س $= 6.5 \times \text{ظا}\,50°$

س $= 7.75$ سم

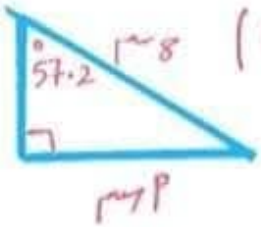
(ب)



$\frac{6}{\text{س}} = \text{ظا}\,21° \Leftarrow$ س $= \frac{6}{\text{ظا}\,21°} =$ 15.6 سم

2 أوجد قيم أ في كل مما يأتي مقرباً إجابتك لأقرب ثلاثة أرقام معنوية، إذا لم تكن صحيحة.

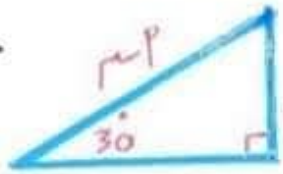
(أ)



$\frac{\text{أ}}{8} = \text{جا}\,57.2° \Leftarrow$ أ $= 8 \times \text{جا}\,57.2°$

أ $= 6.72$ سم

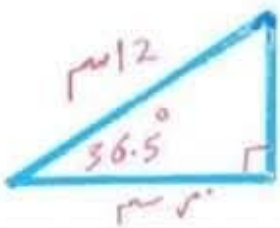
(ب)



$\frac{5}{\text{أ}} = \text{جا}\,30° \Leftarrow$ أ $= \frac{5}{\text{جا}\,30°} =$ 10 سم

3 أوجد قيم ر في كل مما يأتي مقرباً إجابتك لأقرب ثلاثة أرقام معنوية، إذا لم تكن صحيحة.

(أ)



$\frac{\text{ر}}{12} = \text{جتا}\,36.5° \Leftarrow$ ر $= 12 \times \text{جتا}\,36.5°$

ر $= 9.65$ سم

22 (ب)

جتا 49.6° = 2.7 / ؟ ⇐ 2.7 / ؟ = جتا 49.6°

؟ = 4.13 س

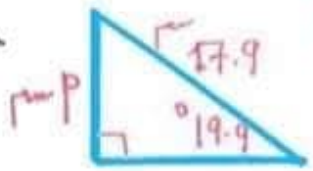
(أ)

جتا 16° = 15.1 / ؟ ⇐ 15.1 / ؟ = 15.7 = 15.1 / جتا 16°

---

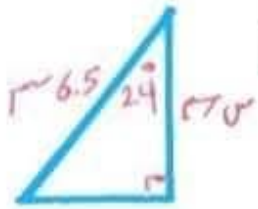
4 أوجد طول الضلع المجهول المشار إليه في كل مما يأتي مقرباً إجابتك لأقرب ثلاثة أرقام معنوية، إذا لم تكن صحيحة.

(ح)



جا 19.9° = ح / 17.9 ⇐ ح = 17.9 × جا 19.9° = 6.09 سم

(ب)

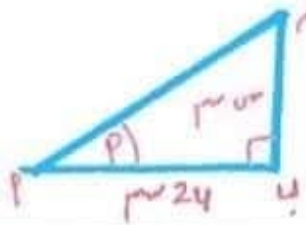


جتا 24° = 6.5 / ص ⇐ ص = 6.5 × جتا 24° = 5.94 سم

---

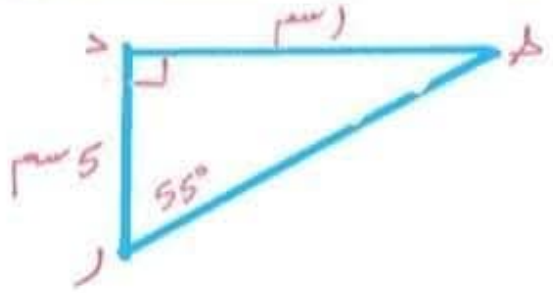
5 بالنسبة للمثلثات القائمة الآتية استخدم المعلومات المعطاة لحساب أطوال الأضلاع المجهولة المشار إليها، وذلك من دون استخدام الآلة الحاسبة.

(أ)



جا أ = 5/13 ، جتا أ = 12/13 ، ظا أ = 5/12

[23] ظا ا = $\frac{\text{ب ح}}{\text{ا ب}}$ = $\frac{7}{24}$ ⇐ $\frac{\text{ب ح}}{24}$ = $\frac{5}{12}$ ⇐ ب ح = $\frac{(24 \times 5)}{12}$ = 10 سم



(ب) جا 55° = 0.819

جتا 55° = 0.574

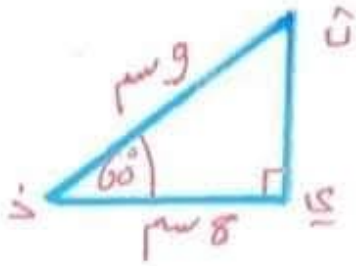
ظا 55° = 1.428

ظا 55° = $\frac{\text{ا ب}}{\text{ب ح}}$ = $\frac{\text{ا ب}}{5}$ = 1.428 ⇐ ا ب = (1.428 × 5) = 7.14 سم

(أ) جا 60° = 0.866

جتا 60° = 0.5

ظا 60° = 1.732

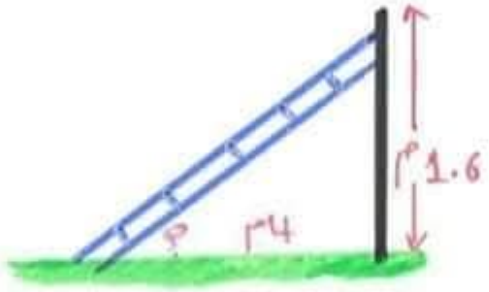


جتا 60° = $\frac{\text{ت ج}}{\text{ت ث}}$ = $\frac{8}{9}$ ⇐ $\frac{8}{9}$ = 0.5 ⇐ ت ث = $\frac{8}{0.5}$ = 9 سم

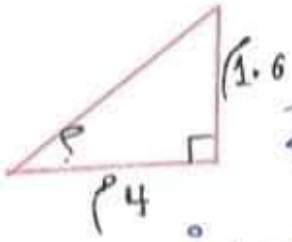
M A S

24 تقرين ج3

1 يرتكز سلم على قائمة حائط رأسي ارتفاعه 1.6 متر فإذا كانت قاعدة السلم تبعد عن الحائط 4 أمتار أوجد قياس الزاوية التي يصنعها السلم مع الأفقي.



- الإجابة -

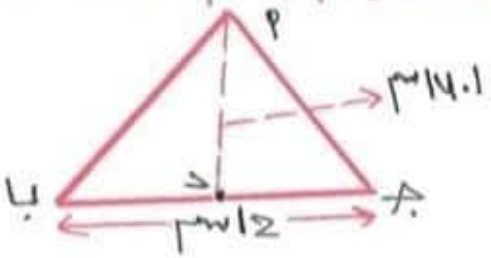


الشكل الهندسي يعبر عن مثلث قائم الزاوية

$$\theta = \text{ظا}^{-1}(0.4) = 21.8^\circ \Leftarrow 0.4 = \frac{1.6}{4}$$

---

2 قاعدة مثلث متساوي الساقين طولها 12 سم فإذا كان ارتفاع المثلث 14.1 سم أوجد زاويتي القاعدة للمثلث.



- الإجابة -

∵ $\overline{أد} \perp \overline{بج}$ من الرسم

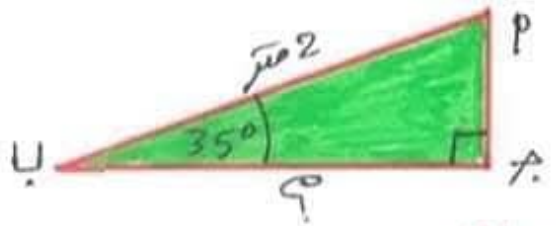
∵ $\overline{بد} = \overline{دج} = 6$ سم

∵ $\overline{أب}$ = $\overline{أج}$ ∴ $\triangle$ أبج متساوي الساقين

$$\text{ظا}\theta = \frac{14.1}{6} = 2.35 \Rightarrow \theta = \text{ظا}^{-1}(2.35) = 66.9^\circ$$

∴ $\hat{ب} = \hat{ج} = 66.9^\circ$

[3] [25] أوجد المسافة من القاعدة لسلم أب طوله 2 متر من حائط رأسي أ جـ ، إذا كان السلم يصنع زاوية قياسها 35° مع الأفقي .



- الإجابة -

$\text{جتا } 35^\circ = \frac{\text{أ ب}}{2} \Leftarrow$ أ ب = (2) × (جتا 35°) = (1.6)

---

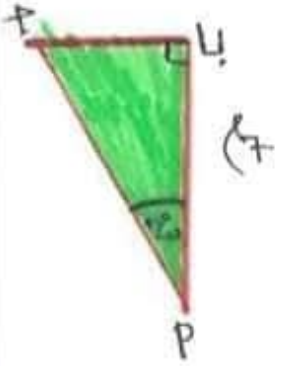
[4] أوجد قياس الزاوية التي يصنعها حبل م ب مع الأفقي ، إذا كان طوله 15 متراً والساري الذي يدعمه م أ ارتفاعه .

- الإجابة -

$\text{جا } \theta = \frac{6}{15} = 0.4 \Leftarrow \theta = \text{جا}^{-1}(0.4) = (23.6)^\circ$

---

[5] ربط بالونة بخيط يصنع مع الرأسي زاوية قياسها 20° ، فإذا كان البالونة يرتفع 7 أمتار بعيداً عن الأرض ، أوجد المسافة الأفقية بين البالونة والحائط .

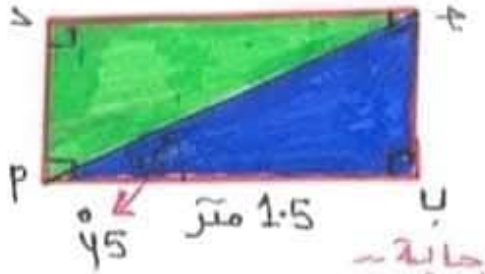


- الإجابة -

$\text{ظا } 20^\circ = \frac{\text{ب أ}}{\text{أ ب}} = \frac{\text{ب أ}}{7} \Leftarrow$ ب أ = (7) (ظا 20°)

$\therefore$ ب أ = 2.55 م

6 20 قطر بوابة مستطيلة الشكل يصنع زاوية قياسها 45° مع الأفقي، أوجد ارتفاع البوابة إذا كان عرضها 1.5 متر ؟



الإجابة:

$\overline{ب ج}$ هو ارتفاع البوابة

$\frac{\overline{ب ج}}{1.5} = ظا 45° \Leftarrow \overline{ب ج} = 1.5 \times ظا 45° = 1.5$ م

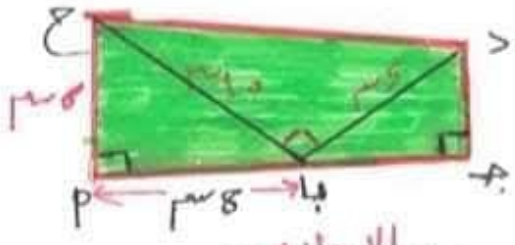
---

7 $\triangle أ ب ج$ شكل رباعي فيه قياس $\angle أ = 90°$ ، قياس $\angle ج = 45°$

$\overline{أ ج}$ النقطة ب تقع على $\overline{أ ج}$ بحيث $أ ب = 8$ سم ، $ب ج = 10$ سم

$\overline{ج د} = 5$ سم ، قياس $\angle ب د ج = 90°$ ، احسب :-

(أ) مساحة الشكل $أ ب ج د$ ، (ب) طوله $= ج د$ ، (ج) طول $= أ ب$



الإجابة:

(أ) مساحة الشكل $أ ب ج د$ = (مساحة $\triangle أ ب ج$ + مساحة $\triangle ج أ د$)

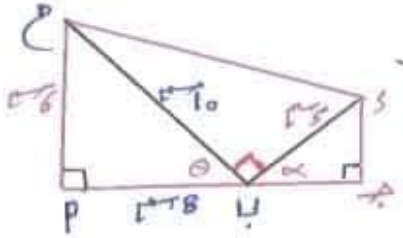
$= (6 \times 8 \times \frac{1}{2}) + (10 \times 5 \times \frac{1}{2}) =$

$= (24 + 25) =$ 49 سم^2

27 (ب) ∵ Δ ح ب د قائم الزاوية في ب

∴ نطبق نظرية فيثاغورس لإيجاد طول المثلث المجهول د ح (الوتر).

$$\overline{د ح} = \sqrt{\overline{د ب}^2 + \overline{ب ح}^2} = \sqrt{100 + 25} = 11.2 \text{ سم}$$



(أ) $\theta = \text{ظا}^{-1}(\frac{6}{8}) = 36.87°$ ⟸ $\text{ظا}\theta = \frac{6}{8}$

$\alpha = (\theta + 90°) - 180° = 53.13°$

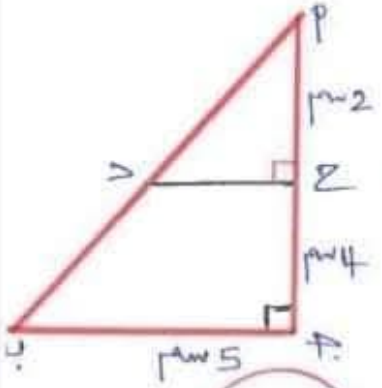
"زوايا متجاورة على خط مستقيم"

$\text{جا}\alpha = \frac{د ء}{5}$ ⟸ $د ء = (0.800 \times 5) = (\frac{4}{5} \times 5) = 4$ سم

---

28 أستخدم الأبعاد الموجودة في الشكل ثم أحسب:-

(أ) ح د (ب) قياس $\hat{ب}\hat{P}ء$.



