1-1 المتغيرات والتعابير

السابق
- أجريت عمليات على الأعداد الصحيحة.

الحالي
1. كتابة التعابير اللفظية للتعابير الجبرية.
2. كتابة التعابير الجبرية للتعابير اللفظية.

لماذا؟
- حضرت نهى وصديقاتها مباراة لكرة البيسبول. كان الاستاد يقدم عرضًا ترويجيًا حيث سعر الشطيرة 0.10 AED افترض أن d تمثل عدد الشطائر التي أكلتها نهى وصديقاتها. إذًا $0.10d$ تمثل تكلفة الشطائر التي أكلنها.

مفردات جديدة
- **التعبير الجبري** (algebraic expression)
- **المتغير** (variable)
- **الحد** (term)
- **العامل** (factor)
- **ناتج الضرب** (product)
- **القوة الأسية** (power)
- **الأس** (exponent)
- **الأساس** (base)

ممارسات رياضية
استخدام نماذج الرياضيات.

1 كتابة التعابير اللفظية

يتألف **التعبير الجبري** من مجاميع و/أو نواتج ضرب وقسمة الأعداد والمتغيرات. في التعبير الجبري $0.10d$، الحرف d يُسمى متغيرًا. في الجبر، تُعتبر **المتغيرات** رموزًا تُستخدم لتمثيل أعداد أو قيم غير محددة. يمكن استخدام أي حرف كمتغير.

$$0.10d \qquad 2x + 4 \qquad 3 + \frac{z}{6} \qquad p \times q \qquad 4cd \div 3mn$$

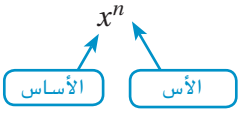
قد يكون **حد** التعبير عددًا أو متغيرًا أو ناتج ضرب أو قسمة الأعداد والمتغيرات. مثال، $0.10d$ و$2x$ و4 كل منهم يمثل حدًا.

الحد الذي لا يحتوي على متغير يُسمى حد *ثابت*. ← $2x + 4$ ← الحد الذي يحتوي على x أو حروف أخرى يُشار إليه أحيانًا باسم حد *المتغير*.

في تعبير الضرب، الكميات التي يتم ضربها هي **العوامل**، والنتيجة هي **ناتج الضرب**. غالبًا ما تُستخدم نقطة مرفوعة أو مجموعة أقواس للإشارة إلى ناتج ضرب. فيما يلي عدة طرق لتمثيل ناتج ضرب x وy.

$$xy \qquad x \times y \qquad x(y) \qquad (x)y \qquad (x)(y)$$

تعبير مثل x^n يُسمى **القوة الأسية**. يمكن أن تشير كلمة *القوة الأسية* أيضًا إلى الأس. **الأس** هو عدد مرات استخدام الأساس في صورة عامل. في تعبير صيغته x^n، **الأساس** هو x. التعبير x^n يُقرأ "x مرفوعًا إلى القوة الأسية n." عندما لا يظهر أس، يُفهم على أنه 1. على سبيل المثال، $a = a^1$.



مثال 1 كتابة التعابير اللفظية

اكتب تعبيرًا لفظيًا لكل تعبير جبري.

a. $3x^4$

العدد 3 مضروبًا في x مرفوعًا إلى الأس 4

b. $5z^2 + 16$

العدد 5 مضروبًا في z مرفوعًا إلى الأس 2 زائد ستة عشر

تمرين موجه

1A. $16u^2 - 3$

1B. $\frac{1}{2}a + \frac{6b}{7}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 كتابة التعابير الجبرية المهارة المهمة الأخرى هي تحويل التعابير اللفظية إلى تعابير جبرية.

نصيحة دراسية

التمثيل عند كتابة تعبير لتمثيل موقف، ابدأ بتحديد الكميات المهمة وعلاقاتها.

مفهوم أساسي تحويل التعابير اللفظية إلى جبرية

العملية	العبارات اللفظية
الجمع	أكبر من، مجموع، زائد، زيادة بمقدار، مضافًا إلى
الطرح	أصغر من، بالطرح من، الفارق، انخفاض بمقدار، ناقص
الضرب	ناتج ضرب، بالضرب في، أضعاف
القسمة	ناتج قسمة، بالقسمة على

مثال 2 كتابة التعابير الجبرية

اكتب تعبيرًا جبريًا لكل تعبير لفظي.

a. أكبر من 6 بمقدار العدد t

تشير كلمتا *أكبر من* إلى الجمع.
لهذا، فالتعبير الجبري هو $t + 6$ أو $6 + t$

b. أصغر من ناتج ضرب 7 وf بمقدار 10

أصغر من تشير إلى الطرح ويشير ناتج *الضرب* إلى عملية الضرب.
إذًا، فالتعبير يُكتب $7f - 10$

c. الثلثان من الحجم v

تشير كلمة من مع كسر إلى أنك ينبغي أن تضرب.
يمكن أن يُكتب التعبير في صورة $\frac{2}{3}v$ أو $\frac{2v}{3}$

تمرين موجه

2A. ناتج ضرب p و6 **2B.** الثلث من مساحة a

يمكن أن تمثل المتغيرات كميات معروفة وكميات مجهولة. كما تُستخدم في الصيغ والتعابير والمعادلات.

مثال 3 من الحياة اليومية كتابة تعبير

التسويق الرياضي يطلب السيد راشد شراء 250 سلسلة مفاتيح مطبوعًا عليها شعار فريقه الرياضي و500 قلم مطبوعًا عليهم عنوان موقعهم الإلكتروني. اكتب تعبيرًا جبريًا يمثل تكلفة الشراء.

افترض أن k هي تكلفة كل سلسلة مفاتيح وp هي تكلفة كل قلم. إذًا، تكلفة سلاسل المفاتيح تبلغ 250k وتكلفة الأقلام تبلغ $500p$. تتمثل تكلفة الشراء من خلال $250k + 500p$

تمرين موجه

3. المقهى تقدّر ليلى أن $\frac{1}{8}$ من الناس الذين يطلبون مشروبات يطلبون أيضًا حلويات. اكتب تعبيرًا جبريًا يمثّل هذا الموقف.

مهن في حياتنا

التسويق الرياضي يعمل مسوقو الرياضة على الترويج للاعبين والفرق والمنشآت والأعمال والمؤسسات المرتبطة بالرياضة وإدارة شؤونهم. يُفضل الحصول على درجة البكالوريوس في إدارة الرياضة أو إدارة الأعمال كحد أدنى.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

مثال 1 **اكتب تعبيرًا لفظيًا لكل تعبير جبري.**

1. $2m$
2. $\frac{2}{3}r^4$
3. $a^2 - 18b$

مثال 2 **اكتب تعبيرًا جبريًا لكل تعبير لفظي.**

4. مجموع عدد مع 14
5. أصغر بمقدار 6 من العدد t
6. أكبر من عدد مضروب في 11 بمقدار 7
7. 1 ناقص ناتج قسمة r و7
8. خمسا تربيع عدد j
9. n تكعيب مجموع إلى 5

مثال 3 10. **البقالة** اشترى السيد باهر بعض البقالة التي تتكلف d من الدراهم. وقد دفع ورقة نقدية بقيمة 50 AED. اكتب تعبيرًا لإيجاد مبلغ النقود المعدنية التي سيحصل عليها.

التمرين وحل المسائل

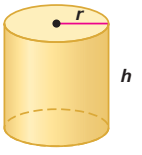
مثال 1 **اكتب تعبيرًا لفظيًا لكل تعبير جبري.**

11. $4q$
12. $\frac{1}{8}y$
13. $15 + r$
14. $w - 24$
15. $3x^2$
16. $\frac{r^4}{9}$
17. $2a + 6$
18. $r^4 \times t^3$

مثال 2 **اكتب تعبيرًا جبريًا لكل تعبير لفظي.**

19. x أكبر من 7
20. عدد مطروحًا منه 35
21. العدد 5 مضروبًا في عدد
22. ثلث عدد
23. f مقسومًا على 10
24. ناتج قسمة 45 وr
25. ثلاثة مضروبة في عدد زائد 16
26. العدد 18 مطروحًا منه 3 مضروبة في d
27. k تربيع ناقص 11
28. 20 مقسومة على t مرفوعًا إلى الأس 5

مثال 3 29. **علم الهندسة** حجم الأسطوانة يساوي π مضروبًا في نصف قطر r تربيع مضروبًا في ارتفاع h. اكتب تعبيرًا لإيجاد الحجم.



30. **المعرفة المالية** تربح جهاد x من الدراهم في الساعة من العمل في متجر البقالة وn من الدراهم في الساعة من العمل كجليسة أطفال. اكتب تعبيرًا يصف أرباحها إذا عملت كجليسة أطفال لمدة 25 ساعة وإذا عملت في متجر البقالة لمدة 15 ساعة.

اكتب تعبيرًا لفظيًا لكل تعبير جبري.

31. $25 + 6x^2$
32. $6f^2 + 5f$
33. $\frac{3a^5}{2}$

34. **الاستنتاج المنطقي** تبلغ تكلفة باقة أسرية لاستخدام الهاتف الذكي 55 AED في الشهر زائد تكاليف الاستخدام الإضافي. إذا كان x هو عدد دقائق الهاتف الخلوي المستخدمة فوق مقدار الباقة وy هو عدد الميجابايت من البيانات المستخدمة فوق مقدار الباقة، ففسّر التعابير التالية.
   a. $0.25x$
   b. $2y$
   c. $0.25x + 2y + 55$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

35. **الأحلام** يُعتقد أن حوالي $\frac{3}{4}$ أحلامنا تتضمن أشخاصًا نعرفهم.

a. اكتب تعبيرًا لتصف عدد الأحلام التي تضم أشخاصًا تعرفهم إذا كان عدد أحلامك d.

b. استخدم التعبير الذي كتبته لتتنبأ بعدد الأحلام التي تضم أشخاصًا تعرفهم من 28 حلمًا.

36. **الرياضة** في كرة القدم الأمريكية، يمنح الهدف 6 نقاط ويستطيع الفريق بعدها أن يحاول للحصول على نقطة بعد الهدف.

a. اكتب تعبيرًا يصف عدد النقاط التي تم إحرازها من الأهداف T والنقاط بعد الأهداف p بواسطة فريق واحد في مباراة.

b. إذا فاز فريق في مباراة كرة قدم أمريكية بنتيجة 0–27، اكتب معادلة لتمثيل عدد الأهداف المحتمل والنقاط التالية للأهداف التي أحرزها الفريق الفائز.

c. إذا فاز فريق في مباراة كرة قدم أمريكية بنتيجة 7–21، فكم عدد الأهداف المحتملة والنقاط التالية للأهداف التي تم تسجيلها أثناء المباراة من جانب كلا الفريقين؟

37. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تتعرف على ضرب القوى الأسية ذات الأساسات المتشابهة.

a. التمثيل الجدولي انسخ الجدول وأكمله.

10^2	×	10^1	=	10 × 10 × 10	=	10^3
10^2	×	10^2	=	10 × 10 × 10 × 10	=	10^4
10^2	×	10^3	=	10 × 10 × 10 × 10 × 10	=	?
10^2	×	10^4	=	?	=	?

b. التمثيل الجبري اكتب معادلة للنمط الموجود في الجدول.

c. التمثيل اللفظي ضع فرضية حول أس ناتج ضرب قوتين أسيتين لهما نفس الأساس.

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

38. **الاستنتاج** اشرح الاختلافات بين التعبير الجبري والتعبير اللفظي.

39. **مسألة غير محددة الإجابة** عرّف متغيرًا ليمثل كمية من الحياة اليومية، مثل الزمن بالدقائق أو المسافة بالقدم. ثم استخدم المتغير لكتابة تعبير جبري يمثل أحد نشاطاتك اليومية. صف بالكلمات ما يمثله تعبيرك واشرح استنتاجك.

40. **التفكير الناقد** يكتب كمال وجميلة تعبيرًا جبريًا لعبارة *ثلاثة مضروبة في مجموع* n *تربيع مع* 3. فهل كل منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

كمال	*جميلة*
$3(n^2 + 3)$	$3n^2 + 3$

41. **مسألة تحفيزية** في المكعب، تمثل x عددًا كاملاً موجبًا. أوجد قيمة x بحيث يكون حجم المكعب و6 مضروبة في مساحة أحد أضلاعه لهما القيمة نفسها.

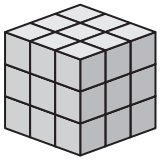


42. **الكتابة في الرياضيات** صف كيفية كتابة تعبير جبري من موقف من الحياة اليومية. ضع تعريفًا للتعبير الجبري بأسلوبك الخاص.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تمرين على الاختبار المعياري

43. ما التعبير الذي يمثل حجم المكعب بالشكل الأمثل؟



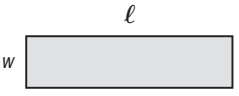
a ناتج ضرب العددين ثلاثة وخمسة

b ثلاثة مرفوعة إلى الأس 5

c ثلاثة تربيع

d ثلاثة تكعيب

44. ما التعبير الذي يمثل محيط المستطيل بالشكل الأمثل؟



F $2\ell w$

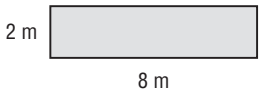
G $\ell + w$

H $2\ell + 2w$

J $4(\ell + w)$

45. إجابة قصيرة تبلغ ياردات القماش المطلوبة لعمل ستائر 3 أضعاف طول نافذة بالبوصة مقسومًا على 36. اكتب تعبيرًا يمثل ياردات القماش المطلوبة من حيث طول النافذة ℓ.

46. علم الهندسة أوجد مساحة المستطيل.



a 14 مترًا مربعًا

b 16 مترًا مربعًا

c 50 مترًا مربعًا

d 60 مترًا مربعًا

مراجعة شاملة

47. المتنزهات الترفيهية أجرى نادٍ لمعجبي قطار الملاهي اقتراعًا لمعرفة الألعاب المفضلة لدى كل عضو. مثِّل النتائج بتمثيل بياني بالأعمدة. (الدرس 13-0)

الألعاب المفضلة لدينا							
اللعبة	الغطسة الكبيرة	وقت الدوران	العين السوداء	الثور الغاضب	الوطواط	المهمة العسيرة	المغامرة
عدد الأصوات	5	22	16	9	25	6	12

48. الرياضة نتائج سباق سنوي طوله 5K آلاف متر معروضة على اليسار. اصنع مخطط صندوق ذي عارضين للبيانات. اكتب جملة تصف ما تفهمه من طول مخطط الصندوق ذي العارضين عن أوقات السباق. (الدرس 13-0)

نتائج سباق 5k السنوي			
فيصل	14:48	ياسمين	19:58
حفصة	19:27	يمنى	14:58
فهد	15:06	طارق	20:47
خالد	20:39	مها	15:48
تهاني	15:54	أسماء	21:35
أميرة	20:49	زُبيدة	16:10
إيمان	16:30	كريمة	20:21

أوجد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال لكل مجموعة بيانات. (الدرس 12-0)

49. {7, 6, 5, 7, 4, 8, 2, 2, 7, 8}

50. {−1, 0, 5, 2, −2, 0 ,−1, 2, −1, 0}

51. {17, 24, 16, 3, 12, 11, 24, 15}

52. الرياضة تملك خديجة جهاز وثب طوله 6 أقدام وعرضه 12 قدمًا. ما مساحة جهازها بالقدم المربع؟ (الدرس 8-0)

أوجد ناتج ضرب أو ناتج قسمة كل مما يلي. (الدرس 5-0)

53. $\frac{3}{5} \times \frac{7}{11}$

54. $\frac{4}{3} \div \frac{7}{6}$

55. $\frac{5}{6} \times \frac{8}{3}$

مراجعة المهارات

أوجد قيمة كل تعبير مما يلي.

56. $\frac{3}{5} + \frac{4}{9}$

57. 5.67 − 4.21

58. $\frac{5}{6} - \frac{8}{3}$

59. 10.34 + 14.27

60. $\frac{11}{12} + \frac{5}{36}$

61. 37.02 − 15.86

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1-2 ترتيب العمليات

السابق
- لقد عبّرت عن تعبيرات جبرية لفظيًا.

الحالي
1. إيجاد قيمة التعابير العددية باستخدام ترتيب العمليات.
2. إيجاد قيمة التعابير الجبرية باستخدام ترتيب العمليات.

لماذا؟
- يعرض الجدول أسعار دخول حديقة ملاهي سي وورلد في أورلاندو في ولاية فلوريدا. إذا ذهب أربعة بالغين وثلاثة أطفال إلى الحديقة، يمثل التعبير أدناه تكلفة الدخول للمجموعة.

$4(78.95) + 3(68.95)$



التذكرة	السعر (AED)
الفرد البالغ	78.95
الطفل	68.95

مفردات جديدة
- إيجاد قيمة (evaluate)
- ترتيب العمليات (order of operations)

ممارسات رياضية
- إيجاد البنية واستخدامها.

1 إيجاد قيمة التعابير العددية

لإيجاد تكلفة الدخول، يجب إيجاد قيمة التعبير $4(78.95) + 3(68.95)$

مثال 1 إيجاد قيمة التعابير

أوجد قيمة 3^5

$3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ استخدم 3 كعامل 5 مرات.

$= 243$ اضرب.

تمرين موجه

1A. 2^4 **1B.** 4^5 **1C.** 7^3

يحتوي التعبير العددي الذي يمثل تكلفة الدخول على أكبر من عملية. تُسمى القاعدة التي تتيح لك معرفة العملية التي تجريها أولاً **ترتيب العمليات**.

مفهوم أساسي ترتيب العمليات

الخطوة 1 إيجاد قيم التعابير داخل رموز التجميع.

الخطوة 2 إيجاد قيم جميع القيم الأسية.

الخطوة 3 الضرب و/أو القسمة من اليسار إلى اليمين.

الخطوة 4 الجمع و/أو الطرح من اليسار إلى اليمين.

مثال 2 ترتيب العمليات

أوجد قيمة $16 - 8 \div 2^2 + 14$

$16 - 8 \div 2^2 + 14 = 16 - 8 \div 4 + 14$ أوجد قيمة القوى الأسية.

$= 16 - 2 + 14$ اقسم 8 على 4

$= 14 + 14$ اطرح 2 من 16

$= 28$ اجمع 14 و14

تمرين موجه

2A. $3 + 42 \times 2 - 5$ **2B.** $20 - 7 + 8^2 - 7 \times 11$

Image Credits: ©Ingram Publishing/SuperStock; ©McGraw-Hill Education مؤسسة ماكجرو هيل للتعليم

عند استخدام رمز تجميع واحد أو أكبر، أوجد قيمة العمليات داخل رموز التجميع الداخلية أولاً.

نصيحة دراسية

رموز التجميع تُستخدم رموز التجميع مثل الأقواس ( ) والأقواس المعقوفة [ ] والأقواس المتعرجة { } لتوضيح ترتيب العمليات أو تغييره.

مثال 3 التعابير ذات رموز التجميع

أوجد قيمة كل تعبير مما يلي.

a. $4 \div 2 + 5(10 - 6)$

$4 \div 2 + 5(10 - 6) = 4 \div 2 + 5(4)$ أوجد قيمة ما داخل الأقواس

$= 2 + 5(4)$ اقسم 4 على 2

$= 2 + 20$ اضرب 5 في 4

$= 22$ اجمع 2 إلى 20

b. $6\left[32 - (2 + 3)^2\right]$

$6\left[32 - (2 + 3)^2\right] = 6\left[32 - (5)^2\right]$ أوجد قيمة التعبير الداخلي أولاً.

$= 6[32 - 25]$ أوجد قيمة القوة الأسية.

$= 6[7]$ اطرح 25 من 32

$= 42$ اضرب.

c. $\dfrac{2^3 - 5}{15 + 9}$

$\dfrac{2^3 - 5}{15 + 9} = \dfrac{8 - 5}{15 + 9}$ أوجد قيمة القوة الأسية في البسط.

$= \dfrac{3}{15 + 9}$ اطرح 5 من 8 في البسط.

$= \dfrac{3}{24}$ or $\dfrac{1}{8}$ اجمع 15 و9 في المقام وحوّل لأبسط صورة.

نصيحة دراسية

رموز التجميع تُعتبر شرطة الكسر رمز تجميع. إذًا، أوجد قيمة التعابير في البسط والمقام قبل استكمال القسمة.

تمرين موجه

3A. $5 \times 4(10 - 8) + 20$ **3B.** $15 - \left[10 + (3 - 2)^2\right] + 6$ **3C.** $\dfrac{(4 + 5)^2}{3(7 - 4)}$

2 إيجاد قيمة التعابير الجبرية

لإيجاد قيمة تعبير جبري، عوّض المتغيرات بقيمها. ثم أوجد قيمة التعبير العددي باستخدام ترتيب العمليات.

مثال 4 إيجاد قيمة تعبير جبري

أوجد قيمة $3x^2 + (2y + z^3)$ إذا كانت $x = 4, y = 5, z = 3$

$3x^2 + (2y + z^3)$

$= 3(4)^2 + (2 \times 5 + 3^3)$ عوّض x بالعدد 4 وy بالعدد 5 وz بالعدد 3

$= 3(4)^2 + (2 \times 5 + 27)$ أوجد قيمة 3^3

$= 3(4)^2 + (10 + 27)$ اضرب 2 في 10

$= 3(4)^2 + (37)$ اجمع 10 مع 27

$= 3(16) + 37$ أوجد قيمة 4^2

$= 48 + 37$ اضرب 3 في 16

$= 85$ اجمع 48 مع 37

تمرين موجه

أوجد قيمة تعبير مما يلي.

4A. $a^2(3b + 5) \div c$ إذا كانت $a = 2, b = 6, c = 4$

4B. $5d + (6f - g)$ إذا كانت $d = 4, f = 3, g = 12$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 5 من الحياة اليومية كتابة تعبير وإيجاد قيمته

الدراسات البيئية يوضح نظام كرة العلوم® (SOS) آثار العواصف الجوية والتغيرات المناخية ودرجة حرارة المحيط على البيئة. يبلغ حجم الكرة أربعة أثلاث من π مضروبًا في نصف قطر r للقوة الأسية الثالثة.

a. اكتب تعبيرًا يمثل حجم الكرة.

الشرح	أربعة أثلاث	من	π مضروبًا في نصف القطر للقوة الأسية الثالثة
المتغير	افترض أن r = نصف القطر.		
المعادلة	$\frac{4}{3}$	×	$\frac{4}{3}\pi r^3$ أو πr^3

b. أوجد حجم كرة نصف قطرها 3 أقدام تُستخدم في SOS.

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$ حجم كرة.

$= \frac{4}{3}\pi(3)^3$ عوّض r بالعدد 3

$= \left(\frac{4}{3}\right)\pi(27)$ $3^3 = 27$ أوجد قيمة

$= 36\pi$ اضرب $\frac{4}{3}$ في 27

حجم الكرة 36π قدم مكعب.

تمرين موجه

5. حرائق الغابة وفقًا لهيئة الغابات في كاليفورنيا، يندلع 539.2 حريقًا في المتوسط كل عام بسبب حطام مشتعل، بينما نيران المعسكرات مسؤولة عن 129.1 حريقًا في المتوسط كل عام.

a. اكتب تعبيرًا جبريًا يمثل عدد الحرائق في المتوسط في d من الأعوام بسبب الحطام المشتعل وفي c من الأعوام بسبب نيران المعسكرات.

b. كم عدد الحرائق التي ستحدث في 5 أعوام؟



رابط من الحياة اليومية

ابتكرت الإدارة الوطنية للمحيطات والمناخ (NOAA) نظام كرة العلوم لتوعية الناس بالعمليات التي تحدث على الأرض. هناك خمسة أجهزة كمبيوتر وأربعة أجهزة عرض فيديو لتشغيل الكرة.

المصدر: الإدارة الوطنية للمحيطات والمناخ

التحقق من فهمك

الأمثلة 1-3 **أوجد قيمة كل تعبير مما يلي.**

1. 9^2
2. 4^4
3. 3^5
4. $30 - 14 \div 2$
5. $5 \times 5 - 1 \times 3$
6. $(2 + 5)4$
7. $[8(2) - 4^2] + 7(4)$
8. $\frac{11 - 8}{1 + 7 \times 2}$
9. $\frac{(4 \times 3)^2}{9 + 3}$

مثال 4 **أوجد قيمة كل تعبير إذا كانت $a = 4$ و $b = 6$ و $c = 8$**

10. $8b - a$
11. $2a + (b^2 \div 3)$
12. $\frac{b(9 - c)}{a^2}$

مثال 5

13. **الكتب** اشترت هادية كتابًا جديدًا مقابل 20 AED وثلاثة كتب مستعملة مقابل 4.95 AED لكل كتاب. اكتب تعبيرًا وأوجد قيمته لإيجاد المبلغ الذي تكلفته الكتب.

14. **الاستنتاج** اشترت فاطمة طعامًا لنفسها ولأصدقائها. اشترت 4 شطائر لحم بالجبن مقابل 2.25 AED لكل واحدة و3 عبوات بطاطس مقلية مقابل 1.25 AED لكل واحدة و4 مشروبات مقابل 4.00 AED. اكتب تعبيرًا وأوجد قيمته لإيجاد المبلغ الذي تكلفه الطعام.

McGraw-Hill Education مؤسسة

التمرين وحل المسائل

الأمثلة 1-3 **أوجد قيمة كل تعبير مما يلي.**

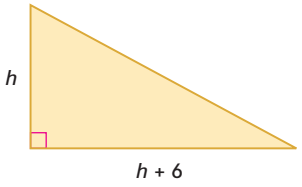
15. 7^2
16. 14^3
17. 2^6
18. $35 - 3 \times 8$
19. $18 \div 9 + 2 \times 6$
20. $10 + 8^3 \div 16$
21. $24 \div 6 + 2^3 \times 4$
22. $(11 \times 7) - 9 \times 8$
23. $29 - 3(9 - 4)$
24. $(12 - 6) \times 5^2$
25. $3^5 - (1 + 10^2)$
26. $108 \div [3(9 + 3^2)]$
27. $[(6^3 - 9) \div 23]4$
28. $\frac{8 + 3^3}{12 - 7}$
29. $\frac{(1 + 6)9}{5^2 - 4}$

مثال 4 **أوجد قيمة كل تعبير إذا كانت $g = 2$ و$r = 3$ و$t = 11$**

30. $g + 6t$
31. $7 - gr$
32. $r^2 + (g^3 - 8)^5$
33. $(2t + 3g) \div 4$
34. $t^2 + 8rt + r^2$
35. $3g(g + r)^2 - 1$

مثال 5

36. **علم الهندسة** اكتب تعبيرًا جبريًا يمثل مساحة المثلث. ثم أوجد قيمته للوصول إلى المساحة عندما $h = 12$ in



37. **حدائق الملاهي** في عام 2004، كان هناك 3344 حديقة وساحة ملاهٍ. انخفض هذا العدد بمقدار 148 في عام 2009. اكتب تعبيرًا وأوجد قيمته للوصول إلى عدد حدائق وساحات الملاهي في عام 2009.

38. **إيجاد البنية** تبيع سالي تذاكر في مكتب التذاكر الرياضية في جامعة دوك. إذا كانت p تمثل تذكرة الموسم المفضلة، وb تمثل تذكرة المنطقة الزرقاء وg تمثل تذكرة الدخول العام، ففسّر التعابير التالية وأوجد قيمتها.

a. $45b$ b. $15p + 35g$ b. $6p + 11b + 22g$

أسعار تذكرة كرة القدم في جامعة دوك	
تذكرة الموسم المفضلة	100 AED
المنطقة الزرقاء	80 AED
الدخول العام	70 AED

المصدر: جامعة دوك

أوجد قيمة كل تعبير مما يلي.

39. 4^2
40. 12^3
41. 3^6
42. 11^5
43. $(3 - 4^2)^2 + 8$
44. $23 - 2(17 + 3^3)$
45. $3[4 - 8 + 4^2(2 + 5)]$
46. $\frac{2 \times 8^2 - 2^2 \times 8}{2 \times 8}$
47. $25 + \left[(16 - 3 \times 5) + \frac{12 + 3}{5}\right]$
48. $7^3 - \frac{2}{3}(13 \times 6 + 9)4$

أوجد قيمة كل تعبير إذا كان $a = 8$ و$b = 4$ و$c = 16$

49. $a^2bc - b^2$
50. $\frac{c^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}$
51. $\frac{2b + 3c^2}{4a^2 - 2b}$
52. $\frac{3ab + c^2}{a}$
53. $\left(\frac{a}{b}\right)^2 - \frac{c}{a - b}$
54. $\frac{2a - b^2}{ab} + \frac{c - a}{b^2}$

55. **المبيعات** في أحد الأيام، تم تأجير 28 مكانًا تجاريًا صغيرًا و12 مكانًا كبيرًا. وفي يوم آخر، تم تأجير 30 مكانًا صغيرًا و15 مكانًا كبيرًا. اكتب تعبيرًا وأوجد قيمته لتوضح إجمالي الإيجار الذي تم تحصيله.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الملابس	
تنورة	25.99 AED
ملابس جينز	39.99 AED
معطف	22.99 AED

56. **التسوق** تتسوق إسراء لشراء ملابس المدرسة. اشترت 3 تنورات وبنطلوني جينز و4 معاطف. اكتب تعبيرًا وأوجد قيمته لإيجاد المبلغ الذي أنفقته غير شامل ضريبة المبيعات.

57. **الأهرامات** الهرم الموجود في متحف اللوفر له قاعدة مربعة طول ضلعها 35.42 مترًا وارتفاعه 21.64 مترًا. الهرم الأكبر في مصر له قاعدة مربعة يبلغ طول ضلعها 230 مترًا وارتفاعه 146.5 مترًا. تعبير تحديد حجم الهرم هو $\frac{1}{3}Bh$، حيث B هي مساحة القاعدة وh هي الارتفاع.

a. ارسم كلا الهرمين واكتب الأبعاد.

b. اكتب تعبيرًا لفظيًا يحدد الفرق بين حجم الهرمين.

c. اكتب تعبيرًا جبريًا يحدد الفرق بين حجم الهرمين. أوجد الفرق في الحجم.

58. **المعرفة المالية** يحصل مندوب مبيعات على المرتب السنوي s، ومتوسط عمولة يبلغ كل شهر c، ومكافأة بقيمة b عن كل هدف مبيعات يحققه.

a. اكتب تعبيرًا جبريًا يمثل إجمالي دخله في عام إذا حصل على أربع مكافآت متساوية.

b. افترض أن مرتبه السنوي يبلغ 52,000 AED ومتوسط عمولته 1225 AED في الشهر. إذا كان كل من المكافآت الأربع يساوي 1150 AED، فما دخله سنويًا؟

مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

59. **تحليل الخطأ** تعمل حورية وسهيلة على تبسيط $[4(10) - 3^2] + 6(4)$ فهل أي منهن على صواب؟ اشرح استنتاجك.

حورية

$$\begin{aligned}[4(10) - 3^2] + 6(4) &= [4(10) - 9] + 6(4)\\ &= 4(1) + 6(4)\\ &= 4 + 6(4)\\ &= 4 + 24\\ &= 28\end{aligned}$$

سهيلة

$$\begin{aligned}[4(10) - 3^2] + 6(4) &= [4(10) - 9] + 6(4)\\ &= (40 - 9) + 6(4)\\ &= 31 + 6(4)\\ &= 31 + 24\\ &= 55\end{aligned}$$

60. **الاستنتاج** اشرح كيفية إيجاد قيمة $a[(b - c) \div d] - f$ إذا حصلت على قيم a وb وc وd وf كيف توجد قيمة التعبير بشكل مختلف إذا كان التعبير $a \times b - c \div d - f$؟

61. **المثابرة** اكتب تعبيرًا وأوجد قيمته باستخدام الأعداد الصحيحة من 1 إلى 5 مستخدمًا كل الأرقام الخمسة والجمع و/أو الطرح لإنشاء تعبير عددي قيمته 3.

62. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب تعبيرًا يستخدم الأسس وثلاث عمليات مختلفة على الأصغر ومجموعتين من الأقواس. اشرح الخطوات التي ستتبعها لإيجاد قيمة التعبير.

63. **الكتابة في الرياضيات** اختر صيغة هندسية واشرح كيف يتم تطبيق ترتيب العمليات عند استخدام الصيغة.

64. **الكتابة في الرياضيات** التعابير المعادلة لها القيمة نفسها. هل التعبيران $10 \times (17 + 30)$ و $17 \times 10 + 30 \times 10$ متعادلان؟ اشرح لِمَ أو لِمَ لا؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين على الاختبار المعياري

65. لنفترض أن m يمثل عدد الأميال. ما التعبير الجبري الذي يمثل عدد الأقدام في m من الأميال؟

A $5280m$

B $\frac{5280}{m}$

C $m + 5280$

D $5280 - m$

66. إجابة قصيرة

حوّل لأبسط صورة. $\left[10 + 15(2^3)\right] \div \left[7(2^2) - 2\right]$

الخطوة 1 $\left[10 + 15(8)\right] \div \left[7(4) - 2\right]$

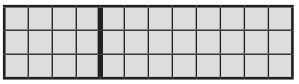
الخطوة 2 $\left[10 + 120\right] \div \left[28 - 2\right]$

الخطوة 3 $130 \div 26$

الخطوة 4 $\frac{1}{5}$

ما أول خطوة غير صحيحة؟ اشرح الخطأ.

67. إجابة موسعة ادرس المستطيل أدناه.



الجزء A ما التعبير الذي يمثل مساحة المستطيل؟

F $4 + 3 \times 8$

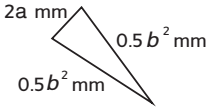
G $3 \times (4 + 8)$

H $3 \times 4 + 8$

J $3^2 + 8^2$

الجزء B ارسم مستطيلاً أو أكثر لتمثيل كل تعبير آخر.

68. علم الهندسة ما محيط المثلث إذا كانت $a = 9$ و$b = 10$؟



A. 164 mm

B. 118 mm

C. 28 mm

D. 4 mm

مراجعة شاملة

اكتب تعبيرًا لفظيًا لكل تعبير جبري. (الدرس 1-1)

69. $14 - 9c$

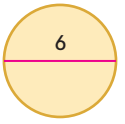
70. $k^3 + 13$

71. $\frac{4 - v}{w}$

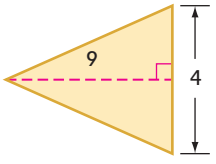
72. المال يكسب أحمد 8 AED في الساعة من تقديم الوجبات و15 AED عن كل حديقة يهذبها.
اكتب تعبيرًا لتوضيح مقدار المبلغ المالي الذي يكسبه من تقديم الوجبات لمدة h ساعات وتهذيب m حدائق. (الدرس 1-1)

أوجد مساحة كل شكل مما يلي. (الدرس 8-0)

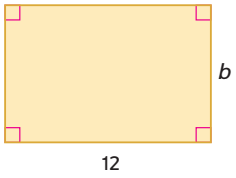
73.



74.



75.



76. المدرسة أجاب عمر إجابة صحيحة على 27 سؤالاً من 30 سؤالاً في آخر اختبار أحياء خاضه.
ما النسبة المئوية للأسئلة التي أجابها بطريقة صحيحة؟ (الدرس 6-0)

مراجعة المهارات

أوجد قيمة كل تعبير.

77. $5.65 - 3.08$

78. $6 \div \frac{4}{5}$

79. $4.85(2.72)$

80. $1\frac{1}{12} + 3\frac{2}{3}$

81. $\frac{4}{9} \times \frac{3}{2}$

82. $7\frac{3}{4} - 4\frac{7}{10}$

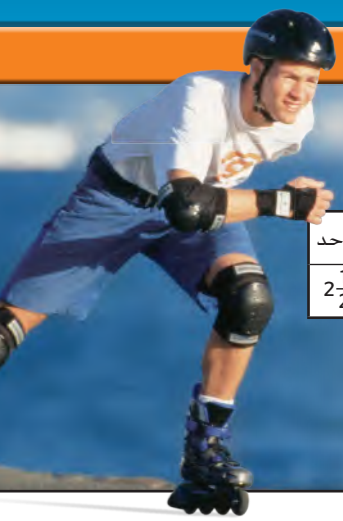
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4-1 خاصية التوزيع

السابق
- تعرفت على خاصيتي التجميع والتبديل.

الحالي
1 استخدام خاصية التوزيع لإيجاد قيمة التعابير.
2 استخدم خاصية التوزيع لتحويل التعابير لأبسط صورة.

لماذا؟
- يحرق جمال حوالي 420 سعرًا حراريًا في الساعة عند استخدام حذاء التزلج. يوضح المخطط البياني أدناه الزمن الذي أمضاه في التزلج في أسبوع.



اليوم	الإثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة	السبت	الأحد
الزمن (h)	1	$\frac{1}{2}$	0	1	0	2	$2\frac{1}{2}$

لتحديد العدد الإجمالي للسعرات الحرارية التي حرقها بالتزلج في ذلك الأسبوع، يمكنك استخدام خاصية التوزيع.

مفردات جديدة
الحدود المتشابهة (like terms)
أبسط صورة (simplest form)
معامل (coefficient)

ممارسات رياضية
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها
البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عنه

1 إيجاد قيمة التعابير هناك طريقتان يمكنك استخدامهما لحساب عدد السعرات الحرارية التي حرقها جمال بالتزلج. يمكنك إيجاد الزمن الإجمالي الذي أمضاه في التزلج ثم ضربه في السعرات الحرارية التي أحرقها في الساعة. أو يمكنك إيجاد عدد السعرات الحرارية التي يتم حرقها كل يوم ثم الجمع لإيجاد الزمن الإجمالي.

الطريقة 1 الزمن الإجمالي لأوقات التزلج

$$420\left(1 + \frac{1}{2} + 1 + 2 + 2\frac{1}{2}\right)$$
$$= 420(7)$$
$$= 2940$$

الطريقة 2 مجموع السعرات الحرارية التي يتم حرقها يوميًا

$$420(1) + 420\left(\frac{1}{2}\right) + 420(1) + 420(2) + 420\left(2\frac{1}{2}\right)$$
$$= 420 + 210 + 420 + 840 + 1050$$
$$= 2940$$

كلتا الطريقتين تعطيان الإجمالي نفسه وهو 2940 سعرًا حراريًا تم حرقهم. هذا مثال على **خاصية التوزيع**.

مفهوم أساسي خاصية التوزيع

الرمز
لأي أعداد a وb وc
$a(b + c) = ab + ac$ و $(b + c)a = ba + ca$
$a(b - c) = ab - ac$ و $(b - c)a = ba - ca$

أمثلة
$3(2 + 5) = 3 \times 2 + 3 \times 5$
$3(7) = 6 + 15$
$21 = 21$

$4(9 - 7) = 4 \times 9 - 4 \times 7$
$4(2) = 36 - 28$
$8 = 8$

تسمح خاصية التناظر في المعادلة بكتابة خاصية التوزيع كما يلي.

إذا كانت $a(b + c) = ab + ac$. فإن $ab + ac = a(b + c)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 1 من الحياة اليومية التوزيع على الجمع

الرياضة مجموعة من 7 بالغين و6 أطفال سيذهبون إلى مباراة البيسبول لنادي بولز في جامعة جنوب فلوريدا. استخدم خاصية التوزيع لكتابة وإيجاد قيمة تعبير يحدد التكلفة الإجمالية للتذاكر.

الفهم تحتاج إلى إيجاد تكلفة كل تذكرة ثم إيجاد التكلفة الإجمالية.

التخطيط 6 + 7 أو 13 شخصًا سيذهبون للمباراة، وتبلغ قيمة التذكرة درهمين لكل شخص.

الحل اكتب تعبيرًا يوضح ناتج ضرب تكلفة كل تذكرة في مجموع تذاكر البالغين وتذاكر الأطفال.

$2(7 + 6) = 2(7) + 2(6)$ خاصية التوزيع

$= 14 + 12$ اضرب.

$= 26$ اجمع.

تبلغ التكلفة الإجمالية 26 AED.

التحقق يبلغ العدد الإجمالي للتذاكر المطلوبة 13 وتتكلف درهمين لكل تذكرة. اضرب 13 في 2 للحصول على الناتج 26. وبهذا، فإجمالي تكلفة الشراء 26 AED.

مباراة البيسبول لفريق بولز في جامعة جنوب فلوريدا	
التذكرة	التكلفة (AED)
تذكرة البالغ لمباراة واحدة	5
تذكرة الأطفال لمباراة واحدة (12 عامًا فأقل)	3
تذكرة المجموعات من 10 أشخاص أو أكثر لمباراة واحدة	2
تذكرة كبار السن لمباراة واحدة (65 عامًا فأكثر)	3

المصدر: جامعة جنوب فلوريدا

تمرين موجه

1. **الرياضة** مجموعة من 3 بالغين و11 طفلاً في سن 11 عامًا وطفلين تحت 10 أعوام سيذهبون إلى مباراة بيسبول. اكتب تعبيرًا وأوجد قيمته لتحديد تكلفة التذاكر للمجموعة.