الإجابة:-

(أ) $\text{ظا}(\hat{P}) = \frac{ب ء}{P ء} = \frac{5}{6}$ ⟸ الزاوية P هي تقسيمة في المثلثين (ب P ء، ح P د)

$P ء = \frac{ح د}{2}$ ⟸ $ح د = P ء \times 2 = \frac{5}{6} \times 2$

$ح د = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$ سم ∴

(ب) $\text{ظا}(\hat{ب}\hat{P}ء) = \frac{ب ء}{P ء} = \frac{6}{5}$ ⟸ $\hat{ب}\hat{P}ء = \text{ظا}^{-1}(\frac{6}{5}) = 50.2°$

ملاحظة: نستطيع إيجاد قيمة الزاوية باستخدام فكرة مجموع زوايا مثلث $= 180°$ ($\hat{P} + 90°$)

28 تمرين ص 43

1 زاوية ارتفاع البالون ب من النقطة د على سطح الأرض 40°
فإذا كان البالون يعلو الأرض مسافة 200 م، ما المسافة من النقطة د إلى البالون؟

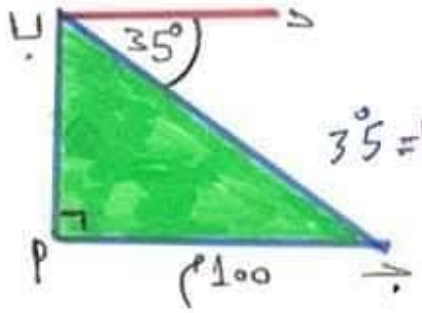
الإجابة:

$\frac{200}{ب د} = \text{جا } 40°$ ← $\frac{200}{\text{جا } 40°} = ب د$

$\therefore ب د =$ (311) مقربة لثلاثة أرقام معنوية

---

2 زاوية انخفاض سيارة ﻫ من قمة مبنى ب يبعد 100 م عن السيارة تساوي 35° أوجد ارتفاع المبنى؟



الإجابة:

$\because$ قياس $\angle$ د ب ﻫ = قياس $\angle$ ب ﻫ ﻫ = 35°

بالتبادل

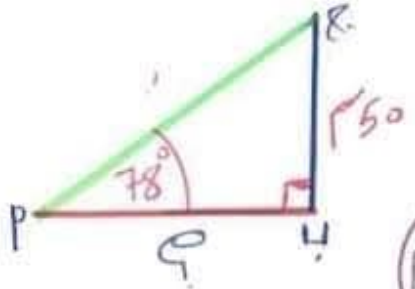
$\therefore \frac{ب ﻫ}{100} = \frac{ب ﻫ}{\text{جا } 35°}$

$ب ﻫ = 100 \times \text{جا } 35° =$ 70 = 700.

---

3 زاوية ارتفاع الشمس تساوي 78° فما طول ظل عصا رأسية طولها 50 سم؟

الإجابة:

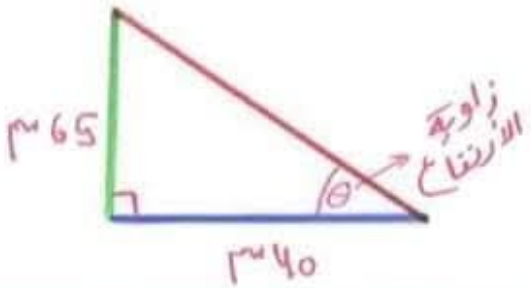


$\frac{50}{ب ﻫ} = \text{جا } 78°$

$ب ﻫ = \frac{50}{\text{جا } 78°} = \frac{50}{4.70} =$ 10.6 سم

29 4 إذا كان الظل الملقى بواسطة عصا طوله 40 سم، وكان طول العصا 65 سم، فما قياس زاوية ارتفاع الشمس في هذا الوقت؟

الإجابة:



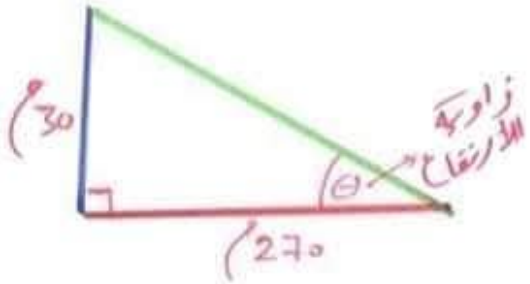
$\tan\theta = \frac{65}{40} \Leftarrow$

$\theta = \tan^{-1}(1.625) = 58.4^\circ$

---

5 أوجد قياس زاوية ارتفاع قمة سارية علم طولها 30 متراً عن نقطة على الأرض تبعد 270 متراً عنها؟

الإجابة:



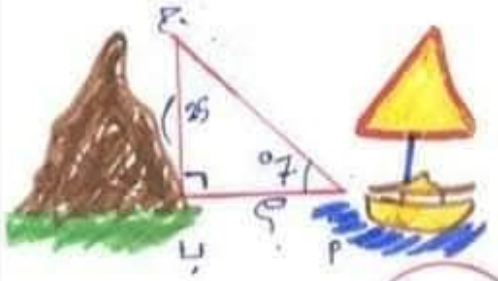
$\tan\theta = \frac{30}{270} = 0.111$

$\theta = \tan^{-1}(0.111) = 6.33^\circ$

---

6 كم تبعد سفينة عن قاعدة جبل ارتفاعه 25 متراً، إذا كانت زاوية ارتفاع الجبل من السفينة 7°؟

الإجابة:



$\tan 7^\circ = \frac{25}{\overline{ب أ}}$

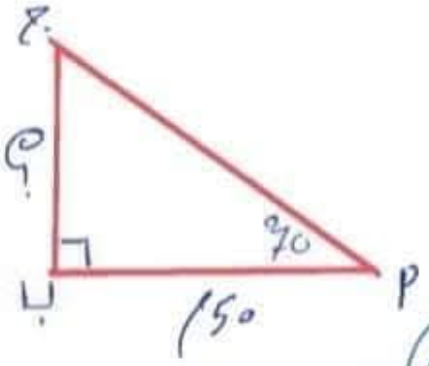
$\overline{ب أ} = \frac{25}{\tan 7^\circ} = 203.6$ م

الإجابة مقربة لثلاثة أرقام معنوية.

٣٤ زاوية ارتفاع قمة مبنى تساوي ٧٠° من نقطة على الأرض تبعد ٥٠ مترًا عنه.

(أ) ما ارتفاع المبنى؟

(ب) أوجد قياس زاوية ارتفاع المبنى من نقطة على سطح الأرض تبعد عنه مسافة ٢٥ مترًا؟



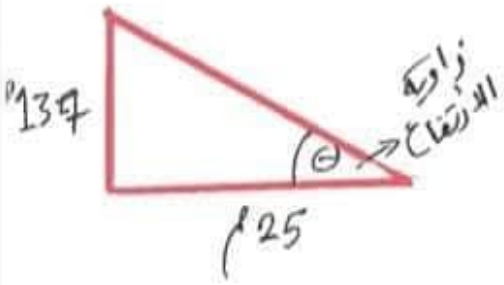
الإجابة:

(أ) $\tan 70° = \frac{\text{المقابل}}{50}$

المقابل $= 50 \times \tan 70° = 137$م

الإجابة مقربة لأقرب عدد صحيح

(ب)



$\tan \theta = \frac{137}{25}$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{137}{25}\right) = 79.7°$

M محمد — A عبدالقادر — S الشماع

تمرين 31 (تمرين ي3)

1 حول من التقدير الستيني الى التقدير الدائري:-

240° (أ) ، 60° (ب) ، 225° (ج)

الإجابة:-

ملاحظة: القياس الستيني الدرجات

$240^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \times 240^\circ = \frac{4}{3}\pi$ (أ)

$60^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \times 60^\circ = \frac{\pi}{3}$ (ب)

$225^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \times 225^\circ = \frac{5}{4}\pi$ (ج)

---

2 حول من التقدير الدائري إلى التقدير الستيني :-

$\frac{\pi}{6}$ (أ) ، $\frac{\pi}{4}$ (ب) ، $\frac{71}{3}\pi$ (ج)

ملاحظة: القياس الدائري الراديان

الإجابة:-

$\frac{\pi}{6} = \frac{180^\circ}{\pi} \times \frac{\pi}{6} = 30^\circ$ (أ)

$\frac{\pi}{4} = \frac{180^\circ}{\pi} \times \frac{\pi}{4} = 45^\circ$ (ب)

$\frac{71}{3}\pi = \frac{180^\circ}{\pi} \times \frac{71}{3}\pi = 71 \times 60^\circ = 4260^\circ$ (ج)

3-2 تمرين 3 ك

1 أي من التساويات الآتية صحيحة وأيها خاطئة؟

(أ) جتا(30°+60°) = جتا30° + جتا60° ، (ب) جا90° - جا30° = جا60°

(ج) جتا75° = جا15° ، (د) جا θ = جتا(90° - θ) حيث θ زاوية حادة

- الإجابة -

(أ) ✗ (ب) ✓ (ج) ✗ (د) ✓

2 إذا كانت ق(أ) = 50° فإن متمم أ = ... ، جتا50° = جا ... ، ظا40° = ... أكمل العبارات السابقة؟

- الإجابة -

متمم أ = 40° ، جتا50° = جا40° ، ظا40° = 1 / ظا50°

3 برهن أن $\frac{\text{ظا}60° - \text{ظا}30°}{1 + \text{ظا}60° \text{ظا}30°} = \text{جا}30°$

- الإجابة -

$$\frac{\frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt{3}}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\left(\sqrt{3}\right) + 1} = \frac{\frac{1-3}{\sqrt{3}}}{2} = \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{2} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

4 يدون الآلة الحاسبة أوجد قيمة 2 جا60° جتا45° جتا0° جا45°

- الإجابة -

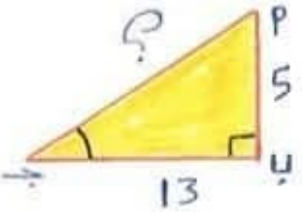
$$2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(1) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

أرجوا التوفيق للجميع

33 [1] إذا كان ظا أ = $\frac{5}{13}$ فأوجد جتا أ ، قتا أ ، ظتا أ ؟ (تمرين ج3)

بالإجابة :-

$\overrightarrow{أ ب} = \sqrt{أ ب^2 + ب ج^2} = \sqrt{169 + 25} = \sqrt{194}$

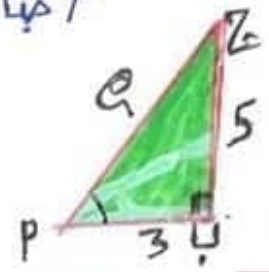


قتا أ = $\frac{1}{\text{جا أ}} = \frac{1}{\frac{5}{\sqrt{194}}}$ ، جتا أ = $\frac{13}{\sqrt{194}}$

ظتا أ = $\frac{1}{\text{ظا أ}} = \frac{1}{\frac{5}{13}} = \frac{13}{5}$

[2] إذا كان 3 ظا أ = 5 فأوجد قيمة المقدار $\frac{6\,\text{جا أ} - 4\,\text{جتا أ}}{7\,\text{جتا أ} - 3\,\text{جا أ}}$ ؟

بالإجابة :-



3 ظا أ = 5 ⇐ ظا أ = $\frac{5}{3}$

$\overrightarrow{أ ج} = \sqrt{أ ب^2 + ب ج^2} = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34}$ ∴

∴ جا أ = $\frac{5}{\sqrt{34}}$ ، جتا أ = $\frac{3}{\sqrt{34}}$

المقدار $= \frac{6\left(\frac{5}{\sqrt{34}}\right) - 4\left(\frac{3}{\sqrt{34}}\right)}{7\left(\frac{3}{\sqrt{34}}\right) - 3\left(\frac{5}{\sqrt{34}}\right)} = \frac{\frac{30}{\sqrt{34}} - \frac{12}{\sqrt{34}}}{\frac{21}{\sqrt{34}} - \frac{15}{\sqrt{34}}} = \frac{\frac{18}{\sqrt{34}}}{\frac{6}{\sqrt{34}}}$

∴ المقدار $= \frac{6\,\text{جا أ} - 4\,\text{جتا أ}}{7\,\text{جتا أ} - 3\,\text{جا أ}} = \frac{18}{6} = 3$

34 3 بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة

$جا^2 60° (جتا 0° - جتا 60°) + ظا^2 45° (جا 90° - جا 30°)$

- الإجابة -

$\left(\frac{1}{2} - 1\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1\right)^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$\frac{5}{8} \quad \frac{2+3}{8} = \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{8}\right) = \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}\right)$

---

4 مثلث أضلاعه $جا 60°$ ، $جتا 60°$ ، $ظا 45°$ ما نوعه ؟

- الإجابة -

$جا 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $جتا 60° = \frac{1}{2}$ ، $ظا 45° = 1$

$1 = \left(\frac{4}{4}\right) = \left(\frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{4}\right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$\because$ (المقابل $جا 60°$)^2 + (المقابل $جتا 60°$)^2 = (المقابل $ظا 45°$)^2

$\therefore$ المثلث قائم الزاوية

---

5 إذا كانت س = $جتا 60° + ظا 45°$ ، ص = $2 جا 30°$ فأوجد قيمة كل من

$س^2 + ص^2$ ، $(س - ص)^2$ ؟

- الإجابة -

$س = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ ، $ص = 2(\frac{1}{2}) = 1$

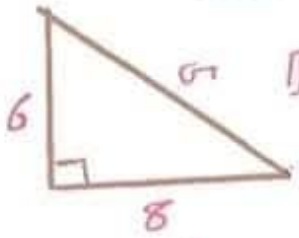
$(س - ص)^2 = (1 - \frac{3}{2})^2 = \frac{1}{4}$ ، $س^2 + ص^2 = 1 + \frac{9}{4} = \frac{13}{4}$

ورقة المراجعة 4

القسم P

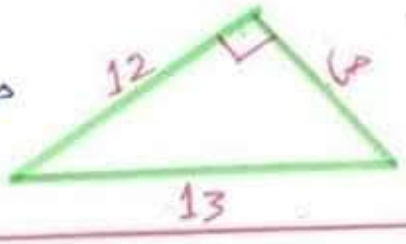
1 أوجد قيمة س ، صـ في المثلثان الآتية :-

أ



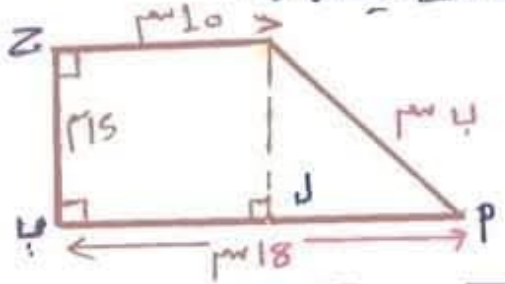
$س = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$

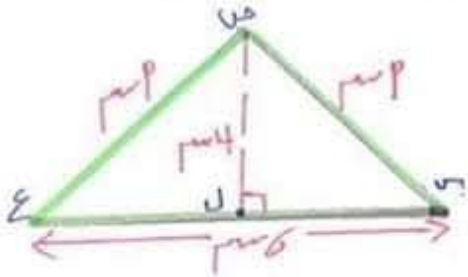
ب



$صـ = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5$

2 أوجد قيمة أ ، ب في الأشكال التالية :-





الإجابة :-

∵ ص ∈ المثلث س ص ∩ ل

∴ س ل = 3 سم

∴ س ص (أ) $= \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25}$ = 5 سم

∵ Δ س ص ص ع متساوي الساقين

∴ س ص = ص ع = أ = 5 سم

د ل = ب ج = 15 سم

في المثلث أ د ل قيمة ل أ =

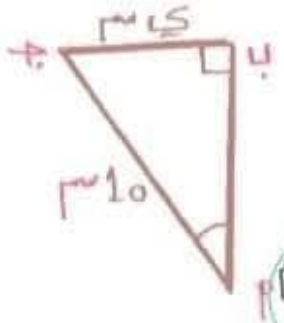
أ ب − د ج

ل أ = 18 − 10 = 8 سم

∴ أ د (ب) $= \sqrt{(15)^2 + (8)^2}$

أ د (ب) $= \sqrt{289} =$ 17 سم

39 [3] بالنسبة للمثلثات المعطاة أستخدم المعلومات الموجودة لحساب الأطوال المجهولة.



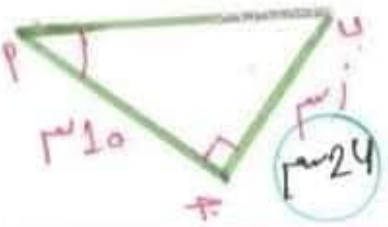
[أ] جا أ = $\frac{3}{5}$ ، جتا أ = $\frac{4}{5}$ ، ظا أ = $\frac{3}{4}$

الإجابة:

جا أ = $\frac{\text{ي}}{10}$ ⇐ $\frac{3}{5}$ ⇐ 5 ي = 30 ⇐ ي = 6 سم ∴

[ب] جا ب = $\frac{5}{13}$ ، جتا ب = $\frac{12}{13}$ ، ظا ب = $\frac{5}{12}$

الإجابة:



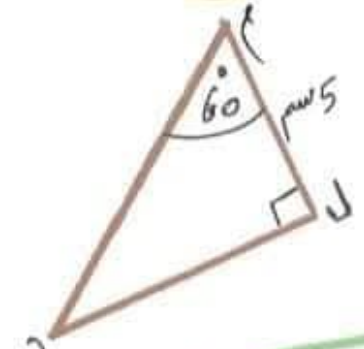
ظا ب = $\frac{10}{\text{ج}}$ ⇐ $\frac{5}{12}$ ⇐ 5 ج = 120 ⇐ ج = 24 سم

القسم ب

4 أستخدم المعلومات المعطاة أسفل بقدر الضرورة لحساب (أ) ل ن ، (ب) م ن .

جا 60° = 0.866 ، جتا 60° = 0.5 ، ظا 60° = 1.73

الإجابة:



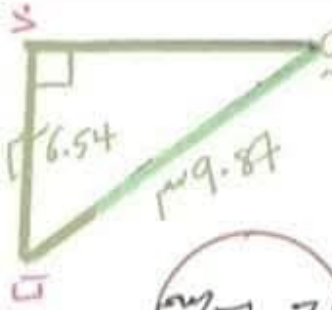
[أ] ظا 60° = $\frac{\text{ن ل}}{5}$ = 1.73

∴ ن ل = 1.73 × 5 = 8.65 سم

[ب] جتا 60° = $\frac{5}{\text{م ن}}$ = 0.5 ⇐ م ن = $\frac{5}{0.5}$ = 10 سم

37 5 بالنسبة للمثلث المعطى، اوجد

(P) طول ذي ، (ب) مساحة ذتي



الإجابة

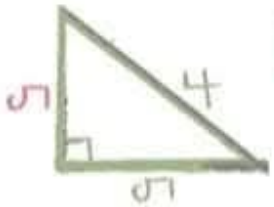
P) ذي = $\sqrt{(9.87)^2 - (6.54)^2}$ = 7.39 سم

ب) مساحة Δ ذتي = $\frac{1}{2}$ القاعدة × الارتفاع

$= 6.54 \times 7.39 \times \frac{1}{2} = 24.2$ سم^2

6 اوجد قيمة س في الحالات الآتية :-

P)



الإجابة

نطبق نظرية فيثاغورس

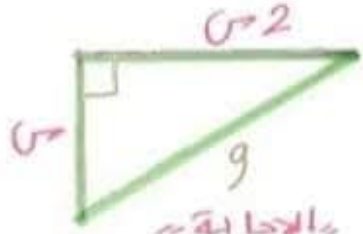
$(\text{س})^2 + (\text{س})^2 = (4)^2$

$2\text{س}^2 = 16$

$\text{س}^2 = 8$

$\text{س} = 2.83$ ∴

ب)



الإجابة

نطبق نظرية فيثاغورس

$(\text{س}2)^2 + (\text{س})^2 = (9)^2$

$4\text{س}^2 + \text{س}^2 = 81$

$5\text{س}^2 = 81$

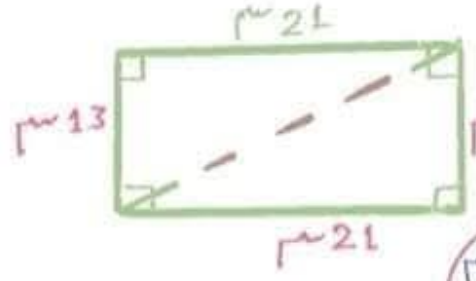
$\text{س}^2 = \frac{81}{5}$

$\text{س} = \frac{9}{\sqrt{5}} = 4.02$ ∴

38 القسم ج 7

(أ) قطعة من الورق المقوى على شكل مستطيل أبعاده 13 سم ، 21 سم أحسب طول قطره؟

- الإجابة -

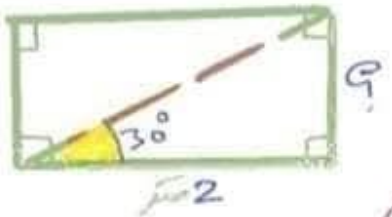


طول القطر = $\sqrt{(13)^2 + (21)^2}$

= $\sqrt{610}$ = 24.7 سم

(ب) قطر بوابة مستطيلة يصنع زاوية قياسها 30° مع الأفقي أوجد ارتفاع البوابة إذا كان عرضها 2 متر؟

- الإجابة -

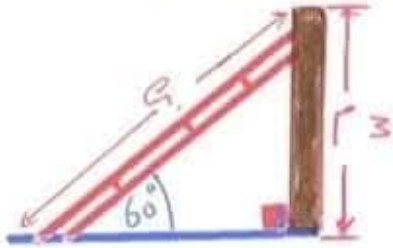


ظا 30° = الارتفاع / العرض = الارتفاع / 2

الارتفاع = (ظا 30° × 2) = 1.15 متر

(جـ) يرتكز سلم على حائط رأسي وأرض أفقية فإذا كان طول الحائط 3 أمتار وقياس زاوية السلم 60° مع الأفقي أوجد طول السلم؟

- الإجابة -



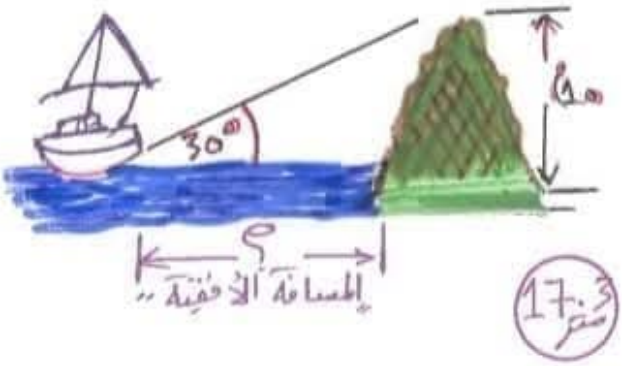
جا 60° = 3 / طول السلم

طول السلم = 3 / جا 60°

= 3.46 متر

[39] [8] 12 قياس زاوية ارتفاع قمة سفح تل طوله 10 أمتار من قارب تساوي 30°. أوجد المسافة بين القارب والتل ؟

- الإجابة -

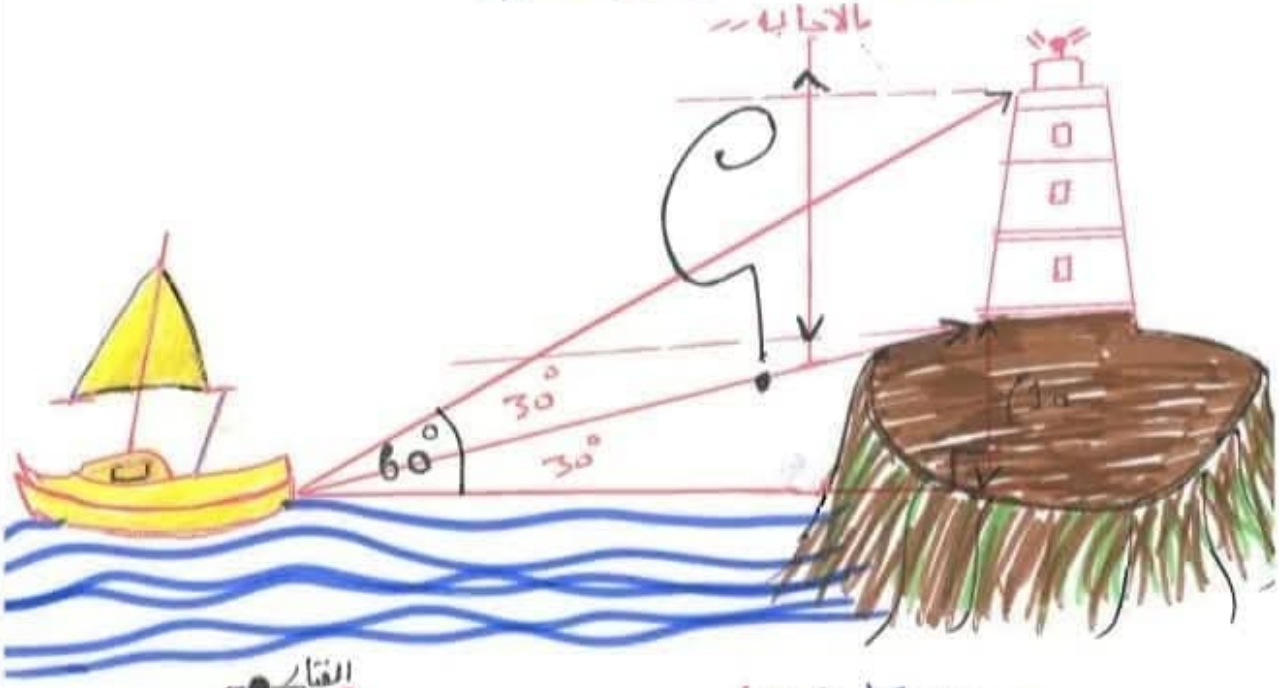


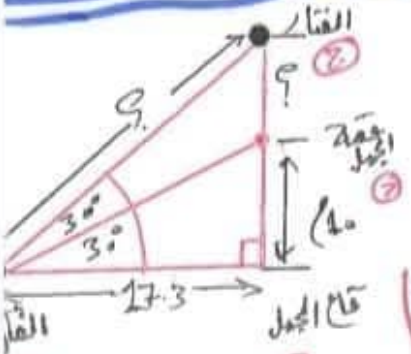
$\frac{10}{\text{المسافة الأفقية}} = \text{ظا } 30°$

$\text{المسافة الأفقية} = \frac{10}{\text{ظا } 30°} = 17.3$ متر

(ب) 1 وادا ثنى فنار على حافة الجبل بحيث كانت زاوية ارتفاع قمته من القارب تساوي 60°. أحسب ارتفاع الفنار ؟

- الاجابة -





$\frac{\text{الارتفاع الكلي (ب ج)}}{17.3} = \text{ظا } 60°$

الارتفاع الكلي (ب ج) = (17.3 × ظا 60°)