رابط من الحياة اليومية

تحقق الرقم القياسي لحضور مباراة بيسبول واحدة في عام 1959. كان هناك 92,706 متفرج في مباراة بين فريقي لوس أنجلوس دودجرز وشيكاغو وايت سوكس.

المصدر: Baseball Almanac

نصيحة دراسية

الاستنتاج المنطقي والمثابرة

خطة الخطوات الأربع لحل المسائل أداة للتفكير في أية مسألة. عندما تضع خطتك وتنفذها، اسأل نفسك باستمرار "هل هذا منطقي؟" راقب تقدمك وقيّمه وغيّر مسارك إذا لزم الأمر.

يمكنك استخدام خاصية التوزيع لتسهيل الرياضيات الذهنية.

مثال 2 الرياضيات الذهنية

استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة 49 × 7 ثم أوجد القيمة.

$7 \times 49 = 7(50 - 1)$ فكّر: $49 = 50 - 1$

$= 7(50) - 7(1)$ خاصية التوزيع

$= 350 - 7$ اجمع.

$= 343$ اطرح.

تمرين موجه

استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل تعبير. ثم أوجد القيمة.

2A. 304(15)

2B. $44 \times 2\frac{1}{2}$

2C. 210(5)

2D. 52(17)

2 تحويل التعابير لأبسط صورة

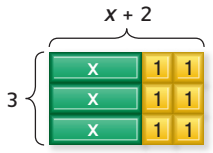
يمكنك استخدام القطع الجبرية لمعرفة كيفية ارتباط خاصية التوزيع بالتعابير الجبرية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نصيحة في حل المسائل

صمم نموذجًا قد يكون من المفيد تصور مسألة باستخدام القطع الجبرية أو ورقة مطوية.

يحتوي المستطيل على اليسار على 3 قطع x و6 قطع 1.
مساحة المستطيل هي $x + 1 + 1 + x + 1 + 1 + x + 1 + 1$ أو $3x + 6$ ولهذا، فإن $3(x + 2) = 3x + 6$



مثال 3 التعابير الجبرية

أعد كتابة كل تعبير باستخدام خاصية التوزيع. ثم حول لأبسط صورة.

a. $7(3w - 5)$

$7(3w - 5) = 7 \times 3w - 7 \times 5$ خاصية التوزيع

$= 21w - 35$ اضرب

b. $(6v^2 + v - 3)4$

$(6v^2 + v - 3)4 = 6v^2(4) + v(4) - 3(4)$ خاصية التوزيع

$= 24v^2 + 4v - 12$ اضرب

تمرين موجه

3A. $(8 + 4n)2$

3B. $-6(r + 3g - t)$

2b. $(2 - 5q)(-3)$

3D. $-4(-8 - 3m)$

مراجعة المفردات

الحد (term) عدد أو متغير أو ناتج ضرب أو قسمة الأعداد والمتغيرات.

الحدود المتشابهة هي حدود تتكون من نفس المتغيرات مرفوعة إلى القوة الأسية ذاتها.

$5x^2 + 2x - 4$ ثلاثة حدود

$6a^2 + a^2 + 2a$ حدود متشابهة، حدود غير متشابهة

يمكن استخدام خاصية التوزيع وخصائص المساواة لإظهار أن $4k + 8k = 12k$ في هذا التعبير، $4k$ و$8k$ حدان متشابهان.

$4k + 8k = (4 + 8)k$ خاصية التوزيع

$= 12k$ الاستبدال

يكون التعبير في **أبسط صورة** عندما لا يحتوي على حدود متشابهة أو أقواس.

مثال 4 جمع الحدود المتشابهة

a. حوّل لأبسط صورة $17u + 25u$

$17u + 25u = (17 + 25)u$ خاصية التوزيع

$= 42u$ الاستبدال

b. حوّل لأبسط صورة $6t^2 + 3t - t$

$6t^2 + 3t - t$ $= 6t^2 + (3 - 1)t$ خاصية التوزيع

$= 6t^2 + 2t$ الاستبدال

تمرين موجه

حوّل كل تعبير إلى أبسط صورة. وإذا تعذّر ذلك، فاكتب *مُبسّط*.

4A. $6n - 4n$

4B. $b^2 + 13b + 13$

4C. $4y^3 + 2y - 8y + 5$

4D. $7a + 4 - 6a^2 - 2a$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 5 كتابة التعابير وتحويلها لأبسط صورة

استخدم التعبير *"ضعف الفارق بين $3x$ وy زاد بمقدار خمسة مضروبة في مجموع x و$2y$"*

a. اكتب تعبيرًا جبريًا للتعبير اللفظي.

الشرح	ضعف الفارق بين $3x$ وy	زاد بمقدار	خمسة مضروبة في مجموع x و$2y$	
متغيرات	افترض أن x وy يمثلان الأعداد.			
التعبير	$5(x + 2y)$	$+$	$2(3x - y)$	

b. حول التعبير لأبسط صورة واذكر الخصائص المستخدمة.

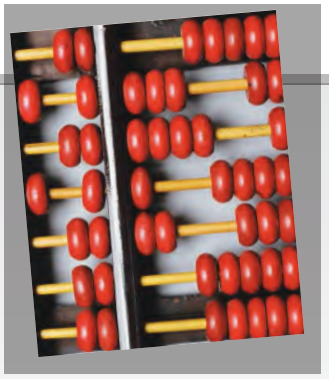
$2(3x - y) + 5(x + 2y) = 2(3x) - 2(y) + 5(x) + 5(2y)$	خاصية التوزيع
$= 6x - 2y + 5x + 10y$	اضرب
$= 6x + 5x - 2y + 10y$	التبديل (+)
$= (6 + 5)x + (-2 + 10)y$	خاصية التوزيع
$= 11x + 8y$	الاستبدال

تمرين موجه

5. استخدم التعبير *5 مضروبة في الفارق بين q تكعيب وr زائد 8 مضروبة في مجموع $3q$ و$2r$*

A. اكتب تعبيرًا جبريًا للتعبير اللفظي.

B. حوّل التعبير لأبسط صورة واذكر الخصائص المستخدمة.



الربط بتاريخ الرياضيات

كامبي موري (عاش بين عامي 1600 و1628 تقريبًا) كان كامبي موري عالمًا يابانيًا نشر جهاز العد. وقد غيّر تركيز الرياضيات من الفلسفة إلى الحساب.

معامل الحد هو العامل العددي. على سبيل المثال، في $6ab$، المعامل هو 6 وفي $\frac{x^2}{3}$، المعامل هو $\frac{1}{3}$ في الحد y، المعامل هو 1 بما أن $y = y \times 1$ حسب خاصية المحايد الضربي.

ملخص المفاهيم خصائص الأعداد

تسري خصائص التالية على أي أعداد a، b، وc.

الخصائص	الجمع	عملية الضرب
خاصية التبديل	$a + b = b + a$	$ab = ba$
خاصية التجميع	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(ab)c = a(bc)$
خاصية المحايد	0 هو المحايد $a + 0 = 0 + a = a$	1 هو المحايد $a \times 1 = 1 \times a = a$
صفر	—	$a \times 0 = 0 \times a = 0$
خاصية التوزيع	$a(b + c) = ab + ac$ و $(b + c)a = ba + ca$	
الاستبدال	إذا كانت $a = b$، فعندئذ يمكن استبدال a بـ b.	

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

مثال 1

1. **الطيار** يفرض أحد الطيارين في عرض جوي مبلغ 25 AED على الراكب مقابل الرحلات. إذا ركب 12 بالغًا و15 طفلاً في يوم واحد، فاكتب تعبيرًا لوصف الموقف وأوجد قيمته.

مثال 2

استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل تعبير. ثم أوجد القيمة.

2. $14(51)$

3. $6\frac{1}{9}(9)$

مثال 3

استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل تعبير. ثم حوِّل لأبسط صورة.

4. $2(4 + t)$

5. $(g - 9)5$

مثال 4

حوِّل كل تعبير إلى أبسط صورة. وإذا تعذّر ذلك، فاكتب *مُبسّط*.

6. $15m + m$

7. $3x^3 + 5y^3 + 14$

8. $(5m + 2m)10$

مثال 5

اكتب تعبيرًا جبريًا لكل تعبير لفظي. ثم حوِّل لأبسط صورة مع توضيح الخصائص المستخدمة.

9. ضرب 4 في مجموع العدد 2 مضروبًا في x وستة

10. نصف 4 مضروبة في y زائد مجموع y و3

التمرين وحل المسائل

مثال 1

11. **إدارة الوقت** تستخدم ماجدة النقاط لتتبع نشاطاتها على تقويم. تمثل النقاط الحمراء الأعمال المنزلية، وتمثل النقاط الصفراء العمل وتمثل النقاط الخضراء تدريب المشي. في الأسبوع العادي، تستخدم 5 نقاط حمراء و3 نقاط صفراء و4 نقاط خضراء. فكم عدد النشاطات التي تقوم بها ماجدة خلال 4 أسابيع؟

12. **الاستنتاج** يُطلق الصليب الأحمر حملات للتبرع بالدم في موقعين. في يوم واحد، جمع المركز الأول 715 كيس دم وجمع المركز الثاني 1035 كيس دم. اكتب تعبيرًا وأوجد قيمته لتقدير العدد الإجمالي لأكياس الدم التي تم التبرع بها على مدار في يوم واحد، 3 أيام.

مثال 2

استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل تعبير. ثم أوجد القيمة.

13. $(4 + 5)6$

14. $7(13 + 12)$

15. $6(6 - 1)$

16. $(3 + 8)15$

17. $14(8 - 5)$

18. $(9 - 4)19$

19. $4(7 - 2)$

20. $7(2 + 1)$

21. 7×497

22. $6(525)$

23. $36 \times 3\frac{1}{4}$

24. $\left(4\frac{2}{7}\right)21$

مثال 3

استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل تعبير. ثم حوِّل لأبسط صورة.

25. $2(x + 4)$

26. $(5 + n)3$

27. $(4 - 3m)8$

28. $-3(2x - 6)$

مثال 4

حوِّل كل تعبير إلى أبسط صورة. وإذا تعذّر ذلك، فاكتب *مُبسّط*.

29. $13r + 5r$

30. $3x^3 - 2x^2$

31. $7m + 7 - 5m$

32. $5z^2 + 3z + 8z^2$

33. $(2 - 4n)17$

34. $11(4d + 6)$

35. $7m + 2m + 5p + 4m$

36. $3x + 7(3x + 4)$

37. $4(fg + 3g) + 5g$

مثال 5

اكتب تعبيرًا جبريًا لكل تعبير لفظي. ثم حوِّل لأبسط صورة مع توضيح الخصائص المستخدمة.

38. ناتج ضرب 5 في m تربيع زائد مجموع تربيع m و5

39. 7 مضروبة في مجموع a تربيع وb ناقص 4 مضروبة في مجموع a تربيع وb

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

40. **علم الهندسة** أوجد محيط مثلث متساوي الساقين بطول أضلاع يبلغ $x + 5$ و $x + 5$ و xy. اكتب في أبسط صورة.

41. **علم الهندسة** **يبلغ قياس سداسي الأضلاع العادي $(3x + 5)$ وحدات على كل ضلع. ما المحيط في أبسط صورة؟**

حوّل كل تعبير إلى أبسط صورة.

42. $6x + 4y + 5x$

43. $3m + 5g + 6g + 11m$

44. $4a + 5a^2 + 2a^2 + a^2$

45. $5k + 3k^3 + 7k + 9k^3$

46. $6d + 4(3d + 5)$

47. $2(6x + 4) + 7x$

48. **الطعام** يختار كمال طعام رحلة لمجموعته الدراسية.

a. فسّر التعبير

$4(2.49) + 3(1.29) + 3(0.99) + 5(1.49)$

b. كم ستبلغ التكلفة إذا اشترى كمال أربعة من كل عنصر في القائمة؟

القائمة	
العنصر	التكلفة (AED)
شطيرة	2.49
كوب حساء	1.29
سلطة جانبية	0.99
المشروب	1.49

استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل تعبير. ثم حوّل لأبسط صورة.

49. $\left(\frac{1}{3} - 2b\right)27$

50. $4(8p + 4q - 7r)$

51. $6(2c - cd^2 + d)$

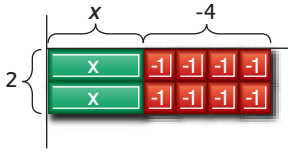
حوّل كل تعبير إلى أبسط صورة. وإذا تعذّر ذلك، فاكتب *مُبسّط*.

52. $6x^2 + 14x - 9x$

53. $4y^3 + 3y^3 + y^4$

54. $a + \frac{a}{5} + \frac{2}{5}a$

55. **التمثيلات المتعددة** تبلغ مساحة النموذج $2(x - 4)$ أو $2x - 8$ التعبير $2(x - 4)$ في *الصيغة المحللة*.



a. التمثيل الهندسي استخدم القطع الجبرية لعمل مستطيل مساحته $2x + 6$ استخدم النتيجة لكتابة $2x + 6$ في صيغة محللة.

b. التمثيل الجدولي استخدم القطع الجبرية لعمل مستطيلات تمثل كل مساحة في الجدول. قم بتسجيل الصيغة المحللة لكل تعبير.

المساحة	الصيغة المحللة
$2x + 6$	
$3x + 3$	
$3x - 12$	
$5x + 10$	

c. التمثيل اللفظي اشرح كيف يمكنك إيجاد الصيغة المحللة لتعبير.

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

56. **المثابرة** استخدم خاصية التوزيع لتبسيط $6x^2[(3x - 4) + (4x + 2)]$

57. **الاستنتاج** هل ينبغي أن تكون خاصية التوزيع خاصية في الضرب أم الجمع أم كليهما؟ اشرح إجابتك.

58. **الكتابة في الرياضيات** ما فائدة تمثيل التعابير اللفظية جبريًا؟

59. **الكتابة في الرياضيات** استخدم البيانات المتعلقة بالتزلج في صفحة 25 لشرح كيفية استخدام خاصية التوزيع للحساب بسرعة. وقارن كذلك بين طريقتي إيجاد إجمالي السعرات الحرارية التي تم حرقها.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تمرين على الاختبار المعياري

60. أيهم يوضح خاصية التناظر في المعادلة؟

A إذا كانت $a = b$. فإن $b = a$

B إذا كانت $a = b$. و $b = c$. فإن $a = c$

C إذا كانت $a = b$. فإن $b = c$

D إذا كانت $a = a$. فإن $a + 0 = a$

61. يقل عمر آمنة بثلاث أعوام عن شقيقتها إيمان. ما التعبير الذي يمثل عمر آمنة إذا عبّرنا عن عمر إيمان بأنه y عام؟

F $y + 3$

G $y - 3$

H $3y$

J $\frac{3}{y}$

62. ما الخاصية المستخدمة أدناه؟

إذا كانت $4xy^2 = 8y^2$ و $8y^2 = 72$. فإن $4xy^2 = 72$

A خاصية الانعكاس

B خاصية الاستبدال

C خاصية التناظر

D خاصية الانتقال

63. إجابة قصيرة يحتوي درج على الجوارب الموجودة في المخطط. ما احتمالية أن يكون الجورب المختار عشوائيًا أزرق اللون؟

اللون	العدد
أبيض	16
أزرق	12
أسود	8

مراجعة شاملة

أوجد قيمة كل تعبير مما يلي. اذكر اسم الخاصية المستخدمة في كل خطوة. (الدرس 3-1)

64. $14 + 23 + 8 + 15$

65. $0.24 \times 8 \times 7.05$

66. $1\frac{1}{4} \times 9 \times \frac{5}{6}$

67. الرياضة يركض باهر 6 مرات في الأسبوع لمدة 30 دقيقة. ويرفع الأوزان 3 مرات في الأسبوع لمدة 20 دقيقة. اكتب تعبيرًا وأوجد قيمته لعدد الساعات التي يتدربها باهر في 4 أسابيع. (الدرس 1-2)

الرياضة راجع الجدول الذي يوضح الأوقات التي تقضيها بسمة في السفر عبر البلد لحضور أول 8 مقابلات في الموسم. قرّب الإجابات إلى أقرب ثانية. (الدرس 12-0)

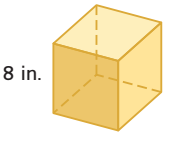
السفر عبر البلد	
المقابلة	المدة
1	22:31
2	22:21
3	21:48
4	22:01
5	21:48
6	20:56
7	20:34
8	20:15

68. أوجد المتوسط الحسابي للبيانات.

69. أوجد وسيط البيانات.

70. أوجد منوال البيانات.

71. مساحة السطح ما مساحة سطح المكعب؟ (الدرس 10-0)



مراجعة المهارات

أوجد قيمة كل تعبير مما يلي.

72. $12(7 + 2)$

73. $11(5) - 8(5)$

74. $(13 - 9) \times 4$

75. $3(6) + 7(6)$

76. $(1 + 19) \times 8$

77. $16(5 + 7)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مشروع الوحدة

مبادئ رموز المنتج العالمي(UPC)
يستخدم الطلاب ما تعلموا عن التعابير لاستكمال مشروع.

يتناول مشروع هذه الوحدة الإلمام بعالم الأعمال بالإضافة إلى عدة مهارات معينة تبين أنها ضرورية لنجاح الطلاب وفقًا لإطار التعلم في القرن 21.

المفردات الرئيسية قدم المفردات الرئيسية في الوحدة باستخدام الطريقة الروتينية أدناه.

عرّف: القانون هو معادلة توضح قاعدة للعلاقة بين كميات معينة.

مثال: إن القانون الخاص بمحيط المستطيل هو $P = 2\ell + 2w$

اسأل: إذا كان $\ell = 4$ و $w = 7$، فماذا يساوي P؟ 22

الوحدة 2

2 المعادلات الخطية



UpperCut Images/Getty Images

السابق

لقد تعلمت تبسيط التعبيرات الجبرية.

في هذه الوحدة، سوف تتعلم:

- عمل معادلات تصف العلاقات.
- حل معادلات خطية في متغير واحد.
- حل مسائل التناسب.
- استخدام الصيغة لحل مسائل من الحياة اليومية.

لماذا؟

التسوق في السنوات الأخيرة، بلغت النسبة المئوية لتغيرات المبيعات السنوية بالمراكز التجارية في الولايات المتحدة متوسط 5%. ويمكن لمدير المتجر استخدام هذه البيانات لتحديد هدف للمبيعات للسنة القادمة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 72 8/20/2016 1:50:10 AM



الوحدة 2 المعادلات الخطية

الاستعداد للوحدة 2 73

2-1 **كتابة المعادلات** 75

الاستكشاف: مختبر الجبر حل المعادلات 81

2-2 **حل معادلات الخطوة الواحدة** 83

الاستكشاف: مختبر الجبر حل المعادلات متعددة الخطوات 90

3-2 **حل المعادلات متعددة الخطوات** 91

2-4 **حل المعادلات التي تحتوي على متغير في كل طرف** 97

2-5 **حل المعادلات التي تحتوي على قيمة مطلقة** 103

■ **اختبار منتصف الوحدة** 110

2-6 **النسب والتناسب** 111

التوسع: مختبر ورق الجدولة التمثيل الوصفي 118

2-7 **النسبة المئوية للتغيير** 119

التوسع: مختبر الجبر الترتيب المئوي 125

2-8 **المعادلات الحرفية والتحليل البُعدي** 126

2-9 **المتوسطات الحسابية المرجحة** 132

التقويم

■ **دليل الدراسة والمراجعة** 139

■ **تمرين على الاختبار** 145

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** 146

■ **تمرين على الاختبار المعياري، الوحدتان 2-1** 148

UpperCut Images/Getty Images

McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح والتأليف © محفوظة الطبع حقوق

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718282_fm.indb 19 8/20/2016 2:17:27 AM

السؤال الأساسي

- لماذا من المفيد تمثيل الفكرة الرياضية نفسها بطريقةٍ مختلفة؟ الإجابة النموذجية: استنادًا إلى الموقف، يمكن أن تكون إحدى طرق التمثيل أكثر فائدةً من الأخرى. على سبيل المثال، إذا كنت تريد البحث عن الاتجاهات أو الأنماط، فلعلّ التمثيل البياني هو الأكثر فائدةً. وإذا كنت تريد إيجاد قيمٍ محددة، فلعل الدالة تكون هي الأكثر فائدة.

الاستعداد لهذه الوحدة

تحديد مدى الاستعداد | **أمامك خياران للتحقق من المهارات اللازمة.**

1 خيار الكتاب المدرسي أجب عن تمرين السريع أدناه. وارجع إلى المراجعة السريعة للحصول على المساعدة.

تمرين سريع

اكتب تعبيرًا جبريًا لكل تعبير لفظي.

1. أربعة أقل من ثلاثة مضروبة في عدد n — $3n - 4$
2. عدد d مكعبه أقل بسبعة — $d^3 - 7$
3. الفارق بين ضعفي b وإحدى عشرة — $2b - 11$

أوجد قيمة كل تعبير مما يلي.

4. $(9-4)^2+3$
5. $\frac{3\times 8-12\div 2}{3^2}$
6. $5(8-2)\div 3$
7. $\frac{1}{3}(21)+\frac{1}{8}(32)$
8. $72\div 9+3\times 2^3$
9. $\frac{11-3}{2}+7$
10. $2[(5-3)^2+8]+(3-1)\div 2$

11. **مخبوزات** اشترت عائشة كعكة جزر واحدة مقابل 14 AED، و 6 شرائح بسكويت بالشوكولاتة كبيرة مقابل 1.50 AED لكل شريحة، ومجموعة من كعك الدونات مقابل 0.45 AED لكل منها. ما مجموع ما أنفقت عائشة في المخبز؟ **AED 28.40**

أوجد كل نسبة مئوية.

12. ما النسبة المئوية التي تمثلها 260 من 400؟ **65%**
13. كم تبلغ النسبة المئوية التي تمثلها اثنا عشر من 60؟ **20%**
14. ما النسبة المئوية التي تمثلها 25 من 75؟ **300%**
15. **مثلجات** ما النسبة المئوية للأشخاص المحبين لمثلجات الفراولة من الذين شاركوا في الاستبيان؟ **21%**

الطعم المفضل	عدد التفضيلات
فانيليا	82
شوكولاتة	76
فراولة	42

مراجعة سريعة

مثال 1 **(يُستخدم في الدروس 1-2 وحتى 9-2)**

اكتب تعبيرًا جبريًا للعبارة *ناتج ضرب ثمانية وw زائد تسعة*.

حاصل ضرب ثمانية وw زائد تسعة

$8 \times w + 9$

التعبير هو $8w + 9$

مثال 2 **(يُستخدم في الدروس 1-2 وحتى 4-2)**

أوجد قيمة $9-\left[\frac{8+2^2}{2}-2(5\times 2-8)\right]$

التعبير الأصلي: $9-\left[\frac{8+2^2}{2}-2(5\times 2-8)\right]$

أوجد قيمة ما بداخل الأقواس: $=9-\left[\frac{8+2^2}{2}-2(2)\right]$

أوجد حاصل الضرب: $=9-\left(\frac{8+2^2}{2}-4\right)$

أوجد قيمة القوة الأسية: $=9-\left(\frac{8+4}{2}-4\right)$

اجمع ثم اقسم: $=9-(6-4)$

حوّل لأبسط صورة

مثال 3 **(يُستخدم في الدرس 7-2)**

كم تبلغ النسبة المئوية التي تمثلها 32 من 40؟

استخدم تناسب النسبة المئوية. $\frac{a}{b}=\frac{p}{100}$

عوّض a بالعدد 32 وb بالعدد 40. $\frac{32}{40}=\frac{p}{100}$

أوجد ناتج الضرب التقاطعي. $32(100)=40p$

أوجد حاصل الضرب. $3200=40p$

اقسم كل طرف على 40. $80=p$

32 تمثل 80% من 40.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

73

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 73 8/20/2016 1:50:11 AM

مطوياتي منظم الدراسة

مطويات® دينا زايك

التركيز بينما يقرأ الطلاب ويدرسون هذه الوحدة، يجب أن يعرضوا أمثلة ويكتبوا ملاحظات عن الدوال الخطية في كتيباتهم الدراسية.

التدريس اطلب من الطلاب عمل المطويات وتمييزها بالأسماء كما هو موضح. اطلب من الطلاب أن يكتبوا في الصفحات المناسبة من كتيباتهم الدراسية ملاحظاتٍ عند تناولهم كل درسٍ في هذه الوحدة. وفي نهاية كل درس، اطلب من الطلاب استخدام كتيباتهم لتدوين الملاحظات أو لكتابة المعادلات وحلها أو لحل مسائل من الحياة اليومية أو لتسجيل المفردات والمفاهيم وتعريفهما.

متى تُستخدم شجع الطلاب على إضافة المعلومات إلى المطويات أثناء تقدمهم في دراسة الوحدة مع استخدامها للمراجعة من أجل اختبار الوحدة.

بدء هذه الوحدة

سوف تتعرف على عدة مفاهيم ومهارات ومفردات جديدة خلال دراستك للفصل 2. للاستعداد، حدد المصطلحات المهمة ونظّم مواردك.

ويمكنك الرجوع إلى الوحدة 0 لمراجعة المهارات اللازمة.

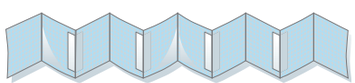
مطوياتي خريطة المفاهيم

الدوال الخطية اصنع هذه المطوية لمساعدتك على ترتيب ملاحظاتك في الوحدة 2 عن المعادلات الية. ابدأ باستخدام 5 صفحات من ورق التمثيل البياني.

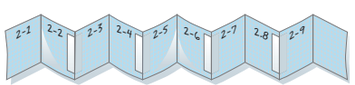
1 **اطوِ** كل ورقة بالنصف بامتداد العرض.



2 **ابسط** كل ورقة وألصقها ببعضها لعمل قطعة واحدة طويلة.



3 **ميّز** كل صفحة برقم الدرس كما هو موضح. أعد طيها لعمل كتيب.





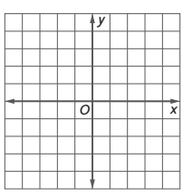
مفردات جديدة

الصيغة (formula)	ص 76	
حل معادلة (solve an equation)	ص 83	
معادلات مكافئة (equivalent equations)	ص 83	
معادلة متعددة الخطوات (multi-step equation)	ص 91	
محايد (identity)	ص 98	
نسبة (ratio)	ص 111	
تناسب (proportion)	ص 111	
معدل (rate)	ص 113	
معدل الوحدة (unit rate)	ص 113	
نموذج مقياسي (scale model)	ص 114	
النسبة المئوية للتغير (percent of change)	ص 119	
معادلة حرفية (literal equation)	ص 127	
تحليل بُعدي (dimensional analysis)	ص 128	
متوسط حسابي مرجح (weighted average)	ص 132	

مراجعة المفردات

التعبير الجبري (algebraic expression) هو تعبير يتكون مما لا يقل عن عدد واحد ومتغير واحد وعملية حسابية واحدة.

نظام إحداثي (coordinate system) الشبكة التي تنتج عن تقاطع خطين من الأعداد، المحور الأفقي والمحور الرأسي.



الدالة (function) علاقة يقترن فيها كل عنصر في المجال بعنصر واحد آخر في المدى/المجال

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 74 8/20/2016 1:50:12 AM

2-1 كتابة المعادلات

..السابق	..الحالي	..لماذا؟
• لقد قمت بتقييم وتبسيط تعبير جبري.	1 تحوّل الجمل إلى معادلات. 2 تحوّل المعادلات إلى جمل.	• تعدّ مسابقة دايتونا 500 أهم حدث في حلبة ناسكار الرياضية على نطاق واسع. تبلغ المسافة حول الحلبة ميلين ونصف. وإجمالي مسافة السباق 500 ميل. يمكننا كتابة معادلة لتحديد عدد اللفات اللازمة لإنهاء السابق.



مفردات جديدة
صيغة (formula)

ممارسات رياضية التفكير بطريقة تجريدية وكمّيّة.

1 اكتب تعابير كلامية لكتابة معادلة، حدد القيمة المجهولة التي تبحث عنها وعين متغيرًا لها. ثم اكتب الجملة في صورة معادلة. ابحث عن كلمات أساسية مثل يساوي أو يساوي قيمة أو يعادل، أو يكافئ، التي تشير إلى المكان الذي يجب وضع رمز التساوي (=) به.

فكر في مثال دايتونا 500 المذكور أعلاه.

الشرح ويبلغ طول كل لفة | عدد مرات | عدد اللفات | يساوي | طول السباق.

المتغير افترض أن ℓ تمثل عدد اللفات في السباق.

المعادلة $500 = \ell \times 2.5$

مثال 1 **تحويل الجمل إلى معادلات.**

ترجم كل عبارة إلى معادلة.

a. سبعة مضروبة في مربع عدد يساوي خمسة مضروبة في الفارق بين k و m.

سبعة	مضروبة في	مربع n	يساوي	خمسة	مضروبة في	الفارق بين k و m.
7	×	n^2	=	5	x	$(k - m)$

المعادلة هي $7n^2 = 5(k - m)$

b. خمسة عشر مضروبة في عدد ناقص 80 يساوي 25.

يمكنك إعادة كتابة الجملة الشفهية ليسهل تحويلها. خمسة عشر مضروبة في الرقم ناقص *80* يساوي *25*. وهذا يشبه ناتج *80* ناقص *15* مضروبة في عدد يساوي *25*.
لنفرض أن n يمثل العدد.

80	ناقص	15	مضروبة في	عدد	يساوي	25
80	−	15	×	n	=	25

المعادلة هي $80 - 15n = 25$

تمرين موجه

1A. اثنان زائد ناتج القسمة لعدد و8 يعادل 16.

1B. سبعة وعشرون مضروبة في k يساوي h مربع ناقص 9. $27k = h^2 - 9$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 2-1 تقدير التعابير الجبرية وتحويلها لأبسط صورة.

الدرس 2-1 تحويل الجمل إلى معادلات.
تحويل المعادلات إلى جمل.

بعد الدرس 2-1 تحويل المعادلات وحلها.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** من الدرس.

اسأل:

- ما طول السباق؟
  500 ميل
- ما المجهول الذي تحتاج إلى إيجاده؟ عدد اللفات الذي يساوي 500 ميل
- ما الذي تعرفه عن طول اللفة؟ اللفة تساوي 2.5 ميل
- ما العملية التي بوسعك أداؤها على عدد اللفات ليساوي طول السباق؟ اضرب طول اللفة، البالغ ميلين ونصف، بعدد اللفات.

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 75 8/20/2016 1:50:14 AM

1 كتابة المعادلات

يوضح **المثال 1** كيفية تحويل الجمل إلى معادلات. يوضح **المثال 2** كيفية استخدام خطة حل المعادلات رباعية الخطوات لحلّ مسائل الحياة اليومية. يوضح **المثال 3** كيفية كتابة قانون من خلال تحويل الجمل.

التقويم التكويني

استخدم تمارين "التمرين الموجه" بعد كل مثال لتحديد مدى فهم الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 حوّل كل عبارة إلى معادلة.

a. العدد b مقسومًا على ثلاثة يساوي العدد c ناقص ستة.

$\frac{b}{3} = c - 6$

b. العدد خمسة عشر مضافًا إليه z مضروبًا في 6 يساوي العدد y مضروبًا في 2 ناقص 11.

$15 + 6z = 2y - 11$

2 **حبوب حلوى الجيلي** ينتج أحد مصنّعي حلوى الجيلي 1250,000 حبة حلوى في الساعة. فكم عدد الساعات التي يستغرقها لإنتاج 10,000000 قطعة حلوى؟

8 ساعات

3 **الهندسة** حوّل الجملة إلى قانون. محيط المربع يساوي أربعة أضعاف طول الضلع.

$P = 4s$

نصائح للمعلمين الجدد

التحويل أخبر الطلاب أنهم حين يحولون بين الجمل والمعادلات، فثمة في العادة أكثر من طريقةٍ لكتابة النتيجة. يمكن كتابة المعادلة في المثال 2 أيضًا بالشكل $87,000 \div d = 261,000$

يعدّ تحويل الجمل إلى تعابير جبرية ومعادلات مهارة قيّمة في حل مسائل من الحياة اليومية.



رابط من الحياة اليومية

في عام 1919، قدمت بريطانيا وفرنسا رحلة طيران تحمل راكبَين في المرة الواحدة. والآن ثمة أكثر من 87000 رحلة طيران كل يوم في الولايات المتحدة.

المصدر: NATCA

مثال 2 من الحياة اليومية استخدام خطة حل المسائل ذات الخطوات الأربع

السفر جوًا **راجع المعلومات الموجودة على اليمين. كم عدد الأيام اللازمة لإتمام 261000 رحلة طيران في الولايات المتحدة؟**

الفهم توضح المعلومات المقدمة في المسألة أن الرحلات اليومية في الولايات المتحدة تبلغ حوالي 87000 رحلة طيران. مطلوب معرفة عدد الأيام اللازمة لإتمام 261000 رحلة طيران.

التخطيط اكتب معادلة. اجعل d تمثل عدد الأيام المطلوبة.

87000	مضروبة في	عدد الأيام	يساوي	261000.
87000	x	d	=	261000

الحل $87000\ d = 261000$ أوجد d بالاستفسار عن، "ما الرقم المضروب في 87000 ليصبح الناتج 261000؟"

$d = 3$

التحقق تحقق من إجابتك من خلال تعويض 3 محل d في المعادلة.

عوّض 3 محل d

$87,000(3) \stackrel{?}{=} 261,000$ اضرب

$261,000 = 261,000$ ✓

تبدو الإجابة مقنعة وحلاً للمسألة الأصلية.

تمرين موجه

2. **الحكومة** يوجد 50 عضوًا في مجلس شيوخ شمال كارولينا. وهذا أقل من عدد أعضاء مجلس نواب شمال كارولينا بمقدار 70. كم عدد أعضاء مجلس نواب شمال كارولينا؟

تُسمى الصيغة التي تحكم العلاقة بين كميات محددة **صيغة**. وتَستخدم هذه المعادلات متغيرات لتمثيل أعداد وتكوين قواعد عامة.

مثال 3 كتابة صيغة

الهندسة **تحويل الجملة إلى صيغة.**

مساحة المثلث تساوي نصف ناتج ضرب طول الصيغة في الارتفاع.

الشرح إن مساحة المثلث | تساوي | نصف ناتج ضرب طول القاعدة في الارتفاع

المتغيرات افرض أن A = المساحة، b = القاعدة و h = الارتفاع.

المعادلة A = $\frac{1}{2}bh$

تساوي صيغة مساحة المثلث $A = \frac{1}{2}bh$

تمرين موجه

3. **الهندسة** حول الجملة إلى صيغة.

في المثلّث القائم، مربع قياس الوتر c يساوي مجموع مربّع قياسي الضلعين b و a. $c^2 = a^2 + b^2$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التركيز على محتوى الرياضيات

التعابير الجبرية تضم التعابير الجبرية متغيرًا واحدًا أو أكثر، وعادةً ما تتضمن بعض الأعداد بالإضافة إلى عمليةٍ واحدةٍ أو أكثر.

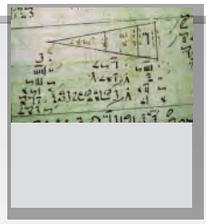
عند كتابة التعبير الجبري، تُستخدم المتغيرات لتمثيل أعدادٍ أو مقاييس مجهولة.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

تسجيل الأصوات قم بإعداد تسجيلٍ صوتي تقرأ فيه عدة معادلاتٍ بصوتٍ مرتفع. شغّل التسجيل الصوتي أمام الطلاب واطلب منهم كتابة المعادلات جبريًا. يمكنك إضافة هذه التسجيلات على الموقع الإلكتروني الآمن للصف واطلب من الطلاب القيام بذلك بمثابة واجبٍ منزلي.

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 76 8/20/2016 1:50:16 AM

2 اكتب جملاً من المعادلات إذا تم تحديد معادلة، يمكن كتابة جملة أو صنع مسألة كلامية خاصة بك.



الربط بتاريخ الرياضيات

أحمس (حوالي 1680–1620 قبل الميلاد.)

كان أحمس عالم رياضيات وكاتبًا مصريًا. ونسخ بردية رايند الرياضية. وتحتوي البردية على 87 مسألة جبر من نفس النوع. تسأل أول مجموعة من المسائل عن كيفية تقسيم عدد من أرغفة الخبز على 10 أشخاص.

المثال 4 تحويل المعادلات إلى جمل

حوّل كل معادلة إلى جملة.

a. $6z - 15 = 45$

$6z \quad - \quad 15 \quad = \quad 45$

ستة مضروبة في z ناقص خمسة عشر يساوي خمسة وأربعين.

b. $y^2 + 3x = w$

$y^2 \quad + \quad 3x \quad = \quad w$

مجموع مربع y وثلاثة مضروبة في x يساوي w.

تمرين موجه

4A. $15 = 25u^2 + 2$

4B. $\frac{3}{2}r - t^3 = 132$

4A. الإجابة النموذجية: خمسة عشر تساوي حاصل ضرب 25 و u مربع زائد اثنين.

4B. الإجابة النموذجية: ثلاثة أنصاف مضروبة في r ناقص t مكعب يعادل مئة واثنين وثلاثين.

عند إعطائك مجموعة من المعلومات، يمكنك ابتكار مسألة تتعلق بقصة.

مثال 5 كتابة صيغة

اكتب مسألة وفقًا للمعلومات المقدمة.

t = الوقت الذي يستغرقه ماجد بالقيادة في كل جولة، $t + 4$ = الوقت الذي يستغرقه تامر بالقيادة في كل جولة، $2t + (t + 4) = 28$

مسألة نموذجية:

ذهب كل من ماجد وتامر في رحلة، وقادا السيارة في جولات. استغرق تامر في جولاته 4 ساعات إضافية عن ماجد. وقام ماجد بجولتين، وقام تامر بجولة واحدة. وبلغ مجموع ساعات القيادة لكليهما 28 ساعة. فكم عدد الساعات التي قادها ماجد؟

تمرين موجه

5. p = راتب باسم، $0.1p$ = علاوة، $p + 0.1p = 525$

5. يحصل باسم في عمله على راتب وعلاوة. وتبلغ قيمة علاوته 10% من راتبه. وكانت قيمة الشيك 525 AED. فكم يبلغ راتب باسم؟

التحقّق من فهمك

مثال 1 **حوّل كل عبارة إلى معادلة.**

1. ثلاثة مضروبة في r ناقص 15 يساوي 6. $6 = 3r - 15$
2. مجموع q وأربعة مضروبة في t يساوي 29. $q + 4t = 29$
3. عدد n مربع زائد 12 يعادل ناتج قسمة p و 4. $n^2 + 12 = p \div 4$
4. نصف j ناقص 5 يساوي مجموع k و 13.
5. مجموع 8 وثلاثة أضعاف k يساوي الفارق بين 5 مضروبة في k و 3. $8 + 3k = 5k - 3$
6. ثلاثة أرباع w زائد 5 يساوي نصف w مضاف له تسعة.
7. ناتج قسمة 25 و t زائد 6 هو نفس ضعف t زائد 1.
8. اثنان وثلاثون مقسومة على y تساوي حاصل ضرب ثلاثة و y ناقص أربعة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التعليم المتمايز AL OL BL

إذا يعاني بعض الطلاب من صعوبةٍ في تحويل الجمل إلى معادلات،

سابقًا شكّل مجموعاتٍ ثنائيةً تضم كل منها طالبًا من أولئك مع طالبٍ يستطيع تحويل الجمل إلى معادلاتٍ بسهولة. واجعل كل طالبين يعملا على حل العديد من المعادلات في قسم "التحقّق من فهمك."

2 كتابة جمل من المعادلات

يوضح **المثال 4** كيفية تحويل المعادلات إلى جمل لفظية. يوضح **المثال 5** كيفية كتابة المسائل اللفظية من المعلومات المعطاة في المعادلات.

أمثلة إضافية

4 حوّل كل معادلة إلى جملة.

a. $12 - 2x = -5$ الإجابة النموذجية: اثنا عشر ناقص 2 x تساوي ناقص خمسة.

b. $a^2 + 3b = \frac{c}{6}$ الإجابة النموذجية: a مربع زائد ثلاثة مضروبةً في b يساوي c مقسومة على 6.

5 اكتب مسألة وفقًا للمعلومات المقدمة.

f = تكلفة البطاطس المقلية

$f + 1.50$ = تكلفة البرجر

$4(f + 1.50) - f = 8.25$

الإجابة النموذجية: تزيد تكلفة البرجر بمقدار 1.5 AED عن تكلفة البطاطس المقلية أربعة أضعاف تكلفة البرجر ناقص تكلفة البطاطس المقلية يساوي 8.25 AED. ما تكلفة البطاطس المقلية؟

نصائح للمعلمين الجدد

فهم المعادلات ذكّر الطلاب أنه توجد في أغلب الأحيان أكثر من طريقةٍ واحدةٍ لتحويل المعادلات إلى جملٍ لفظية. على سبيل المثال، يمكن تحويل المعادلة $y^2 + 3x = w$ أيضًا بالشكل "y مربع زائد 3 مضروبةً في x يساوي w."

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-20 للتحقق من الاستيعاب.

استخدم المخطط أسفل الصفحة التالية لتخصيص المهام للطلاب.

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 77 8/20/2016 1:50:18 AM

مثال 2

9. المعرفة المالية يمتلك إسماعيل 1900 AED في البنك. ويرغب في زيادة حسابه لإجمالي 2500 AED عن طريق إيداع 30 AED كل أسبوع من شيك الأجر الخاص به. اكتب معادلة وقم بحلها لمعرفة عدد الأسابيع اللازمة لتحقيق هدفه. $1900 + 30w = 2500;\ 20$

10. النماذج يكسب مدحت مالاً إضافيًا من خلال طلاء المنازل. ويتحمل تكلفة 200 AED للرسوم زائد 12 AED لكل علبة طلاء تلزمه لإكمال المهمة. اكتب معادلة واستخدمها لمعرفة عدد علب الطلاء اللازمة لمهمة تكلفتها 260 AED. $12c + 200 = 260;\ 5$

حوّل كل جملة إلى صيغة.

مثال 3

11. محيط الشكل الخماسي العادي يساوي 5 مضروبة في طول كل ضلع. $P = 5s$

12. مساحة الدائرة هي حاصل ضرب π ومربع نصف قطر r. $A = \pi r^2$

13. أربعة مضروبة في π مضروبة في مربع نصف القطر يساوي مساحة سطح كرة. $4\pi r^2 = S$

14. حجم هرم قاعدته مربعة هو ثلث حاصل ضرب مربع ضلع الصيغة في الارتفاع. ة.

مثال 4

حول كل معادلة إلى جملة. 15–18. انظر الهامش.

15. $7m - q = 23$

16. $6 + 9k + 5j = 54$

17. $3(g + 8) = 4h - 10$

18. $6d^2 - 7f = 8d + f^2$

مثال 5

اكتب مسألة وفقًا للمعلومات المقدمة. 19–20. انظر الهامش.

19. g = لاعبو القوى في فريق. $3g = 45$

20. c = تكلفة الدفتر. $0.25c$ = هامش الربح. $c + 0.25c = 3.75$

التمرين وحل المسائل

مثال 1

حوّل كل عبارة إلى معادلة. مجال موسيقي

21. الفرق بين f وخمسة مضروبة في g يساوي 25 ناقص

22. ثلاثة مضروبة في b ناقص 100 يساوي حاصل ضرب 6 و b

23. أربعة مضروبة في مجموع 14 و c يساوي a مربع.

مثال 2

24. الموسيقى في جهاز البيانو. 52 مفتاحا أبيض. اكتب معادلة واستخدمها لإيجاد عدد مسافات المجالات الموسيقية (الأوكتافات) على لوحة مفاتيح البيانو.

25. تشجير الحدائق يحتوي سطح من النباتات على 12 نبتة. ويريد عمر عمل حديقة تحتوي على ثلاثة صفوف من النباتات وفي كل صف 10 نبتات. اكتب معادلة وحلها لإيجاد عدد أسطح النباتات التي على عمر شراؤها.



مثال 3

حوّل كل جملة إلى صيغة.

أو x **أسطح نباتات**

26. محيط المستطيل يساوي مثلي حاصل جمع الطول والعرض. $P = 2\ell + 2w$

27 الدرجة المئوية C تساوي خمسة على تسعة مضروبة في الفارق بين درجة الفهرنهايت F و32.

28. كثافة العنصر تساوي ناتج قسمة كتلته على حجمه.

29. يمكن حساب مرابحة بسيطة من خلال معرفة حاصل ضرب كمية رأس المال p ونسبة المرابحة r والزمن t.

مثال 4

حول كل معادلة إلى جملة. 30–35. انظر ملحق الإجابات للفصل 2.

30. $j + 16 = 35$

31. $4m = 52$

32. $7(p + 23) = 102$

33. $r^2 - 15 = t + 19$

34. $\frac{2}{5}v + \frac{3}{4} = \frac{2}{3}x^2$

35. $\frac{1}{3} - \frac{4}{5}z = \frac{4}{3}y^3$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

انتبه!

تلافي الأخطاء اشرح أن π ليس متغيرًا. الرمز π يمثل على الدوام عددًا كسريًا عشريًا غير منتهٍ وغير متكرر.

تدريس الممارسات الرياضية

التمثيل يستطيع الطلاب المتفوقون في الرياضيات تطبيق معلوماتهم في الرياضيات لتجاوز المشكلات التي يواجهونها في حياتهم اليومية. في التمرين 10، ينبغي على الطلاب البدء بتحديد ما يعلمونه وما يسعون لإيجاده.

الاستنتاج يستوعب الطلاب المتفوقون في الرياضيات الكميات وعلاقاتها في حالات المسائل. في التمرين 48، اطلب من الطلاب تحليل كيفية ارتباط طول الضلع بمساحة الواجهة وكيفية ارتباط مساحة كل واجهة بالمساحة السطحية للمكعب.

إجابات إضافية

15. الإجابة النموذجية: حاصل ضرب العدد سبعة في m ناقص q يساوي 23.

16. الإجابة النموذجية: ستة زائد حاصل ضرب العدد تسعة في k زائد حاصل ضرب العدد 5 في j يساوي أربعة وخمسين.

17. الإجابة النموذجية: ثلاثة مضروبة بمجموع g وثمانية تساوي 4 مضروبةً في h ناقص 10.

18. الإجابة النموذجية: ستة مضروبة في d مربع ناقص حاصل ضرب العدد سبعة في f يطابق ثمانية مضروبةً في d زائد f مربع.

19. الإجابة النموذجية: تنافَسَ فريقٌ من لاعبي الجمباز في البطولة الإقليمية. وفاز كل فردٍ من أفراد الفريق بـ 3 ميداليات. وكان مجموع الميداليات التي فاز بها الفريق كله 45 ميدالية. فكم عدد أفراد الفريق؟

20. يتلقى أحد المتاجر شحنةً من الدفاتر تكلفتها c AED للدفتر الواحد. لبيع الدفاتر، يرفع المتجر قيمتها بنسبة 25%. فإذا طرح المتجر سعر 3.75 AED لكل دفتر، فما التكلفة الأصلية للدفتر؟

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	المهمة	خيار اليومين	
AL مبتدئ	21–39, 47–48, 50–61	21–39 فردي, 51–54	22–38 زوجي, 47–48, 50, 55–61
OL أساسي	21–39 فردي, 40–48, 50–61	21–39, 51–54	40–48, 50, 55–61
BL متقدّم	(اختياري: 57–61), 40–57		

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 78 8/20/2016 1:50:21 AM

مثال 5

اكتب مسألة وفقًا للمعلومات المقدمة. 36–39. انظر ملحق الإجابات للفصل 2.

36. q = كوارتات من الفراولة، $2.50q = 10$

37. p = كمية رأس المال، $0.12p$ = المرابحة المحتسبة، $p + 0.12p = 224$

38. m = عدد الأفلام المؤجرة، $10 + 1.50m = 14.50$

39. p = عدد اللاعبين في اللعبة، $7 + 5p$ = عدد البطاقات في مجموعة البطاقات

B **بالنسبة للتمرينات من 40 إلى 43، وصل كل جملة مع معادلة.**

A. $g^2 = 2(g - 10)$

B. $\frac{1}{2}g + 32 = 15 + 6g$

C. $g^3 = 24g + 4$

D. $3g^2 = 30 + 9g$

40. نصف g زائد اثنين وثلاثين يساوي مجموع خمسة عشر وستة مضروبة في g. *B*

41. العدد g مرفوعًا للقوة الثالثة يساوي حاصل ضرب 24 و g مضافًا له 4. *C*

42. مربع g يساوي ضعفي الفارق بين g و 10. *A*

43. ناتج ضرب 3 ومربع g يساوي مجموع ثلاثين وحاصل ضرب تسعة و g. *D*

أو

44. المعرفة المالية يحتوي بنك فالح على عملات من فئات 25 فلسًا و10 فلسات و5 فلسات. ولديه ثلاث عملات من فئة 10 فلسات أكثر من فئة 25 فلسًا و 6 عملات من فئة 5 فلسات أقل من فئة 25 فلسًا. فإذا كان لديه 63 عملة، فاكتب معادلة وحلها لمعرفة عدد العملات من فئة 25 فلسًا لدى تامر.

45 **التسوق** اشترى عبد الرحيم 17 غرضًا لرحلة التخييم، وتتضمن أوتاد خيام وعلبًا من المشروبات المتنوعة وقوارير مياه. ولقد اشترى من علب المشروبات المتنوعة 3 أضعاف ما اشتراه من أوتاد الخيم. واشترى أيضًا زجاجتين من المياه أكثر مما اشتراه من أوتاد الخيم. اكتب معادلة وحلها لمعرفة عدد أوتاد الخيم التي اشتراها.

أو

C **46. التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف كيفية تحويل علاقات بقوى أسية.

x	2	3	4	5	6
y	5	10	17	26	37

a. لفظيًا اكتب جملة لوصف العلاقة بين x و y في الجدول.

b. جبريًا اكتب معادلة تمثل البيانات في الجدول. $y = x^2 + 1$

c. بيانيًا وضح بالتمثيل البياني كل زوج مرتب وارسم الدالة. صف التمثيل البياني بأنه متقطع أو متصل. انظر ملحق الإجابات للفصل 2. **ملحق الإجابات للفصل 2**

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

47. مسألة غير محددة الإجابة اكتب مسألة عن البرنامج التليفزيوني المفضل لديك الذي يمكن عليه تطبيق استخدام المعادلة $x + 8 = 30$. انظر **ملحق الإجابات للفصل 2.**

48. الاستنتاج تبلغ مساحة السطح لعنصر ثلاثي الأبعاد مجموع أسطح الأوجه. إن كان ℓ يمثل طول ضلع المكعب، فاكتب صيغة لمساحة سطح المكعب. $S = 6\ell^2$

49. مسألة تحفيزية بمعرفة المحيط P والعرض w لمستطيل ما، اكتب صيغة لمعرفة الـ __

50. الكتابة في الرياضيات كيف يمكن تحويل جملة لفظية إلى معادلة جبرية؟ **انظر ملحق الإجابات للفصل 2.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التمثيلات المتعددة

في التمرين 46، يستخدم الطلاب جدولاً للقيم ومعادلةً وتمثيلاً بيانيًا في المستوى الإحداثي لتوضيح طبيعة الدالة التربيعية.

79

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 79 8/20/2016 1:50:24 AM

4 التقويم

بطاقة التحقق من استيعاب الطلاب جهّز نسخًا متعددة من خمس معادلات مختلفة. أعطِ معادلة واحدة لكل طالب. عند مغادرة الطلاب، اطلب منهم تقديم جملةٍ لفظيةٍ للمعادلة.

المتابعة

لقد استكشف الطلاب تحويل الجمل إلى معادلات.

اسأل:

- لماذا من المفيد تمثيل الفكرة الرياضية باستخدام معادلة؟ الإجابة النموذجية: بإمكانك إعادة كتابة المعادلة بطرق متعددة، طالما أنك تحافظ على العلاقة القائمة.

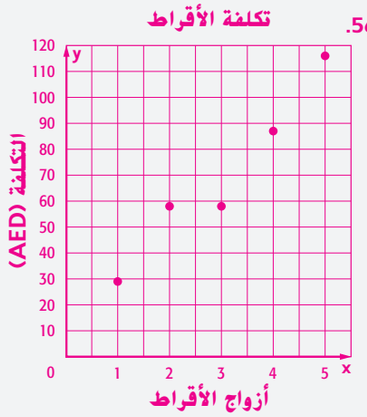
إجابات إضافية

55. التمثيل البياني غير الخطي، يقطع التمثيل البياني المحور الرأسي y عند النقطة (0, 0.8)، وبالتالي فإن نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y تقع عند القيمة 0.8 تقريبًا. وهذا يعني أن التعداد السكاني لفونكس كان يساوي 800,000 تقريبًا عام 1980. المخطط البياني ليس به تناظر. المخطط البياني لا يتقاطع مع المحور الأفقي x، لذلك لا يوجد تقاطع مع المحور الأفقي x. وهذا يعني أن التعداد السكاني سيكون دائمًا ذا قيمةٍ موجبة. الدالة موجبةٌ لجميع قيم x. الدالة متزايدةٌ لجميع قيم x. إن نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y هي قيمةٌ نسبيةٌ صغرى، وهكذا كان التعداد السكاني في قيمته الدنيا في عام 1980. كلما ازدادت x، ازداد y. وكلما نقصت x، نقصت y.

56a.

أزواج من الأقراط	1	2	3	4	5
التكلفة الإجمالية	29	58	58	87	116

56c.



تمرين على الاختبار المعياري

51. أي معادلة تمثل بشكل أفضل العلاقة بين عدد الساعات التي يعملها الكهربائي h والرسوم الكلية c؟ **C**

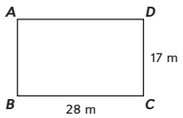
تكلفة الكهربائي	
الاتصال بالمنزل عند الطوارئ	رسوم لمرة واحدة بمقدار 30 AED
المعدل	55 AED في الساعة

A $c = 30 + 55$
B $c = 30h + 55$
C $c = 30 + 55h$
D $c = 30h + 55h$

52. قطعت سيارة مسافة 55 ميلاً في الساعة لمدة ساعتين ونصف، ثم 65 ميلاً في الساعة لمدة 3 ساعات. فما مجموع المسافة التي قطعتها السيارة إجمالاً؟ **J**

F 300.5 mi
G 305 mi
H 330 mi
J 332.5 mi

53. إجابة قصيرة افترض أن كل بُعد للمستطيل ABCD تمت مضاعفته. فما محيط المستطيل الجديد ABCD؟
180 مترًا



54. الإحصاء كانت نتائج أول خمسة اختبارات في مادة العلوم للطالبة إيناس كالتالي: 95 و86 و83 و95 و99. أي من العبارات التالية صحيحة؟ **A**

A المنوال يساوي الوسيط.
B الوسيط يساوي المتوسط الحسابي.
C المدى يساوي المنوال.
D المنوال يساوي المتوسط الحسابي.

مراجعة شاملة

55. مجتمع إحصائي حدد الدالة المرسومة بيانيًا بوصفها خطية أو غير خطية. ثم قدّر وفسر قراءات التمثيل البياني، وأي تناظر موجود، وما إذا كانت الدالة موجبة أم سالبة، متزايدة أم متناقصة، والإحداثي x لأي قيم قصوى ذات صلة، والنمط النهائي للتمثيل البياني. (الدروس من 1 إلى 8) **انظر الهامش.**

56. التسوق حصل بعض الصغار على خصم على أقراط قيمتها العادية 29 AED لكل زوج. فإذا اشتريت زوجين، فستحصل على زوج مجانًا. (الدروس من 1 إلى 7) **a، c. انظر الهامش.**

a. اصنع جدولاً يوضح تكلفة شراء من 1 إلى 5 أزواج من الأقراط.

b. اكتب البيانات على هيئة مجموعة من الأزواج المرتبة.
{(1, 29), (2, 58), (3, 58), (4, 87), (5, 116)}

c. مثّل البيانات بيانيًا.

57. الهندسة ارجع إلى الجدول أدناه. (الدروس من 1 إلى 6)

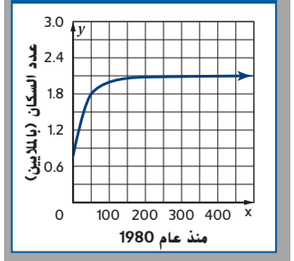
مضلع	مثلث	رباعي الأضلاع	شكل خماسي	شكل سداسي	شكل سباعي
عدد الأضلاع	3	4	5	6	7
مجموع الزوايا الداخلية	180	360	540	720	900

a. حدد المتغيرات المستقلة والتابعة.

b. حدد المجال والنطاق لهذه الحالة.

c. حدّد ما إذا كانت الدالة متقطعة أم متصلة. اشرح. **متقطع؛ الإجابة النموذجية: ليس هناك شكل مضلع له 3.5 جوانب، لذا لا يمكن أن تكون الدالة متصلة.**

عدد سكّان فينيكس



57a. مستقل: عدد الأضلاع؛ تابع: مجموع الزوايا الداخلية

57b. المجال: جميع الأعداد الصحيحة أكبر من أو تساوي 3؛ النطاق: كل الأعداد الصحيحة الموجبة مضاعفة للعدد 180

مراجعة المهارات

أوجد قيمة كل تعبير مما يلي.

58. 9^2 **59.** 10^6 **60.** 3^5 **61.** 5^3

التعليم المتمايز BL

التوسع إن كل عددين زوجيين متعاقبين والفرق بينهما 2، مثل العددين 4 و 6، يسميان بالعددين الزوجيين المتتاليين.

a. اكتب معادلةً من ثلاثة أعداد زوجيةٍ متتاليةٍ مجموعها 60 إذا كان x هو العدد الأصغر من بين الأعداد الثلاثة.
$x + (x + 2) + (x + 4) = 60$

b. اكتب معادلةً من ثلاثة أعداد زوجيةٍ متتاليةٍ مجموعها 108 إذا كان x هو العدد الأصغر من بين الأعداد الثلاثة.
$x + (x + 2) + (x + 4) = 108$

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 80 8/20/2016 1:50:25 AM

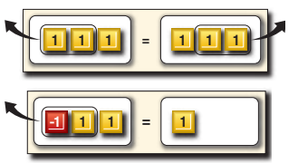
الاستكشاف

2-2 مختبر الجبر
حل المعادلات

ممارسات رياضية
البحث عن الانتظام في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عنه.

يمكنك استخدام **مربعات الجبر** لتمثيل حل المعادلات. إن **حل معادلة** يعني إيجاد قيمة المتغير الذي يجعل المعادلة صحيحة. المربع [x] يمثل المتغير x. يمثل المربع [1] موجب 1.
يمثل المربع [-1] سالب 1. والمربع [-x] يمثل المتغير السالب x.
والهدف هو وضع مربع x بمفرده عند أحد طرفي الحل باستخدام القواعد المذكورة أدناه.

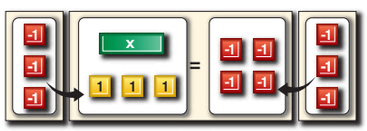
قواعد نماذج المعادلات عند الجمع أو الطرح:



- يمكنك طرح أو جمع الرقم نفسه لمربعات الجبر المطابقة لكل طرف من الحل دون تغيير المعادلة.
- مجموع موجب واحد وسالب واحد للوحدة نفسها يساوي زوجًا صفريًا.
  ما دام أن $0 = (-1) + 1$. يمكنك طرح أو جمع أزواج صفرية لأي من طرفي حل المعادلة دون تغيير المعادلة.

نشاط 1 معادلة جمع

استخدم نموذج معادلة لحل $x + 3 = -4$



$x + 3 = -4$
$x + 3 + (-3) = -4 + (-3)$
$x = -7$

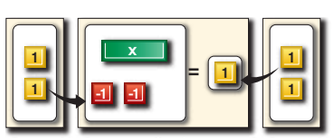
الخطوة 1 إعداد نموذج للمعادلة. ضع مربع x واحدًا و3 مربعات 1 موجب على أحد طرفي الحل. ضع 4 مربعات 1 سالب على الطرف الآخر من الحل.

الخطوة 2 اعزل الحد x. أضف 3 مربعات 1 سالب لكل طرف. فتكون المعادلة هي $x = -7$

نشاط 2 معادلة الطرح

استخدم نموذج معادلة لحل $x - 2 = 1$

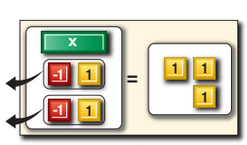
الخطوة 1



$x - 2 = 1$
$x - 2 + 2 = 1 + 2$

ضع مربع x واحدًا ومربعي 1 سالب على أحد طرفي لوح الحل. ضع مربع 1 موجب على الطرف الآخر من لوح الحل. ثم أضف مربعي 1 موجب لكل طرف.

الخطوة 2



$x = 3$

اجمع المربعات لتكوين أزواج صفرية. ثم تخلص من كل الأزواج الصفرية. فتكون المعادلة هي $x = 3$.

(يتبع في الصفحة التالية)

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

الهدف استخدام مربعات الجبر لحل معادلات الجمع والطرح والضرب.

المواد لكل مجموعة

- ورق الحل لتمثيل المعادلات
- مربعات جبرية (مربعات x، مربعات الرقم 1)

وسائل تعليمية يدوية سهلة الإعداد

تدريس الجبر بواسطة قوالب الوسائل التعليمية اليدوية لـــ:

- مربعات الجبر، الصفحتان 10-11
- ورق حل لتمثيل المعادلات، الصفحة 16

نصائح للمعلمين الجدد

تحقق من استيعاب الطلاب أن الأزواج الصفرية لا يمكن أن تتشكل إلا بعد إضافة العدد نفسه من المربعات الموجبة أو السالبة إلى كل طرفٍ من طرفي ورق الحل المستخدم لتمثيل المعادلة. أشِر إلى أن عدد مربعات العدد موجب 1 أو سالب 1 التي تتم إضافتها إلى كل طرفٍ من طرفي ورق الحل لتمثيل المعادلة يتحدد حسب مربعات العدد 1 في طرف ورق الحل الذي يضم مربع x.

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

نظّم الطلاب في مجموعاتٍ تضم كل منها طالبين أو ثلاثة متنوعي القدرات لإتمام الأنشطة.

اسأل:

في النشاط العملي 1،

- ما الذي يمثله المربع x؟ عددًا مجهولاً حين يضاف إلى 3 يساوي -4
- هل يمكن إزالة مربعات الرقم 1 المتطابقة من كل طرفٍ من طرفي ورق الحل لتمثيل المعادلة؟ اشرح. لا، حيث إن مربعات الرقم 1 على الطرف الأيسر سالبة ومربعات الرقم 1 على الطرف الأيمن موجبة، ولذلك لا توجد مربعات جبرية متطابقة يمكن إزالتها من كل طرف.
- لماذا تضيف 3 مربعات للعدد سالب 1 إلى كل طرفٍ من طرفي المعادلة؟ تحتاج إلى 3 مربعات لعدد سالب 1 لتشكيل ثلاثة أزواج صفرية على الطرف الأيسر لورق الحل لتمثيل المعادلة.
- ما الذي تفعله بعد تشكيل الأزواج الصفرية؟ أزل أزواج الأعداد المتضادة بحيث يكون المربع x بمفرده.

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 81 8/20/2016 1:50:27 AM

في النشاط العملي 2، ذكّر الطلاب بأنهم حين يمثلون الطرح بواسطة مربعات الجبر، يجب أن يضيفوا مربعاتٍ سالبة.

اسأل:

- لماذا تضيف مربعات للعدد موجب 1 إلى كل طرفٍ من طرفي ورق الحل لتمثيل المعادلة؟ تحتاج إلى مربعات للعدد موجب 1 لتشكيل أزواج صفرية بحيث تقع مربعات العدد سالب 1 على الطرف الأيسر لورق الحل لتمثيل المعادلة.

في النشاط العملي 3، أشر للطلاب بأن ما يقومون به على أحد طرفي ورق الحل لتمثيل المعادلة يجب أن يقوموا به على الطرف الآخر. فإذا قاموا بصياغة مجموعةٍ واحدةٍ من المربعات x على أحد الطرفين، فعليهم صياغة مجموعةٍ واحدةٍ من مربعات العدد 1 في الطرف الثاني، وهكذا. إذا كان هناك أكثر من مربع x واحد، يجب أن يكون عدد مربعات العدد 1 المقترنة بكل مربع x هو نفسه بالنسبة لكل مجموعة من مربعات العدد 1.

تمرين اطلب من الطلاب إتمام التمارين 1-4 و 6-9.

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمرين 3 لتقييم ما إن كان الطلاب قد استوعبوا طريقة صياغة أزواج صفرية بهدف عزل المربع x.

من الملموس إلى المجرد

يقدّم التمرين 5 تمثيلاً بالرموز لخواص الجمع والطرح المستخدمة في المثالين 1 و 2. في التمرين 10، ينبغي على الطلاب تطبيق ما قد تعلموه على مواقف جديدة.

توسيع المفهوم

اسأل الطلاب عن كيفية استخدام مربعات الجبر لحل $2x - 4 = 2$. الإجابة النموذجية: بعد عزل المربعين x، افصل مربعات العدد 1 إلى مجموعتين متساويتين تقابلان كل مربّع x. عدد مربعات العدد 1 المتوافقة لمربع x واحد يُقدم الحل. في هذه الحالة، ينبغي أن توجد ثلاثة مربعات للعدد 1 لكل مربع x.

تدريس الممارسات الرياضية

الانتظام على الطلاب المتفوقين في الرياضيات أن يتولوا الإشراف المتواصل على العملية ومراعاة العناية بالتفاصيل. شجّع الطلاب على البحث عن طرق عامة لحل المعادلات عندما يحلون مسائل متعددة من النوع نفسه.

مختبر الجبر

حل المعادلات تابع

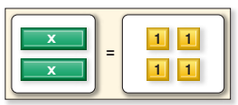
اصنع نموذجًا وحلل

استخدم مربعات الجبر لحل كل معادلة.

1. $x + 4 = 9$ **2.** $x + (-3) = -4$ **3.** $x + 7 = -2$ **4.** $x + (-2) = 11$

5. الكتابة في الرياضيات إذا كان $a = b$. فما رأيك عن $a + c$ و $b + c$؟ وعن $a - c$ و $b - c$؟ $a + c = b + c$; $a - c = b - c$

عند حل معادلات الضرب، يظلّ الهدف هو وضع المربع x بمفرده عند أحد طرفي الحل باستخدام قواعد القسمة.

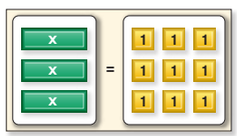


قواعد نماذج المعادلات عند القسمة:

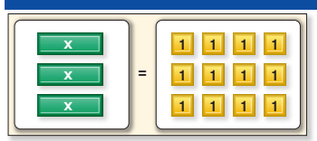
- يمكنك جمع المربعات الموجودة على كل طرف من لوح حل المعادلة إلى أعداد متساوية من المجموعات دون تغيير المعادلة.



- يمكنك وضع مجموعة متساوية على كل طرف من لوح حل المعادلة دون تغيير المعادلة.



نشاط 3 معادلات الضرب



استخدم نموذج معادلة لحل $3x = 12$

الخطوة 1 إعداد نموذج للمعادلة. ضع 3 مربعات x على أحد جانبي النموذج. ضع 12 مربع 1 موجب على الجانب الآخر من لوح الحل.

الخطوة 2 اعزل الحد x. افصل المربعات إلى 3 مجموعات متساوية للتوافق مع مربعات x الثلاثة. كل مربع x مقترن مع 4 مربعات 1 موجب. فتكون المعادلة الناتجة هي $x = 4$

$$\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$$
$$x = 4$$

10. الإجابة النموذجية: ما دام أنه لا يوجد مربع ، فلا يمكن حل المعادلة باستخدام مربعات الجبر. لحل المعادلة جبريًا، اضرب كل جانب في 4.

اصنع نموذجًا وحلل

استخدم مربعات الجبر لحل كل معادلة.

6. $5x = -15$ **7.** $-3x = -9$ **8.** $4x = 8$ **9.** $-6x = 18$

10. التخمين كيف يمكنك استخدام مربعات الجبر لحل $\frac{x}{4} = 5$؟

ناقش الخطوات التي يمكن إجراؤها لحل هذه المعادلة جبريًا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 82 8/20/2016 1:50:29 AM

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 2-2 تحويل الجمل إلى معادلات.

الدرس 2-2 حل المعادلات باستخدام الجمع والطرح.
حل معادلات باستخدام الضرب والقسمة.

بعد الدرس 2-2 حل المعادلات متعددة الخطوات.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

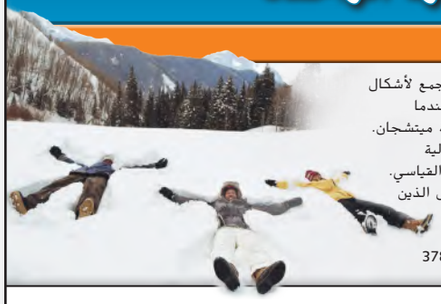
اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** من الدرس.

اسأل:

- ما الرقم القياسي الحائز على جائزة جينيس لعدد ملائكة الثلج المصنوعة مرةً واحدة؟ 8910
- ما الكمية المجهولة الممثلة بـ x في المعادلة؟
بكم يزيد عدد ملائكة الثلج الذي تم صنعه في داكوتا الشمالية عن العدد الذي تم صنعه في ميتشجان في مرة واحد.
- هل قيمة x أكبر أم أصغر من 8910؟ اشرح. أصغر من 8910 لأن $x + 3784$ يساوي 8910

2-2 حل معادلات الخطوة الواحدة

السابق	الحالي	لماذا؟
• حولتَ العبارات إلى معادلات.	1 تحل معادلات باستخدام الجمع والطرح. 2 تحل معادلات باستخدام الضرب والقسمة.	• تم تسجيل رقم قياسي لأكثر تجمع لأشكال ملائكة الثلج في مكان واحد عندما اشترك 3784 شخصًا في ولاية ميتشجان. واشترك في ولاية داكوتا الشمالية 8910 أشخاص لتحطيم الرقم القياسي. لمعرفة كم يزيد عدد الأشخاص الذين اشتركوا في ولاية داكوتا الشمالية عن ولاية ميتشجان. حل المعادلة $3784 + x = 8910$



مفردات جديدة
حل معادلة (solve an equation)
معادلات مكافئة (equivalent equations)

ممارسات رياضية
مراعاة الدقة.

1 **حل معادلات باستخدام الجمع أو الطرح** في أي معادلة، يمثل المتغير العدد الذي يحقق المعادلة. إن **حل معادلة** يعني إيجاد قيمة المتغير الذي يجعل المعادلة صحيحة.

تتطلب عملية حل المعادلة افتراض أن المعادلة الأصلية لها حل وعزل المتغير (بمعامل 1) على أحد جوانب المعادلة. تؤدي كل خطوة بهذه العملية إلى معادلات مكافئة. **معادلات مكافئة** لها الحل نفسه.

مفهوم أساسي خاصية الجمع في المعادلة

الشرح إذا كانت معادلة ما صحيحة وتم جمع العدد نفسه مع كل طرف من المعادلة، فإن المعادلة المكافئة الناتجة عن ذلك تكون صحيحة أيضًا.

الرموز بالنسبة لأي أعداد حقيقية a و b و c، إذا كان $a = b$. فإن $a + c = b + c$.

أمثلة

$$14 = 14$$
$$14 + 3 = 14 + 3$$
$$17 = 17$$

$$-3 = -3$$
$$+\ 9 = +\ 9$$
$$6 = 6$$

مثال 1 الحل باستخدام الجمع

حل $c - 22 = 54$

الطريقة الأفقية

$c - 22 = 54$ معادلة أصلية
$c - 22 + 22 = 54 + 22$ أضف 22 لكل طرف.
$c = 76$ حوّل لأبسط صورة

الطريقة الرأسية

$$\begin{array}{rl} c - 22 &= 54 \\ +\ 22 &= +\ 22 \\ \hline c &= 76 \end{array}$$

للتحقق من أن 76 هو الحل، بدّل 76 محل c في المعادلة الأصلية.

تحقق

$c - 22 = 54$ معادلة أصلية
$76 - 22 \stackrel{?}{=} 54$ عوض $c = 76$
$54 = 54$ ✓ اطرح

تمرين موجه

1A. $113 = g - 25$

1B. $j - 87 = -3$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 83 8/20/2016 1:50:31 AM

1 حل المعادلات باستخدام الجمع أو الطرح.

يوضح **المثال 1** كيفية حل معادلةٍ عن طريق الجمع. يوضح **المثال 2** كيفية حل معادلةٍ عن طريق الطرح.

التقويم التكويني

استخدم تمارين "التمرين الموجه" بعد كل مثال لتحديد مدى فهم الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 حلّ $h - 12 = -27$ -15

2 حلّ $c + 102 = 36$ -66

انتبه!

تجنّب الأخطاء ربما يحاول الطلاب تخطي إحدى الخطوات وحل المسألة دون كتابة المعادلة أولاً. أخبر الطلاب أنهم سيقعون في أخطاء أقل عند حل المعادلات إذا ما قاموا بتحويل الجملة وكتابة المعادلة قبل حلها.

التركيز على محتوى الرياضيات

حل المعادلات يمكن استخدام خاصية الطرح في المعادلة لعزل المتغير عند حل المعادلة. عند طرح العدد نفسه من كل طرفٍ من طرفي معادلةٍ صحيحة، فالمعادلة الناتجة ستكون صحيحةً أيضًا.

مثل خاصية الجمع في المعادلة، فإن **خاصية الطرح في المعادلة** يمكن استخدامها أيضًا لحل المعادلات.

نصيحة دراسية

الطرح إن طرح القيمة يكافئ جمع معكوس هذه القيمة.

مفهوم أساسي خاصية الطرح في المعادلة

الشرح إذا كانت معادلة ما صحيحة وتم طرح العدد نفسه من كل طرف من المعادلة، فإن المعادلة المكافئة الناتجة عن ذلك هي صحيحة أيضًا.

الرموز بالنسبة لأي أعداد حقيقية a و b و c، إذا كان $a = b$، فإنّ $a + c = b + c$.

أمثلة

$$\begin{array}{rr} 13 = & 13 \\ -28 = & -28 \\ \hline -15 = & -15 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 87 = 87 \\ 87 - 17 = 87 - 17 \\ 70 = 70 \end{array}$$

نصيحة دراسية

حل معادلة ما عند حل معادلة ما، يمكنك استخدام إما الطريقة الأفقية أو الطريقة الرأسية. وفي كلا الطريقتين، ينتج نفس الحل.

مثال 2 الحل باستخدام الطرح

حل $63 + m = 79$

الطريقة الأفقية		الطريقة الرأسية
$63 + m = 79$	معادلة أصلية	$63 + m = 79$
$-63 = -63$	اطرح 63 من كل طرف	$-63 = -63$
$m = 16$	حوّل لأبسط صورة	$m = 16$

للتحقق من أن 16 هو الحل، بدّل m محل 16 في المعادلة الأصلية.

تحقق

	معادلة أصلية
$63 + m = 79$	عوّض، $m = 16$
$63 + 16 \stackrel{?}{=} 79$	حوّل لأبسط صورة
$79 = 79$ ✓	

تمرين موجه

2A. $27 + k = 30$ **2B.** $-12 = p + 16$

2 حل معادلات باستخدام الضرب أو القسمة

في المعادلة $\frac{x}{3} = 9$، المتغير x مقسوم على 3. لحل x، ألغِ القسمة عن طريق ضرب كل طرف في 3. هذا مثال على **خاصية الضرب في المعادلة**.

مفهوم أساسي خاصية الضرب في المعادلة

الشرح إذا كانت معادلة ما صحيحة وكل طرف مضروب في العدد نفسه غير الصفري، تصبح المعادلة الناتجة مكافئة.

الرموز بالنسبة لأي أعداد حقيقية a و b و c، $c \neq 0$. إذا كان $a = b$، فإن $ac = bc$.

مثال إذا كان $x = 5$، إذًا $3x = 15$.

خاصية القسمة في المعادلة

الشرح إذا كانت معادلة ما صحيحة وكل طرف مقسوم على العدد نفسه غير الصفري، تصبح المعادلة الناتجة مكافئة.

الرموز بالنسبة لأي أعداد حقيقية c، $c \neq 0$ و b و a إذا كان $a = b$ فإن $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$

مثال إذا كان $x = -20$، فإن $\frac{x}{5} = \frac{-20}{5}$ $= -4$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

84 | الدرس 2-2 | حل معادلات الخطوة الواحدة

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 84 8/20/2016 1:50:35 AM

2 حل المعادلات باستخدام الضرب أو القسمة

يوضح **المثال 3** كيفية حل معادلة عبر ضرب كل طرفٍ في العدد نفسه أو قسمته عليه. يوضح **المثال 4** كيفية كتابة وحل معادلةٍ تخص مسألةً من الحياة اليومية.

أمثلة إضافية

3 حل كل معادلة.

a. $-1\frac{3}{8}k = \frac{2}{3}$ $-\frac{16}{33}$

b. $-75 = -15b$ 5

4 **يقود** السيد أمين سيارته مسافة 780 ميلاً باتجاه الرياض. لقد قطع حوالي $\frac{3}{5}$ من المسافة في اليوم الأول. فكم عدد الأميال التي قطعها السيد أمين؟
468 ميلاً تقريبًا

التركيز على محتوى الرياضيات

خواص المعادلة يمكن استخدام خاصية الضرب لعزل المتغير عند حل معادلة. عند ضرب كل طرفٍ من معادلةٍ صحيحةٍ بعددٍ واحدٍ مغايرٍ للصفر، فستكون المعادلة الناتجة أيضًا صحيحة. ويمكن استخدام خاصية القسمة لعزل المتغير عند حل معادلة. عند قسمة كل طرفٍ من معادلةٍ صحيحةٍ بعددٍ واحدٍ مغايرٍ للصفر، فستكون المعادلة الناتجة أيضًا صحيحة.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

المدونة في مدونة الوحدة الآمنة الخاصة بك، اطلب من الطلاب إنشاء موضوع مدونة لتلخيص كيفية حل المعادلات أحادية الخطوات. تحقق من استخدام الطلاب فكرة العمليات العكسية في شروحاتهم.

يمكن استخدام المعكوس الضربي لأي عدد لحل المعادلات.

المثال 3 الحل باستخدام الضرب أو القسمة

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

a. $\frac{2}{3}q = \frac{1}{2}$

$\frac{2}{3}q = \frac{1}{2}$ معادلة أصلية

$\frac{3}{2}\left(\frac{2}{3}\right)q = \frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)$ اضرب كل طرف في $\frac{2}{3}$، المعكوس الضربي لـ $\frac{2}{3}$

$q = \frac{3}{4}$ تحقق من الناتج

b. $39 = -3r$

$39 = -3r$ معادلة أصلية

$\frac{39}{-3} = \frac{-3r}{-3}$ اقسم كل طرف على -3

$-13 = r$ تحقق من الناتج

3A. $\frac{3}{5}k = 6$

3B. $-\frac{1}{4} = \frac{2}{3}b$

مراجعة المفردات
المعكوس الضربي (Reciprocal)
هو المقلوب الضربي للعدد

تمرين موجه

ويمكن أيضًا استخدام المعكوسات الضربية وخصائص المعادلة لحل مسائل من الحياة اليومية.

مثال 4 من الحياة اليومية الحل باستخدام الضرب

استبيانات شاركت مجموعة من الفتيات تتراوح أعمارهن بين 13 و15 عامًا في استبيان. وقالت 225 منهن، أو حوالي $\frac{9}{20}$، إنهن يتحدثن عبر الهاتف أثناء مشاهدة التلفاز. فكم طالبة شاركت في الاستبيان؟

الشرح تسعة على عشرين مضروبة في عدد المشاركين يساوي 225.

المتغير لنفترض أن g = عدد البنات اللاتي شاركن في الاستبيان.

المعادلة $\frac{9}{20}g = 225$

$\frac{9}{20}g = 225$ معادلة أصلية

$\left(\frac{20}{9}\right)\frac{9}{20}g = \left(\frac{20}{9}\right)225$ اضرب كل طرف في $\frac{20}{9}$

$\left(\frac{20}{9}\right)\left(\frac{9}{20}\right) = 1$

$g = \frac{4500}{9}$ حوّل لأبسط صورة

$g = 500$

شارك حوالي 500 طالبة في الاستبيان.