= 39 متر (الإجابة بصورة أقرب لثلاثة أرقام معنوية)

∴ ارتفاع الفنار (ح ج) = ب ج − ب د = 30 − 10 = 20 متر

الباب الرابع
الهندسة الإحداثية والرسوم البيانية الخطية

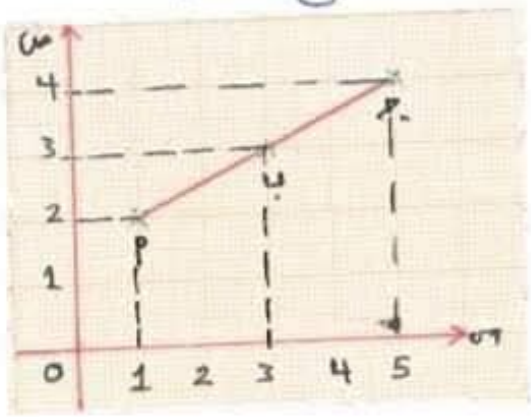
تمرين ص 64

1) بالنسبة للنقط أ، ب، جـ والتى تقع على خط مستقيم واحد أوجد ميل كل من :-

(أ) القطعة المستقيمة أب ، (ب) القطعة المستقيمة ب جـ ، (جـ) القطعة المستقيمة أ جـ

ماذا تلاحظ عن ميل القطع المستقيمة المختلفة على نفس الخط ؟

أ (2، 1)
ب (3، 3)
جـ (4، 5)



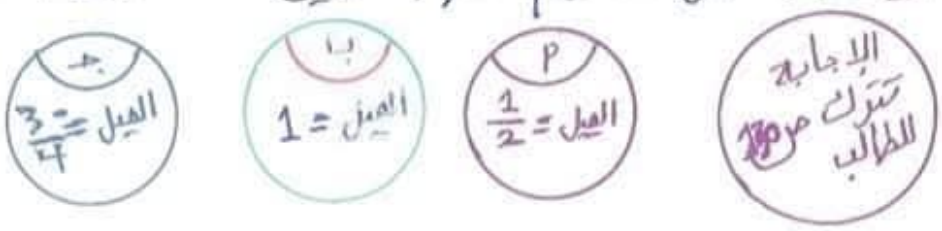
(أ) ميل أب $= \frac{2-3}{1-3} = \frac{1}{2}$

(ب) ميل ب جـ $= \frac{3-4}{3-5} = \frac{1}{2}$ ، (جـ) ميل أ جـ $= \frac{2-4}{1-5} = \frac{2}{4}$

ميل أ جـ $= \frac{1}{2}$

نلاحظ أن الميل للقطع التى على نفس الخط المستقيم متساوى

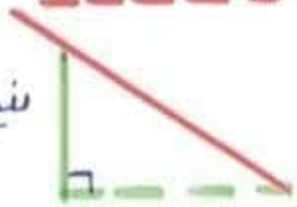
2 أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين المحددتين بالشكل.



* حدد ما إذا كانت المستقيمات مليها موجب أو سالب.

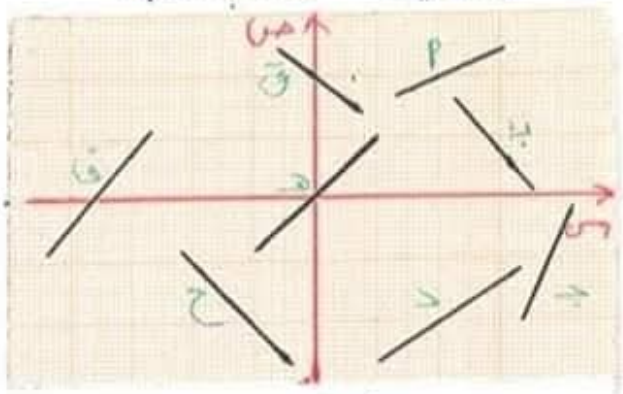
(i)

نجد ر إلى أعلى اليمين الميل موجب

(ii) 

نجد ر إلى أسفل اليمين الميل سالب

3 بدون الحساب بدقة، حدد إشارة ميل كل من المستقيمات الموضحة (موجبة سالبة).



الإجابة:

3 4 أوجد ميل الخط المستقيم المار بكل من النقط الآتية.

(أ) و (0،0) ، P (3،9)

ميل و P = $\frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{0 - 9}{0 - 3} = \frac{9}{3}$ (3)

(ب) جـ (2،5) ، د (4،1-)

ميل جـ د = $\frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{1- - 5}{4 - 2} = \frac{6}{2} =$ (3-)

(ج) م (2-،4) ، ل (3،1-)

ميل م ل = $\frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{1- - 4}{3 - (2-)} = \frac{5-}{5} =$ (1-)

(د) ك (3-،1) ، ي (4،6)

ميل ك ي = $\frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{6 - 2}{4 - (3-)} =$ $\frac{4}{7}$

---

5 أوجد ميل كل مما يأتي :-

(أ) المستقيم الذي يصنع زاوية مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قدرها 36°

الإجابة

(أ) ظا θ = م ، م = 0.727

(ب) ظا θ = م ، م = ظا 36°

(ب) ظا θ = م ، م = 37

(أ) ظا θ = م ، م = ظا 60°

4 6 أوجد الزاوية الموجبة التي يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات الذي ميله واحد.

الإجابة :-

الميل = ظا θ ⟸ 1 = ظا θ ⟸ θ = ظا⁻¹(1) = 45°

تمرين (1) 1 (أ) هل محور الإحداثيات السيني خطاً أفقياً أم رأسياً؟ حدد ميل محور السينات ؟

الإجابة :-

خط أفقي ميله يساوي صفر

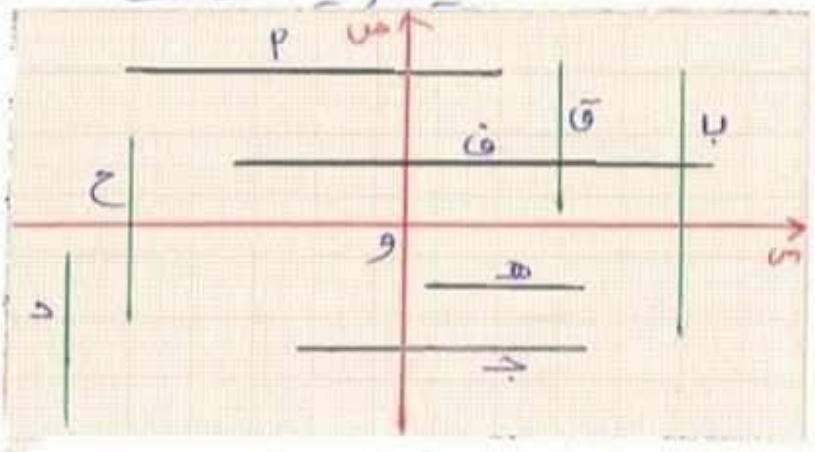
(ب) هل محور الإحداثيات الصادي خطاً أفقياً أم رأسياً؟ حدد ميل محور الصادات ؟

الإجابة :-

خط رأسي ميله يساوي كمية غير معرفة (∞)

---

2 حدد ميل كل من المستقيمات الآتية الموضحة في مستوى الإحداثيات الديكارتي أمامك.

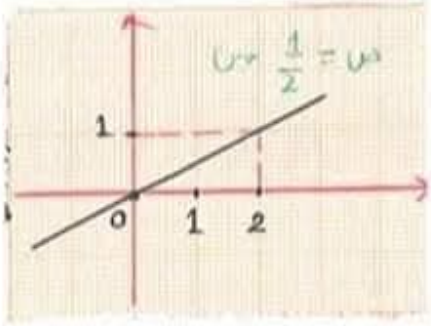


الإجابة تترك للطالب .

5 تمرين ج4 1 بالنسبة لكل من الأشكال البيانية الخطية التالية أحسب الميل ثم قارنه معاملات ص

(بمعنى العدد الملازم لـ ص) بالميل الذي ستحصل عليه بالنسبة لمستقيم معادلته ص = م س ماهو ميله ؟

(أ)



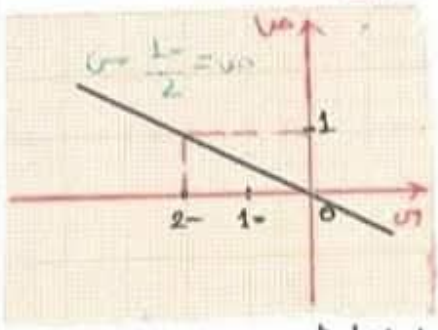
النقطتان أ (0، 0)
ب (1، 2)

$$م = \frac{0-1}{0-2} = \frac{1}{2}$$ (أ ب)

الميل من المعادلة المعطاة

$$م = \frac{1}{2}$$

(ب)



النقطتان أ (0، 0)
ب (-1، -2)

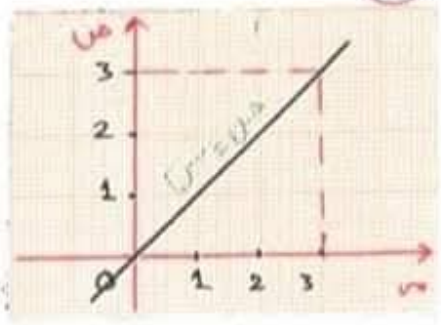
$$م = \frac{0-(-2)}{0-(-1)} = \frac{2}{1}$$ (أ ب)

$$= \frac{-1}{2}$$

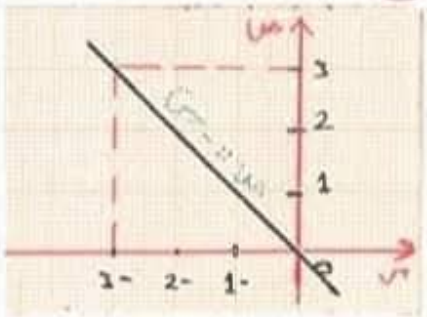
الميل من المعادلة المعطاة

$$م = \frac{-1}{2}$$

(ج)



(د)



6) النقطتان P (٥،٥)
ب (3،3)

$م(\overline{P ب}) = \frac{٥-3}{٥-3} = 1$

الميل = 1

المعادلة المطلوبة
$م = 1$

النقطتان P (٥،٥)
ب (3-،3-)

$م(\overline{P ب}) = \frac{٥-3}{٥-3-} = 1-$

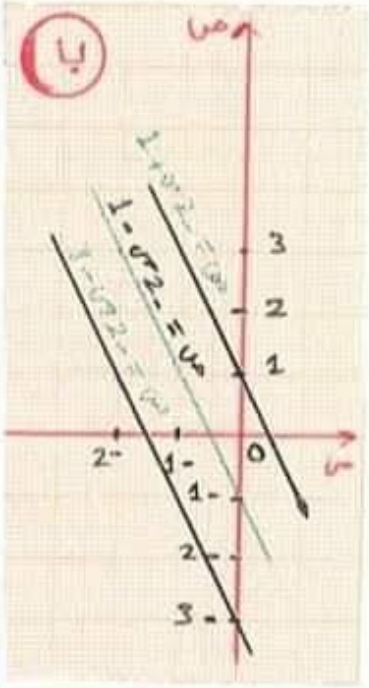
الميل = 1-

المعادلة المطلوبة
$م = 1-$

---

2) بالنسبة للمستقيمات البيانية المرسومة، احسب الميل باختيارك أي نقطتين تقعان على الخط المستقيم.

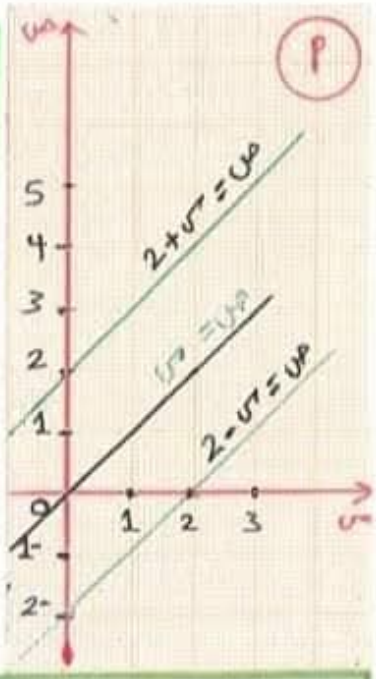
(أ)



المستقيم ص = 2- س
النقطتان هما (0،2)
(2-،0)

الميل = $\frac{0-2}{2-0} = 1$

(ب)



المستقيم ص = 2+ س
النقطتان هما (2،0)، (3،1)

الميل = $\frac{2-3}{0-1} = 1$

المستقيم ص = 1+ 2- س
النقطتان هما (1،0) (3-،1-)

المستقيم ص = 1- 2- س
النقطتان هما (0،2-) (1-،1-)

المستقيم ص = 3- 2- س
النقطتان هما (0،3-) (2-،2-)

المستقيم ص = س
النقطتان هما (0،0) (2،2)

الميل = $\frac{0-2}{0-2} = 1$

يترك للطالب

ج) انقل واكمل الجدول التالي باستخدام القيم التي حصلت عليها من الأشكال البيانية السابقة.