تمرين موجه

4. **الزجاج الملون** تصنع يارا زجاجًا ملونًا للنوافذ. ويتطلب أسلوب عملها تلوين مقدار خُمس الزجاج باللون الأزرق. ولديها مقدار 288 بوصة مربعة من الزجاج الأزرق. وإذا كانت تنوي استخدام كل الزجاج الأزرق لديها. فكم من الزجاج ستحتاج للمشروع بأكمله؟ **1440 بوصة مربعة من الزجاج**



رابط من الحياة اليومية
يستخدم حوالي نصف الأشخاص البالغ أعمارهم من 10 إلى 18 عامًا في الولايات المتحدة الهاتف الخلوي. ومن بينهم، يلعب 53% الألعاب على هواتفهم. وأكثر من 33% يقومون بتنزيل تلك الألعاب. و52% يستخدمون المفكرة/المنظم. وتقريبًا جميع المراهقين يستخدمون كاميرات هواتفهم لالتقاط الصور.
المصدر: Lexdon Business Library

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

85

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 85 8/20/2016 1:50:38 AM

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-17 للتحقق من الاستيعاب.

استخدم المخطط في أسفل هذه الصفحة لتخصيص مهام لطلابك.

نصائح للمعلمين الجدد

المعامِلات يصاب الطلاب أحيانًا الارتباك إزاء ما عليهم فعله بالمتغير في معادلة من قبيل $-x = 27$. أشر إلى أن المتغير لديه فعليًا معامل يساوي -1. بتذكّر أن حاصل ضرب عددين سالبين هو عدد موجب، يمكنك ببساطةٍ ضرب كل طرف من المعادلة بالرقم -1.
$(-1)(-x) = (-1)27;\ x = -27$

تدريس الممارسات الرياضية

الاستنتاج على الطلاب المتفوقين في الرياضيات الانتباه إلى دلالة الكميات. في التمرين 17، أشر للطلاب إلى أن المبلغ المتبرع به إلى الملجأ يجب أن يكون أقل من تكلفة بيت حيوان أليف. هل إجابتهم صحيحة؟

التحقّق من فهمك

الأمثلة 1-3 **حل كل معادلة. تحقق من إجابتك.**

1. $g + 5 = 33$
2. $104 = y - 67$
3. $\frac{2}{3} + w = 1\frac{1}{2}$
4. $-4 + t = -7$
5. $a + 26 = 35$
6. $-6 + c = 32$
7. $1.5 = y - (-5.6)$
8. $3 + g = \frac{1}{4}$
9. $x + 4 = \frac{3}{4}$
10. $\frac{t}{7} = -5$
11. $\frac{a}{36} = \frac{4}{9}$
12. $\frac{2}{3}n = 10$
13. $\frac{8}{9} = \frac{4}{5}k$ **أو**
14. $12 = \frac{x}{-3}$
15. $-\frac{r}{4} = \frac{1}{7}$

مثال 4

16. **جمع التبرعات** جمع البرنامج التلفزيوني تبرعات من النجوم أموالاً لمنظمات الإغاثة. وأثناء البرنامج، يمكن للمشاهدين الاتصال والتصويت لنجمهم المفضل. شاركت الشركة المالكة بمقدار 5 ملايين درهم مقابل 50 مليون صوت مدلى به. فكم دفعوا عن كل صوت؟ **0.10 AED**

17. **الاستنتاج** قررت هناء شراء بيت مخصص لقطتها من صندوق تمويل عبر الإنترنت يمنح $\frac{7}{8}$ من مشترياتها للملاجئ المهتمة بالحيوانات. فكم من مال هناء يذهب لملاجئ الحيوانات؟ **22.75 AED**



التمرين وحل المسائل

الأمثلة 1-3 **حل كل معادلة. تحقق من الحل.**

18. $v - 9 = 14$
19. $44 = t - 72$
20. $-61 = d + (-18)$
21. $18 + z = 40$
22. $-4a = 48$
23. $12t = -132$
24. $18 - (-f) = 91$
25. $-16 - (-t) = -45$
26. $\frac{1}{3}v = -5$
27. $\frac{u}{8} = -4$
28. $\frac{a}{6} = -9$
29. $-\frac{k}{5} = \frac{7}{5}$
30. $\frac{3}{4} = w + \frac{2}{5}$
31. $-\frac{1}{2} + a = \frac{5}{8}$
32. $-\frac{t}{7} = \frac{1}{15}$
33. $-\frac{5}{7} = y - 2$
34. $v + 914 = -23$
35. $447 + x = -261$
36. $-\frac{1}{7}c = 21$
37. $-\frac{2}{3}h = -22$
38. $\frac{3}{5}q = -15$
39. $\frac{n}{8} = -\frac{1}{4}$
40. $\frac{c}{4} = -\frac{9}{8}$
41. $\frac{2}{3} + r = -\frac{4}{9}$

المثال 4

42. **القطط** يمكن للقطة الأليفة الجري بسرعة 27.5 ميلاً في الساعة عند مطاردة فريسة. ويمكن للفهد الصياد الركض أسرع من القطة بمقدار 42.5 ميلاً في الساعة عند مطاردة فريسة. فكم سرعة ركض الفهد الصياد؟ **70 ميلاً في الساعة**

43. **السيارات** متوسط الوقت t المستغرق لصنع سيارة في الولايات المتحدة هو 24.9 ساعة. وهذا أكثر من متوسط الوقت المستغرق لصنع سيارة في اليابان بمقدار 8.1 ساعات. اكتب معادلة وحلها لمعرفة متوسط وقت صنع السيارة في اليابان. **$t + 8.1 = 24.9$ ، 16.8 ساعة**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	المهمة	خيار اليومين	
AL مبتدئ	18–43, 72–74, 76, 78–88	19–43 ,79–82, فردي	18–42 ,72–74, 76, 78, 83-88 ,زوجي
OL أساسي	19–61 ,72–74, 76, 78-88 ,زوجي	18–43, 79–82	44–74, 76, 78, 83–88
BL متقدّم	44–90 ,(87–88 :اختياري)		

B حل كل معادلة. تحقق من الحل.

44. $\frac{x}{9} = 10$ **45.** $\frac{b}{7} = -11$ **46.** $\frac{3}{4} = \frac{c}{24}$

47. $\frac{2}{3} = \frac{1}{8}y$ **48.** $\frac{2}{3}n = 14$ **49.** $\frac{3}{5}g = -6$

50. $4\frac{1}{5} = 3p$ **51.** $-5 = 3\frac{1}{2}x$ **52.** $6 = -\frac{1}{2}n$

53. $-\frac{2}{5} = -\frac{z}{45}$ **54.** $-\frac{g}{24} = \frac{5}{12}$ **55.** $-\frac{v}{5} = -45$

اكتب معادلة لكل جملة. ثم حل المعادلة.

56. ستة مضروبة في عدد تساوي 132. *6n = 132; 22*

57. ثلثان يساويان سالب ثمانية مضروبة في عدد.

58. خمسة مقسومة على أحد عشر مضروبة في عدد تساوي 55.

59. أربعة أخماس تساوي عشرة على ستة عشر من عدد.

60. حاصل ثلاثة وثلثين مضروبًا في عدد يساوي تُسعيْن.

61 حاصل أربعة وأربعة أخماس مضروبة في عدد يساوي واحدًا وخُمُسًا.

62. **الدقة تقارن مها أسعار علامتين تجاريتين لمنتجات صحية تمد الجسم بالطاقة بالمتجر المحلي. وتريد الحصول على أفضل سعر لكل قرص.**



a. اكتب معادلة لمعرفة سعر كل قرص من ماركة Feel Great (الشعور بالقوة). *12p = 18*

b. اكتب معادلة لمعرفة سعر كل قرص من ماركة Super Power (القوة القصوى). *15p = 21.75*



c. أي نوع يجب أن تشتريه مها؟ اشرح.

62C. قرص "الشعور بالقوة"، كل قرص ثمنه 1.45 AED، بينما ثمن قرص "الشعور بالقوة" 1.50 AED.

63. **وسائل الإعلام** تم استخدام أكبر طائرة ركاب في العالم، إير باص A380، من قبل الخطوط الجوية السنغافورية عام 2005. وظهر الوصف التالي على موقع إخباري عبر الإنترنت بعد تقديم الطائرة.

"سوف تشهد شركة الطيران تلك نقل 555 راكبًا بطائرة A380. وهو ما يزيد بمقدار 139 راكبًا عن طائرة 747 التي تشبهها."

كم عدد الركاب التي تنقلها طائرة 747؟ *555 = 139 + p; 416*

64. **الوقود** في عام 2004، تم تصنيف ما يقرب من 5 ملايين سيارة وشاحنة بمركبات الوقود المرن. وهو ما يعني إمكانية تشغيلها بالبنزين أو الإيثانول. وفي عام 2009، زاد هذا الرقم لحوالي 8 ملايين. فكم عدد مركبات الوقود المرن التي زادت في 2009؟ **8 = c + 5، 3 ملايين**

65. **ريادة الأعمال** في مسابقة لرواد الأعمال الشباب، كان أقصى وقت لتقديم كل فريق، بما في ذلك عملية التجهيز، 3 دقائق. وكان وقت تقديم فريق مدرسة "ريدجفيو" الثانوية دقيقتين و34 ثانية. فكم الوقت المتبقي للفريق من أجل التجهيز؟ **180 = t + 154; 26 s**

66. **الكتب الهزلية** تم بيع كتاب واحد من X-Men #1 (إكس مِن – الجزء الأول الهزلي في حالته الأصلية مؤخرًا بمبلغ 45000 AED. وتم بيع كتاب من كتب Action Comics #63 (Mile High) (الأكشن الهزلي - الجزء 63 (مايل هاي))، في حالته الأصلية أيضًا، بمبلغ 15000 AED. فكم يزيد مبلغ بيع كتاب إكس مِن الهزلي عن كتب الأكشن الهزلية؟ **45,000 = 15,000 + t; AED 30,000**

67. **الأفلام** حقق فيلم ما 1.6 مليونAED بأدوار السينما. وحقق جزء ثانٍ للفيلم 0.8 مليونAED بأدوار السينما. فكم يزيد المبلغ الذي حققه الفيلم الأول عن الجزء الثاني له؟ **0.8 = m − 1.6، 0.8 ملايين AED**

68. **الكاميرات** باع متجر إلكترونيات كاميرا رقمية بمبلغ 126 AED. وهذا يعتبر $\frac{2}{\square}$ من المحدد عند محلات التصوير الفوتوغرافي. فما تكلفة الكاميرا عند محل التصوير الفوتوغرافي؟ **189 AED ،**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التعليم المتمايز OL AL

إذا يلاقي الطلاب صعوبةً في حل المعادلات عبر الجمع أو الطرح.

عندئذ اكتب x مع عددين على اللوح. أعطِ الطلاب رمزي العملية + و −.
أخبرهم بأن يستخدموا كلا العددين و x ورمزي العملية لكتابة معادلتين تكون فيهما قيمة x متماثلة. اطلب من الطلاب الحل من أجل x في كلتا المعادلتين. على سبيل المثال، افترض أن العددين كانا 23 و 45. بإمكان الطلاب أن يكتبوا $45 = 23 + x$ و $x = 45 - 23$ بالنسبة لكلا المعادلتين، فإن الإجابة هي 22.

انتبه!

تجنب الأخطاء ذكر الطلاب بأن حاصل ضرب الكسر بمقلوبه يساوي 1.

نصائح للمعلمين الجدد

عزل المتغيرات اشرح أنه عند عزل المتغير، فلا يهم إن كان هذا المتغير ينتهي على الجهة اليسرى أو اليمنى من المعادلة. على سبيل المثال، فإن حلّ $z + 15 = 8$ يبقى -7، وذلك حتى إن كانت الخطوة الأخيرة هي $z = -7$

تدريس الممارسات الرياضية

الدقة على الطلاب المتقنين للرياضيات التعبير عن الإجابات الرقمية بدرجة من الدقة مناسبة لسياق المسألة. في التمرين 62، ناقش الدقة اللازمة للحل. هل يجب أن تكون الحسابات دقيقةً إلى أقرب فلس، أم أن التقريب كافٍ؟ اشرح.

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 87 8/20/2016 1:50:50 AM

69 **المدونات** في عام 2006، قرأ 57 مليون أمريكي بالغ المدونات عبر الإنترنت. ولكن يقول عدد أقل من هذا بمقدار 45 مليون شخص بأن لديهم مدوناتهم الخاصة. فكم عدد الأمريكيين البالغين ممن لديهم مدونات؟ **12 مليونًا**

70. وظائف العلوم وفقًا لمكتب العمل والإحصاءات، فحوالي 140,000,000 شخص تم توظيفهم بالولايات المتحدة عام 2009. **a، b. انظر الهامش.**

a. إن عدد العاملين بالمهن الإنتاجية مضروبًا في 20 يساوي عدد العاملين إجمالاً. اكتب معادلة لتمثيل عدد المعينين في المهن الإنتاجية عام 2009. ثم حل المعادلة.

b. عدد العاملين بالمهن الحرفية أقل من عدد العاملين بالمهن الإنتاجية بمقدار 2,300,000 شخص. فكم عدد العاملين بالمهن الحرفية؟

71. الأداء المسرحي يمتلك مجلس الطلاب ميزانية مقدارها 1000 AED لأداء العرض المسرحي "العودة للوطن". وحتى الآن، أنفقوا 350 AED للموسيقى. **a، c. انظر الهامش.**

a. اكتب معادلة لتمثيل مقدار المال الذي لم ينفق بعد. ثم حل المعادلة.

b. ثم أنفقوا على أعمال التزيين 225 AED. اكتب معادلة لتمثيل مقدار المال المتبقي.

c. إذا أنفق مجلس الطلاب ميزانيته بالكامل، فاكتب معادلة لتمثيل عدد التذاكر من قيمة 6 AED التي لا بد أن يبيعوها لجني الربح.

72. $n - 16 = 29$ لا تنتمي، لأنه في المعادلات الثلاث الأخرى، $n = 13$، وبالنسبة لهذه المعادلة، $n = 45$

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

72. أي مما يلي لا ينتمي للمجموعة؟ حدد المعادلة التي لا تتناسب مع الأعداد الثلاثة الأخرى. اشرح استدلالك.

$n + 14 = 27$	$12 + n = 25$	$n - 16 = 29$	$n - 4 = 9$

73. مسألة غير محددة الإجابة اكتب معادلة تتضمن الجمع واشرح طريقتين لحلها.
الإجابة النموذجية: $25 = n + 12$، اطرح 12 من كل طرف أو اجمع 12− مع كل طرف.

74. الاستنتاج أي مثلث لا يبلغ ارتفاعه $4\frac{1}{2}b$. حيث b هي طول القاعدة؟ $\triangle RST$

مثلث	القاعدة (cm)	الطول (cm)
$\triangle ABC$	3.8	17.1
$\triangle MQP$	5.4	24.3
$\triangle RST$	6.3	28.5
$\triangle TRW$	1.6	7.2

75. البنية حدد ما إذا كانت كل جملة صحيحة أحيانًا أو دائمًا أو غير صحيحة تمامًا. اشرح استدلالك.

a. $x + x = x$ **b.** $x + 0 = x$

أحيانًا، $0 = 0 + 0$ ولكن $2 \neq 2 + 2$ دائمًا؛ وهذه هي خاصية المحايد الجمعي.

76. الاستنتاج حدد قيمة كل عبارة أدناه.

a. إذا كان $x - 7 = 14$، فما قيمة $x - 2$؟ **19**

b. إذا كان $t + 8 = -12$، فما قيمة $t + 1$؟ **−19**

77. مسألة تحفيزية حل كل معادلة لـ x. افترض أن $a \neq 0$.

a. $ax = 12$ **b.** $x + a = 15$ **c.** $-5 = x - a$ **d.** $\frac{1}{a}x = 10$

78. الكتابة في الرياضيات ضع باعتبارك خاصية الضرب في المعادلة وخاصية القسمة في المعادلة. واشرح لماذا يمكن اعتبارهما الخاصية نفسها. ما الخاصية الذي تعتقد أنها الأسهل؟
الإجابة النموذجية: إن القسمة على عدد غير صفري هي ذاتها الضرب في المعكوس الضربي لهذا العدد، لذا تنطبق الصيغة نفسها.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابات إضافية

70a. $20p = 140{,}000{,}000$; 7,000,000

70b. $7{,}000{,}000 = n + 2{,}300{,}000$; 4,700,000

71a. $350 + m = 1000$; 650 AED

71b. $350 + 225 + m = 1000$; AED 425

71c. $6t = 1000$; 167

88 | الدرس 2-2 | حل معادلات الخطوة الواحدة

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 88 8/20/2016 1:50:52 AM

تمرين على الاختبار المعياري

79. أي مما يلي يمثل المعادلة بشكل أفضل $w - 15 = 33$؟ **C**

A أضاف حسام مقدار w أوقيات من المياه في القارورة، التي تحتوي بالأساس على 33 أوقية من المياه. فما كمية المياه التي أضافها؟

B أضاف حسام 15 أوقية من المياه في القارورة، ليبلغ إجمالي المياه 33 أوقية. ما كمية المياه w التي كانت في القارورة في البداية؟

C شرب حسام 15 أوقية من المياه من القارورة وتبقت 33 أوقية. ما كمية المياه w التي كانت في القارورة في البداية؟

D شرب حسام 15 أوقية من المياه من القارورة، التي كانت تحتوي في البداية على 33 أوقية. فما كمية المياه w المتبقية؟

80. **إجابة قصيرة** تدفع الشركة التي يعمل بها عدنان له عن كل ميل يقطعه في رحلته. وعندما يقود 50 ميلاً، يحصل على 30 AED. إلى أقرب جزء من عشرة، كم عدد الأميال التي قادها إذا تقاضى 275 AED؟ **458.3**

81. يوضح الجدول نتائج الاستبيان الذي شارك فيه 500 من المسافرين الدوليين. وفقًا للبيانات، أي عبارة صحيحة؟ **F**

خطط العطلات	
الوجهة	النسبة المئوية
المناطق الاستوائية	37
أوروبا	19
آسيا	17
غير ذلك	17
لا توجد عطلة	10

F خمسون ليس لديهم خطط للعطلة.

G خمسة عشر ذاهبون لآسيا.

H الثلث ذاهب للمناطق الاستوائية.

J مئة ذاهبون لأوروبا.

82. **الهندسة** كمية المياه المطلوبة لملء حمام سباحة تمثل _____ الحمام. **A**

A حجم

B مساحة سطح

C محيط دائرة

D محيط

مراجعة شاملة

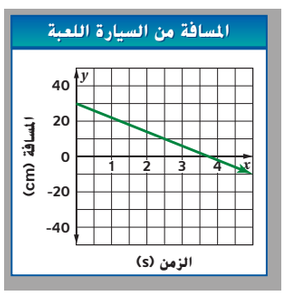
ترجم كل عبارة إلى معادلة. (الدرس 1-2)

83. إن مجموع مثلي r وثلاثة أمثال k يساوي ثلاثة عشر. $2r + 3k = 13$

84. إن ناتج قسمة t والعدد أربعة عشر هو الناتج نفسه لاثني عشر ناقص نصف u.

85. إن مربع m ناقص مكعب p يساوي ستة عشر.

86. **الألعاب** حدد الدالة الممثلة بيانيًا بوصفها خطية أو غير خطية. ثم قدّر وفسر قراءات التمثيل البياني، وأي تناظر موجود، وما إذا كانت الدالة موجبة أم سالبة، متزايدة أم متناقصة، والإحداثي x لأي قيم قصوى ذات صلة، والنمط النهائي للتمثيل البياني. (الدروس من 1 إلى 8) **انظر الهامش.**



مراجعة المهارات

87. **التواصل** يتواصل سامي مع الأصدقاء من أجل مشروع ما. ويحدد متوسط الوقت لاستخدام البريد الإلكتروني بمدة 5 ساعات و 8 ساعات على الهاتف، وساعتين بمقابلات شخصية معهم خلال الأسبوع الأول. وإذا استمر النهج كذلك، فاكتب تعبيرًا وقيمه للتنبؤ بعدد الساعات التي سيستغرقها في التواصل مع أصدقائه على مدار 12 شهرًا تالية. **$12(5 + 8 + 2)$، 180 ساعة**

88. **الحيوانات الأليفة** يعرض متجر "بوتشي للحيوانات الأليفة" العناصر التالية للبيع. اكتب تعبيرًا وقيّمه لمعرفة التكلفة الإجمالية لشراء عدد طوق واحد وقميصين و3 أوشحة ولجام واحد و 4 أقراص طائرة. **$4(3.25) + 5.50 + 3(3.00) + 2(6.25) + 4.50$، 44.50 AED**

العنصر	التكلفة (AED)
طوق مرصع	4.50
وشاح	3.00
قميص للكلاب	6.25
لجام	5.50
قرص طائر	3.25

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4 التقويم

تعيين المصطلح الرياضي اكتب معادلةً تتضمن عملية ضربٍ أو قسمةٍ على اللوحة. واطلب من الطلاب تحديد العملية في المعادلة. وبناءً على العملية التي يحددها الطلاب، اطلب منهم اقتراح العملية التي قد تستخدم لحل المعادلة.

تدريس الممارسات الرياضية

البنية يدقق الطلاب المتفوقون رياضيًا للتفريق بين النمط أو البنية. في التمرين 75، وجّه الطلاب إلى أنّه عند تقييم المعادلات العامة عليهم تجريب القيمة الموجبة والسالبة لـ x، وضع في الحسبان دائمًا القيمة 0.

إجابة إضافية

86. خطي، إن نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y هي 30، ولذلك كانت المسافة إلى السيارة تساوي 30 سنتيمترًا عند بدء القياس.
إن نقطة التقاطع مع المحور الأفقي x هي 3.75 تقريبًا، ولذلك بعد مضي قرابة 3.75 ثوانٍ، كانت المسافة إلى السيارة تساوي 0. تشير المسافة 0 إلى أن دمية السيارة تبلغ النقطة المرجعية للقياسات. ليس للتمثيل البياني تناظر محوري. إن المسافة أكبر من 0 بالنسبة للثواني الـ 3.75 الأولى، ثم تصبح أصغر من 0 بعد 3.75 ثانية. تتناقص المسافة طوال الزمن بكامله. لا توجد قيمٌ قصوى. مع زيادة الزمن، تستمر المسافة بالتناقص. وهذا يشير إلى أن السيارة تمرّ بالنقطة المرجعية.

التعليم المتمايز OL BL

التوسع اكتب $\frac{30}{x}$ على اللوح. اطلب من الطلاب الحل من أجل x بطريقتين اثنتين. الإجابات النموذجية: باستخدام الرياضيات الذهنية، فكر: ما العدد الذي إذا قسّمنا 30 عليه أعطانا 6؟ اضرب كل طرفٍ في x، وبالتالي فإن $6x = 30$، الحل هو 5.

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 89 8/20/2016 1:50:54 AM

1 التركيز

الهدف استخدام مربعات الجبر لحل المعادلات متعددة الخطوات.

المواد لكل مجموعة

- ورق الحل لتمثيل المعادلات
- مربعات جبرية (مربعات x، مربعات الرقم 1)

وسائل تعليمية يدوية سهلة الإعداد

تدريس الجبر بواسطة قوالب الوسائل التعليمية اليدوية لـــ:

- مربعات الجبر، الصفحتان 10-11
- ورق حل لتمثيل المعادلات، الصفحة 16

نصائح للتدريس

قد تحتاج إلى مراجعة طريقة تشكيل الأزواج الصفرية قبل البدء بالنشاط.

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

نظم الطلاب في مجموعات مكونة من طالبين أو ثلاثةٍ مع مراعاة مزج قدرات الطلاب. اطلب من مجموعات إكمال النشاط والتمرينات من 1 إلى 4.

أشر إلى أنّه في الخطوة 4، يعدّ الوحدة بين مربعات x ومربعات العدد 1 إلى 4 مجموعات مكافئة تمثيلاً صوريًا لقسمة كل طرفٍ من المعادلة على 4.

تمرين اطلب من الطلاب إكمال التمارين 5–10.

من الملموس إلى المجرد

اطلب من الطلاب مناقشة أوجه تشابه أو اختلاف خطوات حل معادلةٍ عن ترتيب العمليات.

الإجابة النموذجية: عند حل معادلةٍ متعددة الخطوات، يجري الجمع والطرح في العادة قبل الضرب والقسمة. وهذا هو عكس ترتيب العمليات.

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمرينين 4 و 8 لتقييم ما إن كان الطلاب يستوعبون كيفية اكتشاف أي طرفٍ من المعادلة يساعد في توجيه طريقة الحل.

استخدم التمرين 10 لتقييم ما إن كان الطلاب يستوعبون أن الجمع والطرح يتمان قبل الضرب والقسمة عند عزل المتغير أم لا.

الاستكشاف

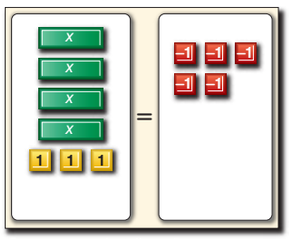
2-3 مختبر الجبر
حل المعادلات متعددة الخطوات

يمكنك استخدام مربعات الجبر لتمثيل حل المعادلات متعددة الخطوات.

النشاط

استخدم نموذج معادلة لحل $4x + 3 = -5$

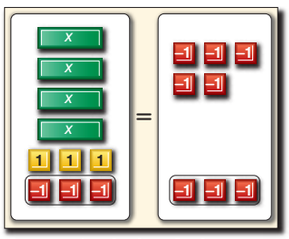
الخطوة 1 قم بإعداد نموذج للمعادلة.



$4x + 3 = -5$

ضع 4 مربعات x و3 مربعات 1 موجب على طرف واحد من لوح الحل. ضع 5 مربعات 1 سالب على الجانب الآخر.

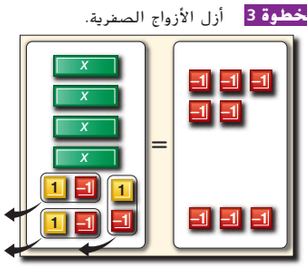
الخطوة 2 اعزل الحد x.



$4x + 3 - 3 = -5 - 3$

بما أنه توجد 3 مربعات 1 موجب مع مربعات x. فأضف 3 مربعات 1 سالب على كل طرف لتكوين أزواج صفرية.

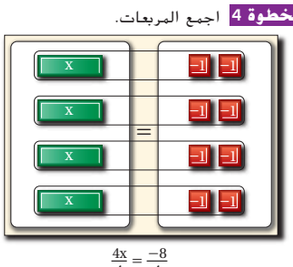
الخطوة 3 أزل الأزواج الصفرية.



$4x = -8$

اجمع المربعات لعمل أزواج صفرية وأزل الأزواج الصفرية.

الخطوة 4 اجمع المربعات.



$\frac{4x}{4} = \frac{-8}{4}$

$x = -2$

افصل المربعات المتبقية إلى 4 مجموعات متساوية للتوافق مع مربعات x الأربعة. كل مربع x مقترن مع مربعي 1 سالب. فتكون المعادلة هي $x = -2$

استخدم النماذج

استخدم مربعات الجبر لحل كل معادلة. 10. اطرح أولاً 14 من كل طرف، ثم اقسم كلا الجانبين على 9.

1. $3x - 7 = -10$
2. $2x + 5 = 9$
3. $5x - 7 = 8$
4. $-7 = 3x + 8$
5. $5 + 4x = -11$
6. $3x + 1 = 7$
7. $11 = 2x - 5$
8. $7 + 6x = -11$

9. ما الخطوة الأولى لحل $67 = 29 - 8x$؟ أضف 29 إلى كل طرف.
10. ما الخطوة الأولى لحل $-49 = 14 + 9x$؟

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 90 8/20/2016 1:50:56 AM

2-3 حل المعادلات متعددة الخطوات

السابق	الحالي	لماذا؟
قمت بحلّ معادلات ذات خطوة واحدة.	1 تحل معادلات تتضمن أكثر من عملية واحدة. 2 تحل معادلات تتضمن أعدادًا صحيحة متتالية.	"تور دو فرانس" هو حدث الدراجات الأبرز في العالم. توضح الخريطة مضمار سباق "تور دو فرانس" لعام 2007. إذا أمكن تمثيل طول أقصر جزء من المضمار بالحرف k، فإن التعبير $4k + 20$ يمثل طول أطول مرحلة أو 236 كيلومترًا. يمكن وصف ذلك بالمعادلة $4k + 20 = 236$.



مفردات جديدة

معادلة متعددة الخطوات (multi-step equation)
أعداد صحيحة متتالية (consecutive integers)
نظرية الأعداد (number theory)

ممارسات رياضية
البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عنه.

1 حل معادلات متعددة الخطوات

ما دام أن المعادلة أعلاه تتطلب أكثر من خطوة واحدة لحلها، فإنها تُسمى **معادلة متعددة الخطوات**. لحل المعادلة، لا بد من إلغاء كل عملية من خلال الحل بترتيب عكسي.

مثال 1 حل المعادلات المكونة من عدة خطوات

أوجد حل كل من المعادلات التالية. علّل إجابتك.

a. $11x - 4 = 29$

$11x - 4 = 29$	معادلة أصلية
$11x - 4 + 4 = 29 + 4$	أضف 4 لكل طرف
$11x = 33$	حوّل لأبسط صورة
$\frac{11x}{11} = \frac{33}{11}$	اقسم كل طرف على 11
$x = 3$	حوّل لأبسط صورة

b. $\frac{a+7}{8} = 5$

$\frac{a+7}{8} = 5$	معادلة أصلية
$8\left(\frac{a+7}{8}\right) = 8(5)$	اضرب كل طرف في 8
$a + 7 = 40$	حوّل لأبسط صورة
$-7 = -7$	اطرح 7 من كل طرف
$a = 33$	حوّل لأبسط صورة

يمكنك التحقق من إجابتك من خلال تعويض قِيم النتائج في المعادلات الأصلية.

تمرين موجه

أوجد حل كل من المعادلات التالية. علّل إجابتك.

1A. $2a - 6 = 4$

1B. $\frac{n+1}{-2} = 15$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 2-3 حل معادلات الخطوة الواحدة.

الدرس 2-3 حلّ معادلات تتضمن أكثر من عملية واحدة.
حل معادلات تتضمن أعدادًا صحيحة متتالية.

بعد الدرس 2-3 حل معادلات تتضمن رموز التجميع.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** من الدرس.

اسأل:

- في التعبير $4k + 20$، ما الذي يمثله $4k$؟ يمثل $4k$ أربعة أضعاف الجزء الأقصر من السباق، k يمثل عدد الكيلومترات في الجزء الأقصر من السباق.
- ما الذي يمثله العدد 20 في التعبير $4k + 20$؟
20 كيلومترًا إضافيًا في الجزء الأطول من السباق
- كم يساوي التعبير $4k + 20$؟ 236 كيلومترًا كيف تكتب ذلك على هيئة معادلة؟ $4k + 20 = 236$

(يتبع في الصفحة التالية)

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 91 8/20/2016 1:50:57 AM

- ما العمليات التي تحتاج إليها لإجراء عزل المتغير في المعادلة؟ الطرح والقسمة

1 حل المعادلات متعددة الخطوات

يوضح **المثال 1** كيفية التراجع عن العمليات لحل المسائل متعددة الخطوات. يوضح **المثال 2** كيفية كتابة وحل معادلةٍ متعددة الخطوات.

التقييم التكويني

استخدم تمارين "التمرين الموجه" بعد كل مثال لتحديد مدى فهم الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 حل كل معادلة. علّل إجابتك.

a. $2q + 11 = 3$ -4

b. $\frac{k + 9}{12} = -2$ -33

2 **التسوّق** كان بحوزة سوزان قسيمة بقيمة 10 AED تتيح لها شراء أي سلعة. فقامت بشراء معطف كان معروضًا للبيع مقابل $\frac{1}{2}$ من سعره الأصلي وبعد استخدام القسيمة، دفعت سوزان 125 AED ثمنًا للمعطف قبل الضرائب فما السعر الأصلي للمعطف؟ اكتب معادلة للمسألة. ثم حل المعادلة.

$\frac{1}{2}p - 10 = 125$; $p = 270$، إذًا السعر الأصلي للمعطف كان 270 AED.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

يبيّن **نظام استجابة الطالب** للطلّاب معادلاتٍ مختلفةً متعددة الخطوات. اطلب من الطلاب ذكر أي عمليةٍ ينبغي القيام بها أولاً أو تاليًا. اطلب من الطلاب أن يصوتوا إن كانوا موافقين أم غير موافقين. احفظ النتائج لتتبّع الاستيعاب.



الربط بالحياة اليومية

يمكن للمتسوقين في مدينة شانغهاي في الصين دفع تكلفة مشترياتهم من خلال نظام يربط بصمات أصابع المشترين مع حساباتهم البنكية.

المصدر: *Shanghai Daily*

مثال 2 من الحياة اليومية كتابة معادلة متعددة الخطوات وحلها

التسوق يشتري عبد العزيز زلاجتين للتزحلق على المياه عليهم خصم بقيمة $\frac{2}{3}$ من السعر الأصلي. بعد استخدامه لبطاقة هدايا مقدارها 25 AED، أصبحت التكلفة الإجمالية قبل الضرائب 115 AED. فما السعر الأصلي للزلاجات؟ اكتب معادلة للمسألة. ثم حل المعادلة.

الشرح ثلثان من السعر ناقص 25 يساوي 115

المتغير لنفترض أن p = السعر الأصلي للزلاجة.

المعادلة $\frac{2}{3}$ × p − 25 = 115

معادلة أصلية	$\frac{2}{3}p - 25 = 115$
أضف 25 لكل طرف	$\frac{2}{3}p - 25 + 25 = 115 + 25$
حوّل لأبسط صورة.	$\frac{2}{3}p = 140$
اضرب كل طرف في $\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}\left(\frac{2}{3}p\right) = \frac{3}{2}(140)$
حوّل لأبسط صورة	$p = 210$

السعر الأصلي للزلاجة كان 210 AED.

تمرين موجه

2a. البيع بالتجزئة باع متجرًا للموسيقى ما قيمته $\frac{3}{5}$ من الأقراص المدمجة لموسيقى الهيب هوب، ولكن تم استرجاع 10. ولدى المتجر الآن 62 قرصًا مدمجًا لموسيقى الهيب الهوب. فكم كان عدد هذه الأقراص في البداية؟ 130

2b. القراءة قرأ إبراهيم مقدار $\frac{3}{4}$ من رواية مصورة خلال عطلة نهاية الأسبوع. وقرأ يوم الأحد 22 صفحة أخرى. إذا كان قد قرأ 220 صفحة، فما عدد صفحات الكتاب؟ 264

2 حل مسائل أعداد صحيحة متتالية

الأعداد الصحيحة المتتالية هي أعداد صحيحة في ترتيب العد. مثل 4 و5 و6 أو n، $n + 1$، و $n + 2$. عند العد باثنين، سوف تنتج أعداد صحيحة زوجية متتالية إذا كان العدد الصحيح الأول n زوجيًا. وأعداد صحيحة فردية متتالية إذا كان العدد الصحيح الأول n فرديًا.

ملخص المفهوم أعداد صحيحة متتالية

النوع	الشرح	الرموز	مثال
أعداد صحيحة متتالية	الأعداد الصحيحة المتاحة في ترتيب العد.	$n, n + 1, n + 2, \ldots$	$\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots$
أعداد صحيحة زوجية متتالية	العدد الصحيح الزوجي يتبعه العدد الصحيح الزوجي التالي.	$n, n + 2, n + 4, \ldots$	$\ldots, -2, 0, 2, 4, \ldots$
أعداد صحيحة فردية متتالية	العدد الصحيح الفردي يتبعه العدد الصحيح الفردي التالي.	$n, n + 2, n + 4, \ldots$	$\ldots, -1, 1, -3, 5, \ldots$

نظرية الأعداد هي دراسة الأعداد والعلاقات بينها.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التعليم المتمايز AL

إذا في المثال 1b، لا يستوعب بعض الطلاب السبب في ضرب طرفي المعادلة في 8 قبل طرح 7 من كل طرف،

سابقًا استخدم مثالاً، مثل $\frac{23 - 7}{8}$. واطلب من أحد المتطوعين أن يسرد الخطوات المستخدمة لتبسيط هذا التعبير. اشرح أن المثال 1b يُحلّ باستخدام عكس الخطوات المستخدمة للتبسيط $\frac{23 - 7}{8}$. ثم اطلب من الطلاب مناقشة الخطوات التي سيستخدمونها لحل $\frac{b - 3}{-4} = 6$

0091_0096_IM1_T_C02_L3_718285.indd 92 8/20/2016 8:14:39 PM

مثال 3 حل مسألة أعداد صحيحة متتالية

نظرية الأعداد اكتب معادلة للمسألة التالية. ثم حل المعادلة وجاوب على المسألة.

أوجد ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية مجموعهم *51*−.

لنفترض أن n = أقل عدد صحيح فردي.

إذًا $n + 2$ = العدد الصحيح الفردي الأكبر التالي، و $n + 4$ = أكبر الأعداد الصحيحة الفردية من بين الأعداد الثلاثة.

الشرح	51−	يساوي	مجموع ثلاثة أعداد صحيح فردية متتالية
المعادلة	51−	=	$n + (n + 2) + (n + 4)$

$n + (n + 2) + (n + 4) = -51$ المعادلة الأصلية

$3n + 6 = -51$ حوّل لأبسط صورة

$-6 = -6$ اطرح 6 من كل طرف

$3n = -57$ حوّل لأبسط صورة

$\frac{3n}{3} = \frac{-57}{3}$ اقسم كل طرف على 3

$n = -19$ حوّل لأبسط صورة

$n + 2 = -19 + 2 = -17$ $\quad$ $n + 4 = -19 + 4 = -15$

الأعداد الصحيحة الفردية المتتالية هي 19− و 17− و 15−.

تحقق من أن 19− و 17− و 15− أعداد صحيحة فردية متتالية.

$-51 = (-15) + (-17) + -19$ ✓

تمرين موجه

3. اكتب معادلة للمسألة التالية. ثم حل المعادلة وأجب عن المسألة.

أوجد ثلاثة أعداد صحيحة متتالية مجموعها *21*.

نصيحة دراسية

الانتظام يمكنك استخدام نفس التعبيرات لتمثيل إما الأعداد الصحيحة الزوجية المتتالية أو الأعداد الصحيحة الفردية المتتالية. إن قيمة n (فردي أو زوجي) هي ما يختلف بين التعبيرين.

التحقّق من فهمك

مثال 1 **حل كل معادلة. علّل إجابتك.**

1. $3m + 4 = -11$
2. $12 = -7f - 9$
3. $-3 = 2 + \frac{a}{11}$
4. $\frac{3}{2}a - 8 = 11$
5. $8 = \frac{x - 5}{7}$
6. $\frac{c + 1}{-3} = -21$

مثال 2

7. نظرية الأعداد اثنا عشر ناقص ضعف عدد يساوي 34-. اكتب معادلة لهذه الحالة ثم أوجد العدد.

$12 - 2n = -34$; 23

8. البيسبول خلال دوري الجامعات للبيسبول، حقق محمد عدد مرات إمساك بالكرة أصغر من العدد الذي حققه عمر بمقدار 175 مرة. فقد حقق محمد 755 مرة إمساك للكرة. اكتب معادلة لهذه الحالة. كم عدد مرات الإمساك بالكرة الذي حققه عمر خلال الدورة؟ $2h - 175 = 755$، 465 مرة إمساك بالكرة

مثال 3 **اكتب معادلة وحل كل مسألة.**

9. أوجد ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية مجموعها 75.

10. أوجد ثلاثة أعداد صحيحة متتالية مجموعهم 36−.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التعليم المتمايز AL OL BL

التوسّع نظّم مسابقة للابتكار بين الطلاب. كل أسبوع، أعطِ الطلاب معادلةً واطلب منهم تقديم سياقٍ لها. ارفع من مستوى الصعوبة كل أسبوع وامنح مكافأةً على الابتكار من أجل المسائل التي تعكس بدقةٍ العمليات والمتغيرات الموجودة في المعادلة. (اختياري: امنح جائزةً للفائز كل أسبوع.)

التركيز على محتوى الرياضيات

المعادلات متعددة الخطوات تتضمن المعادلات متعددة الخطوات عمليتين أو أكثر. لحل المعادلة متعددة الخطوات، ارجع إلى الوراء في العمليات بترتيب عكسي للحل.

2 حلّ مسائل الأعداد الصحيحة المتتالية

يعرّف **المثال 3** الطلاب على نظرية الأعداد بتوضيح كيفية حل مسألة الأعداد الصحيحة المتتالية.

مثال إضافي

3 نظرية الأعداد اكتب معادلة للمسألة التالية. ثم حل المعادلة وأجب عن المسألة.

أوجد ثلاثة أعداد صحيحةٍ فرديةٍ متتاليةٍ مجموعها *57*.

$n + (n + 2) + (n + 4) = 57$

أو $3n + 6 = 57$. الأعداد الصحيحة المتتالية هي 17 و 19 و 21.