المعادلة	الميل	الجزء المحصور من محور الصادات
ص = س + 2	1	2
ص = س	1	صفر
ص = س - 2	1	2-
ص = -2س + 1	2-	1
ص = -2س - 1	2-	1-
ص = -2س - 3	2-	3-

إذا كانت معادلة المستقيم على الصورة ص = م س + جـ فأكتب
(أ) الميل. (ب) الجزء المحصور من محور الصادات (أ) الميل = م (ب) الجزء = جـ

د) في المعادلة 2 | أ | هل المستقيمات متوازية؟ هل لهم نفس الميل؟

الإجابة:
نعم المستقيمات متوازية ولهما نفس الميل (م = 1)

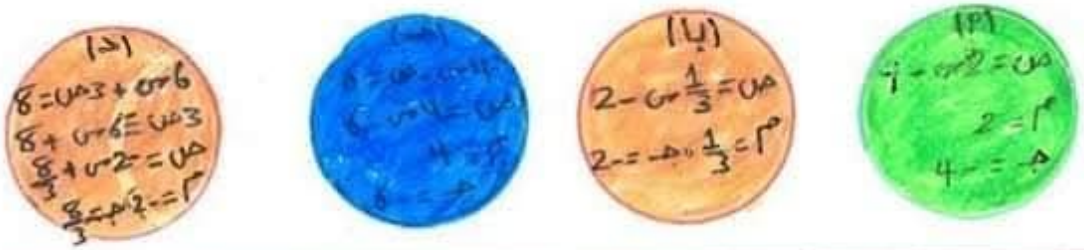
ب) في المعادلة 2 | ب | هل المستقيمات متوازية؟ هل لهم نفس الميل؟

"يترك للطالب"

8 تمرين ص 4

1 بالنسبة للمستقيمات الآتية :-

(i) حدد ميلها. (ii) حدد الجزء المحصور من محور الصادات.



2 في كل حالة اكتب المعادلة الخاصة بكل مستقيم من البيانات الآتية :-

	الميل	الجزء المقطوع من محور الصادات	الصيغة العامة للمعادلة ص = م س + ب
أ	2	5	ص = 2 س + 5
ب	8	5-	ص = 8 س - 5
ج	5-	$\frac{1}{2}$-	ص = -5 س - $\frac{1}{2}$
د	$\frac{1}{2}$	4	ص = $\frac{1}{2}$ س + 4

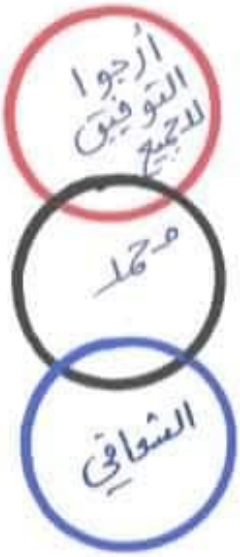
3 في كل حالة أوجد معادلة الخط المستقيم المعلوم جزءه المحصور من محور الصادات و الذي يوازي المستقيم المعطى.

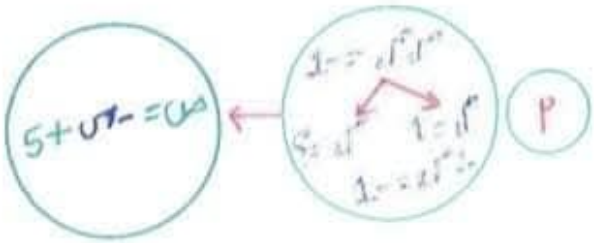
	الجزء المحصور من محور الصادات	يوازي	المستقيمات المتوازية متساوية في الميل
أ	5	ص = س + 3	ص = س + 5
ب	4-	ص = 2 س - 1	ص = $\frac{1}{2}$ س - 4 ← ص = $\frac{1}{2}$ س - $\frac{1}{2}$
ج	$\frac{1}{3}$	ص = 2 س + 2	ص = س - ← ص = س - $\frac{1}{3}$

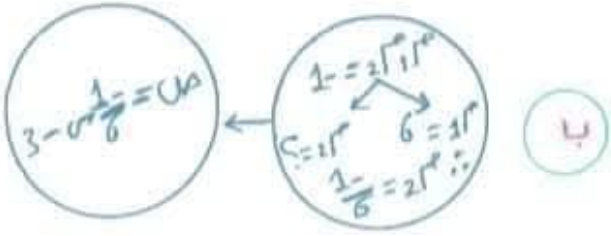
٩) في كل حالة أوجد معادلة الخط المستقيم المعلوم جزءه المحصور من محور الصادات والذي يكون عموديًا على المستقيم المعطى.

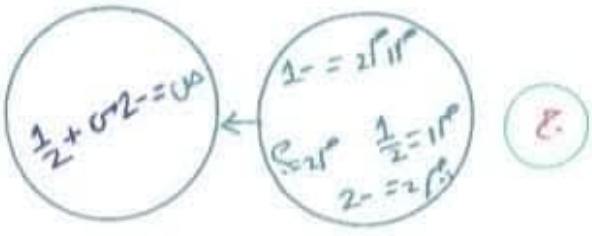
	الجزء المحصور من محور الصادات	عمودي
أ	5	ص = س + 1
ب	3-	ص = 6 س - 1
ج	$\frac{1}{2}$	ص = $\frac{1}{2}$ س - 9

المستقيمان المتعامدان حاصل ضرب ميليهما = -1



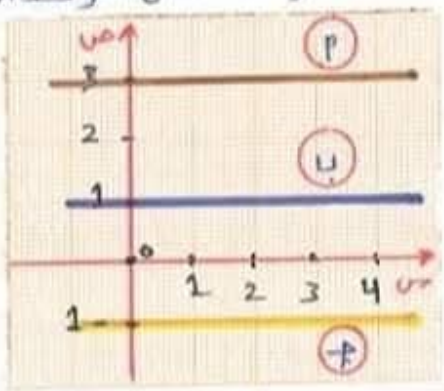






تمرين ٩ هـ

1 بالنسبة لكل خط أفقي في المستوى الديكارتي حدد قيمة ص لجميع قيم س عندئذ أكتب المعادلة، بصفة عامة. ما معادلة المستقيم الأفقي الذي يحصر جزءاً من محور الصادات طوله (ك) من الوحدات بعيداً عن نقطة الأصل؟



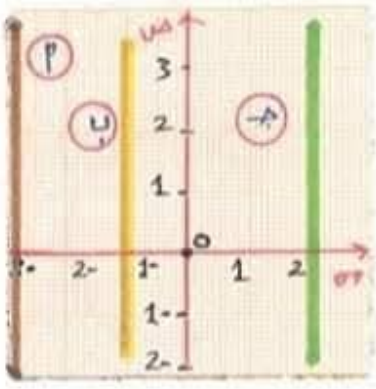
أ) ص = 1، ص = 1، ص = ك

ب) ص = 2

ج) ص = -1، ص = -1، ص = ك

د) ص = 3، ص = 3، ص = ك

2 بالنسبة لكل مستقيم رأسي في المستوى الديكارتي حدد قيمة س لكل قيمة من قيم ص وعندها حدد معادلته، بصفة عامة. ما معادلة المستقيم الرأسي الذي يحصر جزءاً من محور السينات طوله (هـ) من الوحدات بعيداً عن نقطة الأصل؟



أ) س = -3، س = -3، س = ك

ب) س = -1، س = -1، س = ك

ج) س = 2، س = 2، س = ك

11 3 P هل محور السينات مستقيم رأسي أم أفقي؟
حدد معادلة محور السينات.

الإجابة:

أفقي

ص = 0

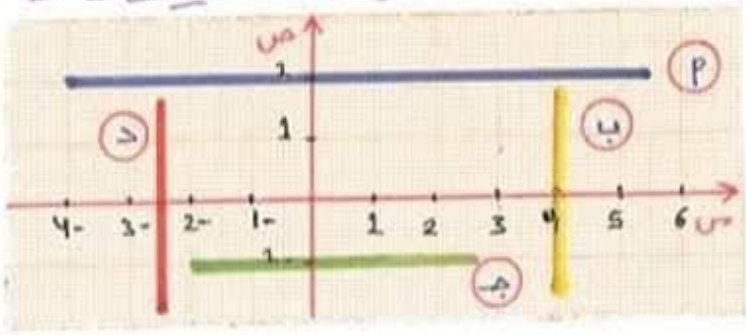
ب) هل محور الصادات مستقيم رأسي أم أفقي؟ حدد معادلة محور الصادات.

الإجابة:

رأسي

س = 0

4 حدد المعادلة لكل من المستقيمات الآتية:-



أ) ص = 2

ب) س = 4

ج) ص = -1

د) $س = 2\frac{1}{2}$

تمرين 1 و 2

1 إذا كان ص = 3س + أ يمر بكل من النقط التالية أوجد قيمة أ في كل من الحالات الآتية :-

(ا) (1 ، 2)

أ + (1)3 = 2
أ + 3 = 2
3 - 2 = أ
1- = أ

(ب) (-1 ، 2)

أ + (-1)3 = 2
أ + 3- = 2
3 + 2 = أ
5 = أ

(ج) (1- ، 2)

أ + (1)3 = 2
أ + 3 = 2-
3 - 2- = أ
5- = أ

(د) (1- ، 1-)

أ + (1-)3 = 2-
أ + 3- = 2-
3 + 2- = أ
1 = أ

2 إذا كانت النقطة (3 ، 2) تقع على المستقيم ص = أ + 2س أوجد ج ؟

ص = أ + 2س	6 - 2 = أ
2 = أ + (3)2	4- = أ
2 = أ + 6	

3 إذا كانت معادلة الخط المستقيم 2س + ص = 4 .

(ا) أوجد ميل الخط المستقيم ، (ب) إذا كانت النقطة (ك ، 5) تقع على المستقيم أوجد قيمة ك.

بالإجابة :-

(ا)

ص = -2س + 4
م = 2-

(ب)

2(5) + ك = 4
ك = 10 - 4

ك = 6-

4 خط مستقيم ميله 3 ويمر بالنقطة (5 ، 7) اكتب معادلة هذا الخط المستقيم.

بالاجابة :-

ص = م س + أ
3(5) + أ = 7
∴ أ = 7

ص = 3س + 7

13 5 أوجد معادلة كل من المستقيمات الآتية، ثم ارسمها ميلها ونقطة عليها.

	الميل	النقطة
أ	1	(3، 2)
ب	2-	(4-، 3)
جـ	$\frac{1}{3}$	(1، 3-)
د	0	$(2، \frac{1}{2})$
هـ	غير معرف	(6-، 5)

الإجابة -

(أ)

$ص = م س + جـ$

$3 = (2)1 + جـ$

$3 = 2 + جـ$

$3 - 2 = جـ$

$1 = جـ$

$ص = س + 1$

(ب)

$ص = م س + جـ$

$4- = (3)2- + جـ$

$4- = 6- + جـ$

$-4 + 6 = جـ$

$2 = جـ$

$ص = -2 س + 2$

(ج)

$ص = م س + جـ$

$1 = (3-)\frac{1}{3} + جـ$

$1 = 1- + جـ$

$1 + 1 = جـ$

$2 = جـ$

$ص = \frac{1}{3} س + 2$

(د)

$ص = 2$

(هـ)

$س = 5$

[14] [6] أوجد معادلة الخط المستقيم الذي يمر بالنقطة (5، 3) وميله (-4).

- الإجابة -

ص = م س + جـ	12 + 5 = جـ
5 = -4 (3) + جـ	17 = جـ
ص = -4 س + 17	5 = -12 + جـ

---

[7] بالنسبة لكل من المستقيمات الآتية أكتب معادلة المستقيم الذي يوازي كلاً منها ويمر بالنقطة المعطاة، اجعل إجابتك على الصورة ص = م س + جـ كلما أمكن.

(أ) $ص = -2س + 3$ (2، 1)

$ص = م س + جـ \leftarrow 2 = -2(1) + جـ \leftarrow 2 = -2 + جـ \leftarrow جـ = -1$

$ص = -2س - 1$

(ب) $2س + 3ص + 4 = 0$ (-3، 1)

$ص = م س + جـ \leftarrow م = -\frac{2}{3} \leftarrow ص = -\frac{2}{3}س + \frac{4}{3}$

$ص = م س + جـ \leftarrow 1 = -\frac{2}{3}(-3) + جـ \leftarrow 1 = 2 + جـ \leftarrow جـ = -1$

$ص = -\frac{2}{3}س + 1$

15

ج) ص - 3 = 0 | (3، 2-)

المستقيم يوازي المحور السيني ميله = صفر	ص = 2-

د) س + 4 = 0 | (1، 4-)

المستقيم يوازي المحور الصادي رأسي ميله غير معرف	س = 1-

---

8 أكتب معادلة المستقيم الذي يوازي المستقيم ص = 3 س + 4 والذي يمر بالنقطة :- أ) (0، 5) ، ب) (2، 5) .