تدريس الممارسات الرياضية

الانتظام يبحث الطلاب المتقنون للرياضيات عن طرقٍ عامةٍ ومختصرةٍ على حدٍّ سواء. اطلب من الطلاب أن يشرحوا السبب في تشابه معادلات البحث عن أعدادٍ صحيحةٍ فرديةٍ متتاليةٍ مع معادلات البحث عن أعدادٍ صحيحةٍ زوجيةٍ متتالية. ينبغي للطلاب أن يلاحظوا أن الأعداد الفردية والزوجية تحسب بجمع 2 مع العدد الفردي أو الزوجي السابق.

3 تمرين

التقييم التكويني

استخدم التمارين 1-10 للتحقق من الاستيعاب.

استخدم المخطط أسفل الصفحة التالية لتخصيص المهام للطلاب.

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 93 8/20/2016 1:51:04 AM

التمرين وحل المسائل

مثال 1

حل كل معادلة. علّل إجابتك.

11. $3t + 7 = -8$

12. $8 = 16 + 8n$

13. $-34 = 6m - 4$

14. $9x + 27 = -72$

15. $\frac{y}{5} - 6 = 8$

16. $\frac{f}{-7} - 8 = 2$

17. $1 + \frac{r}{9} = 4$

18. $\frac{k}{3} + 4 = -16$

19. $\frac{n-2}{7} = 2$

20. $14 = \frac{6+z}{-2}$

21. $-11 = \frac{a-5}{6}$

22. $\frac{22-w}{3} = -7$

مثال 2

23. المعرفة المالية يوفر متجر الهواتف الخلوية "Cell+" العروض الموضحة في الجدول. اختار رامي عرض الأعمال بتكلفة 100 AED في الشهر. اكتب معادلة لهذا الموقف، وحدد عدد الدقائق التي يمكن أن يستخدمها في الشهر بدون تخطي ميزانيته. **دقيقة** $0.15m + 49.99 = 100;\ m \approx 333;\ 650 + 333 = 983$

التخطيط	الرسوم الشهرية الثابتة	الدقائق غير المحدودة	تكلفة الدقيقة بعد انتهاء الدقائق غير المحدودة
شخصي	29.99 AED	250	0.20 AED
للأعمال	49.99 AED	650	0.15 AED
إداري	59.99 AED	1200	0.10 AED

مثال 3

اكتب معادلة وحل كل مسألة.

24. قيمة أربعة عشر أقل من ثلاثة أرباع العدد تساوي ثمانية سالبة. أوجد العدد.

25. سبعة عشر تساوي ثلاثة عشر ناقص ستة مضروبة في عدد ما. ما العدد؟

26. أوجد ثلاثة أعداد صحيحة زوجية متتالية مجموعها 84−.

27. أوجد ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية مجموعها 141.

28. أوجد أربعة أعداد صحيحة متتالية مجموعها 54.

29. أوجد أربعة أعداد صحيحة متتالية مجموعها 142−.

B **حل كل معادلة. علّل إجابتك.**

30. $-6m - 8 = 24$

31. $45 = 7 - 5n$

32. $\frac{2b}{3} + 6 = 24$

33. $\frac{5x}{9} - 11 = -51$

34. $65 = \frac{3}{4}c - 7$

35. $9 + \frac{2}{3}x = 81$

36. $-\frac{5}{2} = \frac{3}{4}z + \frac{1}{2}$

37. $\frac{5}{6}k + \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$

38. $-\frac{1}{5} - \frac{4}{9}a = \frac{2}{15}$

39. $-\frac{3}{7} = \frac{3}{4} - \frac{b}{2}$

اكتب معادلة وحل كل مسألة.

40. الاستنتاج أعمار ثلاثة إخوة تُمثل أعدادًا صحيحة متتالية مجموعها 96. فكم أعمار الإخوة؟
$n + n + 1 + n + 2 = 96$، الأعمار 31 و 32 و 33

41. البراكين يمكن للحمم المتحركة أن تتراكم وتكون شواطئ على ساحل جزيرة ما. يمكن وضع نموذج لنمو جزيرة تجاه البحر على النحو التالي $8y + 2$ سنتيمتر، حيث إن y تمثل عدد سنوات تدفق الحمم. تمددت الجزيرة 60 سنتيمترًا تجاه البحر. فما مدة تدفق الحمم؟
سنة أو 7 سنوات 3 أشهر

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	المهمة	خيار اليومين	
AL مبتدئ	11–29, 53, 54, 57–78	11–29 فردي, 58–61	12–28 زوجي, 53, 54, 57, 62-78
OL أساسي	11–39 فردي, 40, 41-51 فردي, 52–54, 57-78	11–29, 58–61	30–54, 57, 62–78
BL متقدّم	(اختياري: 47–30, 75–78)		

تدريس الممارسات الرياضية

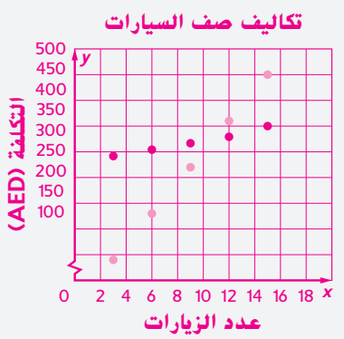
الاستنتاج يفكر الطلاب المتقنون لمادة الرياضيات في الوحدات المتضمنة في المسألة. في التمرين 40، أشر للطلاب بأن الأعمار يجب أن تكون موجبة.

إجابات إضافية

51b.

الزيارات	التكلفة للأعضاء	التكلفة لغير الأعضاء
3	290	90
6	305	180
9	320	270
12	335	360
15	350	450

51c.



كلتا الدالتين خطيتان. إذا كان شخصٌ سيزور المنتزه أقلّ من 11 مرة، فسيكون من الأوفر ألا يكون عضوًا.

54. (1) اجمع 4 إلى كل طرف.
(2) اضرب كل طرف في 5.
(3) اطرح 3 من كل طرف.

55a. لا؛ فلِكَي يكون هنالك حل يجب أن يكون هناك عددٌ يتم من أجله تمثيل $a + 4 = a + 5$

55b. نعم، من أجل $b = 0, \frac{1+b}{1-b} = \frac{1+0}{1-0}$ أو 1.

55c. لا، $c - 5 = 5 - c$ عندما يكون $c = 5$. ولكن، $\frac{c-5}{5-c}$ ليس محددًا من أجل $c = 5$ بما أن الكسر يمثل القسمة على 0.

57. الإجابة النموذجية: لحلّ المعادلة $4k + 20 = 236$، عليك في البداية طرح 20 من كل طرف ومن ثم قسمة كل طرفٍ على 4.

0091_0096_IM1_T_C02_L3_718285.indd 94 8/20/2016 8:28:02 PM

تدريس الممارسات الرياضية

الانتظام يلاحظ الطلاب المتفوقون في الرياضيات إن كانت العمليات الحسابية مكررة ويبحثون عن الطرق العامة. في التمرين 56، انصح بأن يجمع الطلاب مجموعاتٍ من ثلاثة أعدادٍ صحيحةٍ فرديةٍ متتاليةٍ وأن يلاحظوا النتيجة. ومن ثم عليهم كتابة التعابير الخاصة بالأعداد الصحيحة المتتالية الثلاثة وتبرير استنتاجاتهم.

C حل كل معادلة. علّل إجابتك.

42. $-5x - 4.8 = 6.7$

43 $3.7q + 26.2 = 111.67$

44. $0.6a + 9 = 14.4$

45. $\frac{c}{2} - 4.3 = 11.5$

46. $9 = \frac{-6p - (-3)}{-8}$

47. $3.6 - 2.4m = 12$

48. إذا كان $7m - 3 = 53$، فما قيمة $11m + 2$؟ **90**

49. إذا كان $13y + 25 = 64$، فما قيمة $4y - 7$؟ **5**

50. إذا كان $-5c + 6 = 69$، فما قيمة $6c - 15$؟ **75**

51. **مدن الملاهي** توفر إحدى مدن الملاهي عضوية سنوية بقيمة 275 AED تشمل خدمة انتظار مجاني للسيارات ودخول مدينة الملاهي. كما يمكن للأعضاء استخدام الملاهي المائية مقابل 5 AED إضافية في اليوم. ويدفع غير الأعضاء 6 AED مقابل انتظار السيارات و15 AED مقابل الدخول و9 AED للملاهي المائية.

a. اكتب معادلة وحلها لمعرفة عدد الزيارات اللازمة لتكون التكلفة الإجمالية متساوية بين الأعضاء وغير الأعضاء إذا استخدم كلاهما الملاهي المائية في كل زيارة. **$5x + 275 = x(6 + 15 + 9)$؛ 11 زيارة**

b. ارسم جدولاً لتكاليف الأعضاء وغير الأعضاء بعد 3 و6 و9 و12 و15 زيارة لمدينة الملاهي. **انظر الهامش.**

c. ارسم هذه النقاط في تمثيل بياني إحداثي وصف ما تراه. **انظر الهامش.**

52. **التسوق** في مزرعة العائلة، يمكنك جمع الفاكهة والخضراوات بنفسك.

مزرعة العائلة	
الفاكهة	السعر (AED)
التفاح	6.99/كيس
يقطين	5.00 لكل ثمرة
ثمرة توت	2.99/كوارت
قرع	2.99 لكل ثمرة

a. تكلفة كيس البطاطا أقل بقيمة 1.50 AED من ما قيمته ب ' من ثمن التفاح. اكتب معادلة وحلها لمعرفة تكلفة البطاطا. **، بتكلفة 2.00 AED**

b. يساوي سعر كل ثمرة من الكوسة حاصل ضرب 3 في سعر القرع ناقص 7 AED. اكتب معادلة وحلها لمعرفة تكلفة الكوسة. **$z = 3w - 7$، بتكلفة 1.97 AED**

c. اكتب معادلة لتمثيل تكلفة اليقطين مستخدمًا تكلفة التوت. الإجابة النموذجية: **$p = 2b - 0.98$**

53. الإجابة النموذجية: يكلف زوج من البنطال الجينز 60 AED. وهذا السعر أكثر بمقدار 40 AED من ضعف تكلفة القميص. فكم تكلفة القميص؟ يكلف القميص 10 AED.

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

53. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب مسألة يمكن وضع نموذج لها من خلال المعادلة $2x + 40 = 60$. ثم حل المعادلة واشرح الحل في سياق المسألة.

54. **مسألة تحفيزية** حل كل معادلة لـــ x. افترض أن $a \neq 0$.

a. $ax + 7 = 5$ **b.** $\frac{1}{a}x - 4 = 9$ **c.** $2 - ax = -8$

55. **الاستنتاج** حدد ما إذا كان هناك حل لكل معادلة. برر إجابتك.

b. $\frac{1+b}{1-b} = 1$ **c.** $\frac{c-5}{5-c} = 1$ **انظر الهامش**

56. **الانتظام** حدد ما إذا كانت العبارات التالية صحيحة أحيانًا أم دائمًا أم لا تكون صحيحة أبدًا. اشرح استدلالك. **غير صحيح مطلقًا؛ عندما تضاف ثلاثة أعداد صحيحة فردية معًا، يكون المجموع فرديًا دائمًا.**

مجموع ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية يساوي عددًا صحيحًا زوجيًا.

57. **الكتابة في الرياضيات** اكتب فقرة لشرح ترتيب الخطوات اللازمة لحل معادلة متعددة الخطوات. **انظر الهامش.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

95

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 95 8/20/2016 1:51:09 AM

4 تقييم

أخبار الأمس اطلب من الطلاب الكتابة عن الكيفية التي ساعدهم بها درس الأمس في المادة الجديدة اليوم.

التقييم التكويني

تحقق من استيعاب الطلاب للدروس 2-1 حتى 2-3.

إجابات إضافية

64. العدد f ناقص 15 يساوي 6.

65. ثلاثة مضروبة بالعدد h مضافًا إليها 7 تساوي 20.

66. مربع العدد k مضاف إلى 18 ليساوي 54 ومطروحًا منه m.

67. العدد ثلاثة مضروب في العدد p يساوي الفرق بين العدد 8 مضروب في p و r.

68. ثلاثة أخماس t مضافة إلى $\frac{1}{3}$ تساوي t.

69. حاصل ضرب $\frac{1}{2}$ و v يساوي حاصل ضرب $\frac{1}{3}$ و v زائد 4.

تمرين على الاختبار المعياري

58. ما أفضل تقدير لعدد الدقائق المتاحة على بطاقة الاتصال المعلن عنها أدناه؟ *D*



A 10 دقائق
B 20 دقيقة
C 50 دقيقة
D 200 دقيقة

59. الإجابة الموزعة يساوي معامل المقياس لمثلثين متماثلين 3 : 2. يساوي محيط المثلث الأصغر 56 سم. فما محيط المثلث الأكبر بالسنتيمترات؟ **84**

60. يقوم السيد/إسماعيل بتصريف حمام سباحة أسطواني الشكل. ويتسم الحمام بنصف قطر يبلغ 10 أقدام وارتفاع قياسي يبلغ 4.5 أقدام. وإذا تم ضخ مياه الحمام للخارج بمعدل ثابت مقداره 5 جالونات في الدقيقة، فكم من الوقت يلزم لتصريف الحمام؟ ($1\ ft^3 = 7.5$ gal) *J*



61. إحصائيات انظر إلى نتائج لعبة الجولف للاعبين الخمسة في الجدول.

اللاعب	1	2	3	4	5
النقاط	80	91	103	79	78

أي من تلك يمثل نطاق نتائج الجولف؟ *B*

A 10
B 25
C 35
D 40

مراجعة تمهيدية

62. **الأميال المقطوعة بالبنزين** تقطع سيارة متوسطة الحجم ذات محرك 4 أسطوانات مسافة 34 ميلاً بمقدار جالون من البنزين. وهذا يزيد بمقدار 10 أميال عن سيارة فاخرة ذات محرك 8 أسطوانات التي تسافر بمقدار جالون من البنزين. فكم عدد الأميال التي يمكن للسيارة الفاخرة قطعها بخزان ممتلئ بالبنزين؟ (الدرس 2-2) **24 mi**

63. **الغزلان** في إحدى السنوات الأخيرة، ولدت 1286 غزالة أنثى في مقاطعة كلارك. وكان هذا العدد أقل بمقدار 93 غزالة من عدد الغزلان الذكور المولودة وقتها. فكم عدد الغزلان الذكور المولودة ذلك العام؟ (الدرس 2-2) **1379**

حول كل معادلة إلى جملة شفهية. (الدرس 1-2) **64-69. انظر الهامش.**

64. $f - 15 = 6$
65. $3h + 7 = 20$
66. $k^2 + 18 = 54 - m$
67. $3p = 8p - r$
68. $\frac{3}{5}t + \frac{1}{3} = t$
69. $\frac{1}{2}v = \frac{2}{3}v + 4$

70. **الجغرافيا** يغطي المحيط الهادي حوالي 46% من مساحة الكرة الأرضية. وإذا كان P تمثل مساحة سطح الكرة الأرضية، فاكتب معادلة لهذه الحالة. (الدرس 2-1) $P = 0.46E$

أوجد قسمة n في كل معادلة. ثم حدد الخاصية المستخدمة. (الدرس 1-3)

71. $1.5 + n = 1.5$
72. $8n = 1$
73. $4 - n = 0$ **4؛ المعكوس الجمعي**
74. $1 = 2n$

مراجعة المهارات

قيّم كل تعبير مما يلي.

75. $5 + 3(4^2)$
76. $\frac{38 - 12}{2 \times 13}$
77. $[5(1 + 1)]^3$
78. $[8(2) - 4^2] + 7(4)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التعليم المتمايز OL BL

التوسع اكتب $\frac{x}{10} + 3.2 = 4.7$ على اللوح. اسأل الطلاب عمّ سيحدث إذا ضرب كل من طرفي المعادلة في 10. النتيجة هي معادلةٌ مكافئة.

اطلب من متطوع شرح لماذا قد تكون هذه خطوةً مفيدةً في حل هذا النوع من المعادلات.
يحوّل الضرب في 10 جميع الأعداد في المعادلة إلى أعدادٍ صحيحة، وقد يكون من الأسهل التعامل مع الأعداد الصحيحة من التعامل مع الأعداد العشرية أو الكسور.

اطلب من الطلاب حل المعادلة في كلا الاتجاهين والتأكد من أي الطريقتين كانت أسهل. 15

0091_0096_IM1_T_C02_L3_718285.indd 96 8/20/2016 8:28:32 PM

2-4 حل المعادلات المحتوية على متغير في كل طرف

السابق	الحالي	لماذا؟
• قمت بحلّ معادلات متعددة الخطوات.	1 تحل المعادلات المحتوية على متغير في كل طرف. 2 تحل المعادلات التي تحتوي على رموز التجميع.	• تُمثل المعادلة $y = 1.3x + 19$ عدد المرات التي يأكل خلالها الأمريكيون في سياراتهم في كل عام، حيث إن x يساوي عدد السنوات منذ 1985، و y يساوي عدد مرات تناولهم للطعام في سياراتهم. وتُمثل المعادلة $y = -1.3x + 93$ عدد مرات تناول الأمريكيين للطعام في المطاعم في كل سنة، حيث إن x يساوي عدد السنوات منذ 1985، و y يساوي عدد مرات تناول الطعام في المطاعم. وتُمثل المعادلة $1.3x + 19 = -1.3x + 93$ العام الذي يتساوى فيه عدد مرات تناول الأمريكيين للطعام في سياراتهم مع عدد مرات تناولهم للطعام بالمطاعم.



مفردات جديدة

محايدة (identity)

ممارسات رياضية

فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.
استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.

1 متغيرات على كل طرف

لحل معادلة تحتوي على متغيرات على كل طرف، استخدم خاصية الجمع أو الطرح في المعادلة لكتابة معادلة مكافئة بحدود المتغيرات على أحد الجانبين.

مثال 1 حل معادلة تحتوي على متغيرات في كل طرف

حل $6 - 3k = 5k + 2$. تحقق من إجابتك.

$6 - 3k = 5k + 2$	المعادلة الأصلية
$+3k \quad +3k$	اطرح $3k$ من كل طرف
$6 = 8k + 2$	حوّل لأبسط صورة
$-2 \quad -2$	اطرح 2 من كل طرف
$4 = 8k$	حوّل لأبسط صورة
$\frac{4}{8} = \frac{8k}{8}$	اقسم كل طرف على 2
$\frac{1}{2} = k$	حوّل لأبسط صورة

التحقق

$6 - 3k = 5k + 2$	المعادلة الأصلية
$6 - 3\left(\frac{1}{2}\right) \stackrel{?}{=} 5\left(\frac{1}{2}\right) + 2$	تعويض، $k = \frac{1}{2}$
$6 - \frac{3}{2} \stackrel{?}{=} \frac{5}{2} + 2$	ضرب
$4\frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$ ✓	حوّل لأبسط صورة

تمرين موجه

أوجد حل كل من المعادلات التالية. علّل إجابتك.

1A. $3w + 2 = 7w$

1B. $5a + 2 = 6 - 7a$

1C. $\frac{x}{2} + 1 = \frac{1}{4}x - 6$

1D. $1.3c = 3.3c + 2.8$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 2-4 حل المعادلات متعددة الخطوات.

الدرس 2-4 حل المعادلات المحتوية على متغير في كل طرف. حل المعادلات التي تحتوي على رموز التجميع.

بعد الدرس 2-4 حل معادلات تتضمن تغيير التناسب.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** من الدرس.

اسأل:

- ما الذي يمثله x في كل معادلة؟ عدد السنوات منذ عام 1985.
- ما قيمة x في العام 1985؟ 0
- إذا كان $x = 28$، فما سيكون ذلك العام؟ 2013

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 97 8/20/2016 1:51:12 AM

2 رموز التجميع

إذا كانت بالمعادلة رموز تجميع مثل الأقواس أو الأقواس المعقوفة، فاستخدم خاصية التوزيع أولاً لإزالة رموز التجميع.

مثال 2 حل معادلة باستخدام رموز التجميع

حل $6(5m - 3) = \frac{1}{3}(24m + 12)$

$6(5m - 3) = \frac{1}{3}(24m + 12)$	المعادلة الأصلية
$30m - 18 = 8m + 4$	خاصية التوزيع
$30m - 18 - 8m = 8m + 4 - 8m$	اطرح $8m$ من كل طرف
$22m - 18 = 4$	حوّل لأبسط صورة
$22m - 18 + 18 = 4 + 18$	أضف 18 لكل طرف
$22m = 22$	حوّل لأبسط صورة
$\frac{22m}{22} = \frac{22}{22}$	اقسم كل طرف على 22
$m = 1$	حوّل لأبسط

نصيحة دراسية

حل معادلة قد تضطر إلى حذف الحدود بمتغير من أحد الجوانب قبل حذف الثابت.

تمرين موجه

أوجد حل كل من المعادلات التالية. علّل إجابتك.

2A. $8s - 10 = 3(6 - 2s)$

2B. $7(n - 1) = -2(3 + n)$

بعض المعادلات ربما ليس لها حل. ولهذا فلا توجد قيمة للمتغير تنتج عنها معادلة صحيحة. بعض المعادلات صحيحة لجميع قيم المتغيرات. وهذه المعادلات تُسمى **محايدات**.

مثال 3 إيجاد حلول خاصة

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

a. $5x + 5 = 3(5x - 4) - 10x$

$5x + 5 = 3(5x - 4) - 10x$	المعادلة الأصلية
$5x + 5 = 15x - 12 - 10x$	خاصية التوزيع
$5x + 5 = 5x - 12$	حوّل لأبسط صورة
$-5x \quad = -5x$	اطرح $5x$ من كل طرف
$5 \neq -12$	

ما دام أن $5 \neq -12$. فهذه المعادلة ليس لها حل.

قراءة في الرياضيات

لا يوجد حل الرمز الذي يمثل عدم وجود حل هو $\emptyset$.

b. $3(2b - 1) - 7 = 6b - 10$

$3(2b - 1) - 7 = 6b - 10$	المعادلة الأصلية
$6b - 3 - 7 = 6b - 10$	خاصية التوزيع
$6b - 10 = 6b - 10$	حوّل لأبسط صورة
$0 = 0$	اطرح $6b - 10$ من كل طرف

ما دام أن التعبيرات الموجودة على كل طرف من المعادلة متماثلة، فهذه المعادلة محايدة. الأمر صحيح لكل قيم b.

تمرين موجه

3A. $7x + 5(x - 1) = -5 + 12x$ جميع الأرقام

3B. $6(y - 5) = 2(10 + 3y)$ لا يوجد حل

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التعليم المتمايز AL

إذا يعاني بعض الطلاب من صعوبةٍ في حل المعادلات التي تضم متغيرًا على كل طرف،

عندئذ يستفيد أولئك الطلاب من استخدام لوح حل المعادلات لتمثيل المعادلات أو مربعات الجبر. اطلب من الطلاب تمثيل المعادلة، ومن ثم اجعلهم يبدؤوا بطرح السؤال عمّا يجب عليهم فعله للتخلص من مربعات x في أحد طرفي نموذج تمثيل المعادلة. استخدم المعادلات لتركيز انتباههم على عزل المتغير. واطلب منهم كتابة الخطوات التي استخدموها بعد الحل من أجل x.

1 متغيرات على كل طرف

يوضح **المثال 1** كيفية حل معادلةٍ تضم متغيراتٍ على كل طرف.

التقويم التكويني

استخدم تمارين "التمرين الموجه" بعد كل مثال لتحديد مدى فهم الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 قم بحلّ $8 + 5c = 7c - 2$. علّل إجابتك. 5

2 رموز التجميع

يوضح **المثال 2** كيفية استخدام خاصية التوزيع لحل معادلةٍ تضم رموز تجميع. يوضح **المثال 3** كيفية تحديد متى لا يوجد حل لمعادلةٍ تضم المتغير على كلٍ من طرفيها ومتى تكون محايدة. يوضح **المثال 4** كيفية كتابة معادلةٍ لتمثيل موقف.

أمثلة إضافية

2 قم بحلّ $\frac{1}{3}(18 + 12q) = 6(2q - 7)$ علّل إجابتك. 6

3 حلّ كلّ معادلة.

a. $8(5c - 2) = 10(32 + 4c)$ لا يوجد حل

b. $4(t + 20) = \frac{1}{5}(20t + 400)$ جميع الاعداد

التدريس باستخدام التكنولوجيا

تسجيل الفيديو قم بإعداد تسجيل فيديو يوضح كيفية حل معادلاتٍ تضم متغيراتٍ على كل طرفٍ من طرفيها. انشر الفيديو على الموقع الإلكتروني لمشاركة تسجيلات الفيديو ليكون لديك أنت وطلابك مرجع إضافي خارج الصف.

0097_0102_IM1_T_C02_L4_718285.indd 98 8/20/2016 8:50:15 PM

يمكن تلخيص خطوات حل المعادلة كالتالي.

تلخيص المفهوم خطوات حل المعادلات

الخطوة 1 حوّل التعبيرات الموجودة على كل طرف لأبسط صورها. استخدم خاصية التوزيع إذا لزم الأمر.

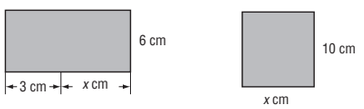
الخطوة 2 استخدم خواص الجمع و/أو الطرح في المعادلة للحصول على المتغيرات في أحد الأطراف والأعداد التي بدون متغيرات في الطرف الآخر. حوّل إلى أبسط صورة.

الخطوة 3 استخدم خواص الضرب أو القسمة في المعادلة لحلها.

ثمة الكثير من الحالات التي فيها ينبغي تحويل التعبيرات لأبسط صورها باستخدام رموز التجميع من أجل حل المعادلة.

مثال على الاختبار المعياري 4 **كتابة معادلة**

أوجد قيمة *x* بحيث يكون للأشكال المساحة ذاتها.



A 3
B 4.5
C 6.5
D 7

قراءة فقرة الاختبار

مساحة المستطيل الأول تساوي $10x$، ومساحة الثاني تساوي $6(3 + x)$. المعادلة $10x = 6(3 + x)$ تمثل هذه الحالة.

حل فقرة الاختبار

A $10x = 6(3 + x)$
$10(3) \stackrel{?}{=} 6(3 + 3)$
$30 \stackrel{?}{=} 6(6)$
$30 \neq 36$ ✗

B $10x = 6(3 + x)$
$10(4.5) \stackrel{?}{=} 6(3 + 4.5)$
$45 \stackrel{?}{=} 6(7.5)$
$45 = 45$ ✓

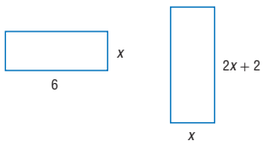
ما دام أنه تنتج عن القيمة 4.5 عبارة صحيحة، فلا تحتاج للتحقق من 6.5 و7.
الإجابة صحيحة *B*.

نصيحة عند حل الاختبار

أدوات عادةً هناك أكثر من طريقة لحل المسألة. في هذا المثال، يمكنك كتابة معادلة جبرية وحل لـ *x*. أو يمكنك تعويض كل خيار للإجابة إلى قواعد لإيجاد الحل الصحيح.

تمرين موجه

4. أوجد قيمة *x* لكي يكون للأشكال المحيط نفسه. *G*



F 1.5
G 2
H 3.2
J 4

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نصائح للمعلمين الجدد

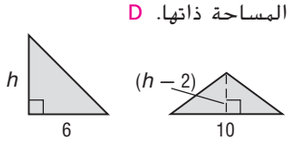
التخلص من المتغير رياضيًا يكتشف الطلاب المتفوقون في الرياضيات الأخطاء المحتملة باستخدام التقدير والمعلومات الرياضية الأخرى بطريقةٍ إستراتيجية. أثبت أن هناك نتيجتين ممكنتين فقط يمكن بموجبها التخلص من المتغير في المعادلة، وهما: إما ألا يكون للمعادلة حل (عبارة خاطئة) أو أن المعادلة هي محايدة (عبارة صحيحة).

التركيز على محتوى الرياضيات

رموز التجميع يمكن استخدام خاصية التوزيع لتحويل التعابير إلى أبسط صورةٍ بواسطة رموز التجميع. عندما تكون التعابير على كل طرفٍ من طرفي المعادلة متطابقة، فإن المعادلة تكون صحيحةً من أجل كل قيم المتغير. عندما يؤدي تحويل التعابير لأبسط صورةٍ إلى عبارةٍ خاطئة، فليست هناك حلول.

مثال إضافي

4 **تمرين على الاختبار المعياري** أوجد قيمة *h* بحيث تكون للأشكال المساحة ذاتها. D



A 1
B 3
C 4
D 5

تدريس الممارسات الرياضية

الأدوات يكتشف الطلاب المتفوقون في الرياضيات الأخطاء المحتملة باستخدام التقدير والمعلومات الرياضية الأخرى بطريقةٍ إستراتيجية. نبّه الطلاب إلى أخذ الحيطة عندما يتحققون من الإجابات المتحملة في فقرات الاختبارات متعددة الاختيارات. في أغلب الأحيان، تكون بعض الإجابات الخاطئة مشابهةً للإجابات الصحيحة. إن التبديل أو ارتكاب خطأٍ حسابي أثناء التحقق من الإجابات المتحملة يمكن أن يؤدي بهم إلى اختيار إجابة خاطئةٍ دون قصد.

99

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 99 8/20/2016 1:51:16 AM

التحقّق من فهمك

الأمثلة 1-3 حل كل معادلة. علّل إجابتك.

1. $13x + 2 = 4x + 38$

2. $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}q = \frac{5}{6}q + \frac{1}{3}$

3. $6(n + 4) = -18$

4. $7 = -11 + 3(b + 5)$

5. $5 + 2(n + 1) = 2n$ **لا يوجد حل**

6. $7 - 3r = r - 4(2 + r)$ **لا يوجد حل**

7. $14v + 6 = 2(5 + 7v) - 4$ **كل الأرقام**

8. $5h - 7 = 5(h - 2) + 3$ **كل الأرقام**

المثال 4

9. الاختبار من متعدد أوجد قيمة x لكي يكون للأشكال نفس المحيط. **A**



A 4 B 5 C 6 D 7

التمرين وحل المسائل

الأمثلة 1-3 حل كل معادلة. علّل إجابتك.

$7c + 12 = -4c + 78$

11. $2m - 13 = -8m + 27$

$9x - 4 = 2x + 3$

13 $6 + 3t = 8t - 14$

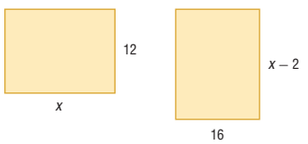
$\frac{b - 4}{6} = \frac{b}{2}$

15. $\frac{5v - 4}{10} = \frac{4}{5}$

$8 = 4(r + 4)$

17. $6(n + 5) = 66$

المثال 4



22. الهندسة أوجد قيمة x بحيث تكون للمستطيلات المساحة ذاتها. **8**

23. نظرية الأعداد ناتج ضرب أربعة في العدد الأصغر لعددين صحيحين متتالين زوجين يقل بمقدار 12 عن مثلي العدد الأكبر. أوجد العددين الصحيحين. **−4, −2**

24. الاستنتاج المنطقي حاصل ضرب العدد اثنين في العدد الأصغر من بين ثلاثة أعداد صحيحة متتالية فردية يزيد عن ثلاثة مضروبة في العدد الأكبر من بين الثلاثة بمقدار 15. ما الأعداد الصحيحة؟ **−27, −25, −23**

B حل كل معادلة. علّل إجابتك.

25. $2x = 2(x - 3)$ **لا يوجد حل**

26. $\frac{2}{5}h - 7 = \frac{12}{5}h - 2h + 3$ **لا يوجد حل**

27. $-5(3 - q) + 4 = 5q - 11$ **كل الأرقام**

28. $2(4r + 6) = \frac{2}{3}(12r + 18)$ **كل الأرقام**

29. $\frac{3}{5}f + 24 = 4 - \frac{1}{5}f$

30. $\frac{1}{12} + \frac{3}{8}y = \frac{5}{12} + \frac{5}{8}y$

31. $\frac{2m}{5} = \frac{1}{3}(2m - 12)$

32. $\frac{1}{8}(3d - 2) = \frac{1}{4}(d + 5)$

33. $6.78j - 5.2 = 4.33j + 2.15$

34. $14.2t - 25.2 = 3.8t + 26.8$

35. $3.2k - 4.3 = 12.6k + 14.5$

36. $5[2p - 4(p + 5)] = 25$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	المهمة	خيار اليومين	
AL مبتدئ	10–24, 42, 44, 45 47–74	11–23, فردي 48–51	10–2, زوجي 42, 44, 45, 47, 52-74
OL أساسي	11–37, فردي 38-42, 44, 45, 47-74	10–24, 48–51	25–42, 44, 45, 52–74
BL متقدّم	25–65, (اختياري: 66–74)		

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-9 للتحقق من الاستيعاب.

استخدم المخطط في أسفل هذه الصفحة لتخصيص مهام لطلابك.

تنبيه التمرين

ورق المربعات من أجل التمرين 41، يحتاج الطلاب إلى ورق مربعاتٍ من أجل التمثيل البياني للأزواج المرتبة.

التمثيلات المتعددة

في التمرين 41، يستخدم الطلاب جدولاً للقيم ورسمًا بيانيًا في المستوى الإحداثي لتوضيح حل معادلتين في الوقت نفسه.

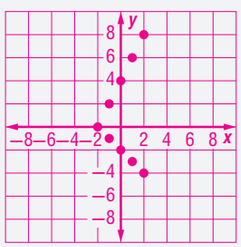
إجابات إضافية

41a. الإجابة النموذجية: $y = 2x + 4$

x	−2	−1	0	1	2
y	0	2	4	6	8

$y = -x - 2$

x	−2	−1	0	1	2
y	0	−1	−2	−3	−4



42. $5x + 2 = ax - 1$
المعادلة الأصلية
$5x + 2 - ax = -1$
اطرح ax من كل طرف.
$5x - ax = -3$
اطرح 2 من كل طرف.
$(5 - a)x = -3$
استخدم خاصية التوزيع
$x = \frac{-3}{5 - a}$
اقسم كل طرف على $a - 5$

45a. خطأ؛ يجب توزيع العدد 2 على كل من g و 6, 5.

45b. صحيح

45c. خطأ. للتخلص من $6z-$ على الجهة اليسرى من رمز التساوي، يجب جمع $6z$ مع كل طرفٍ من طرفي المعادلة، 1.

0097_0102_IM1_T_C02_L4_718285.indd 100 8/20/2016 8:53:01 PM

37. **نظرية الأعداد** حاصل ثلاثة مضروبة في العدد الأقل لعددين صحيحين متتاليين زوجيين يساوي أصغر من ستة مضروبة في العدد الأكبر بمقدار 6. أوجد الأعداد الصحيحة. **−2، 0**

38. **المال** ادخر محمد ضعف عدد الأرباع التي ادخرها يوسف زائد 6. كما أن عدد الأرباع التي وفرها محمد تساوي خمسة أضعاف فارق عدد الأرباع و 3 مما ادخره يوسف. اكتب معادلة وحلها للعثور على عدد الأرباع التي وفرها كل منهما. $5(q-3)=2q+6$، **يوسف ادخر 7 أرباع، ومحمد ادخر 20 ربعًا.**

39 **أقراص DVD** تقوم شركة لنسخ أقراص DVD بإنفاق 1500 AED في اليوم كنفقات عامة زائد 0.80 AED لكل قرص DVD في التوريد والعمالة. فإذا تم بيع القرص الواحد مقابل 1.59 AED، فكم عدد الأقراص التي يجب على الشركة بيعها حتى بدء تحقيق الربح؟ **1899 قرص DVD/في اليوم**

40. **الهواتف الجوالة** يوضح الجدول عدد المشتركين في خدمة الهواتف الجوالة في ولايتين في أحد الأعوام السابقة. فما المدة اللازمة ليتساوى عدد المشتركين؟ 2.3 سنوات أم عامين و 4 أشهر

الولاية	المشتركون في خدمة الهواتف الجوالة (بالآلاف)	المشتركون الجدد كل عام (بالآلاف)
ألاباما	3765	325
ويسكونسن	3842	292

41. **تمثيلات متعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف $2x+4=-x-2$

a. **بيانيًا** ارسم جدولاً من القيم متضمنًا خمس نقاط من أجل $y=2x+4$ و $y=-x-2$. ارسم نقاط الجداول بيانيًا. **انظر الهامش.**

b. **جبريًا** حل $2x+4=-x-2$ **−2**

C. **لفظيًا** وضح كيف أن الحل الناتج بالجزء *b* متعلق بنقطة التقاطع الخاصة بالتمثيل البياني للجزء *a*.

الإجابة النموذجية: الحل في الجزء *b* يساوي الإحداثي *x* لنقطة التقاطع على التمثيل البياني.

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

42. **الاستنتاج** حل $ax-1=5x+2$ من أجل *x*. افترض أن $a\neq 0$. اشرح كل خطوة. **انظر الهامش.**

43. **مسألة تحفيزية** اكتب معادلة بالمتغير على كل طرف من رمز يساوي، ومتضمنة على الأقل معاملاً كسريًا واحدًا. وحلّا لقيمة 6-. ناقش الخطوات التي استخدمتها. **انظر ملحق الإجابات للفصل 2.**

44. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب معادلة تتضمن – على الأقل – رمزي تجميع بحيث لا يوجد حل لها. **الإجابة النموذجية: $2(3x+6)=3(2x+5)$**

45. **نقد** حدد ما إذا كان كل حل صحيحًا. إذا لم يكن الحل صحيحًا، فصف الخطأ واكتب الحل الصحيح. **a–c. انظر الهامش.**

a.
$$\begin{aligned} 2(g+5)&=22\\ 2g+5&=22\\ 2g+5-5&=22\\ 2g&=17\\ g&=8.5 \end{aligned}$$

b.
$$\begin{aligned} 5d&=2d-18\\ 5d-2d&=2d-18-2d\\ 3d&=-18\\ d&=-6 \end{aligned}$$

c.
$$\begin{aligned} -6z+13&=7z\\ -6z+13-6z&=7z-6z\\ 13&=z \end{aligned}$$

46. **مسألة تحفيزية** أوجد قيمة *k* بحيث تكون كل معادلة محايدة.

a. $k(3x-2)=4-6x$ **b.** $15y-10+k=2(ky-1)-y$

47. **الكتابة في الرياضيات** قارن وبين الفرق بين حل المعادلات ذات المتغيرات على كلا جانبي المعادلة لحل معادلات ذات خطوة واحدة أو متعددة الخطوات بها متغير على أحد جوانب المعادلة.

47. الإجابة النموذجية: إذا كانت للمعادلة متغيرات على كلا جانبيها، يجب أولاً جمع أو طرح أحد الحدود من كلا جانبي المعادلة حتى يتبقى المتغير على أحد جانبي المعادلة فقط. ثم حل المعادلة باستخدام نفس الخطوات.

تدريس الممارسات الرياضية

الاستنتاج المنطقي يحلّل الطلاب المتفوقون في الرياضيات الحقائق والقيود والعلاقات والأهداف.
في التمرين 24، أشر إلى أن أحد القيود على الحلول يجب أن يتمثل في وجوب أن تكون تلك الحلول أعدادًا صحيحةً فردية.

النقد يجب على الطلاب المتفوقين في الرياضيات تمييز التفكير الصحيح عن التفكير الخاطئ، وأن يشرحوا أيّ أخطاء. في التمرين 45، شجع الطلاب على تحليل طريقة التفكير في الخطوة الأولى.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

101

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 101 8/20/2016 1:51:20 AM

4 التقويم

تعيين المصطلح الرياضي على بطاقات الفهرسة، اطلب من الطلاب حلّ $3(x + 2) = 5(x - 8)$. بجانب كل خطوة، اطلب من الطلاب كتابة جملةٍ واحدةٍ أو اثنتين يشرحون ويبررون فيهما أساليبهم.

إجابات إضافية

60. 1؛ المحايد الضربي

61. 2؛ المحايد الضربي

62. 6؛ خاصية الانعكاس

63. $\frac{2}{3}$؛ المحايد الجمعي

64. 1؛ المعكوس الضربي

65. 7؛ خاصية الانتقال

تمرين على الاختبار المعياري

48. تحلق طائرة شراعية على ارتفاع 25 مترا فوق سطح الأرض.. تبدأ بالهبوط بمعدل ثابت يبلغ مترين في الثانية. أي معادلة توضح الارتفاع h بعد t ثانية من الهبوط؟ **D**

A $h = 25t + 2t$
B $h = -25t + 2$
C $h = 2t + 25$
D $h = -2t + 25$

49. الهندسة ثمة حائطان مستطيلان، يبلغ طول كل منهما 12 قدمًا وبعرض 23 قدمًا، يلزم طلاؤهما. وتبلغ تكلفة الطلاء 0.08 AED لكل قدم مربع. فكم تبلغ تكلفة طلاء الحائطين؟ **J**

F 22.08 AED
G 23.04 AED
H 34.50 AED
J 44.16 AED

50. إجابة مختصرة تعمل هناء لدى متجر ألعاب. ويقدم المتجر تخفيضات كما هو موضح.