بالاجابة :-

أ)

ص = م س + ب
ص = 3 س + ب
5 = 3 (0) + ب
ب = 5
ص = 3 س + 5

ب)

ص = م س + ب
ص = 3 س + ب
5 = 3 (2) + ب
5 = 6 + ب
ب = 5 - 6
ب = 1-
ص = 3 س - 1

16 [9] الخط المستقيم ص = م س + جـ يوازي المستقيم ص = 3س + 2 ويمر بالنقطة (1 ، 2) أوجد قيم م ، جـ ؟

الإجابة :-

∵ المستقيمان متوازيان	2 = 3(1) + جـ
م = 3 ∴	2 = 3 + جـ
ص = 3س + جـ	2 - 3 = جـ
	جـ = -1

[10] أكتب معادلة المستقيم العمودي على المستقيم ص = ½س + 5 ويمر بالنقطة (1 ، 4) ؟

الإجابة :-

∵ المستقيمان متعامدان	ص = -2س + جـ
∴ م₁ م₂ = -1	4 = -2(1) + جـ
م₂ ½ = -1	4 = -2 + جـ
	جـ = 6
∴ م₂ = -2	ص = -2س + 6

[11] أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين التاليتين :-

(أ) (4 ، 5) ، (5 ، 4)

$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

$م = \frac{4 - 5}{5 - 4}$

م = -1

ص = م س + جـ

ص = س + جـ

بالتعويض بأحد النقطتين

5 = 1(4) + جـ

جـ = 4

ص = س + 4

17

ب) (5، 6) (3، 4) ← الحل يترك للطالب ← ص = -س + 1

ج) (-2، 2) (7، 8) ← الحل يترك للطالب ← ص = 2س + 6

د) (1، $\frac{1}{2}$) ($\frac{1}{2}$، $\frac{3}{4}$)

الميل = $\frac{[1 - \frac{1}{2}]}{[\frac{1}{2} - \frac{3}{4}]} = \frac{[\frac{1}{2}]}{[\frac{1}{4}]} = \frac{4}{2} = 2$

ص = م س + جـ	
ص = -2س + جـ	
عند النقطة (1، $\frac{1}{2}$)	
$\frac{1}{2}$ = -2(1) + جـ	1 = -2 + جـ
	1 = -2 + جـ
	جـ = 2

ص = -2س + 2

أرجوا التوفيق للجميع

12 أوجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (-1، 3) ويكون عمودياً على المستقيم المار بالنقطتين (3، 8) (-5، 1).

الإجابة:

∵ المستقيمان متعامدان

∴ م$_1$ × م$_2$ = -1

م$_2$ = $\frac{8 - 1-}{3 - 5}$

∴ م$_1$ = $\frac{-9}{2}$

م$_1$ = $\frac{2}{9}$ ∴

ص = م س + جـ

ص = $\frac{2}{9}$ س + جـ

عند النقطة (-1، 3)

3 = $\frac{2}{9}$ (-1) + جـ

3 = $\frac{2-}{9}$ + جـ

جـ = 3 + $\frac{2}{9}$ = $\frac{29}{9}$

ص = $\frac{2}{9}$ س + $\frac{29}{9}$

18 تمرين A ح 1 أحسب المسافة بين كل زوج من النقط التالية :-

أ) أ(1، 2)، ب(4، -2)

$أب = \sqrt{(س_ب - س_أ)^2 + (ص_ب - ص_أ)^2}$

$أب = \sqrt{(4 - 1)^2 + (-2 - 2)^2}$

$أب = \sqrt{9 + 16}$

$أب = \sqrt{25} = 5$

ب) أ(-8، -1)، ب(2، 4) ← يترك الحل للطالب ← 10

ج) أ(0، 0)، ب(4، -3)

$أب = \sqrt{(س_ب - س_أ)^2 + (ص_ب - ص_أ)^2}$

$أب = \sqrt{(0 - 4)^2 + (0 - 3-)^2}$

$أب = \sqrt{16 + 9}$

$أب = \sqrt{25} = 5$

19 | 2 أحسب المسافة بين كل زوج من النقط التالية مقرباً الناتج إلى ثلاثة أرقام معنوية :-

(أ) (1،1) ، (3،2)

$ف = \sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$

$ف = \sqrt{(3-1)^2 + (2-1)^2}$

$ف = \sqrt{(2)^2 + (1)^2}$

$ف = \sqrt{5}$ = 2.24 وحدة

(ب) ك (-5،8) ، ل (1-،3)

$ك ل = \sqrt{(-1-5)^2 + (3+8)^2}$

$ك ل = \sqrt{36 + 121}$

$ك ل = \sqrt{157}$ = 12.5 وحدة

(ج) ص (-1،5-) ، م (8-،9-)

$ص م = \sqrt{(-9-5)^2 + (-8+5)^2}$

$ص م = \sqrt{196 + 9}$

$ص م = \sqrt{205}$ = 14.3 وحدة

[2] [3] أوجد $(ع ف)^2$ لكل زوج من النقط التالية :-

(أ) $ع(1،1)$ ، $ف(3،2)$

$$(ع ف)^2 = (س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2$$

$$(ع ف)^2 = (3-1)^2 + (2-1)^2$$

$$(ع ف)^2 = 4 + 1 = 5$$

(ب) $ع(-1،2)$ ، $ف(3،-5)$

$$(ع ف)^2 = (س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2$$

$$(ع ف)^2 = (3+1)^2 + (-5-2)^2$$

$$(ع ف)^2 = 16 + 49 = 65$$

[4] روؤس المثلث ل $(0،-5)$ ، م $(-7،9)$ ، ك $(7،16)$ أحسب طول :-

(أ) ل م ، (ب) م ك ، (جـ) ك ل ، (د) محيط المثلث

الإجابة :-

(أ)

$$ل م = \sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$$

$$ل م = \sqrt{(-7-0)^2 + (9+5)^2}$$

$$ل م = \sqrt{49 + 196}$$

$$ل م = \sqrt{225} = 15 \text{ وحدة}$$

(ب)

$$م ك = \sqrt{(7-7)^2 + (16-9)^2}$$

$$م ك = \sqrt{0 + 625}$$

$$م ك = \sqrt{625} = 25 \text{ وحدة}$$

21 (ج)

$ل ل = \sqrt{(7+5)^2 + (16-0)^2}$

$ل ل = \sqrt{144 + 256}$

$ل ل = \sqrt{400}$ = 20 وحدة

(د)

محيط المثلث يساوي
مجموع أطوال أضلاعه
15 + 25 + 20 = 60 وحدة

5 رؤوس شكل رباعي ل (-3، 4)، م (2، 16)، ن (8، 16)، و (0، 0)
أحسب محيط الشكل الرباعي مقرباً إجابتك لأقرب ثلاثة أرقام معنوية. والإجابة:

$ل م = \sqrt{(-3-2)^2 + (4-16)^2}$

$ل م = \sqrt{25 + 144}$

$ل م = \sqrt{169}$ = 13 وحدة

$ن و = \sqrt{(8-0)^2 + (16-0)^2}$

$ن و = \sqrt{64 + 36}$

$ن و = \sqrt{100}$ = 10 وحدة

$م ن = \sqrt{(6-8)^2 + (16-2)^2}$

$م ن = \sqrt{36 + 100}$

$م ن = \sqrt{136}$ = 11.7 وحدة

$و ل = \sqrt{(-3-0)^2 + (4-0)^2}$

$و ل = \sqrt{9 + 16}$

$و ل = \sqrt{25}$ = 5 وحدة

محيط الشكل الرباعي = 13 + 11.7 + 10 + 5 = 39.7 سم

22 | 6 | د(4،0) ، هـ(10،4) ، ر(2،16) و(نقطة الاصل) اوجد :-

(أ) $(د هـ)^2$ (ب) ميل المستقيم هـ ر . (ج) معادلة المستقيم المار بالنقطة هـ موازياً المستقيم و ر .

الاجابة :-

(أ) $(د هـ)^2 = (س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2$

$(د هـ)^2 = (6)^2 + (4)^2$

$(د هـ)^2 = 36 + 16 = 52$ وحدة

(ب) ميل المستقيم هـ ر $= \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

$= م_{هـ ر} = \frac{6 - 4}{2 - 10}$

$= م_{هـ ر} = \frac{2}{-8} = \frac{-1}{4}$

(ج) ميل المستقيم و ر $= \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

$= م_{و ر} = \frac{6 - 0}{2 - 0}$

$= م_{و ر} = 3$

الصيغة العامة لمعادلة المستقيم المار بالنقطة هي $ص = م س + ب$

المستقيمان متوازيان

$ص = 3 س + ب$

النقطة المارة بها هـ (10،4)

$4 = (10) 3 + ب$

$4 = 30 + ب$

$ب = -26$

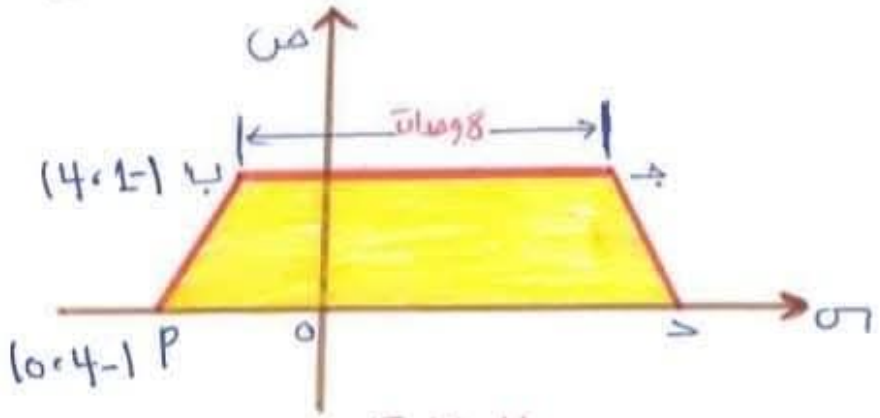
$ص = 3 س - 26$

23 7 أ ب جـ د شبة منحرف فيه ب أ جـ = 8 وحدات

فإذا كانت النقطة أ (٥، -١-٤) ، ب (-١، ٤) وكانت

مساحة شبة المنحرف 48 وحدة مربعة، أحسب

(أ) ، احداثيات النقطة جـ (ب) طول أ ب. (جـ) احداثيات نقطة د.



الإجابة =

أ ب جـ = (٤، ٢س)
(أ) $\overline{أ ب}^2 = (٢س - ٢س)^2 + (٨ - ٨)^2$
$(٤ - ٤)^2 + (١ + ٢س)^2 = (٨)^2$
$٠ + (١ + ٢س)^2 = ٦٤$
$١ + ٢س = ٨ \leftarrow ٢س = ٧$

احداثيات النقطة جـ هي (٤، ٧)

24 (ب)

$\overline{أب} = \sqrt{(-٨ - ٨)^2 + (١٥ - ٢ص)^2}$

$\overline{أب} = \sqrt{(-١٠ + ٤)^2 + (٤ - ٠)^2}$

$\overline{أب} = \sqrt{9 + 16}$

$\overline{أب} = \sqrt{25} = 5$ وحدة

(ج) مساحة شبه المنحرف $= \frac{\text{طول القاعدة الكبرى} + \text{طول القاعدة الصغرى}}{2} \times \text{الارتفاع}$

$48 = \frac{\text{طول القاعدة الكبرى} + \text{باجـ}}{2} \times 4$

$48 = \frac{\text{طول القاعدة الكبرى} + 8}{2} \times 4$

$48 = \frac{8 + \overline{دأ}}{2} \times 4$

$48 = 2(8 + \overline{دأ})$

$\frac{48}{2} = 8 + \overline{دأ}$

$\overline{دأ} = 24 - 8 = 16$ وحدة

$\overline{دأ} = \sqrt{(4 + 2ص)^2 + 0}$

$\overline{دأ}^2 = (4 + 2ص)^2$

$(4 + 2ص)^2 = (16)^2$

$4 + 2ص = 16$

$4 - 16 = 2ص$

$-12 = 2ص$

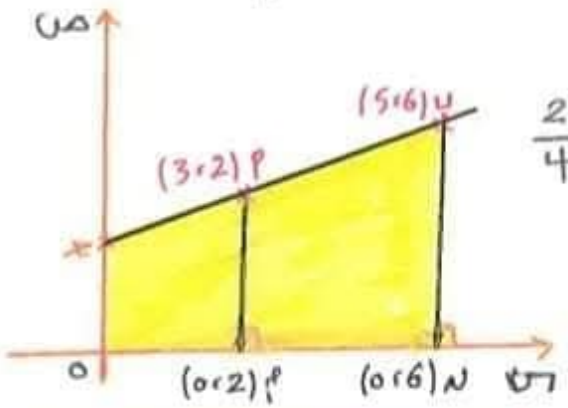
الاحداثيات $(0، -12)$

$د = (0، 2ص)$

25 ✍ في الشكل بم مرسوم مجتمع يقابل محور الصادات في نقطة جـ فإذا كان م (3،2)، ب (5،6) أحسب :-

(أ) إحداثيات النقطة جـ (ب) ميل المستقيم م ب (ج) طول م ب (د) مساحة شبه المنحرف م ب ن م

الإجابة :-



(أ) جـ = (٠، ص)

الميل = $\frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{2-6}{3-5} = \frac{4}{2}$

(المستقيم) م ب ⊥ $\frac{1}{2}$ =

ص = م س + جـ

الأحداثي الصادي للنقطة جـ هو الجزء المقطوع من محور الصادات. النقاط الثلاثة م، ب، جـ تقع على نفس المستقيم لذلك تحقق المعادلة.