العنصر	السعر	خاص
ألعاب فيديو	20 AED	اشترِ 2 واحصل على 1 مجانًا
أقراص DVD	15 AED	اشترِ 1 واحصل على 1 مجانًا

ويبلغ خصم الموظفين الخاص بها 15%. فإذا كانت الضريبة على المبيعات تبلغ 7.25%، فكم تنفق نظير إجمالي 4 ألعاب فيديو؟ **54.70 AED**

51. حل $\frac{4}{5}x + 7 = \frac{3}{15}x - 3$. **A**

A $-16\frac{2}{3}$
B $-14\frac{4}{9}$
C -10
D $-6\frac{2}{3}$

مراجعة شاملة

أوجد حل كل من المعادلات التالية. علّل إجابتك. (الدرس 3-2)

52. $5n + 6 = -4$

53. $-1 = 7 + 3c$

54. $\frac{1}{2}z + 7 = 16 - \frac{3}{5}z$

55. $\frac{2}{5}x + 6 = \frac{2}{3}x + 10$

56. $\frac{a}{7} - 3 = -2$

57. $9 + \frac{y}{5} = 6$

58. أرقام قياسية عالمية في عام 1998، قام محل دار وينتشيل للحلوى في باسادينا، كاليفورنيا بصنع أكبر كعكة في العالم. وكان وزنها 5000 رطل ومحيط دائرتها 298.3 قدمًا. فما قطر دائرة الكعكة إلى أقرب عشرة؟ **95.0 ft** (الدرس 2-2) *(إرشاد: $C = \pi d$)*

59. حديقة الحيوان في حديقة الحيوان، يتم توضيح رسم الدخول على لافتة. أوجد تكلفة الدخول لشخصين بالغين وطفلين. (الدرس 4-1) **34 AED**



أوجد قيمة n. ثم حدد الخاصية المستخدمة في كل خطوة. (الدرس 3-1)

60. $25n = 25$

61. $n \times 1 = 2$

62. $12 \times n = 12 \times 6$

63. $n + 0 = \frac{2}{3}$

64. $4 \times \frac{1}{4} = n$

65. $(10 - 8)(7) = 2(n)$

60–65. انظر الهامش.

مراجعة المهارات

حول كل عبارة إلى معادلة.

66. ضعف عدد t ناقص ثمانية يساوي سبعين. **$2t - 8 = 70$**

67. خمسة أضعاف مجموع m و k يساوي سبعة أضعاف k. **$5(m + k) = 7k$**

68. نصف p يساوي p ناقص 3.

قيّم كل تعبير مما يلي.

69. $-9 - (-14)$

70. $-10 + (20)$

71. $-15 - 9$

72. $5(14)$

73. $-55 \div (-5)$

74. $-25(-5)$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

التعليم المتمايز BL

التوسع ذكر الطلاب بأنهم قد تعلموا أن المعادلة يمكن أن يكون لها حل واحد، أو أن تكون معدومة الحلول أو أن يكون لها عددٌ لا نهائيّ من الحلول. اطلب من الطلاب كتابة معادلةٍ يوجد فيها بالضبط حلّان للمتغير. على سبيل المثال، في $|x| = 25$، $x = 25$ أو -25 أو في $x^2 = 25$، $x = 5$ أو -5.

0097_0102_IM1_T_C02_L4_718285.indd 102 8/20/2016 8:56:00 PM

2-5 حل المعادلات التي تحتوي على قيمة مطلقة

السابق:
- قمت بحلّ معادلات بها متغير في كل طرف.

الحالي:
1. تقدّر تعابير القيمة المطلقة.
2. تحلّ معادلات القيمة المطلقة.

لماذا؟
- في عام 2007، تم إجراء استبيان عبر الهاتف لتحديد عادات القراءة لدى مواطنين بالولايات المتحدة. وسُمح للأشخاص في هذا الاستبيان بتحديد أكثر من نوع من الكتب.وتضمن الاستبيان هامش خطأ مقداره ±3%. وهذا يعني أن النتائج قد تكون أعلى أو أقل بثلاث نقاط. لذا، فإن نسبة الأشخاص القارئين للكتب الدينية قد تكون 69% أو 63%.



المصدر: CNN

ممارسات رياضية
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين. إيجاد البنية والاستفادة منها.

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 2-5 حل المعادلات المحتوية على متغير في كل طرف.

الدرس 2-5 قيّم تعابير القيمة المطلقة. حلّ معادلات القيمة المطلقة.

بعد الدرس 2-5 حلّ متراجحات تتضمن قيمةً مطلقة.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** من الدرس.

اسأل:
- أي نوع من الكتب في هذا الاستبيان هو الأقل شعبية؟ الرومانسية
- عند هامش خطأٍ من 3 نقاط، ما النسبة المئوية العليا التي يمكن أن يبلغها عدد الأشخاص الذين اختاروا كتب الأدب؟وما النسبة المئوية الدنيا لها؟ 47% ،53%
- كيف ستمثّل هامش الخطأ في النسبة المئوية للأشخاص الذين اختاروا الكتب الدينية من خلال معادلةٍ للقيمة المطلقة؟ $|x - 66| = 3$

1 تعابير القيمة المطلقة

التعابير ذات القيمة المطلقة تُحدد نطاقًا علويًا ونطاقًا سفليًا لابد أن تقع القيمة خلاله. ويمكن تقدير التعابير التي تشمل قيمة مطلقة باستخدام القيمة المعطاة للمتغير.

مثال 1 تعابير تتضمن قيمة مطلقة

أوجد قيمة $14 - |m + 6|$ إذا كان $m = 4$

عوّض m بـ 4 $|m + 6| - 14 = |4 + 6| - 14$

$4 + 6 = 10$ $= |10| - 14$

$|10| = 10$ $= 10 - 14$

حوّل لأبسط صورة $= -4$

تمرين موجه

1. أوجد قيمة $|23 - |3 - 4x||$ إذا كان $x = 2$. 18

2 معادلات القيمة المطلقة

يُعد هامش الخطأ بالمثال أعلى الصفحة مثالاً على القيمة المطلقة. والمسافة بين 66 و 69 على خط الأعداد هي نفسها بين 63 و 66.



ثمة ثلاثة أنواع من الجمل المفتوحة التي تتضمن قيمًا مطلقة، $|x| = n$ و $|x| < n$ و $|x| > n$. في هذا الدرس سوف نتناول النوع الأول فقط. انظر إلى المعادلة $|x| = 4$. وهذا يعني أن المسافة بين 0 و x تساوي 4.



إذا كان $|x| = 4$، إذًا $x = -4$ أو $x = 4$. وعليه، فإن مجموعة الحل هي $\{-4, 4\}$.

لكل معادلة ذات قيمة مطلقة، يجب وضع حالتين بالاعتبار. لحل معادلة ذات قيمة مطلقة، قم أولاً بعزل القيمة المطلقة على أحد طرفي رمز تساوي إذا لم تكن منفصلة بالفعل.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 103 8/20/2016 1:51:24 AM

1 تعابير القيمة المطلقة

يوضح **المثال 1** كيفية تقييم تعبير القيمة المطلقة باستخدام قيمةٍ معطاةٍ للمتغير.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في قسم "التمرين الموجه" بعد كل مثال لتحديد مدى فهم الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 قيّم $|a - 7| + 15$ إذا كان $a = 5$.
17

2 معادلات القيمة المطلقة

يوضح **المثال 2** كيفية حل معادلة قيمةٍ مطلقة، وكيفية التمثيل البياني للحل، وكيفية تمييز متى تكون جملة الحلول مجموعةً خالية. يوضح **المثال 3** كيفية حل معادلة قيمةٍ مطلقةٍ تشتمل على موقفٍ من الحياة اليومية. يوضح **المثال 4** كيفية كتابة معادلةٍ تضم قيمةً مطلقةً لتمثيل بيانيٍ معطى.

مثال إضافي

2 حل كل معادلة. ثم ارسم تمثيلاً بيانيًا لمجموعة الحل.

a. $|2x - 1| = 7$ $\{-3, 4\}$



التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوح الأبيض التفاعلي على اللوح، قم بحل العديد من الأمثلة لحلّ معادلات القيمة المطلقة. احفظ حلك في ملف وأرسله إلى طلابك ليتسنى لهم استخدامه بمثابة مرجعٍ إضافي.

قراءة في الرياضيات

قيم مطلقة التعبير $|f + 5|$ تمت قراءته من خلال القيمة المطلقة للكمية f زائد 5.

مفهوم أساسي معادلات القيمة المطلقة

الشرح عند حل المعادلات التي تتضمن قيمًا مطلقة، فثمة حالتان يجب وضعهما بالاعتبار.

الحالة 1 أن التعبير الموجود داخل رمز القيمة المطلقة موجب أو صفر.

الحالة 2 أن التعبير الموجود داخل رمز القيمة المطلقة سالب.

الرموز بالنسبة لأي أرقام حقيقية a و b، إذا كان $|a| = b$ و $b \geq 0$، إذًا $a = b$ أو $a = -b$.

مثال $|d| = 10$. إذًا $d = 10$ أو $d = -10$.

مثال 2 حل معادلات القيمة المطلقة

أوجد حل كل من المعادلات التالية. ثم مثّل مجموعة الحل بيانيًا.

a. $|f + 5| = 17$

$|f + 5| = 17$ المعادلة الأصلية

الحالة 1

$f + 5 = 17$

$f + 5 - 5 = 17 - 5$ اطرح 5 من كل طرف.

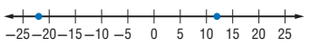
$f = 12$ حوّل لأبسط صورة

الحالة 2

$f + 5 = -17$

$f + 5 - 5 = -17 - 5$ اطرح 5 من كل طرف.

$f = -22$ حوّل لأبسط صورة



b. $|b - 1| = -3$

$|b - 1| = -3$ تعني أن المسافة بين b و1 تساوي 3-. نظرًا لأن المسافة لا يمكن أن تكون سالبة، فالحل هو المجموعة الخالية $\varnothing$.



تمرين موجه

2A. $|y + 2| = 4$

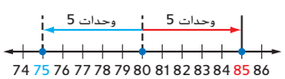
2B. $|3n - 4| = -1$

تحدث معادلات القيمة المطلقة في مواقف الحياة الواقعية التي تصف نطاقًا ما لا بد من أن يتضمن قيمة خلاله.

مثال 3 من الحياة اليومية حل معادلات القيمة المطلقة

الثعابين يجب أن تكون درجة حرارة السياج الذي يعيش داخله ثعبان أليف حوالي 80 درجة فهرنهايت، ويمكن أن تزيد أو تنقص 5 درجات. أوجد درجة الحرارة القصوى والدنيا.

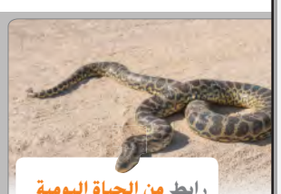
يمكنك استخدام خط أعداد للحل.



المسافة بين 80 و 75 تساوي 5 وحدات.

المسافة بين 80 و 85 تساوي 5 وحدات.

مجموعة الحل تساوي {75, 85}. درجة الحرارة القصوى والدنيا هما 85 درجة و 75 درجة.



رابط من الحياة اليومية

في عام 2001، بلغ عدد الأسر في الولايات المتحدة التي تقتني سلحفاة أو ثعبانًا أو سحلية أو زواحف أخرى باعتبارها حيوانات أليفة بالمنزل 1678000.

المصدر: الجمعية الأمريكية للطب البيطري

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

التعليم المتمايز OL AL

إذا يعاني بعض الطلاب من صعوبةٍ في إعادة كتابة معادلات القيمة المطلقة،

عندئذ فاطلب منهم أن يطبقوا الموقفين (الموجب والسالب) على رمزي القيمة المطلقة. على سبيل المثال، يمكن كتابة $|x| = 4$ على الشكل $x = 4$ أو على الشكل $x = -4$، والذي يؤدي إلى $x = -4$

0103_0109_IM1_T_C02_L5_718285.indd 104 8/20/2016 9:01:08 PM

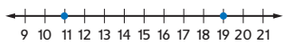
تمرين موجه

3. **مثلجات** يجب تخزين المثلجات في درجة حرارة تبلغ 5 درجات فهرنهايت مع احتمالية حدوث تغير بمقدار 5 درجات. اكتب معادلة وحلها لمعرفة درجة الحرارة القصوى والدنيا التي يجب تخزين المثلجات عندها. $|t - 5| = 5$، **هما 10 درجات فهرنهايت و0 درجة فهرنهايت**

عند تحديد نقطتين على التمثيل البياني، يمكنك كتابة معادلة ذات قيمة مطلقة للتمثيل البياني.

مثال 4 كتابة معادلات القيمة المطلقة

اكتب معادلةً تتضمن قيمةً مطلقةً للتمثيل البياني.



أوجد النقطة التي تساوي نفس المسافة من 11 ومن 19. تلك هي نقطة المنتصف بين 11 و19. وهي 15.



المسافة من 15 إلى 11 تساوي 4 وحدات
المسافة من 15 إلى 19 تساوي 4 وحدات.

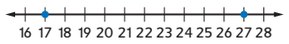
فتكون المعادلة $|x - 15| = 4$.

نصيحة دراسية

أوجد نقطة المنتصف لمعرفة نقطة المنتصف بين نقطتين، اجمع القيم واقسمها على 2. على سبيل المثال 4.
$19 + 11 = 30$ و
$30 \div 2 = 15$. إذًا فالعدد 15 هو نقطة المنتصف بين 11 و19.

تمرين موجه

4. اكتب معادلةً تتضمن قيمةً مطلقةً للتمثيل البياني. $|c - 22| = 5$



التحقّق من فهمك

مثال 1 **أوجد قيمة كل تعبير إذا كان $f = 3$, $g = -4$ و $h = 5$.**

1. $|3 - h| + 13$
2. $16 - |g + 9|$
3. $|f + g| - h$

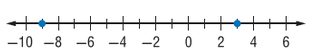
مثال 2 **حلّ كلّ معادلة. ثم مثّل بيانيًا لمجموعة الحل. 9-4. انظر إلى الهامش للاطلاع على التمثيلات البيانية.**

4. $|n + 7| = 5$
5. $|3z - 3| = 9$
6. $|4n - 1| = -6$
7. $|b + 4| = 2$
8. $|2t - 4| = 8$
9. $|5h + 2| = -8$

مثال 3 10. **المعرفة المالية** بالنسبة لشركة تريد الاستثمار في منتج ما، فلا بد لها توقع الحصول على 12% في العائد على الاستثمار زائد أو ناقص 3%. اكتب معادلة لمعرفة أقل وأكبر عائد على الاستثمار المتوقع الحصول عليه.

مثال 4 **اكتب معادلةً تتضمن قيمةً مطلقةً لكل تمثيل بياني.**

11.


12.


حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التركيز على محتوى الرياضيات

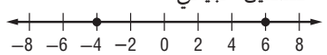
معادلات القيمة المطلقة حلّ معادلات القيمة المطلقة عبر التمثيل البياني لها على خط الأعداد من خلال كتابة جملةٍ مربعة ومن ثم حلها جبريًا. ضع في الحسبان حالتين اثنتين: كون التعبير الموجود ضمن الرمز موجبًا وكون التعبير الموجود داخل الرمز سالبًا.

أمثلة إضافية

3 **الطقس** تبلغ درجة الحرارة المتوسطة في شهر يناير في إحدى مدن شمال كندا 1 درجة فهرنهايت. ويمكن أن تكون درجة الحرارة الفعلية في شهر يناير أعلى أو أدنى من ذلك بمقدار 5 درجات فهرنهايت. اكتب معادلةً وحلّها لإيجاد درجتي الحرارة القصوى والدنيا.

4. اكتب، درجتا الحرارة القصوى والدنيا هما 4− درجات و 6 درجات.

4 اكتب معادلةً تتضمن قيمةً مطلقةً للتمثيل البياني.



$|y - 1| = 5$

3 تمرين

التقييم التكويني

استخدم التمارين 12-1 للتحقق من الاستيعاب.

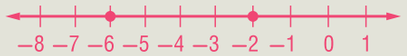
استخدم المخطط أسفل الصفحة التالية لتخصيص المهام للطلاب.

إجابات إضافية (تمرين موجه)

4.


5.


6.


7.


8.


9.


0103_0109_IM1_T_C02_L5_718285.indd 105 8/20/2016 9:04:20 PM

التمرين وحل المسائل

مثال 1 أوجد قيمة كل تعبير إذا كان $a = -2$ و $b = -3$ و $c = 2$ و $x = 2.1$ و $y = 3$ و $z = -4.2$

13. $|2x + z| + 2y$

14. $4a - |3b + 2c|$

15. $-|5a + c| + |3y + 2z|$

16. $-a + |2x - a|$

17. $|y - 2z| - 3$

18. $3|3b - 8c| - 3$

19. $|2x - z| + 6b$

20. $-3|z| + 2(a + y)$

21. $-4|c - 3| + 2|z - a|$

مثال 2 **حلّ كلّ معادلة. ثم مثّل بيانيًا لمجموعة الحل. 22–30. انظر إلى الهامش للاطلاع على التمثيلات البيانية.**

22. $|n - 3| = 5$

23. $|f + 10| = 1$

24. $|v - 2| = -5$

25. $|4t - 8| = 20$

26. $|8w + 5| = 21$

27. $|6y - 7| = -1$

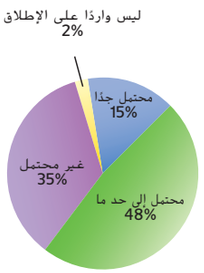
28. $\left|\frac{1}{2}x + 5\right| = -3$

29. $|-2y + 6| = 6$

30. $\left|\frac{3}{4}a - 3\right| = 9$

مثال 3

31. استبيان يوضح التمثيل البياني الدائري على اليسار نتائج استبيان تضمن السؤال: "ما مدى احتمالية أن تصبح غنيًا يومًا ما؟" إذا كان هامش الخطأ يساوي ±4%، فما نطاق النسبة المئوية لمجموعة من المراهقين قالوا إنه من المحتمل جدًا أن يصبحوا أغنياء؟ 11% إلى 19%

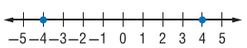


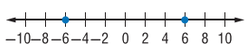
32. المسرح في ورشة عمل، يُحضر الطلاب لأداء عرض مسرحي لا بد أن يستمر 4 دقائق ويمكن أن يتغير الوقت بزيادة أو نقصان 5 ثوانٍ.

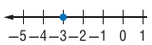
a. أوجد أقل وأكبر وقت ممكن للعرض المسرحي بالدقائق والثواني. **4 min 5 s, 3 min 55 s**

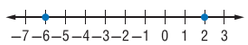
b. أوجد أقل وأكبر وقت ممكن بالثواني. **235 s, 245 s**

مثال 4 **اكتب معادلةً تتضمن قيمةً مطلقةً لكل تمثيل بياني. 33–36. تم تقديم الإجابات النموذجية.**

33.


34.


35.


36.


B **حلّ كلّ معادلة. ثم مثّل بيانيًا لمجموعة الحل. 37–42. انظر إلى الهامش للاطلاع على التمثيلات البيانية.**

37. $\left|-\frac{1}{2}b - 2\right| = 10$

38. $|-4d + 6| = 12$

39. $|5f - 3| = 12$

40. $2|h| - 3 = 8$

41. $4 - 3|q| = 10$

42. $\frac{4}{|p|} + 12 = 14$

ليس لها حل

43. الاستنتاج المنطقي إن سباق 100 × 4 بالتبادل هو سباق يتناوب فيه 4 عدائين بالجري 400 متر، أو جولة واحدة حول مضمار السباق.

a. إذا قطع العداء الأول 52 ثانية زائد أو ناقص ثانيتين في الجزء الأول، فاكتب معادلة لمعرفة وقت أعلى وأبطأ سرعة. $|x - 52| = 2$; {50, 54}

b. إذا قطع عداء الجزأين الثاني والثالث المسافة في 53 ثانية زائد أو ناقص 1 ثانية، فاكتب معادلة لمعرفة وقت أعلى وأبطأ سرعة. $|x - 53| = 1$; {52, 54}

c. لنفترض أن عداء الجزء الرابع هو الأسرع بالفريق. إذا قطع المسافة بمتوسط 50.5 ثانية زائد أو ناقص 1.5 ثانية، فما وقت أعلى وأبطأ سرعة للفريق؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	المهمة	خيار اليومين	
AL مبتدئ	13–36, 56–61, 63–75	13–35 فردي, 65–68	14–36 زوجي, 56–61, 63–64, 69–75
OL أساسي	13–41 فردي, 43–45, 47–51 فردي, 52–61, 63–75	13–36, 65–68	37–61, 63–64, 69–75
BL متقدّم	37–71، (اختياري: 72–75)		

تدريس الممارسات الرياضية

الاستنتاج المنطقي يبدأ الطلاب المتفوقون في الرياضيات بشرح معنى المسألة لأنفسهم ويبحثون عن نقاط البدء لحلها. في التمرين 43، أشر إلى أنه يوجد تباينٌ محتملٌ ضمن كل جزءٍ من أجزاء السباق.

إجابات إضافية

22.


23.


24.


25.


26.


27.


28.


29.


30.


37.


38.


39.


40.


41.


42.


44b. 18 بوصة إلى 22 بوصة

44c. لا؛ الفرق في أطوال عارضات الأزياء أعلى من الفرق في طول التنانير.

0103_0109_IM1_T_C02_L5_718285.indd 106 8/20/2016 9:07:31 PM

تدريس الممارسات الرياضية

الدقة يتوخى الطلاب المتفوقون في الرياضيات الدقة في تحديد وحدات القياس. في التمرين 45، شجع الطلاب على ذكر إجاباتهم بوضوحٍ والتفكير في المقصود من معدل الميل في الساعة.

44. الموضة من أجل التناسب مع طول عارضة الأزياء، يريد أحد المصممين توظيف عارضات أزياء سوف يجعلنه يغير طول أطراف التنانير بمقدار 2 بوصة لأعلى أو لأسفل. وتبلغ طول التنانير 20 بوصة. **a–c. انظر الهامش.**

a. اكتب معادلة ذات قيمة مطلقة تمثل طول التنانير.

b. ما نطاق طول التنانير؟

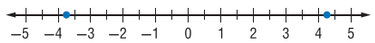
c. إذا كانت تنورة بطول 20 بوصة مناسبة لعارضة أزياء طولها 5 أقدام و 9 بوصات، فهل سيستعين المصمم بعارضة أزياء طولها 6 أقدام؟

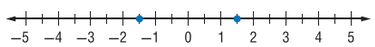
45. الدقة يمكن تأثر دقة عداد السرعة بالعديد من التفاصيل مثل قطر الإطار ونسبة محور العجلة. على سبيل المثال، هناك تغيير بمقدار $3\pm$ أميال في الساعة عند المعايرة على 50 ميلاً في الساعة.

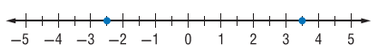
a. ما هو نطاق السرعة الفعلية للسيارة إذا تمت معايرتها على 50 ميلاً في الساعة؟ **47 mph إلى 53 mph**

b. ثمة عداد سرعة معاير على 45 ميلاً في الساعة وبه اختلاف مقبول مقداره $1\pm$ ميل في الساعة. ماذا نستخلص من ذلك؟ **45b. الإجابة النموذجية: تمت معايرة عداد السرعة بدقة أكثر عن عداد سرعة الجزء "a".**

اكتب معادلةً تتضمن قيمةً مطلقةً لكل تمثيل بياني. 46–51. تم تقديم الإجابات النموذجية.

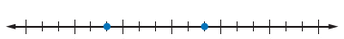
46.


47.


48.


49.


50.


51.


52. الموسيقى يمكن التسجيل على قرص مدمج مدة ساعة ونصف من الموسيقى زائد أو ناقص 3 دقائق للوقت بين المقطوعات.

a. اكتب معادلة قيمة مطلقة تمثل وقت التسجيل. $|t - 90| = 3$

b. ما نطاق الوقت بالدقائق الذي يستطيع تشغيله القرص المدمج؟ **من 87 إلى 93 دقيقة**

c. أوضح بتمثيل بياني الوقت الممكن على خط الأعداد. **انظر ملحق الإجابات للفصل 2.**

53a. لنفترض أن h = عدد الأشخاص الذين يمكنهم سماع الأصوات بوضوح، $|h - 20000| = 1000$.

53 **عالم السمعيات** يعتبر مدرج "ريد روكس" الموجود بحديقة "ريد روك" بالقرب من دينفر في كولورادو مدرج الصوت الطبيعي الوحيد. وتقاس الجودة السمعية هنا بأنه يمكن لعدد 20000 شخص بحد أقصى، زائد أو ناقص 1000 شخص، سماع أصوات طبيعية بوضوح.

a. اكتب معادلة تتضمن قيمة مطلقة تمثل عدد الأشخاص الذين يمكنهم سماع الأصوات الطبيعية في مدرج "ريد روكس".

b. أوجد العدد الأقصى والأدنى للأشخاص الذين يمكنهم سماع الأصوات الطبيعية بوضوح في المدرج. **21000، 19000**

c. ما نطاق الأشخاص في الجزء *b*؟ **2000**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

107

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 107 8/20/2016 1:51:33 AM

تدريس الممارسات الرياضية

البنية يدقق الطلاب المتفوقون رياضيًا لتمييز البنية. في التمرينات 57-60، وجه انتباه الطلاب إلى تعابير القيمة المطلقة. وجههم إلى التفكير في أن القيمة المطلقة ليست سالبة، وأن x يمكن أن تكون سالبةً أو موجبةً أو صفرًا.

انتبه!

تحليل الخطأ في التمرين 63، اقترح أن يفكر الطلاب عن سبب ظنّ وائل أن مجموعة الحل هي مجموعةٌ خالية. ينبغي أن يرى الطلاب أن القيمة المطلقة مساويةٌ لعددٍ سالب. بما أن القيمة المطلقة تمثل المسافة من الصفر على خط الأعداد وأن المسافة لا يمكن أن تكون عددًا سالبًا، فليس هناك حل.

إجابات إضافية

55b. الإجابة النموذجية:

عدد الأسئلة الصحيحة	النقاط
0	0
1	10
2	20
3	30
4	40
5	50

63. راشد؛ لا يمكن أن تكون القيمة المطلقة لأي عددٍ سالبة.

64. الإجابة النموذجية: ثمة حلان عندما تكون القيمة المطلقة مساويةً لعددٍ موجب. وثمة حلٌ وحيدٌ إذا كانت المعادلة تشير إلى أن القيمة المطلقة تساوي الصفر. وليس ثمة أي حلول عندما تكون القيمة المطلقة مساويةً لعددٍ سالب. إن القيم المطلقة هي مسافاتٌ لا يمكن أن تكون أعدادًا سالبة. لها حلان اثنان:
$|x| = 10$. لأن $|10| = 10$ و $|-10| = 10$. لها حلٌ وحيد $|x| = 0$، لأن $|0| = 0$. ليس لها حل: $|x| = -10$. لأن المسافة التي يبعد فيها عددٌ x عن الصفر لا يمكن أن تكون سالبة.

54. نادي الكتب وافق أعضاء نادي الكتب على قراءة عشر صفحات بعد أو قبل آخر صفحة من الوحدة. وتنتهي الوحدة عند الصفحة 203.

a. اكتب معادلة ذات قيمة مطلقة تمثل الصفحات التي يجب على أعضاء النادي التوقف عندها. $|p - 203| = 10$

b. اكتب نطاق الصفحات التي يمكن لأعضاء النادي التوقف عن القراءة عندها. **من 193 إلى 213**

55b. لنفترض أن m هي نقاط قسم الرياضيات. $|m - 160| = 50$; 210, 110

55 **المدرسة** تتنافس فرق مدرسة واشنطن ومدرسة ماكينلي الثانوية في منافسة أكاديمية. في حالة الإجابة الصحيحة يحصل الفريق على 10 نقاط، وفي حالة الإجابة الخاطئة يخسر 10 نقاط. ولا يحصل الفريق على أي نقطة أو يخسرها في حالة السؤال الذي لم يُجيبوا عليه. ثمة 5 أسئلة في قسم الرياضيات.

a. ما الحد الأقصى والأدنى من النقاط التي يمكن للفريق أن يكسبها في قسم الرياضيات؟ **50, 50−**

b. لنفترض أن فريق ماكينلي قد كسب 160 نقطة قبل البدء بقسم الرياضيات. اكتب معادلة وحلها تمثل الحد الأقصى والأدنى من النقاط التي يمكن للفريق الحصول عليها بنهاية قسم الرياضيات.

c. ما جميع احتمالات النقاط الممكنة التي يمكن لأحد الفرق الحصول عليها بقسم الرياضيات؟
50, 40, 30, 20, 10, 0, -10, -20, -30, -40, -50

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

C **56. مسألة غير محددة الإجابة** صف موقفًا واقعيًا يمكن تمثيله بمعادلة القيمة المطلقة $|x - 4| = 10$.
الإجابة النموذجية: لنفترض أن x = درجة الحرارة بالليل. ثم أصبحت درجة الحرارة 4 ± 10 درجات.

البنية حدد ما إذا كانت العبارات التالية تُعد صحيحة أحيانًا أم صحيحة دائمًا أم غير صحيحة أبدًا. إذا كان c عددًا صحيحًا، اشرح استنتاجك.

57. قيمة $|x + 1|$ أكبر من صفر. **أحيانًا؛ عندما $x = -1$، تكون القيمة 0.**

58. حل $|x + c| = 0$ أكبر من 0. **58. أحيانًا؛ عندما تكون قيمة سالبة، تكون قيمة موجبة.**

59. المتباينة $|x| + c < 0$ ليس لها حل. **59. أحيانًا؛ عندما تكون قيمة سالبة، تصبح المتباينة صحيحة.**

60. قيمة $|x + c| + c$ أكبر من الصفر **60. أحيانًا؛ عندما $x = -2, > -1$.**

61. الاستنتاج وضح لماذا لا يمكن لقيمة مطلقة أن تكون سالبة أبدًا.
القيمة المطلقة تمثل المسافة من صفر على خطط الأعداد. لا يمكن أبدًا أن تكون المسافة رقمًا سالبًا.

62. مسألة تحفيزية استخدم العبارة $x = 7 \pm 4.6$

a. صف قيم x التي تجعل الجملة صحيحة. **2.4، 11.6**

b. حول الجملة إلى معادلة تتضمن قيمة مطلقة. **$|x - 7| = 4.6$**

63. تحليل الخطأ يقوم كلا من عمر وأسامة بحل $|x + 5| = -3$. فهل أحدهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.
انظر الهامش.

أسامة

$|x + 5| = -3$

الحل هو $\varnothing$

عمر

$|x + 5| = -3$ أو $|x + 5| = 3$

$x + 5 = -3$ $\quad$ $x + 5 = 3$

$-5 \quad -5$ $\quad$ $-5 \quad -5$

$x = -8$ $\quad$ $x = -2$

64. الكتابة في الرياضيات وضح لماذا هناك حلّان أو حل واحد أو لا يوجد أي حل لمعادلات القيمة المطلقة. أثبت بمثال على كل احتمالية. **انظر الهامش.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

108 | **الدرس 5-2** | حل المعادلات التي تحتوي على قيمة مطلقة

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 108 8/20/2016 1:51:37 AM

تمرين على الاختبار المعياري

65. أي معادلة تمثل الخطوة الثانية من عملية الحل؟ *D*

الخطوة 1: $4(2x + 7) - 6 = 3x$

الخطوة 2: _____

الخطوة 3: $5x + 28 - 6 = 0$

الخطوة 4: $5x = -22$

الخطوة 5: $x = -4.4$

A $4(2x - 6) + 7 = 3x$
B $4(2x + 1) = 3x$
C $8x + 7 - 6 = 3x$
D $8x + 28 - 6 = 3x$

66. الهندسة مساحة دائرة تساوي 25π سنتيمتر مربع. فما محيط الدائرة؟ *J*



F 625π cm
G 50π cm
H 25π cm
J 10π cm

67. تكسب داليا 5 AED في الساعة و15% عمولة من القيمة الإجمالية للدرهم على مساحيق التجميل التي تبيعها. لنفترض أن عمولة داليا زادت إلى 17%. فكم من النقود ستكسب إذا باعت منتجات بقيمة 300 AED وعملت لمدة 30 ساعة؟ *A*

A AED 201
B AED 226
C AED 255
D AED 283

68. إجابة موسعة وافقت والدة أيمن أن تجعله يقود السيارة كل يوم ولمدة أسبوعين. في اليوم الأول، قاد أيمن لمدة 20 دقيقة. وفي كل يوم بعد ذلك، قاد أيمن 5 دقائق أكثر من اليوم الذي يسبقه. **انظر الهامش.**

a. اكتب تعبيرًا للدقائق التي قادها أيمن في اليوم n. اشرح.

b. كم دقيقة قادها أيمن في اليوم الأخير؟ اكتب الحل هنا.

c. يطلب معلم القيادة الخاص بأيمن أن يقود كل طالب السيارة لمدة 30 ساعة تحت إشراف شخص بالغ خارج الصف. هل ستوفي دروس أيمن مع والدته هذا الطلب؟

مراجعة شاملة

اكتب معادلة وحلها لكل جملة. (الدرس 4-2)

69. نصف عدد زائد 16 يساوي أربعة ناقص ثلثي العدد.

70. مجموع نصف العدد زائد 6 يساوي ثلث العدد.

71. الحذاء إذا كان ℓ يمثل طول قدم رجل بمقياس البوصة، فإن التعبير $2\ell - 12$ يمكن استخدامه لتقدير مقاس حذائه. ما الطول التقريبي لقدم رجل إذا كان يرتدي مقاس 8؟ (الدرس 3-2) **10 في.**

مراجعة المهارات

اكتب معادلة لكل مسألة. ثم حل المعادلة.

72. حاصل ضرب سبعة في عدد يساوي 84-. ما العدد؟

73. خمسا عدد يساويان 24-. أوجد العدد.

74. سالب 117 يساوي تسعة مضروبة في عدد. أوجد العدد.

75. العدد اثنا عشر يساوي خمس عدد ما. ما العدد؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التعليم المتمايز BL

التوسع اطلب من الطلاب أن يحلّوا معادلة القيمة المطلقة $|4b - 3| = 2b + 9$. وذكرهم بأن يتحققوا من الحلول. وعند الضرورة، أعطهم التلميح التالي: استخدم معكوس الكمية $2b + 9$ من أجل الحل للحالة 2. {-6, 1}

4 تقييم

حصاد الأمس اطلب من الطلاب أن يكتبوا كيف ساعدهم درس الأمس الذي تناول حل المعادلات المكونة من متغيرات في كل طرف على حل المعادلات الحاوية على قيمةٍ مطلقةٍ في درس اليوم.

التقييم التكويني

تحقق من استيعاب الطلاب للدروس 2-4 و 2-5.

إجابات إضافية

68a. $5(n) + 15$ حيث إن n يمثل عدد الأيام، وذلك لأن أيمن سيقود لمدة 20 دقيقة في اليوم الأول ومن ثم لمدة 5 دقائق إضافية خلال كل يومٍ من بعد ذلك.

68b. 85 دقيقة، $5(14) + 15 = 85$

68c. لا، 30 ساعة تساوي 1800 دقيقة. قاد أيمن لمدة 85 دقيقة فقط مع والدته.

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 109 8/20/2016 1:51:39 AM

التقييم التكويني

استخدم اختبار منتصف الوحدة لتقييم تقدم الطلاب في النصف الأول من الوحدة.

بالنسبة إلى المسائل التي تمت الإجابة عنها بشكل غير صحيح، اطلب من التلاميذ مراجعة الدروس المشار إليها في الأقواس.

مطوياتي منظم الدراسة

مطويات® دينا زايك

قبل أن يستكمل الطلاب اختبار منتصف الوحدة، شجعهم على مراجعة معلومات الدروس من 1-2 إلى 2-5 في مطوياتهم.

2 اختبار منتصف الوحدة

الدروس من 1-2 إلى 2-5

حول كل عبارة إلى معادلة. (الدرس 1-2)

1. مجموع ثلاثة في a زائد أربع يساوي 5 في a.
$3a + 4 = 5a$

2. ربع m ناقص ستة يساوي ضعفي مجموع m و9.

3. حاصل ضرب خمسة وw يساوي نفس قيمة w بالأس ثلاثة.
$5w = w^3$

4. **كرات زجاجية** لدى راشد 50 كرة زجاجية حمراء وخضراء وزرقاء. ولديه ستة كرات حمراء أكثر من الكرات الزرقاء وأربع كرات خضراء أقل من الكرات الزرقاء. اكتب معادلة وحلها لمعرفة عدد الكرات الزجاجية الزرقاء التي لدى راشد. (الدرس 2-2)
$3b + 2 = 50$; 16

أوجد حل كل من المعادلات التالية. تحقق من حلك. (الدرس 2-2)

5. $p + 8 = 13$

6. $-26 = b - 3$

7. $\frac{t}{6} = 3$

8. **الاختيار من متعدد** حل المعادلة $\frac{3}{5}a = \frac{1}{4}$. (الدرس 2-2) C

A -3

B $\frac{3}{20}$

C $\frac{5}{12}$

D 2

أوجد حل كل من المعادلات التالية. علّل إجابتك. (الدرس 2-3)

9. $2x + 5 = 13$

10. $-21 = 7 - 4y$

11. $\frac{m}{6} - 3 = 8$

12. $-4 = \frac{d + 3}{5}$

13. **الأسماك** يبلغ متوسط طول السمكة المَلاك ذات الخطوط الصفراء 12 بوصة. ويُعد هذا أطول بمعدل 4.8 أضعاف من طول السمكة الذهبية الشائعة العادية. (الدرس 2-3)

a. اكتب معادلة يمكن استخدامها لإيجاد طول السمكة الذهبية الشائعة العادية.
$12 = 4.8g$

b. ما طول السمكة الذهبية الشائعة العادية؟ 2.5 in.

اكتب معادلة وحل كل مسألة. (الدرس 2-3)

14. قيمة ثلاثة أصغر من ثلاثة أرباع العدد تساوي سالب 9. أوجد العدد.

15. ثلاثون تساوي اثني عشر مضافة إلى ستة مضروبة في عدد ما. ما العدد؟ $30 = 12 + 6n$; 3

16. أوجد أربعة أعداد صحيحة متتالية مجموعها 106.

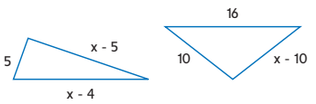
أوجد حل كل من المعادلات التالية. علّل إجابتك. (الدرس 2-4)

17. $8p + 3 = 5p + 9$

18. $\frac{3}{4}w + 6 = 9 - \frac{1}{4}w$

19. $\frac{z + 6}{3} = \frac{2z}{4}$

20. **المحيط** أوجد قيمة x لكي يكون للمثلثات المحيط ذاته. (الدرس 2-4) 20



21. **الإنتاج** تُنتج شركة الأدوات الرياضية ABC Sporting Goods قفازات للعبة البيسبول. وتبلغ تكلفة إنتاجهم الشهري الثابتة 8000 AED. بحيث يكلف كل قفاز 5 AED. وتُنتج شركة الأدوات الرياضية XYZ Sporting Goods قفازات للعبة البيسبول أيضًا. وتبلغ تكلفة إنتاجها الشهري الثابتة 10000 AED. بحيث يكلف كل قفاز 3 AED. أوجد قيمة x. وهو عدد القفازات الشهرية التي تم إنتاجها. بحيث تصبح تكلفة الإنتاج الشهري الثابتة هي نفسها لكلا الشركتين. (الدرس 2-4) 1000

قيّم كل تعبير إذا كان $x = -4$ و$y = 7$ و$z = -9$. (الدرس 2-5)

22. $|3x - 2| + 2y$

23. $|-4y + 2z| - 7z$

24. **الاختيار من متعدد** حل $|6m - 3| = 9$. (الدرس 2-5) G

F $\{2\}$

G $\{-1, 2\}$

H $\{-3, 6\}$

J $\{-3, 3\}$

25. **القهوة** يقول البعض إنه لعمل فنجان ممتاز من القهوة، يجب إضافة القهوة إلى ماء درجة حرارته 200 درجة فهرنهايت. تقل أو تزيد بمقدار 5 درجات. اكتب وحل معادلة تصف الحدين الأقصى والأدنى لدرجة حرارة غلي القهوة للحصول على فنجان ممتاز من القهوة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

110 | الوحدة 2 | اختبار منتصف الوحدة

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 110 8/20/2016 1:51:43 AM

2-6 النسب والتناسب

..السابق	..الحالي	..لماذا؟
قمت بتقييم النسب المئوية باستخدام التناسب.	1 تقارن النسب. 2 تحلّ مسائل التناسب.	تمكّننا النسب من مقارنة العديد من الأشياء باستخدام مرجع عام. يوضح الجدول التالي عدد المطاعم المملوكة لسلسلة وجبات سريعة شهيرة محددة لكل 10000 شخص في الولايات المتحدة ودول أخرى. وهذا يتيح لنا مقارنة عدد تلك المطاعم باستخدام مرجع متساوٍ.



الدول	الولايات المتحدة	نيوزيلاندا	كندا	أستراليا	اليابان	سنغافورة
عدد المطاعم لكل 10000 شخص	0.433	0.369	0.352	0.349	0.282	0.273

مفردات جديدة

النسبة (ratio)
تناسب (proportion)
وسطا التناسب (means)
طرفا التناسب (extremes)
معدل (rate)
معدل الوحدة (unit rate)
المقياس (scale)
نموذج مقياسي (scale model)

ممارسات رياضية
مراعاة الدقة.

1 النسب والتناسب

النسب والتناسب المقارنة بين عدد المطاعم وعدد الأشخاص تمثل النسبة. و**النسبة** هي مقارنة بين عددين عن طريق القسمة. يمكن التعبير عن نسبة x إلى y بالطرق التالية.

إلى

افترض أنك تريد تحديد عدد المطاعم لكل 100,000 شخص في أستراليا. لاحظ أن هذه النسبة تساوي النسبة الأساسية.

$$\frac{\text{0.349 مطعم}}{\text{100000 شخص}} = \frac{\text{0.349 مطعم}}{\text{100000 شخص}}$$

× 10 (فوق) × 10 (تحت)

المعادلة التي توضح أن النسبتين متساويتين تسمى معادلة **تناسب**. إذًا، يمكننا القول إن $\frac{0.349}{10,000} = \frac{3.49}{100,000}$ هي معادلة تناسب.

مثال 1 تحديد أي النسب مكافئة

حدد ما إذا كان ■ و ■ نسبتين مكافئتين أم لا. اكتب نعم أو لا. برر إجابتك.

عند التعبير عن النسب في أبسط صورة، تكون النسب مكافئة.

$\frac{16}{24} = \frac{2}{3}$ (÷ 8)

$\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$ (÷ 1)

تمرين موجه

حدد ما إذا كان كل زوج من النسب مكافئًا أم لا. اكتب نعم أو لا. برر إجابتك.

1A. $\frac{6}{10}, \frac{2}{5}$ لا

1B. $\frac{1}{6}, \frac{5}{30}$ نعم

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 2-6 قيّم النسب المئوية باستخدام التناسب.

(الدرس 2-6) مقارنة النسب حل مسائل التناسب.

بعد الدرس 2-6 صِف العلاقات الدالّية لحالات المسائل المعطاة.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** من الدرس.

اسأل:

- كيف بإمكانك استخدام المعلومات في الجدول لتحديد عدد مطاعم الوجبات السريعة لكل 1000000 شخص؟ اضرب عدد مطاعم الوجبات السريعة وعدد الأشخاص في 100.
- افترض أنك تريد معرفة عدد المطاعم لكل 500000 شخص. كيف يمكنك تحديد هذا العدد؟ اضرب عدد المطاعم وعدد الأشخاص في 50.
- أي بلدٍ لديها 1.41 مطعم للوجبات السريعة لكل 50000 شخص؟ اليابان

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 111 8/20/2016 1:51:46 AM

1 النسب والتناسب

يوضح **المثال 1** كيفية تحديد ما إذا كانت النسب مكافئة أم لا.

يوضح **المثال 2** كيفية تحديد ما إذا كانت النسب تشكّل تناسبًا باستخدام الضرب التقاطعي أم لا.

التقييم التكويني

استخدم تمارين "التمرين الموجه" بعد كل مثال لتحديد مدى فهم الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 حدّد إذا كانت $\frac{7}{8}$ و $\frac{49}{56}$ نسبتين مكافئتين أم لا. اكتب نعم أو لا. برر إجابتك. نعم. النسبتان مكافئتين حين يعبّر عنهما بأبسط صيغة.

2 استخدم الضرب التقاطعي لتحديد ما إذا كان كل زوج من النسب يشكل تناسبًا أم لا.

a. $\frac{0.25}{0.6}, \frac{1.25}{2}$ ليس تناسبًا

b. $\frac{2}{2.5}, \frac{16}{20}$ تناسب

التركيز على محتوى الرياضيات

مسائل التناسب من طرق تحديد ما إذا كانت النسبتان تشكلان تناسبًا أم لا طريقة الضرب التقاطعي. في التناسب، يتساوى حاصل ضرب طرفي التناسب مع حاصل ضرب المتوسط الحسابي.

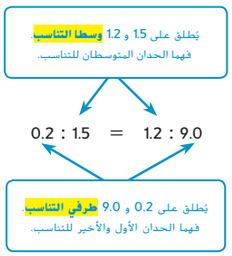
التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوح الأبيض التفاعلي اكتب نسبتين على اللوح وأوضح للطلاب كيفية تحديد ما إذا كانتا تشكلان تناسبًا أم لا. اسحب البسطين والمقامين لتوضح كيفية تشكيل حواصل الضرب التقاطعي ومن ثم حوّل لأبسط صورة.

نصيحة دراسية

وسطا التناسب وطرفا التناسب لحل مسألة تناسب باستخدام الضرب التقاطعي، اكتب معادلة تجعل حاصل (ضرب) طرفي التناسب مساويًا لحاصل (ضرب) وسطا التناسب.

توجد أسماء خاصة للمصطلحات في التناسب.



المفهوم الأساسي خاصية التناسب بين وسطا التناسب وطرفي التناسب

الشرح في التناسب، يتساوى حاصل ضرب طرفي التناسب مع حاصل ضرب وسطا التناسب.

الرموز إذا كان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ و $b, d \neq 0$، فإنّ $ad = bc$.

أمثلة ما دام أن $4(1) = 2(2)$، فإن $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ أو $4 = 4$.

وتوجد طريقة أخرى لتحديد ما إذا كانت النسبتان تشكلان تناسبًا أم لا، وهي استخدام الضرب التقاطعي. إذا كان الضرب التقاطعي متساويًا، فالنسب تكوّن تناسبًا.

ويتشابه هذا مع ضرب وسطا التناسب، وضرب طرفي التناسب.

مثال 2 الضرب التقاطعي

استخدم الضرب التقاطعي لتحديد ما إذا كان كل زوج من النسب يشكل تناسبًا أم لا.

a. $\frac{2}{3.5}, \frac{8}{14}$

التناسب الأصلي: $\frac{2}{3.5} \stackrel{?}{=} \frac{8}{14}$

الضرب التقاطعي: $2(14) \stackrel{?}{=} 3.5(8)$

حوّل لأبسط صورة: $28 = 28$ ✓

الضرب التقاطعي متساوٍ، إذًا النسب تشكل تناسبًا.

b. $\frac{0.3}{1.5}, \frac{0.5}{2.0}$

التناسب الأصلي: $\frac{0.3}{1.5} \stackrel{?}{=} \frac{0.5}{2.0}$

الضرب التقاطعي: $0.3(2.0) \stackrel{?}{=} 1.5(0.5)$

حوّل لأبسط صورة: $0.6 \neq 0.75$ ✗

الضرب التقاطعي ليس متساويًا، إذًا النسب لا تشكل تناسبًا.

تمرين موجه

2A. $\frac{0.2}{1.8}, \frac{1}{0.9}$ لا

2B. $\frac{15}{36}, \frac{35}{42}$ لا

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

انتبه!

تجنب الأخطاء أشر إلى أن تحديد القيم الطرفية والمتوسطة ليس اعتباطيًا. في التناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$، a و d هما القيمتان الطرفيتان، و b و c هما المتوسطتان الحسابيان. ذكّر الطلاب أنه يمكن إعادة كتابة النسب وفق الصيغة $x:y$. إذا أعيدت كتابة التناسبات أعلاه بهذه الصيغة، فإنها تأخذ الشكل $a:b = c:d$. بالنظر إلى التناسب، a و d هما القيمتان الطرفيتان لأنهما تقعان في الخارج، والقيمة الطرفية هي كلمةٌ مرادفةٌ لكلمة خارجية. بالمثل، b و c هما القيمتان المتوسطتان لأنهما تقعان في المنتصف، والمتوسط هو في أغلب الأحيان مرادفٌ لكلمة الأوسط.

0111_0117_IM1_T_C02_L6_718285.indd 112 8/20/2016 9:14:43 PM

2 حل مسائل التناسب

لحل مسائل التناسب. استخدم الضرب التقاطعي.

نصيحة دراسية

الضرب التقاطعي عند إيجاد حاصل الضرب التقاطعي، فأنت تقوم بعملية ضرب تقاطعي.

مثال 3 حل مسألة التناسب

أوجد حل كل من النسب التالية. قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

a. $\frac{x}{10} = \frac{3}{5}$

$\frac{x}{10} = \frac{3}{5}$	التناسب الأصلي
$x(5) = 10(3)$	أوجد ناتج الضرب التقاطعي
$5x = 30$	حوّل لأبسط صورة
$\frac{5x}{5} = \frac{30}{5}$	اقسم كل طرف على 5
$x = 6$	حوّل لأبسط صورة

b. $\frac{x-2}{14} = \frac{2}{7}$

$\frac{x-2}{14} = \frac{2}{7}$	التناسب الأصلي
$(x-2)7 = 14(2)$	أوجد ناتج الضرب التقاطعي
$7x - 14 = 28$	حوّل لأبسط صورة
$7x = 42$	اجمع 14 إلى كل طرف
$x = 6$	اقسم كل طرف على 7

تمرين موجه

3A. $\frac{r}{8} = \frac{25}{40}$

3B. $\frac{x+4}{5} = \frac{3}{8}$

يطلق على نسبة قياسين لهما وحدات قياس مختلفة **معدل** على سبيل المثال، التكلفة 9.99 AED لكل 10 أغاني عبارة عن معدل. المعدل الذي يعبر عن عدد وحدات عنصر ما مقارنة بعنصر واحد آخر يسمى **معدل الوحدة**.

مثال 4 من الحياة اليومية معدل النمو

البيع بالتجزئة في العامين الماضيين، افتتحت إحدى شركات البيع بالتجزئة 232 متجرًا. فإذا ظل معدل النمو ثابتًا، فكم عدد المتاجر التي ستفتتحها شركة البيع بالتجزئة في السنوات الثلاث القادمة؟

استوعب افترض أن r تمثل عدد متاجر البيع بالتجزئة.

خطط اكتب التناسب للمسألة.

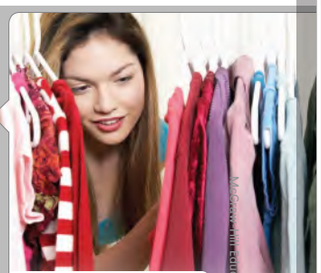
$$\frac{\text{232 متجرًا للبيع بالتجزئة}}{\text{عامان}} = \frac{\text{r متجر للبيع بالتجزئة}}{\text{3 أعوام}}$$

أوجد حل

$\frac{232}{2} = \frac{r}{3}$	التناسب الأصلي
$232(3) = 2r$	أوجد حاصل الضرب التقاطعي
$696 = 2r$	حوّل لأبسط صورة
$\frac{696}{2} = \frac{2r}{2}$	اقسم كل طرف على 2
$348 = r$	حوّل لأبسط صورة

ستفتتح شركة البيع بالتجزئة 348 متجرًا في 3 أعوام.

تحقق إذا استمرت إحدى شركات بيع الملابس بالتجزئة في افتتاح 232 متجرًا كل عامين، فسوف تفتتح في 3 أعوام القادمة 348 متجرًا.



مهن من حياتنا اليومية

مسؤول مشتريات للبيع بالتجزئة يشتري أحد مسؤولي مشتريات البيع بالتجزئة البضائع للمتاجر من شركات البيع بالجملة في المقام الأول لبيعها مرة أخرى إلى المستهلكين. يستخدم مسؤولو المشتريات الرياضيات لتحديد كمية كل منتج ينبغي شراؤه. عادة ما تُطلب درجة البكالوريوس مع التأكيد على دراسات الأعمال.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة التعليم M. Grow Hill Education

التعليم المتمايز OL AL

إذا لديك أي شكٍ في إتقان طلابك لمفهوم التناسب،

عندئذٍ رتّب الطلاب في مجموعاتٍ صغيرةٍ ليحلّوا مسائل"التحقّق من فهمك". اطلب من أحد الطلاب في كل مجموعةٍ أن يبلغ عن مدى تقدّم المجموعة والجوانب التي قد تحتاج المجموعة فيها إلى المساعدة. من الهام بمكانٍ أن يتمتع الطلاب بفهمٍ جيدٍ لكتابة وحل مسائل التناسب قبل دراسة الدروس القليلة المقبلة.

2 حل مسائل التناسب

يوضح **المثال 3** كيفية حل مسألة تناسبٍ تتضمن متغيرًا. يوضح **المثال 4** كيفية كتابة وحل مسألة تناسبٍ تضم معدّلات (نسبة قياسين لهما وحدتا قياسٍ مختلفتين). يوضح **المثال 5** كيفية كتابة وحل مسألة باستخدام نسبةٍ أو معدلٍ يدعى المقياس.

أمثلة إضافية

3 أوجد حل كل مسألة تناسب. قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

a. $\frac{n}{12} = \frac{3}{8}$ $n = 4.5$

b. $\frac{x+4}{12} = \frac{3}{4}$ $x = 5$

4 ركوب الدراجة الهوائية تبلغ نسبة ناقل الدراجة الهوائية 8:5. وهذا يعني أنه عند كل 8 دورات للدواستين، تدور العجلة 5 مرات. افترض أن عجلة الدراجة تدور نحو 2435 مرة خلال إحدى الرحلات. فكم مرةً عليك تدوير الدواستين خلال تلك الرحلة؟

حوالي 3896 مرة

نصائح للمعلمين الجدد

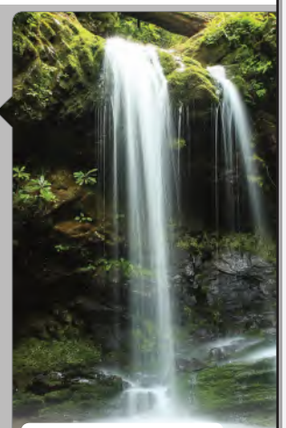
الضرب التقاطعي أشر للطلاب أن حاصلي الضرب التقاطعي يجب أن يكونا متساويين بغض النظر عن موقف x في التناسب.

0111_0117_IM1_T_C02_L6_718285.indd 113 8/20/2016 9:16:52 PM

تمرين موجه

4. تمرين تستغرق إيمان 7 دقائق حتى تمشي حول مضمار التمرين مرتين. استنادًا إلى هذا المعدل، كم مرة يمكنها أن تمشي حول المضمار في نصف ساعة؟ **حوالي 8.6 مرات**

يُستخدم معدل يطلق عليه **المقياس** لتصميم **نموذج مقياسي** لشيء بالغ الكبر أو بالغ الصغر حتى يكون مُلائمًا للحجم الأصلي.



رابط من الحياة اليومية

يتضمن المتنزه الوطني بجبال سموكي العظيمة العديد من شلالات المياه. ويبلغ طول شلالات رامزاي 100 قدم. وهو الأطول في المتنزه.

المصدر: خدمة المتنزهات الوطنية

مثال 5 من الحياة اليومية المقياس والنماذج المقياسية

طول الجبل يبلغ طول ممر شلالات رامزاي حوالي 11 بوصات على خريطة بمقياس رسم 3 بوصات = 10 أميال. ما الطول الفعلي للممر؟

لنقل أن ℓ تمثل الطول الفعلي.

المقياس ← $\frac{3}{10} = \frac{1\frac{1}{8}}{\ell}$ → المقياس
الطول الفعلي ← الطول الفعلي

$3(\ell) = 1\frac{1}{8}(10)$ أوجد حاصل الضرب التقاطعي

$3\ell = \frac{45}{4}$ حوّل لأبسط صورة

$3\ell \div 3 = \frac{45}{4} \div 3$ اقسم كل طرف على 3

$\ell = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$ حوّل لأبسط صورة

الطول الفعلي يساوي حوالي $3\frac{3}{4}$ أميال.

تمرين موجه

5. الطائرات في نموذج الطائرة، مقياس الرسم 5 سنتيمترات = مترات. فإذا كان الجناح في النموذج يساوي 28.5 سنتيمتر، فما الطول الفعلي للجناح؟ **11.4 m**

التحقّق من فهمك

المثالان 1 و2 **حدد ما إذا كان كل زوج من النسب متكافئًا أم لا. اكتب نعم أو لا.**

1. $\frac{3}{7}, \frac{9}{14}$ **لا**

2. $\frac{7}{8}, \frac{42}{48}$ **نعم**

3 $\frac{2.8}{4.4}, \frac{1.4}{2.1}$ **لا**

مثال 3 **أوجد حل كل مسألة تناسب. قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.**

4. $\frac{n}{9} = \frac{6}{27}$

5. $\frac{4}{u} = \frac{28}{35}$

6. $\frac{3}{8} = \frac{b}{10}$

مثال 4

7. السباق قطعت أماني الأميال الست الأولى من الماراثون في 58 دقيقة. إذا كانت قادرة على الحفاظ على السرعة ذاتها، فكم ستستغرق لقطع 26.2 ميلًا؟ **≈ 253.3 min أو ≈ 4 h 13.3 min**

مثال 5

8. الضبط على خريطة شمال كارولينا، تبعد مدينة رالي عن أشفيل بحوالي 8 بوصات. وإذا كان المقياس هو 1 بوصة = 12 ميلاً، فكم تبعد المدينتان عن بعضهما؟ **حوالي 96 mi**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التعليم المتمايز OL BL

التوسع يعد تطوير الاستدلال التناسبي أمرًا حاسمًا للنجاح المستقبلي في الرياضيات. في حين يلاقي الطلاب النجاح في عملية الضرب التقاطعي عادة، فمن النادر أن يستغرقوا وقتًا في التفكير في السبب في تأدية هذا الإجراء للغرض. حفّز الطلاب الموهوبين في الرياضيات على استخدام طرق أخرى لحل مسائل التناسب، مثل ضرب البسط والمقام بعاملٍ مشترك (مع التركيز على عوامل ليست أعدادًا صحيحة).

مثال إضافي

5 الخريطة في أطلس الطرقات، يعتمد مقياس خريطة الشارقة أن كل 5 بوصات = 41 ميلاً. ما المسافة بالأميال التي يمثلها $2\frac{1}{2}$ بوصة على الخريطة؟

$20\frac{1}{2}$ mi

3 تمرين

التقييم التكويني

استخدم التمارين 1-8 للتحقق من الاستيعاب.

استخدم المخطط أسفل الصفحة التالية لتخصيص المهام للطلاب.

0111_0117_IM1_T_C02_L6_718285.indd 114 8/20/2016 9:20:12 PM

التمرين وحل المسائل

المثالان 1 و 2 حدد ما إذا كان كل زوج من النسب متكافئًا أم لا. اكتب نعم أو لا.

9. $\frac{9}{11}, \frac{81}{99}$ **نعم**
10. $\frac{3}{7}, \frac{18}{42}$ **نعم**
11. $\frac{8.4}{9.2}, \frac{8.8}{9.6}$ **لا**
12. $\frac{4}{3}, \frac{6}{8}$ **لا**
13. $\frac{29.2}{10.4}, \frac{7.3}{2.6}$ **نعم**
14. $\frac{39.68}{60.14}, \frac{6.4}{9.7}$ **نعم**

مثال 3 أوجد حل كل مسألة تناسب قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

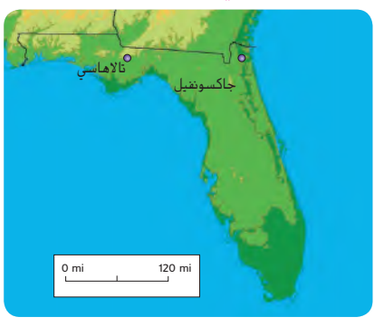
15. $\frac{3}{8} = \frac{15}{a}$
16. $\frac{t}{2} = \frac{6}{12}$
17. $\frac{4}{9} = \frac{13}{q}$
18. $\frac{15}{35} = \frac{g}{7}$
19. $\frac{7}{10} = \frac{m}{14}$
20. $\frac{8}{13} = \frac{v}{21}$
21. $\frac{w}{2} = \frac{4.5}{6.8}$
22. $\frac{1}{0.19} = \frac{12}{n}$
23. $\frac{2}{0.21} = \frac{8}{n}$
24. $\frac{2.4}{3.6} = \frac{k}{1.8}$
25. $\frac{t}{0.3} = \frac{1.7}{0.9}$
26. $\frac{7}{1.066} = \frac{z}{9.65}$
27. $\frac{x-3}{5} = \frac{6}{10}$
28. $\frac{7}{x+9} = \frac{21}{36}$
29. $\frac{10}{15} = \frac{4}{x-5}$

مثال 4

30. **غسيل السيارات** في مغسلة "بي كلين كار"، تم غسل 128 سيارة في 3 ساعات. وفقًا لهذا المعدل، كم عدد السيارات التي يمكن غسلها في 8 ساعات؟ **حوالي 341 سيارة**

مثال 5

31. **الجغرافيا** على خريطة ولاية فلوريدا، تبلغ المسافة بين مدينة جاكسونفيل ومدينة تالاهاسي 2.6 سنتيمتر. فإذا كان 2 سنتيمتر = 120 ميلاً، فما المسافة بين المدينتين؟ **156 mi**



32. **الضبط** استخدمَ أحد الفنانين لَبِنات البناء المتشابكة لبناء نموذج مقياسي لمركز كينيدي للفضاء بفلوريدا. في النموذج، تساوي البوصة الواحدة 1.67 قدم من مكوك الفضاء الحقيقي. يبلغ طول النموذج 110.3 بوصات.
كم يبلغ طول مكوك الفضاء الحقيقي؟ قرّب إلى أقرب جزء من عشرة. **184.2 ft**

B 33. **القائمة** في يوم الاثنين، ربح مطعم 545 AED من بيع 110 شطائر برجر. فإذا باع 53 شطيرة برجر في يوم الثلاثاء، فكم ربح من المال؟ **حوالي 262.59 AED**

أوجد حل كل من النسب التالية. قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

34. $\frac{6}{14} = \frac{7}{x-3}$
35. $\frac{7}{4} = \frac{f-4}{8}$
36. $\frac{3-y}{4} = \frac{1}{9}$
37. $\frac{4v+7}{15} = \frac{6v+2}{10}$
38. $\frac{9b-3}{9} = \frac{5b+5}{3}$
39. $\frac{2n-4}{5} = \frac{3n+3}{10}$

40. **الرياضيون** في مدرسة بيدمونت الثانوية، يمارس 3 طلاب من كل 8 الرياضة. إذا كان يوجد 1280 طالبًا في المدرسة، فكم عدد الطلاب الذين لا يمارسون الرياضة؟ **800 طالب**

41. **دعّامات تقويم أسنان** يضع طالبان من كل خمسة طلاب في الصف التاسع دعّامات تقويم أسنان. إذا كان يوجد 325 طالبًا في الصف التاسع، فكم عدد الذين يضعون دعّامات تقويم أسنان؟ **130 طالبًا**

42. **الدهان** استخدم محمود نصف جالون من الدهان لطلاء 84 قدمًا مكعبًا من الحائط. وينبغي عليه طلاء 932 قدمًا من الحائط. كم عدد الجالونات التي ينبغي أن يشتريها؟ **6 gal**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريس الممارسات الرياضية

الدقة يتوخى الطلاب المتفوقون في الرياضيات الدقة في تحديد وحدات القياس. ذكر الطلاب أنه في حين تبدو النسب في أغلب الأحيان على هيئة كسور، فإن النسبة هي أي مقارنةٍ لكميتين من خلال القسمة. وعند استخدام النسب لتشكيل تناسبات، يجب على الطلاب التحقق من أن للبسوط والمقامات في كل نسبة الوحدات نفسها. وفي بعض الأحيان، يجب استخدام معامل تحويل.

المتابعة

لقد استكشف الطلاب النسب والتناسب.

اسأل:

- كيف بوسعك تمثيل العلاقات الرياضية باستخدام النسب والتناسبات؟ الإجابة النموذجية: تستطيع تمثيل العلاقة بين كميتين بكتابتهما على هيئة نسبة. وتستطيع تمثيل تناسب نسبتين بكتابتهما على هيئة تناسب.

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	المهمة	خيار يومين	
AL مبتدئ	9–32, 46–47, 49–70	9–31 فردي, 51–54	10–32 زوجي, 46–47, 49–50, 55–70
OL أساسي	9–39 فردي, 40–47, 49–70	9–32, 51–54	33–47, 49–50, 55–70
BL متقدّم	33–67, (اختياري: 68–70)		

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 115 8/20/2016 1:51:56 AM

تدريس الممارسات الرياضية

البنية يدرك الطلاب المتفوقون في الرياضيات أهمية البنية. في التمرين 46، أشر للطلاب إلى أن الأرقام نفسها يمكن أن تُستخدم لتشكيل نسبٍ مختلفةٍ ذات معانٍ مختلفة. وتفيد كل نسبةٍ في تفسير الكميات بطرقٍ مختلفة.

C 43 **قاعات السينما** استخدم الجدول الموجود على اليسار.

b، a. انظر الحاشية.

a. اكتب نسبة عدد القاعات الداخلية إلى إجمالي عدد القاعات لكل عام.

b. هل أي نسبتين كتبتهما للجزء أ تشكلان تناسبًا؟ إذا كانت الإجابة بنعم، فاشرح المعنى الواقعي للتناسب.

العام	القاعة الداخلية	عدد الزوار بالخارج	الإجمالي
2003	35361	634	35995
2004	36012	640	36652
2005	37092	648	37740
2006	37776	649	38425
2007	38159	635	38794
2008	38201	633	38834
2009	38605	628	39233

المصدر: مالكو القاعات المسرحية في شمال أمريكا

44. اليوميات في دراسة استقصائية، قال 36% من الطلاب إنهم احتفظوا بمذكّرات إلكترونية. ويبلغ عدد الطلاب الذين يحتفظون باليوميات 900 طالب. فكم كان عدد الطلاب في الدراسة الاستقصائية؟ **2500**

45. تمثيلات الضرب في هذه المسألة، ستوضح كيف أن تغيير أطوال أضلاع شكل ما عن طريق أحد العوامل يُغير محيط ذلك الشكل.

a. نموذج هندسي ارسم مربعًا له أضلاع *ABCD*. وارسم مربعًا له أضلاع *MNPQ* على أن تكون أضلاعه ضعف طول المربع *ABCD*. وارسم مربعًا له أضلاع *FGHJ* على أن تكون أضلاعه نصف طول المربع *ABCD*. **انظر الحاشية.**

b. نموذج جدولي أكمل الجدول التالي باستخدام المقاييس المناسبة.

ABCD		*MNPQ*		*FGHJ*	
طول الضلع	2	طول الضلع	4	طول الضلع	1
المحيط	8	المحيط	16	المحيط	4

c. نموذج شفهي ضع فرضية عن التغيير في محيط المربع إذا زاد طول الضلع أو نقص بسبب عامل ما. **انظر الحاشية.**

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدم مهارات التفكير العليا

46. البنية في عام 2007، بلغت مساحة المزارع العضوية 2.6 مليون فدان في الولايات المتحدة وأنتجت بضائع تقدر بقيمة 1.7 مليارAED تقريبًا. اقسم أحد الأعداد التالية على الآخر واشرح معنى النتيجة. **انظر الحاشية.**

47. الاستنتاج قارن وبين الفرق بين النسب والمعدلات.

48. مسألة تحفيزية إذا كان $\frac{a+1}{b-1}=\frac{5}{1}$ و $\frac{a-1}{b+1}=\frac{1}{1}$، فأوجد قيمة $\frac{b}{a}$. (تلميح: اختر قيمة a و b اللتين تكون النسب لهما صحيحة وقَيِّم $\frac{b}{a}$.)

49. الكتابة في الرياضيات في رحلة برية، يقرأ محمود إشارات الطريق السريع ثم ينظر إلى عداد الوقود لديه.





47. تقارن كل من النسب والمعدلات بين عددين باستخدام القسمة. ولكن المعدلات تقارن بين قياسين يتضمنان وحدات مختلفة للقياس.

يسع خزان الغاز الخاص بمحمود 10 جالونات وتقطع سيارته 32 ميلاً بالجالون الواحد على سرعته الحالية التي تبلغ 65 ميلاً في الساعة. فإذا حافظ على هذه السرعة، فهل يستطيع الوصول إلى أطلنطا دون التوقف للحصول على الغاز؟ اشرح استدلالك. **انظر ملحق الإجابات للفصل 2.**

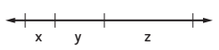
50. الكتابة في الرياضيات صف كيفية استخدام النسب في الأعمال. اكتب عن موقف من واقع الحياة تُستخدم النسب فيه للأعمال. **انظر ملحق الإجابات للفصل 2.**

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 116 8/20/2016 1:51:59 AM

تمرين على الاختبار المعياري

51. في الشكل، $x : y = 2 : 3$ و $y : z = 3 : 5$.
إذا كان $x = 10$. فأوجد قيمة z. C



A 15
B 20
C 25
D 30

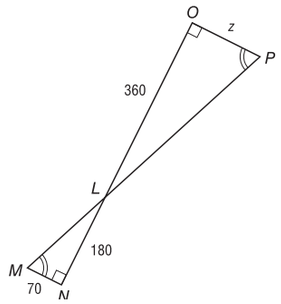
52. إجابة موزعة يسجل أحد متسابقي السيارات الأوقات النهائية لمحاولات التمرين الأخيرة.

المحاولة	الزمن (بالثواني)
1	5.09
2	5.10
3	4.95
4	4.91
5	5.05

ما متوسط الزمن بالثواني للمحاولات؟ 5.02

53. علم الهندسة إذا كان $\triangle LMN$ يشبه $\triangle LPO$. فما قيمة z؟ G

F 240
G 140
H 120
J 70



54. أي المعادلات مما يلي تشرح خاصية التبديل؟ C

A $(3x + 4y) + 2z = 3x + (4y + 2z)$
B $7(x + y) = 7x + 7y$
C $xyz = yxz$
D $x + 0 = x$

مراجعة تمهيدية

أوجد حل كل من المعادلات التالية. (الدرس 2-5)

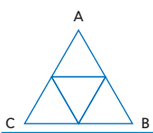
55. $|x + 5| = -8$
56. $|b + 9| = 2$
57. $|2p - 3| = 17$
58. $|5c - 8| = 12$

59. الصحة عند ممارسة الرياضة، ينبغي ألا يتجاوز نبض الإنسان حدًا معينًا. وهذا المعدل الأقصى يعبَّر عنه بالصيغة $0.8(220 - a)$. إذ إن a تساوي العمر بالأعوام.
أوجد عمر إنسان يبلغ الحد الأقصى لنبضه 122 مرة أكثر من عمره. (الدرس 2-4) **30 عامًا**

أوجد حل كل من المعادلات التالية. علّل إجابتك. (الدرس 2-3)

60. $15 = 4a - 5$
61. $7g - 14 = -63$
62. $9 + \frac{y}{5} = 6$
63. $\frac{t}{8} - 6 = -12$

64. علم الهندسة أوجد مساحة $\triangle ABC$ إذا كان لكل مثلث صغير قاعدة بطول 5.2 بوصات وارتفاع بطول 4.5 بوصات. (الدرس 4-1) **46.8 in²**



قيّم كل تعبير مما يلي. (الدرس 2-1)

65. $3 + 16 \div 8 \times 5$
66. $4^2 \times 3 - 5(6 + 3)$

مراجعة المهارات

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التعليم المتمايز BL

التوسع قدّم للطلاب المسألة التالية. أعدّت علياء رسمًا مقياسيًا لغرفةٍ أبعادها 15 m × 12 m . تبلغ أبعاد التمثيل المقياسي 12 cm × 9.6 cm فما المقياس الذي استخدَمَته؟ اشرح. برر إجابتك. = 1 cm 1.25 m، الإجابة النموذجية: لإيجاد المقياس، حوّل 6/12.9 لأبسط صورة. ثم استخدم المقياس للتحقق من أن الطول والعرض للتمثيل المقياسي والغرفة الأصلية متناسبان: $\frac{1}{1.25} = \frac{9.6}{12}; 12 = 12$ و $\frac{1}{1.25} = \frac{12}{15}; 15 = 15$ بما أن حاصلي الضرب التقاطعي متساويان، فالإجابة صحيحة.

التمثيلات المتعددة

في التمرين 45، يستخدم الطلاب التمثيلات الهندسية وجدول القيم والتحليل اللفظي لتحليل كيف يتأثر محيط المربع بأي تغيرٍ في الأبعاد.

تنبيه التمرين

المسطرة بالنسبة للتمرين 45، يحتاج الطلاب إلى مسطرةٍ لرسم وقياس أطوال أضلاع ثلاثة مربعات.

4 التقويم

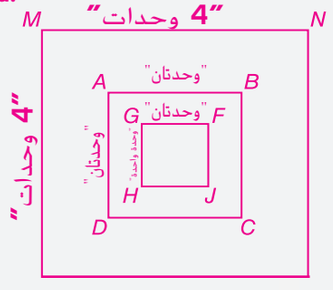
الكرة الزجاجية اطلب من الطلاب كتابة جملةٍ عن الكيفية التي يعتقدون وفقها أن درس اليوم سيتصل بدرس الغد فيما يخصّ إيجاد النسبة المئوية للتغير

إجابات إضافية

43a. 2003: $\frac{35,361}{35,995}$; 2004: $\frac{36,012}{36,652}$; 2005: $\frac{37,092}{37,740}$; 2006: $\frac{37,776}{38,425}$; 2007: $\frac{38,159}{38,794}$; 2008: $\frac{38,201}{38,834}$; 2009: $\frac{38,605}{39,233}$

43b. لا تشكل أيٌّ من النسب تناسبًا.

45a.



45c. إذا ازداد طول الضلع بمعاملٍ محدد، فإن المحيط يزداد بالمعامل نفسه. وإذا انخفضت أطوال الأضلاع بمعاملٍ محدد، فإن المحيط ينخفض بالمعامل نفسه.

46. الإجابة النموذجية: 1.7 مليار AED ÷ 2.6 مليون فدّان ≈ 653.85 AED للفدّان، وتمثل هذه النتيجة الإنتاجية المتوسطة للفدّان. 2.6 مليون فدّان ÷ 1.7 مليار AED ≈ 0.0015 فدّان لكل AED، وتمثل هذه النتيجة الكمية المتوسطة من الأرض المستخدمة لإنتاج ما قيمته AED واحدٌ من البضائع.

0111_0117_IM1_T_C02_L6_718285.indd 117 8/20/2016 9:24:47 PM

2-6 التمثيل الوصفي
مختبر ورق الجدولة

1 التركيز

الهدف استخدام ورقة الجدولة للتحري عن المقاييس المختلفة.

المواد الخاصة بكل طالب
- حاسوب
- برنامج جداول بيانية

نصائح للتدريس
قد تحتاج إلى شرح أن مؤسسات الإقراض تستخدم نسبة الدين إلى الدخل لتحديد المخاطر في إقراض المال للأفراد. وتُستخدم أيضًا نسب الدين إلى الدخل في قروض السيارات وغيرها من عمليات الشراء الكبرى.

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية
اطلب من الطلاب العمل في مجموعات ثنائية لإكمال النشاط.

اسأل:
- ما الذي سيحدث لنسبة الدين إلى الدخل إذا ما أضيف المزيد من العناصر إلى عمود النفقات؟ ستزداد.
- ما الذي سيحدث لنسبة الدين إلى الدخل إذا ما أضيف المزيد من العناصر إلى عمود الراتب؟ ستنقص.
- ما الذي سيحدث إذا كان قسط الرهن العقاري لداليا أكثر أو أقل من إيجارها؟ إن ارتفاع قسط الرهن يعني ارتفاع نسبة الدين إلى الدخل، بينما يعني انخفاض قسط الرهن انخفاض نسبة الدين إلى الدخل.

تمرين اطلب من الطلاب إكمال التمارين 1–4.

3 التقويم

التقويم التكويني
استخدم التمرين 2 لتقييم ما إن كان الطلاب يدركون كيفية استخدام مقاييس الرهن أم لا.

من الملموس إلى المجرد
استخدم التمرين 4 لتقييم ما إن كان الطلاب يستوعبون كيفية إعداد أوراق البيانات والاستفادة منها لاستخدام المقاييس أم لا.

تدريس الممارسات الرياضية
التمثيل يستطيع الطلاب المتفوقون في الرياضيات تطبيق معلوماتهم في الرياضيات لتجاوز المشكلات التي يواجهونها في حياتهم اليومية. في التمرين 4، شجع الطلاب على استقصاء المقاييس في مجال الاهتمام المحدد.

عند استخدام الأعداد لتمثيل موقف من الحياة اليومية، فغالبًا ما يكون من المفيد أن يكون هناك مقياس. **المقياس** عبارة عن صيغة لتعيين العدد إلى خاصية أو صفة ما. على سبيل المثال، يَستخدم المعلم مقاييس لتحديد الدرجات. وكل معلم يحدد المقياس المناسب لتقييم أداء الطلاب وتعيين درجاتهم.

فيمكن استخدام ورقة الجدولة لحساب المقاييس المختلفة.

النشاط



تريد بدرية شراء منزل. وتتحمل النفقات التالية: الإيجار 650 AED، وفاتورة بطاقة الائتمان الشهرية 320 AED، وقسط السيارة 410 AED، وقسط قرض الطالب 115 AED. ويبلغ راتب بدرية السنوي 46500 AED.
استخدم ورقة جدولة لإيجاد نسبة دخل بدرية إلى ديونها.

الخطوة 1 أدخل ديون بدرية في العمود B.

الخطوة 2 اجمع الديون باستخدام الدالة في الخلية B6. انتقل إلى إدراج (Insert) ثم إلى الدالة (Function)، ثم اختر الجمع (Sum). سيظهر المجموع 1495 في الخلية B6.

الخطوة 3 والآن أدخل راتب بدرية في العمود C. تذكر أن توجد راتبها الشهري عن طريق قسمة راتبها السنوي على 12.

ستستخدم شركة للرهن العقاري نسبة الدخل إلى الديون باعتبارها مقياسًا لتحديد ما إذا كانت بدرية تستحق القرض أم لا. يتم احتساب **نسبة الدخل إلى الديون** عن طريق قسمة المبلغ الذي تدين به شهريًا على المبلغ الذي تكسبه كل شهر.

ورقة عمل xls . التجارب B 2-6

	A	B	C
1	الراتب	النفقات	نوع الدين
2	الآجار	650	3875
3	البطاقات الائتمانية	320	
4	قسط السيارة	410	
5	قرض الطالب	115	
6		1495	0.385806
7			

ورقة 1 | ورقة 2 | ورقة 3

الخطوة 4 أدخل الصيغة لإيجاد نسبة الدخل إلى الديون في الخلية C6. في شريط الصيغة (formula)، أدخل =B6/C2.

ستظهر النسبة التي تبلغ 0.39 تقريبًا. النسبة المثالية ينبغي أن تكون 0.36 أو أقل. النسبة الأعلى من 0.36 قد تؤدي إلى ارتفاع المرابحة أو قد تتطلب دفعة مقدمة مرتفعة.

وتُظهر ورقة الجدولة أن نسبة الدخل إلى الديون تساوي 0.39 تقريبًا. ينبغي لبدرية أن تحاول سداد بعض الديون أو تقليلها أو تحاول كسب مزيد من المال حتى تقلل نسبة الدخل إلى الديون الخاصة بها.

1. الإجابة النموذجية: تقلل دين بطاقة الائتمان أو تسدده، أو تقلل أقساط السيارة أو تسددها أو تكسب راتبًا أعلى.