م (3،2) ← $\frac{1}{2}(2) + \text{جـ} = 3$

$1 + \text{جـ} = 3$

$\text{جـ} = 3 - 1$

$\text{جـ} = 2$

∴ أحداثيات النقطة جـ هي (٠، 2)

(ب) ميل المستقيم $\overline{\text{م ب}} = \frac{1}{2}$

(ج) $\overline{\text{م ب}} = \sqrt{(\text{س}_2 - \text{س}_1)^2 + (\text{ص}_2 - \text{ص}_1)^2}$

$= \sqrt{(6-2)^2 + (5-3)^2}$

$= \sqrt{4^2 + 2^2}$

$= \sqrt{20} = 4.47$ وحدة

(د) مساحة شبه المنحرف م ب ن م

= $\frac{\text{طول القاعدة الكبرى} + \text{طول القاعدة الصغرى}}{2} \times$ المسافة الأفقية من ن إلى م

المساحة = $\frac{\overline{\text{م م}} + \overline{\text{ب ن}}}{2} \times$ المسافة الأفقية من ن إلى م

$\overline{\text{ب ن}} = \sqrt{0^2 + 5^2} = \sqrt{25} = 5$ وحدة

$\overline{\text{م م}} = \sqrt{0^2 + 3^2} = \sqrt{9} = 3$ وحدة

المسافة الأفقية (الأرتفاع) = 6 - 2 = 4 وحدات

∴ المساحة = $\frac{3+5}{2} \times 4$

المساحة = 16 وحدة مساحة

[26] تمرين ص٤ [1] أوجد إحداثيات نقطة تنصيف القطع المستقيمة المرسومة بين كل من أزواج النقاط التالية :-

(أ) إحداثي نقطة تنصيف النقطتين أ (1، 2) ، ب (3، 4)

$$= \left(\frac{س_1 + س_2}{2} ، \frac{ص_1 + ص_2}{2} \right)$$

$$= \left(\frac{1+2}{2} ، \frac{3+4}{2} \right) = (2 ، 3)$$

(ب) إحداثي نقطة تنصيف النقطتين أ (2-، 1) ، د (4-، 3) =

$$= \left(\frac{2- + 4-}{2} ، \frac{1 + 3}{2} \right) = (3- ، 2)$$

(ج) إحداثي نقطة تنصيف النقطتين ج (3-، 2) ، ف (3-، 4) =

$$= \left(\frac{3- + 3-}{2} ، \frac{2 + 4}{2} \right) = (3- ، 3)$$

(د) إحداثي نقطة تنصيف النقطتين ق (1-، 3-) ، هـ (5، 3) =

$$= \left(\frac{1- + 5}{2} ، \frac{3- + 3}{2} \right) = (2 ، 0)$$

(هـ) إحداثي نقطة تنصيف النقطتين ل (3-، 2-) ، ك (1-، 1-) =

$$= \left(\frac{3- + 1-}{2} ، \frac{2- + 1-}{2} \right) = \left(2- ، \frac{3}{2}- \right)$$

27 [2] م نقطة تنصيف القطعة المستقيمة الواصلة بين النقطتين د ، هـ أوجد إحداثيات النقطة د إذا كانت إحداثيات :-

(أ)

إحداثيات نقطة التنصيف = $\left(\frac{س_2+س_1}{2} ، \frac{ص_2+ص_1}{2}\right)$

(2 ، 1) م
(4 ، 3) هـ

$\left(\frac{4+س_د}{2} ، \frac{3+ص_د}{2}\right) = (2 ، 1)$

$1 = \frac{3+ص_د}{2}$ $\quad$ $2 = \frac{4+س_د}{2}$

$2 = 3+ص_د$ $\quad$ $4 = 4+س_د$

$3-2 = ص_د$ $\quad$ $4-4 = س_د$

$1- = ص_د$ $\quad$ $0 = س_د$

إحداثيات النقطة د = $(0 ، 1-)$

(ب)

$\left(\frac{1+س_د}{2} ، \frac{1+ص_د}{2}\right) = (2- ، 3-)$

(2 ، 3-) م
(1 ، 4-) هـ

$3- = \frac{1+ص_د}{2}$ $\quad$ $2- = \frac{1+س_د}{2}$

$6- = 1+ص_د$ $\quad$ $4- = 1+س_د$

$7- = ص_د$ $\quad$ $5- = س_د$

إحداثيات النقطة د = $(5- ، 7-)$

28 / 3 / 28 مثلث رؤوسه أ (1 ، 4) ب (6 ، 5) جـ (12 ، 4) احسب :-

(أ) ميل المستقيم أب ، (ب) إحداثيات نقطة تنصيف $\overline{بجـ}$

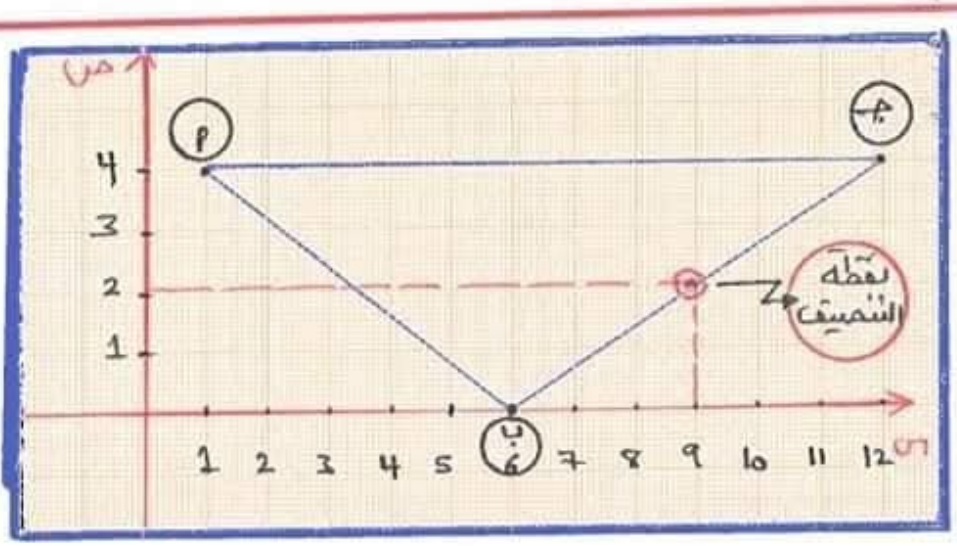
الإجابة :-

(أ) ميل المستقيم $\overline{أب} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{4-5}{1-6}$

$\overline{أب} = \frac{4}{5}$

(ب) إحداثيات نقطة تنصيف $\overline{بجـ} = \left(\frac{12+6}{2} ، \frac{4+5}{2}\right)$

$= (9 ، 2)$



أرجوا التوفيق للجميع

محمد عبد القادر

الشواف

29 متوازي أضلاع د ر ذ له الرؤوس د(-2، 3) ، ر(5، -2) ، (4، 1)
أوجد إحداثيات النقطة ذ ، والإجابة =

إحداثيات نقطة تنصيف د ر = $\left(\frac{1+3}{2}, \frac{4+2-}{2}\right)$
$= (1, 2)$

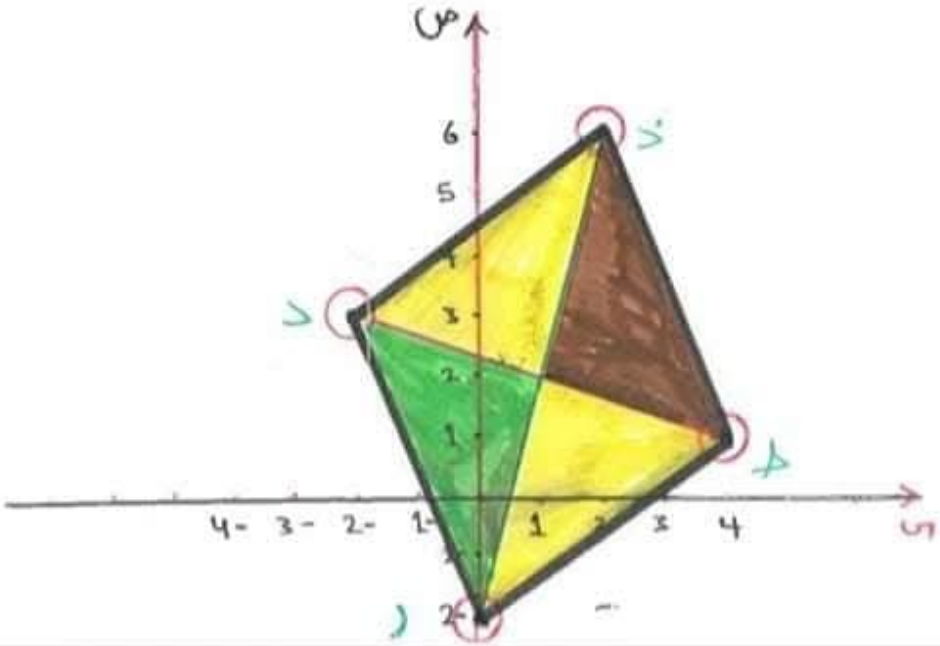
إحداثيات نقطة تنصيف د ر = إحداثيات نقطة تنصيف ب ذ
خواص أقطار متوازي الأضلاع
القطران ينصف كل منهما الآخر
نفرض أن إحداثي النقطة ذ = (س، ص)

الناتج ذ (6، 4)

إحداثي نقطة تنصيف ب ذ = $\left(\frac{2+س}{2}, \frac{5+ص}{2}\right)$
$\left(\frac{2+س}{2}, \frac{5-ص}{2}\right) = (2، 1)$

$2 = \frac{2+س}{2}$ $\quad 4 = 2+س$ $\quad 6 = س$

$1 = \frac{5-ص}{2}$ $\quad 2 = 5-ص$ $\quad 2 = ص$



30 5 النقطتان أ، ب احداثيا تهما (-6، 2)، (6، 6) على التوالي :- (أ) أوجد إحداثيات نقطة تنصيف $\overline{أب}$.

(ب) أحسب طول $\overline{أب}$ (جـ) (i) أوجد ميل المستقيم أب.

(ii) أوجد معادلة المستقيم أب.

الإجابة :-

(أ) إحداثي نقطة تنصيف $\overline{أب} = \left(\frac{س_2 + س_1}{2} ، \frac{ص_2 + ص_1}{2}\right)$

$= \overline{أب}$ " " $= \left(\frac{2+6}{2} ، \frac{6+(-6)}{2}\right)$

$= \overline{أب}$ " " $= (4 ، 0)$

(ب) طول $\overline{أب} = \sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$

$= \overline{أب}$ " $= \sqrt{(12)^2 + (4)^2}$

$= \overline{أب}$ " $= \sqrt{144 + 16} = \sqrt{160} = 12.65$ وحدة

(جـ) (i) ميل المستقيم $\overline{أب} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

$= \overline{أب}$ " " $= \frac{2-6}{6-(-6)}$

$= \overline{أب}$ " " $= \frac{4}{12}$

$= \overline{أب}$ " " $= \frac{1}{3}$

(ii) $ص = م س + ب$

$ص = \frac{1}{3} س + ب$

$2 = -6 \times \frac{1}{3} + ب$

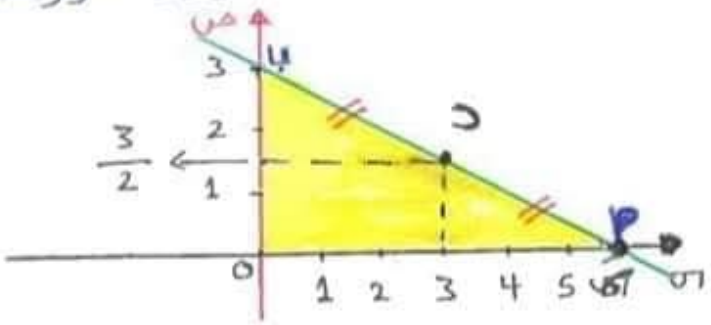
$2 = -2 + ب$

$ب = 4$

$ص = \frac{1}{3} س + 4$

[31] [6] المستقيم 2ص + س = 6 يقطع محور السينات في النقطة ا ومحور الصادات في النقطة ب فإذا كانت النقطة د هي النقطة تنصيف $\overline{ا ب}$ (و) نقطة الأصل . اوجد :-

(ا) احداثيات النقطة ا. (ب) معادلة المستقيم المار بالنقطة ا موازياً محور السينات .



(ا) النقطه ا تقع على المحور السيني احداثياتها هي (س، 0)

المستقيم 2ص + س = 6 يقطع المحور السيني في ا

س = 6 ← 2(0) + س = 6

احداثيات النقطة ا = (6، 0)

النقطه ب تقع على المحور الصادي احداثياتها هي (0، ص)

المستقيم 2ص + س = 6 يقطع المحور الصادي في ب

ص = 3 ← 2ص = 6 ← 2ص + 0 = 6

احداثيات النقطة ب = (0، 3)

(ب) نوجد احداثيات النقطة د اولاً :-

احداثيات نقطة تنصيف $\overline{ا ب}$ = $\left(\frac{0+6}{2}, \frac{3+0}{2}\right)$ = $\left(3, \frac{3}{2}\right)$

32

إحداثيات النقطة (د، هـ) $(\frac{3}{2}, 3)$

بما أن المستقيم يوازي محور السينات فإن ميله = صفر

$ص = م س + ب$

$ص = 0(س) + ب$

$ص = ب \leftarrow ب = \frac{3}{2} \leftarrow ص = \frac{3}{2} \leftarrow 2ص = 3$

المستقيم يوازي محور السينات عند $ص = \frac{3}{2}$

المعادلة هي $2ص = 3$

---

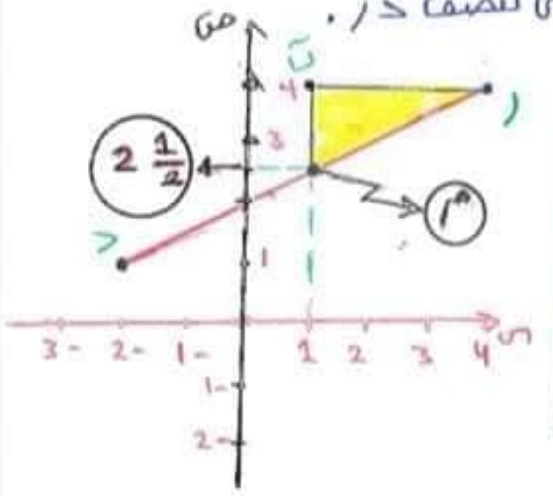
7 في الشكل البياني المرسوم (و) نقطة الأصل . ل هو الخط المستقيم الذي يمر بالنقطتين د (-2، 1)، (4، 4) ت هي النقطة (4، 1) أوجد:

(أ) (i) ميل المستقيم ل. (ii) معادلة المستقيم ل.

(iii) معادلة المستقيم المار بالنقطة (ت) موازياً المستقيم ل

(ب) (i) أكتب إحداثيات النقطة م التي تنصف $\overline{دت}$.

(ii) أحسب مساحة $\triangle$ ت م ا .



الإجابة :-

(أ) (i) ميل المستقيم ل $= \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

$= \frac{1-4}{2+4} = \frac{-3}{6}$

ميل المستقيم ل $= \frac{1}{2}$

Q3

(ii) $ص = س^2 + أ$

$ص = س + أ$	$1 + 1 = أ$
$ص = س + \frac{1}{2} + أ$	$2 = أ$
$1 = (-2)\frac{1}{2} + أ$	$ص = 2 + س\frac{1}{2}$
$1 = 1 - + أ$	

(iii) المستقيمات المتوازية ميلها متساوي

$ص = س\frac{1}{2} + أ$	$أ + \frac{1}{2} = 4$
$ن = (1 ، 4)$	$أ = 4 - \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$
$4 = (1)\frac{1}{2} + أ$	$ص = س\frac{1}{2} + \frac{7}{2}$

(ب) (i) واحد اثنان نصيف د $= \left(\frac{4+2-}{2} ، \frac{4+1}{2}\right)$

$= (1 ، 2\frac{1}{2})$

(ii) مساحة المثلث ن م ر $= \frac{1}{2} \times$ القاعدة $\times$ الارتفاع

$= \frac{1}{2} \times$ المسافة الأفقية من ن الى ر $\times$ المسافة الرأسية من م الى ن $=$ م ن ر

$= \frac{1}{2} \times 3 \times 3 =$ م ن ر $= \frac{9}{4}$ وحدة مساحة

ص34

ورقة المراجعة 5

القسم P

1 أوجد ميل الخط المستقيم المار بكل من أزواج النقاط التالية :-

أ) و(0،0) ، P(6،4) ب) ب(1،1) ، جـ(3،2)

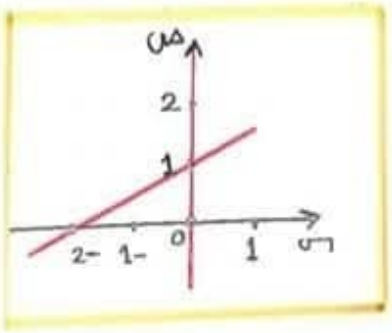
الإجابة :-

P ميل الخط المستقيم $P\text{و} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{0-6}{0-4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

ب ميل الخط المستقيم $\text{ب}\leftrightarrow = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{1-3}{1-2} = \frac{2}{1} = 2$

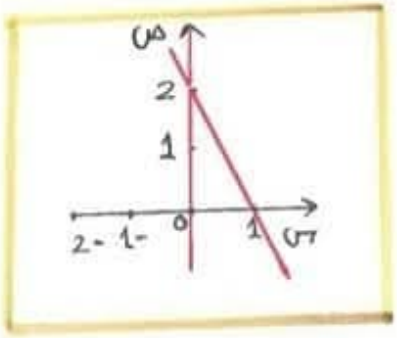
---

2 أوجد ميل كل من الخطوط الآتية :-



P المستقيم هـ يمر بالنقطتين (0،2-) ، (1،0)

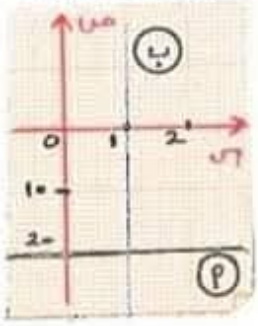
الميل $= \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{0-(2-)}{1-0} = \frac{2}{1}$



ب المستقيم هـ يمر بالنقطتين (1،0) ، (0،2)

الميل $= \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{2-0}{0-1} = \frac{2}{1-} = 2-$

35 3 بالنسبة للخطوط المعطاة (P)، (ب) حدد :- (i) ميلها (ii) معادلتها ؟



(i) ميل المستقيم P = صفر (موازي لمحور السينات)

(ii) معادلة المستقيم P هي ص = 2-

4 بالنسبة لكل من المعادلات الآتية :-

(أ) ص = 2- س + 4 ، (ب) 3 س - 2 ص = 6

أوجد (i) ميلها. (ii) الجزء المقطوع من محور الصادات.

الاجابة -

(P)

(i) م = 2-

(ii) ب = 4

(ب)

(i) 2- ص = 3- س + 6

ص = $\frac{3}{2}$ س - 3

م = $\frac{3}{2}$

(ii) ب = 3-

36 القسم ب

5 (أ) أكتب فيما يلي معادلة الخط المستقيم الذي:-

(i) ميله = (2) ويحصر من محور الصادات جزء آ طوله يساوي (5 وحدات).

(ii) ميله = $(\frac{1}{4})$ ويحصر من محور الصادات جزء آ طوله يساوي (3-).

(ب) أوجد معادلة الخط المستقيم الذي يحصر من محور الصادات جزءاً طوله (1 وحدة طول) ويوازي المستقيم الذي معادلته ($2ص = س + 1$).

- الإجابة -

(أ) (i) $ص = -2س + 5$ (ii) $ص = \frac{1}{4}س - 3$

(ب)

المستقيمان متوازيان ميلهم متساوي

$ص = \frac{1}{2}س + 1$	الميل $= \frac{1}{2}$	$2ص = س + 1$
	$ج = 1$	$ص = \frac{1}{2}س + \frac{1}{2}$

---

6 أوجد معادلة الخط المستقيم (أ) الذي يمر بالنقطة (1، 2) وميله غير معرف.

(ب) الذي يمر بالنقطة (2، 3) وميله (-5).

- الإجابة -

(أ)

$ص = م س + ج$

$3 = -5(2) + ج$

$3 = -10 + ج$

$ج = 13$

$ص = -5س + 13$

(ب)

ميله غير معرف

المستقيم يوازي محور السينات

معادلته $س = 1$

37 أوجد معادلة المستقيم الذي يوازي المستقيم $2س + 3ص + 5 = 0$ ويمر بالنقطة $(-6، 13)$؟ الاجابة:

بما أن المستقيمان متوازيان	إذا ميلهما متساويان
$2س + 3ص + 5 = 0$	$م = -\frac{2}{3}$ ، $(-6، 13)$
$3ص = -2س - 5$	$ص = م س + ب$
$ص = -\frac{2}{3}س - \frac{5}{3}$	$ص = -\frac{2}{3}س + ب$
	$13 = -\frac{2}{3}(-6) + ب$
	$13 = 4 + ب$
	$ب = 13 - 4 = 9$

$$ص = -\frac{2}{3}س + 9$$

---

38 بمعلومية النقطتين $P(1، 1)$ ، $ب(-2، 3)$ ، $ه(-1، 2)$

(أ) أحسب المسافة بين النقطتين. (ب) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين

الاجابة: (ج) احداثي المنتصف بين P ، $ب$.

(أ) المسافة بين P ، $ب = \sqrt{(-2-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$

(ب) الميل $= \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{1-3}{-2-1} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$

$ص = م س + ب$

$1 = \frac{2}{3}(1) + ب$

$ب + \frac{2}{3} = 1$

$ب = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

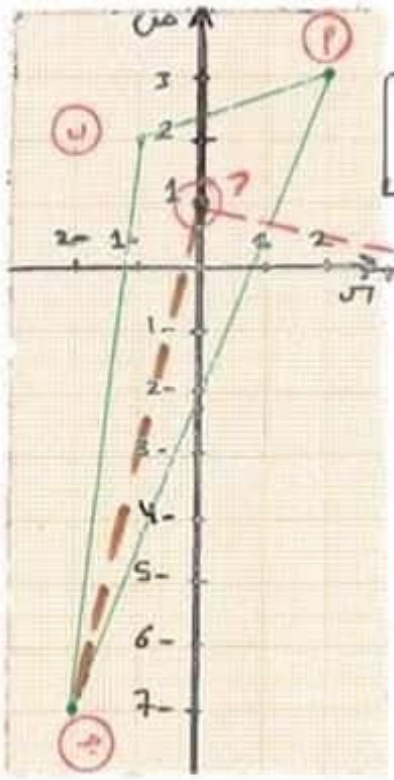
$ص = \frac{2}{3}س + \frac{1}{3}$

(ج) احداثي المنتصف بين P ، $ب = \left(\frac{1-2}{2}، \frac{1+3}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}، 2\right)$

38 القسم ج

9 (أ) إذا كانت النقط (3، 2) ، (1-، 2) ، (2-، 7-) هي رؤوس المثلث أ ب جـ على الترتيب فأوجد معادلة العمودي النازل من أ على ب جـ ؟

الإجابة :



(أ) $م(\overline{ب جـ}) = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{7- - 2-}{2- + 1} = \frac{9-}{1-} = 9$

بما أن المستقيمان متعامدان

إذاً $م(\overline{أ د}) \times م(\overline{ب جـ}) = 1-$

$9 \times م(\overline{أ د}) = 1-$

$م(\overline{أ د}) = \frac{1-}{9}$

$ص = م(\overline{أ د}) س + جـ$

النقطة أ = (3، 2)

$2 + (3) \frac{1}{9} = جـ$

$جـ + \frac{2-}{9} = 3$

$جـ = 3 + \frac{2}{9}$

$جـ = \frac{29}{9}$

$ص = \frac{1-}{9} س + \frac{29}{9}$

(ب) أوجد معادلة المستقيم العمودي على ب جـ ومن نقطة هـ ، وبفرض أن هذا المستقيم قطع محور الإحداثيات في هـ ، أوجد مساحة Δ أ ب جـ ؟

الإجابة :

نفرض أن لدينا نقطة د = (1، 0) تقع على المحور الصادي.

نرسم المستقيم العمودي من نقطة هـ (س، 0) $\perp \overline{ب جـ}$ بحيث يقطع محور الإحداثيات.

$م(\overline{أ د}) \times م(\overline{هـ د}) = 1-$ ← المستقيمان متعامدان

$\left(\frac{1 - 0}{0 - س}\right)\left(\frac{1 - 7-}{0 - 2-}\right) = 1-$

$\left(\frac{1-}{س}\right)\left(\frac{8-}{2-}\right) = 1-$

$\frac{8-}{س2} = 1-$

$س = 4$

39

$ص = م س + ب$

النقطة ص ∈ (0، 4)

$ب = 4$

الميل $= \frac{0 - 1}{4 - 0} = \frac{-1}{4}$

الميل < 0

$ص = م س + ب$

$0 = (4)\frac{-1}{4} + ب$

$ب + 1 - = 0$

$ب = 1$

$ص = -\frac{1}{4} س + 1$

$4 ص = -س + 4$

مساحة المثلث أ ب جـ $= \frac{1}{2} \times$ القاعدة $\times$ الارتفاع

$= \frac{1}{2} \times \overline{ب جـ} \times$ (طول العمود الساقط من أ على $\overline{ب جـ}$)

طول $\overline{ب جـ} = \sqrt{(-7-2)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{81+1} = \sqrt{82}$

نوجد معادلة المستقيم $\overline{ب جـ}$ $ص = م س + جـ$

الميل $= \frac{-7-2}{2-1} = \frac{-9}{1} = 9$

$2 = 9(-1) + جـ$

$2 = -9 + جـ$

$جـ = 11$

$ص = 9س + 11$

قانون طول العمود الساقط من نقطة $(س_1، ص_1)$ على المستقيم $أ س + ب ص + جـ = 0$

$= \frac{|أ س_1 + ب ص_1 + جـ|}{\sqrt{أ^2 + ب^2}}$

٤٥ النقطة $P = (3, 2)$ المستقيم بـ $\div$: $9س - صـ + 11 = 0$

طول العمود الساقط من P على بـ $\div$ = $\frac{|11 + (3)(1-) + (2)(9)|}{\sqrt{1 + 81}}$

$= \frac{|11 + 3 - 18|}{\sqrt{82}}$ = " " "

$= \frac{26}{\sqrt{82}}$ = " " "

∴ مساحة ΔP بـ $\div$ $= \frac{1}{2} \times \sqrt{82} \times \frac{26}{\sqrt{82}} = 13$ وحدة مساحة

١٥ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة $(2, -3)$ إذا كان :-

أولاً :- موازياً للمستقيم $2س - 5ص + 7 = 0$.

ثانياً :- عمودياً عليه . ثالثاً :- موازياً لمحور السينات.

الإجابة :-

(أولاً) $ص = م س + \div$

$-5ص = -2س + 7$

$ص = \frac{2}{5} س + \frac{7}{5}$

الميل $= \frac{2}{5}$

$-3 = (2)\frac{2}{5} + \div$

$-3 = \frac{4}{5} + \div$

$\div = -3 - \frac{4}{5} = \frac{-19}{5}$

$ص = \frac{2}{5} س - \frac{19}{5}$

41

ثانياً

$ص = ٢س + ب$

$1- = ٢ \times ١$

$1- = |\frac{2}{5}| \times ٢$

$\frac{5-}{2} = ٢$

$ب + (2)\frac{5-}{2} = 3-$

$ب + 5- = 3-$

$ب = 3- + 5 = 2$

$2 + س\frac{5-}{2} = ص$

ثالثاً

موازياً لمحور السينات

$ص = ب + س \times ٠$

$ب + (2)0 = 3-$

$ب + 0 = 3-$

$ب = 3-$

$ص = 3-$

المستقيم الأفقي

ميله = صفر

وحل آخر =

نفرض نقطة أخرى أحداثياتها (س، ص)

$0 = \frac{ص - (3-)}{س - 2} = \frac{ص + 3}{س - 2} = م$

$0 = \frac{3 + ص}{2 - س}$

$0 = 3 + ص$

$ص = 3-$