تمرينات

1. كيف يمكن لبدرية تحسين نسبة الدخل إلى الدين الخاصة بها؟
2. هناك مقياس تستخدمه شركات الرهن العقاري وهو نسبة الرهن العقاري الشهري إلى إجمالي الدخل الشهري. والنسبة المثالية تساوي 0.28. باستخدام هذا المقياس، كم يمكن أن توفر بدرية لتدفعه مقابل الرهن العقاري كل شهر؟ **1085 AED**
3. ما مدى فاعلية كل مقياس من تلك المقاييس باعتبارها تدابير لمعرفة ما إذا كان باستطاعة بدرية شراء منزل أم لا؟ اشرح استدلالك. **راجع عمل التلاميذ.**
4. **التمثيل** تُستخدم المقاييس للمقارنة بين الرياضيين. على سبيل المثال، تُستخدم معدلات النقاط المكتسبة للمقارنة بين الرماة. أوجد المقياس وقيّم فاعليته للتمثيل. قارنه بالمقاييس الأخرى، ثم حدد مقياسك الخاص. **راجع عمل التلاميذ.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 118 8/20/2016 1:52:03 AM

7-2 النسبة المئوية للتغيير



السابق	الحالي	لماذا؟
• قمت بإيجاد حل مسائل التناسب.	1 توجد النسبة المئوية للتغيير. 2 تحلّ الطلاب مسائل تتضمن النسبة المئوية للتغيير.	• في كل عام، يتطوع ملايين البشر بأوقاتهم لتطوير المجتمع. ويمكن استخدام الفرق بين عدد المتطوعين من عام إلى آخر لتحديد النسبة المئوية التي تمثل زيادة عدد المتطوعين أو نقصانه.

مفردات جديدة

النسبة المئوية للتغيير (percent of change)

النسبة المئوية للتزايد (percent of increase)

النسبة المئوية للتناقص (percent of decrease)

ممارسات رياضية

البحث عن الانتظام في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عنه.

1 النسبة المئوية للتغيير **النسبة المئوية للتغيير** هي نسبة التغيير في كمية ما إلى الكمية الأصلية المعبر عنها بالنسبة المئوية. إذا كان العدد أكبر من العدد الأصلي، فإن النسبة المئوية هي **النسبة المئوية للتزايد.**

إذا كان العدد أصغر من العدد الأصلي، فإن النسبة المئوية هي **النسبة المئوية للتناقص.**

مثال 1 النسبة المئوية للتغيير

حدد ما إذا كانت كل نسبة تغيير عبارة عن نسبة مئوية للتزايد أم نسبة مئوية للتناقص. ثم أوجد النسبة المئوية للتغيير.

a. العدد الأصلي: 20
النهائي: 23

اطرح الكمية الأصلية من الكمية النهائية لإيجاد كمية التغيير. $23 - 20 = 3$

ما دام أن الكمية الجديدة أكبر من الكمية الأصلية، فهذه تسمى النسبة المئوية للتزايد.

استخدم العدد الأصلي، 20، على أنه الأساس.

كمية التغير ← $\frac{r}{100} = \frac{3}{20}$ ← الكمية الأصلية

$3(100) = r(20)$

$300 = 20r$

$\frac{300}{20} = \frac{20r}{20}$

$15 = r$

إذًا، النسبة المئوية للتزايد تساوي 15%.

b. العدد الأصلي: 25
النهائي: 17

اطرح الكمية الأصلية من الكمية النهائية لإيجاد كمية التغيير. $17 - 25 = -8$

ما دام أن الكمية الجديدة أقل من الكمية الأصلية، فهذه تسمى النسبة المئوية للتناقص.

استخدم العدد الأصلي، 25، على أنه الأساس.

كمية التغير ← $\frac{r}{100} = \frac{-8}{25}$ ← الكمية الأصلية

$-8(100) = r(25)$

$-800 = 25r$

$\frac{-800}{25} = \frac{25r}{25}$

$-32 = r$

إذًا، النسبة المئوية للتناقص تساوي 32%.

تمرين موجه

1A. العدد الأصلي: 66
العدد الجديد: 30 **نسبة تناقص؛ حوالي 55%**

1B. العدد الأصلي: 9.8
العدد الجديد: 12.1 **نسبة تزايد؛ حوالي 23.5%**

1C. العدد الأصلي: 24
العدد الجديد: 40 **نسبة تزايد؛ حوالي 66.7%**

1D. العدد الأصلي: 500
العدد الجديد: 131 **نسبة تناقص؛ 73.8%**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 7-2 حل التناسبات.

الدرس 7-2 إيجاد النسبة المئوية للتغيير.
حل مسائل تتضمن النسبة المئوية للتغيير.

بعد الدرس 7-2 تطوير مفهوم الميل بمثابته معدلاً للتغير.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** من الدرس.

اسأل:

- خلال عامي 2008 و 2009، تطوّع نحو 61.8 و 63.4 مليون شخص بأوقاتهم على التوالي. كم بلغ التغيير في عدد المتطوعين من عام 2008 إلى عام 2009؟ 1.6 مليون
- هل يمثل هذا التغيير زيادةً أو نقصانًا في عدد المتطوعين؟ لماذا؟ زيادة؛ فعدد المتطوعين عام 2009 كان أكبر من عددهم عام 2008.
- هل سيمثل التغير المئوي في عدد المتطوعين من عام 2008 إلى عام 2009 زيادةً مئويةً أو نقصًا مئويًا في عدد المتطوعين؟ الزيادة المئوية

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 119 8/20/2016 1:52:04 AM

1 النسبة المئوية للتغير

يوضح **المثال 1** كيفية تحديد ما إن كان التغير في النسبة المئوية هو نسبة مئوية للتزايد أو نسبة مئوية للتناقص فضلاً عن كيفية إيجاد النسبة المئوية للتغير. يوضح **المثال 2** كيفية كتابة التناسب الخاص بالنسبة المئوية للتغير واستخدامه لحل مسائل الحياة اليومية.

التقويم التكويني

استخدم تمارين "التمرين الموجه" بعد كل مثال لتحديد مدى فهم الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 حدد ما إذا كانت كل نسبةٍ مئويةٍ للتغيّر عبارة عن نسبة مئوية للتزايد أم نسبة مئوية للتناقص. ثم أوجِد النسبة المئوية للتغير.

a. العدد الأصلي: 32
العدد الجديد: 40
النسبة المئوية للتزايد، 25%

b. العدد الأصلي: 20
العدد الجديد: 4
النسبة المئوية للتناقص، 80%

2 **المبيعات** يساوي السعر الذي يدفعه متجر الكتب المستعملة لشراء الكتاب 5 AED. يبيع المتجر الكتاب بإضافة 28% إلى السعر الذي يدفعه مقابل شرائه. فما سعر بيع الكتاب؟
6.40 AED

التركيز على محتوى الرياضيات

تحويل النسب المئوية إلى أعداد عشرية عند تغيير النسبة المئوية إلى عدد عشري، حرّك الفاصلة بمقدار خانتين إلى الجهة اليسرى وأزل إشارة النسبة المئوية.

نصائح للمعلمين الجدد

النسبة المئوية للتغير قل للطلاب أن يتذكروا أن النسبة المئوية للتغير نسبيةٌ بالنسبة للكمية الأصلية. ولذلك، يُقسَم التغير في القيمة على القيمة الأصلية.



رابط من الحياة اليومية

في عام 2009، بلغ إجمالي الإيرادات من الرحلات السياحية في شمال أمريكا 15.16 مليار دولار.

المصدر: Cruise Market Watch

مثال 2 من الحياة اليومية النسبة المئوية للتغيير

الباخرة السياحية **زاد عدد المسافرين على البواخر السياحية بنسبة 10% من 2007 إلى 2009. فإذا كان عدد المسافرين في 2009 يبلغ 17.22 مليون مسافر، فكم كان عدد المسافرين في 2007؟**

لنفترض أن f = عدد المسافرين في 2009. بما أن 10% هي نسبة تزايد، فإن عدد المسافرين في 2007 أصغر من عدد المسافرين في 2009.

تناسب النسبة المئوية	$\frac{17.22 - f}{f} = \frac{10}{100}$ ← كمية التغير / ← الكمية الأصلية
أوجد حاصل الضرب التقاطعي	$(1{,}722 - f)100 = 10f$
خاصية التوزيع	$1{,}722 - 100f = 10f$
أضف $100f$ إلى كل طرف	$1{,}722 - 100f + 100f = 10f + 100f$
حوّل لأبسط صورة	$1{,}722 = 110f$
اقسم كل طرف على 110	$\frac{1{,}722}{110} = \frac{110f}{110}$
حوّل لأبسط صورة	$15.65 \approx f$

كان هناك 15.65 مليون مسافر تقريبًا في 2007.

تمرين موجه

2. **المصاريف الدراسية** بلغت آخر نسبة مئوية للتزايد في مصاريف جامعة نورث ويسترن بمدينة إيفانستون في إلينوي 5.4%. فإذا كانت التكلفة الجديدة تساوي 33,408 AED، فأوجد التكلفة الأصلية في العام. **31,696.39 AED**

2 حل المسائل

يوجد تطبيقان للنسبة المئوية للتغيير وهما ضريبة المبيعات والخصومات. ضريبة المبيعات تعبر عن النسبة المئوية للتزايد. أما الخصم، فيعبر عن النسبة المئوية للتناقص.

مثال 3 الضريبة على المبيعات

التسوق **تشتري منال السلك وحبات الخرز لعمل المجوهرات. تُكلف مشترياتها 28.62 AED قبل الضريبة. فإذا كانت الضريبة تبلغ 7.25% من إجمالي المبيعات، فما التكلفة النهائية؟**

الخطوة 1 أوجد الضريبة.

تبلغ الضريبة 7.25% من سعر المشتريات.

7.25% من 28.62 AED $= 0.0725 \times 28.62$ $\quad 0.0725 = 7.25\%$

$= 2.07495$ $\quad$ استخدم الآلة الحاسبة.

الخطوة 2 أوجد التكلفة متضمنة الضريبة.

قرّب 2.07495 AED إلى 2.07 AED، حيث إن الضريبة دائمًا ما تقرب إلى أقرب مئة.
أضف هذا المبلغ إلى السعر الأصلي: 28.62 AED + 2.07 AED = 30.69 AED

التكلفة الإجمالية لمواد مجوهرات خديجة تساوي 30.69 AED.

تمرين موجه

3. **التسوق** يتكلف جهاز DVD جديد 24.99 AED. فإذا كانت ضريبة المبيعات تبلغ 6.85%، فما التكلفة الإجمالية؟ **26.70 AED**

لإيجاد مبلغ الخصم، ستتبع الخطوات ذاتها المتبعة في ضريبة المبيعات.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

120 | الدرس 7-2 | النسبة المئوية للتغير

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 120 8/20/2016 1:52:06 AM

مثال 4 الخصومات

الخصم **حصل زايد علي درجات جيدة في المدرسة، وتأهل للحصول على الخصم المقدم للمتميزين دراسيًا على تأمين سيارته. ويدفع مبلغ 85 AED شهريًا دون الخصم. فإذا كان الخصم 20%، فكم سيدفع كل شهر؟**

الخطوة 1 أوجد الخصم.

الخصم يساوي 20% من المدفوعات الأصلية.

20% من 85 AED = 85 × 0.20 20% = 0.20

= 17 استخدم الآلة الحاسبة.

الخطوة 2 أوجد التكلفة بعد الخصم.

اطرح 17 AED من المدفوعات الأصلية: 85 AED − 17 AED = 68 AED

بالحصول على الخصم المقدم للطالب المتميز، سيدفع زيد 68 AED كل شهر.

تمرين موجه

4. **المبيعات** تبلغ التكلفة الأصلية لإطار صورة 14.89 AED. ويتم عرضه بتخفيض بنسبة 40%. كم يبلغ السعر بعض التخفيض؟ **8.93 AED**

نصيحة دراسية

التنظيم عند تحويل مسألة ما من جمل كلامية إلى جمل رياضية، تحول كلمة "يساوي" إلى = وتحول كلمة "في" إلى ×.

التحقّق من فهمك

مثال 1

اذكر ما إذا كانت كل نسبة تغيير عبارة عن نسبة مئوية *للتزايد* أم نسبة مئوية *للتناقص*. ثم أوجد النسبة المئوية للتغيير. قرِّب إلى أقرب نسبة مئوية كاملة.

1. العدد الأصلي: 782
العدد الجديد: 125 **نسبة تزايد؛ 60%**

2. العدد الأصلي: 41
العدد الجديد: 24 **نسبة تناقص؛ 41%**

3. العدد الأصلي: 6 شمعات
العدد الجديد: 8 شمعات **نسبة تزايد؛ 33%**

4. العدد الأصلي: 35 حاسوب
العدد الجديد: 32 حاسوب **نسبة تناقص؛ 9%**

مثال 2

5. **الجغرافيا** تبلغ المسافة من فينيكس إلى توكسون 120 ميلاً. والمسافة من فينيكس إلى فلاجستاف أطول بنسبة 21.7%. بالتقريب إلى أقرب عدد للأميال، ما المسافة من فينيكس إلى فلاجستاف؟ **146 ميلاً**

مثال 3

أوجِد السعر الإجمالي لكل منتج.

6. فستان: 22.50 AED
الضريبة على المبيعات: 7.5% **24.19 AED**

7. لعبة فيديو: 35.99 AED
الضريبة على المبيعات: 6.75% **38.42 AED**

8. **جولة بالسيارة** يتكلف تأجير السيارة السياحية 85 AED لمدة 3 ساعات بالإضافة إلى 7% ضريبة على مبيعات. ما التكلفة الإجمالية لتأجير سيارة سياحية لمدة 6 ساعات؟ **181.90 AED**

9. **الألعاب** تتكلف إحدى ألعاب الحاسوب 49.95 AED بالإضافة إلى 6.25% ضريبة على مبيعات. فما إجمالي تكلفة اللعبة؟ **53.07 AED**

مثال 4

أوجد السعر بعد الخصم لكل منتج.

10. جيتار: 95.00 AED
الخصم: 15% **80.75 AED**

11. جهاز DVD: 22.95 AED
الخصم: 25% **17.21 AED**

12. **لوح التزلج** يتكلف لوح التزلج 99.99 AED. إذا كان لديك كوبون لخصم 20%. فكم ستوفر من المال؟ **20 AED**

13. **زيارة المعرض** يبلغ سعر التذكرة لمعرض الإمارة 8 AED للبالغين و5 AED للأطفال. فإذا كانت لديك بطاقة خصم بنسبة 15%. فكم ستتكلف التذاكر لاثنين بالغين وطفلين؟ **22.10 AED**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التعليم المتمايز AL OL

إذا يلاقي الطلاب صعوباتٍ في تمييز الأنماط التي تضم نسبًا مئوية،

عندئذٍ شكّل مجموعاتٍ ثنائيةً تضم كل منها طالبًا من أولئك مع طالبٍ يستطيع تمييز الأنماط والتعامل معها. وبعد إكمالهم التمرين 44، اطلب منهم استخدام الجدول في التمرين بمثابة نموذجٍ لاستكشاف الأنماط باستخدام أرقامٍ أخرى، مثل 1% من 200 يساوي 2، وما إلى ذلك.

2 حل المسائل

يوضح **المثال 3** كيفية حل مسائل من الواقع تتناول النسبة المئوية للتزايد، مثل ضريبة المبيعات. يوضح **المثال 4** كيفية حل مسائل من الواقع تتناول النسبة المئوية للتناقص، مثل سعر التخفيضات.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

البحث على شبكة الإنترنت اطلب من الطلاب البحث في أعداد سكان مختلف المدن والإمارات من مكتب الإحصاء الإماراتي. واطلب منهم حساب النسبة المئوية للتغير في عدد السكان خلال فتراتٍ زمنيةٍ مختلفة.

أمثلة إضافية

3 **ضريبة على المبيعات** تكلف الوجبة المخصصة لشخصين في أحد المطاعم 32.75 AED. إذا كان معدل ضريبة المبيعات 5%. فما السعر الإجمالي للوجبة؟ 34.39 AED

4 **خصم** يتم عرض دمية أرنبٍ بنسبة تخفيض 20% على سعرها الأصلي. فإذا كان سعر الدمية الأصلي 3.80 AED، فما السعر المخفض؟ 3.04 AED

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1–13 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل الصفحة التالية لتخصيص المهام للطلاب.

تدريس الممارسات الرياضية

الانتظام يبحث الطلاب المتقنون للرياضيات عن طرقٍ عامةٍ ومختصرةٍ على حدٍّ سواء. أشر للطلاب إلى أن الكلمات الرئيسة في المسائل اللفظية هي اختصاراتٌ لتعابير كتابيةٍ ومعادلات.

التمثيل يستطيع الطلاب المتقنون للرياضيات تحديد الكميات المهمة في المواقف العملية. في التمرين 13، شجع الطلاب على البدء في تحديد الكميات التي يعرفونها.

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 121 8/20/2016 1:52:07 AM

تدريس الممارسات الرياضية

التمثيل يطبق الطلاب المتفوقون في الرياضيات معلوماتهم في الرياضيات لتجاوز المشكلات التي يواجهونها في حياتهم اليومية. في التمرين 41، شجع الطلاب على تقدير قيم التخفيضات قبل إجراء الحسابات. فإجراء تقديراتٍ من هذا القبيل مفيدٌ في أغلب الأحيان في اتخاذ القرارات من قِبل المستهلكين.

الأدوات يفكر الطلاب المتفوقون رياضيًا بالأدوات المتاحة أثناء حل مسألة رياضية. في التمرين 43، أشر للطلاب أن ورقة البيانات من شأنها أن تشكل أداةً ممتازةً لحساب كل النسب المئوية للتزايد بسرعة.

انتبه!

تحليل الخطأ في التمرين 47، الفرق الوحيد بين حلّ محمد ويوسف هو العدد الموجود في موقع المقام في النسبة الأولى من التناسب. حيث يملك محمد 28، وهي الكمية الجديدة في المسألة؛ ويملك يوسف 25، وهي الكمية الأصلية في المسألة. اقترح أن يراجع الطلاب المثالين 1 و 2. ذكّر الطلاب أن النسبة الذي ينبغي استخدامها هي كمية التغير إلى الكمية الأصلية.

إجابات إضافية

44c. إن نسبة 16% من 31.25 تساوي 5.
إن نسبة 6.25% من 320 تساوي 20.
إن نسبة 400% من 5 تساوي 20.

48. في بعض الأحيان؛ يمكن أن تكون النسبة المئوية للتغيير أعلى من 100%. فإن كان المبلغ الأصلي هو 20 والمبلغ الجديد هو 40، فإن النسبة المئوية للتغير هي 100%

49. الإجابة النموذجية: تَستخدم متاجر التجزئة النسب المئوية للتناقص عند الخصم على أسعار المواد المعروضة للبيع، بينما تعطى الزيادات على الرواتب في العادة بمثابة نسبة مئوية للتزايد. لإيجاد النسبة المئوية للتغير، اطرح الكمية الأصلية من الكمية الجديدة. ثم اكتب نسبةً تُقارن التغير بالمبلغ الأصلي. ينبغي أن تكتب الإجابة على هيئة نسبةٍ مئوية.

التمرين وحل المسائل

مثال 1

اذكر ما إذا كانت كل نسبة تغيير عبارة عن نسبة مئوية *للتزايد* أم نسبة مئوية *للتناقص*. ثم أوجِد النسبة المئوية للتغيير. قرِّب إلى أقرب نسبة مئوية كاملة.

14. العدد الأصلي: 35
العدد الجديد: 40 **نسبة تزايد؛ 14%**

15 العدد الأصلي: 16
العدد الجديد: 10 **نسبة تناقص؛ 38%**

16. العدد الأصلي: 27
العدد الجديد: 73 **نسبة تزايد؛ 170%**

17. العدد الأصلي: 92
العدد الجديد: 21 **نسبة تناقص؛ 77%**

18. العدد الأصلي: 21.2 جرامًا
العدد الجديد: 10.8 جرامات **نسبة تناقص؛ 49%**

19. العدد الأصلي: 11 قدمًا
العدد الجديد: 25 قدمًا **نسبة تزايد؛ 127%**

20. العدد الأصلي: 68 AED
العدد الجديد: 76 AED **نسبة تزايد؛ 12%**

21. العدد الأصلي: 21 ساعة
العدد الجديد: 40 ساعة **نسبة تزايد؛ 90%**

مثال 2

22. **البنزين** ارتفع متوسط تكلفة البنزين العادي في شمال كارولينا بنسبة 73% من 2006 إلى 2007. فإذا كان متوسط تكلفة جالون البنزين في 2006 يبلغ $ 2.069، فما متوسط التكلفة في 2007؟ قرّب إلى أقرب مئة. **$ 3.58**

23. **السيارات** يتسوق محمد للحصول على سيارة. تبلغ تكلفة السيارة الجديدة 15,500 AED. وهذا المبلغ أكبر بنسبة 25% من تكلفة السيارة المستعملة. فما تكلفة السيارة المستعملة؟ **12,400 AED**

مثال 3

أوجد السعر الإجمالي لكل منتج.

24. حقيبة الكتف: 28.00 AED
الضريبة: 7.25% **30.03 AED**

25. برنامج: 45.00 AED
الضريبة: 5.5% **47.48 AED**

26. مزهرية: 5.50 AED
الضريبة: 6.25% **5.84 AED**

27. كتاب: 25.95 AED
الضريبة: 5.25% **27.31 AED**

28. مجلة: 3.50 AED
الضريبة: 5.75% **3.70 AED**

29. وسادة: 9.99 AED
الضريبة: 6.75% **10.66 AED**

مثال 4

أوجد السعر بعد الخصم لكل منتج.

30. حاسوب: 1,099.00 AED
الخصم: 25% **824.25 AED**

31. مشغل أقراص مدمجة: 89.99 AED
الخصم: 15% **76.49 AED**

32. حذاء رياضي: 59.99 AED
الخصم: 40% **35.99 AED**

33. بنطلون جينز: 24.50 AED
الخصم: 33% **16.42 AED**

34. سترة: 125.00 AED
الخصم: 25% **93.75 AED**

35. حزام: 14.99 AED
الخصم: 20% **11.99 AED**

B **أوجد السعر النهائي لكل منتج.**

36. معطف: 14.99 AED
الخصم: 12%
الضريبة: 6.25% **14.02 AED**

37. طابعة: 60.00 AED
الخصم: 25%
الضريبة: 6.75% **48.04 AED**

38. لوحة ألعاب: 25.00 AED
الخصم: 15%
الضريبة: 7.5% **22.84 AED**

39. **مؤشر أسعار المستهلك** المؤشر يقيس النسبة المئوية في تغيير القيمة من السنة الأساسية. فمؤشر 115 يعني أنه كانت هناك زيادة بنسبة 15% من السنة الأساسية. في عام 2000، كان مؤشر أسعار المستهلك لمنتجات الألبان 160.7. وفي عام 2007، كان المؤشر 194.0. حدد النسبة المئوية للتغيير. **بلغت الزيادة حوالي 20.7%**

40. **المعرفة المالية** يبلغ السعر الحالي لكل سهم من أسهم شركة التكنولوجيا 135 AED. إذا كان هذا السعر يمثل الزيادة بنسبة 16.2% على مدار العام الماضي، فكم كان سعر السهم منذ عام؟ **116.18 AED**

41. **عروض الأزياء** تتسوق مجموعة من الفتيات لشراء فساتين ليرتدينها في حفل الربيع. وجدت إحداهن فستانًا بتكلفة 75 AED وعليه خصم بنسبة 20%. ووجدت أخرى فستانًا بتكلفة 85 AED وعليه خصم 30%.

a. أوجد مبلغ الخصم لكل فستان. **فستان الفتاة الأولى = 15 AED، فستان الفتاة الثانية = 25.50 AED**

b. أي الفتاتان حصلت على سعر أفضل لفستانها؟ **سعر فستان الفتاة الثانية أقل بقيمة 0.50 AED**

42. **الرياضات الترفيهية** في عام 1995، كان يوجد 73,567 فريقًا لكرة البيسبول من الشباب. **وبحلول عام** 2007، بلغ عدد الفرق 86,049. حدد النسبة المئوية للتزايد. **حوالي 17%**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	14–35, 45–47, 49–73	50–53 , فردي 35–15	45–47, 49, 54–73 زوجي, 34–14
OL أساسي	36–47, فردي 35–15, 49–73	14–35, 50–53	36–47, 49, 54–73
BL متقدّم	(73–68 ؛اختياري) 36–67,		

التمثيلات المتعددة

في التمرين 44، يستخدم الطلاب جدولاً للقيم مع التحليل اللفظي لتوضيح أنماط النسب المئوية.

43 **الأدوات** ما منتج البقالة الذي ارتفعت تكلفته بأعلى نسبة للتزايد من 2000 إلى 2007؟ **الحليب**

متوسط أسعار البيع بالتجزئة لمنتجات البقالة المحددة		
منتج البقالة	التكلفة بقيمة 2000 (بالدرهم لكل رطل)	التكلفة بقيمة 2007 (بالدرهم لكل رطل)
الحليب (بالجالون)	2.79	3.87
الديك الرومي (الكامل)	0.99	1.01
الدجاجة (الكاملة)	1.08	1.17
اللحم البقري المفروم	1.63	2.23
التفاح	0.82	1.12
خس ثلجي	0.85	0.95
زبدة الفول السوداني	1.96	1.88

المصدر: النشرة الإحصائية للولايات المتحدة الأمريكية

44. **التمثيلات المتعددة** في المسألة التالية، ستستكشف الأنماط بالنسب المئوية.

a. **بجدول** انسخ الجدول التالي وأكمله.

1% من	500	تساوي 5.	100% من	20	تساوي 20.	25	% من 80 تساوي 20.
2% من	250	تساوي 5.	50% من	40	تساوي 20.	50	% من 40 تساوي 20.
4% من	125	تساوي 5.	25% من	80	تساوي 20.	100	% من 20 تساوي 20.
8% من	62.5	تساوي 5.	12.5% من	160	تساوي 20.	200	% من 10 تساوي 20.

44b. **الإجابة النموذجية: في العمود الثاني، بما أن النسبة المئوية مضاعفة، تُخفض الكمية إلى النصف. في العمود الخامس، بما أن النسبة المئوية مخفضة إلى النصف، تتضاعف الكمية.**

b. **شفهيًا** صف الأنماط في العمود الثاني والخامس.

c. **تحليليًا** استخدم الأنماط لكتابة الصف الخامس من الجدول. **انظر الحاشية.**

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدم مهارات التفكير العليا

45. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب مسألة من واقع الحياة لإيجاد السعر الإجمالي لمنتج يتضمن ضريبة على المبيعات. **الإجابة النموذجية: تبلغ تكلفة قرص مدمج 9.99 AED في التخفيضات. إذا كانت الضريبة 6.5%، فما تكلفة القرص المدمج؟**

46. **الاستنتاج** إذا كان لديك 75% من العدد n. فما النسبة المئوية للتناقص من العدد *n*؟ الاستنتاج إذا كان لديك 40% من العدد *a*، فما النسبة المئوية للتناقص لديك من العدد *a*؟ ما النمط الذي تلاحظه؟ هل هذا صحيح دائمًا؟

47. **تحليل الخطأ** يحاول كل من ماجد وحسن إيجاد النسبة المئوية للتغيير إذا كان المبلغ الأصلي 25 AED والمبلغ الجديد 28 AED. هل كل منهما على صواب؟ اشرح استدلالك. **حسن؛ قسم ماجد على الكمية الجديدة عوضاً من الكمية الأصلية.**

ماجد	حسن
$\frac{3}{25} = \frac{r}{100}$	$\frac{3}{28} = \frac{r}{100}$
$3(100) = 25r$	$3(100) = 28r$
$300 = 25r$	$300 = 28r$
$12 = r$	$10.7 = r$

46. **25%، 60%؛ النسبة المئوية للعدد والنقصان يضاف إلى 100%؛ نعم**

48. **مسألة تحفيزية** حدد ما إذا كانت العبارات التالية صحيحة أحيانًا أم دائمًا أم لا تكون صحيحة أبدًا. النسبة المئوية للتغيير أصغر من *100%*. **انظر الحاشية.**

49. **الكتابة في الرياضيات** متى تُستخدم النسبة المئوية للتغيير في الحياة الواقعية؟ اشرح طريقة إيجاد النسبة المئوية للتغيير بين قيمتين. **انظر الحاشية.**

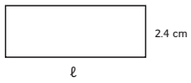
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

123

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 123 8/20/2016 1:52:11 AM

تمرين على الاختبار المعياري

50. عِلم الهندسة يبلغ محيط المستطيل P سنتيمتر. ما المعادلة التي يمكن استخدامها لإيجاد الطول ℓ للمستطيل؟ **D**



A $P = 2.4\ell$
B $P = 4.8 + \ell$
C $P = 2.4 + 2\ell$
D $P = 4.8 + 2\ell$

51. إجابة مختصرة يقوم أيوب بطلاء غرفة لها أربعة حوائط بطول 12 قدمًا في 14 قدمًا. يتكلف جالون الطلاء 18 AED ويكفي لمساحة 350 قدمًا مربعًا. إذا عمل طبقتين من الطلاء، فكم سيكلفه طلاء الغرفة؟ **72 AED**

52. زاد عدد الطلاب في مدرسة فرانكلين الثانوية من 840 إلى 910 طلاب على مدار 5 أعوام. فما النسبة المئوية للتزايد؟ **F**

F 8.3%
G 14.0%
H 18.5%
J 92.3%

53. الاحتمالية تم إلقاء حجري نرد. ما احتمالية أن يكون المجموع 10؟ **C**

A $\frac{1}{3}$ B $\frac{1}{6}$ C $\frac{1}{12}$ D $\frac{1}{36}$

مراجعة شاملة

54. السفر تحتاج شاحنة خالد الصغيرة إلى 5 جالونات من البنزين لقطع مسافة 120 ميلاً. كم جالونًا من البنزين ستحتاجه الشاحنة لقطع 360 ميلاً؟ 15 جالونًا **(الدرس 6-2)**

قيّم كل تعبير إذا كان $x = -2$ و $y = 6$ و $z = 4$. (الدرس 5-2)

55. $|3 - x| + 7$
56. $12 - |z + 9|$
57. $|y + x| - z + 4$

أوجد حل كل من المعادلات التالية. قرّب إلى أقرب جزء من مئة. علّل إجابتك. (الدرس 4-2)

58. $1.03p - 4 = -2.15p + 8.72$
59. $18 - 3.8t = 7.36 - 1.9t$
60. $5.4w + 8.2 = 9.8w - 2.8$
61. $2[d + 3(d - 1)] = 18$

أوجد حل كل من المعادلات التالية. علّل إجابتك. (الدرس 3-2)

62. $5n + 6 = -4$
63. $-11 = 7 + 3c$
64. $15 = 4a - 5$
65. $-14 + 7g = -63$

66. الأنهار يبلغ طول نهر الكونغو في إفريقيا 2,900 ميل. وهو أطول بمسافة 310 أميال من نهر النيجر الموجود في إفريقيا أيضًا. (الدرس 2-2)

a. اكتب معادلة يمكن استخدامها لإيجاد نهر النيجر. $n + 310 = 2{,}900$

b. ما طول نهر النيجر؟ **2,590 ميلاً**

67. الغذاء اشترى حسام x رطل من التفاح بسعر 0.99 AED للرطل وy رطل من البرتقال بسعر 1.29 AED للرطل. اكتب تعبيرًا جبريًا يمثل تكلفة الشراء. (الدرس 1-1) $0.99x + 1.29y$

مراجعة المهارات

حوّل كل معادلة إلى جملة. 68–73. انظر الحاشية.

68. $d - 14 = 5$
69. $2f + 6 = 19$
70. $y - 12 = y + 8$
71. $3a + 5 = 27 - 2a$
72. $-6c^2 - 4c = 25$
73. $d^4 + 64 = 3d^3 + 77$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4 التقويم

حصاد الأمس اطلب من الطلاب الكتابة عن الكيفية التي ساعدهم بها درس الأمس بشأن النسب في المادة الجديدة اليوم.

التقويم التكويني

تحقق من استيعاب الطلاب للدروس 6-2 و 7-2.

إجابات إضافية

68. الإجابة النموذجية: العدد f ناقص أربعة عشر يساوي خمسة.

69. الإجابة النموذجية: ستة زائد ضعف العدد f يساوي تسعة عشر.

70. الإجابة النموذجية: اثنا عشر ناقص y يساوي ثمانية زائد y.

71. الإجابة النموذجية: حاصل ضرب العدد ثلاثة والعدد a حين يضاف إليه العدد 5 يساوي الفرق بين العدد 27 والعدد اثنين مضروبًا في a.

72. الإجابة النموذجية: سالب ستة مضروبة في العدد c مربع ناقص أربعة مضروبة في c يساوي خمسة وعشرين.

73. الإجابة النموذجية: العدد d بالأس أربعة مضافًا إليه العدد أربعة وستون يساوي ثلاثة مضروبة في العدد d بالأس ثلاثة زائد سبعة وعشرين.

التعليم المتمايز BL

التوسع يتم عرض قرص DVD سعره الأصلي 10 AED للبيع بنسبة خصم 20%.
إذا احتسب خصمٌ آخر بنسبة 50% عند آلة تحصيل النقود، فهل الخصم الإجمالي هو 70%؟
إن لم يكن ذلك، فأوجد الخصم الفعلي. لا، ليس الخصم 70%، بل إن الخصم الأصلي هو 60%.

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 124 8/20/2016 1:52:12 AM

التوسع 2-7 مختبر الجبر
النسب المئوية

المئين هو قياس يُستخدم غالبًا لتسجيل بيانات اختبار. مثل درجات الاختبارات الموحدة. فهو يدل على أن النسبة المئوية لإجمالي الدرجات كانت أصغر من درجة معينة.

- يُستخدم المئين لقياس الترتيب من الأسفل.
- لا يوجد مئين يساوي 0. درجة أو أقل هي المئين الأول.
- لا يوجد مئين يساوي 100. فأعلى درجة هي المئين 99.

النشاط

أقيم عرض للمواهب لأفضل عشرين متسابقًا في مسابقة محبوب الشباب. حصل كل متسابق على درجة من 0 حتى 30، حيث إن الدرجة 30 هي الأعلى. ما المئين لمحمود؟

الخطوة 1 اكتب درجة واحدة على كل قصاصة من 20 قصاصة ورق.

الخطوة 2 رتب القصاصات رأسيًا من الدرجة الأعلى إلى الأقل.

الخطوة 3 أوجد المئين لمحمود.

حصل محمود على درجة 28. وتوجد 18 درجة أصغر من درجته. لإيجاد المئين، استخدم الصيغة التالية.

$$\frac{\text{عدد الدرجات الأقل من 28}}{\text{إجمالي عدد الدرجات}} \times 100 = \frac{18}{20} \times 100 \text{ أو } 90$$

حصل محمود على المئين التسعين في المسابقة.

الاسم	النقاط	الاسم	النقاط
سعيد	17	عبد الرحمن	27
حمدان	9	فارس	20
ليلى	25	أسماء	16
سندية	21	يوسف	10
عبد الله	14	صالح	26
عائشة	29	محمد	4
فهد	15	خميس	6
طارق	12	محمود	28
حسن	5	خالد	22
منى	11	شيخة	18

3. إذا قُدِّرَ المئين، يوجد سعيد في المئين الخمسين بدرجة 17، ومنى في المئين الخامس والعشرين بدرجة 11، وليلى في المئين الخامس والسبعين بدرجة 25. الوسيط للبيانات يساوي 16.5، أما قيم الربع الأدنى والأعلى تساوي 10.5 و 23.5 على التوالي.

حلل النتائج

1. أوجد الوسيط والربع الأعلى والربع الأدنى للدرجات. **16.5, 10.5, 23.5**
2. أي من المتحنين وصل إلى المئين الخمسون؟ والخامس والعشرين؟ والخامس والسبعين؟ **سعيد، منى، ليلى**
3. قارن وبين الفرق بين قيم الوسيط والربع الأعلى والربع الأدنى وبين الدرجات للمئين الخامس والعشرين والخمسين والخامس والسبعين.
4. حصل محمود على المئين التسعين. فما المئين لعدد 30 نقطة محتملة أحرزها؟ **حوالي 93%**
5. **المناقشات** قارن وبين الفرق بين المئين ودرجة النسبة المئوية. **يدل المئين على ترتيب الدرجات بين باقي الدرجات. أما النسبة المئوية فهي عبارة عن مقارنة درجة بأعلى درجة ممكنة.**
6. هل يوجد أي قيم متطرفة في البيانات التي قد تغير نتائج حساباتنا؟ **لا**
7. **القيم العشرية** عبارة عن قيم تقسم مجموعة من البيانات إلى عشرة أجزاء متساوية الحجم. تتضمن القيمة العشرية الأولى البيانات حتى المئين العاشر دون أن يدرج بها ذلك المئين العاشر، وتتضمن القيمة العشرية الثانية البيانات من المئين العاشر حتى المئين العشرين دون أن يدرج بها، وهكذا.

   A. أي درجات المتسابقين تقع في القيمة العشرية السادسة؟ **سعيد وشيخة**

   B. في أي قيمة عشرية يقع كل من عبد الله وطارق؟ **القيمة العشرية الرابعة**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

من الملموس إلى المجرد

في التمرين 6، يُطلب من الطلاب التفكير في العوامل التي قد تؤثر في تحديد الترتيب المئوي لمجموعة من الدرجات. يوسّع التمرين 7 مفهوم القيم العشرية.

تدريس الممارسات الرياضية

الفرضيات يستوعب الطلاب المتفوقون في الرياضيات التعريفات ويستخدمونها. في التمرين 5، اطلب من الطلاب تحديد أوجه التشابه والاختلاف بين الترتيب المئوي ودرجة النسبة المئوية.

1 التركيز

الهدف إيجاد الرتبة المئوية لعنصر البيانات ضمن مجموعة من الدرجات.

المواد الخاصة بكل طالب

- ورق (ورقة واحدة)
- مقص

نصائح للتدريس

قد تحتاج إلى مناقشة الفرق بين النسبة المئوية والترتيب المئوي. على سبيل المثال، تعني الدرجة الواقعة في الترتيب المئوي 65 أن 65% من الدرجات هي نفسها عند درجة الترتيب المئوي 65 أو أصغر منها عند ذلك الترتيب. وهذا لا يعني أن المتسابق قد سجل 65% من النقاط المحتملة.

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

اطلب من الطلاب أن يعملوا في مجموعاتٍ من ثلاثةٍ أو أربعة – مع مراعاة تنوع القدرات – لإكمال الخطوات 1-3 في النشاط والتمرينات 1-3.

اسأل:

- ما الغاية من ترتيب الدرجات رأسيًا من الدرجة الأعلى إلى الأدنى؟ لمعرفة عدد الدرجات عند درجةٍ محددةٍ أو دونها
- ما الدرجة الأدنى؟ 4 عند أي ترتيب مئوي تقع الدرجة الأدنى؟ الترتيب المئوي الأول ما الدرجة عند الترتيب المئوي 99؟ 29

نصائح للتدريس

راجع كيفية إيجاد الوسيط والربع الأدنى والربع الأعلى لمجموعة أرقام التمرين 1.

تمرين اطلب من الطلاب إكمال التمارين 6-1.

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمرين 5 لتقييم ما إن كان الطلاب يستوعبون الفرق بين الترتيب المئوي والنسبة المئوية.

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 2-8 حل المعادلات المحتوية على متغيرات في طرف واحد.

الدرس 2-8 حلّ المعادلات الخاصة بمتغيراتٍ معيّنة.
استخدام القواعد لحل اليومية.

بعد الدرس 2-8 حل أنظمة المعادلات

2 علّم

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** من الدرس.

اسأل:

- في القاعدة $A = P(1 + r)^t$، ما العملية التي تؤديها لإيجاد A؟ نضرب P في $(1 + r)^t$.
- بافتراض أنك تعرف قيمتي A و r، ولكنك لا تعرف P. كيف ستحلّ المسألة من أجل P؟ نقسم طرفي المعادلة على $(1 + r)^t$.
- لماذا نقوم بحل القاعدة من أجل متغيرٍ ما قبل استبدال قيم المتغيرات المعلومة؟ إن ذلك يسهل علينا حل القاعدة لأننا نحتاج لأداء العمليات على أحد طرفي المعادلة.

2-8 المعادلات الحرفية والتحليل البعدي



السابق
- قمت بحلّ المعادلات المكونة من متغيرات في كل طرف.

الحالي
1. تحل المعادلة لإيجاد المتغيرات المذكورة.
2. تستخدم القواعد لحل مسائل من واقع الحياة.

لماذا؟
- في كل عام، يزداد عدد المستخدمين لبطاقات الائتمان في عمليات الشراء اليومية. وإذا لم يسدد الرصيد بالكامل بحلول تاريخ الاستحقاق، تُطبق المرابحة المركبة. صيغة حساب رصيد الحساب ذي المرابحة المركبة المضافة سنويًا هي $A = P(1 + r)^t$
  - A تمثل المبلغ الموجود في الحساب مضافًا إليه المرابحة
  - P تساوي المبلغ الموجود في الحساب قبل إضافة المرابحة
  - r تساوي معدل المرابحة المكتوب في صورة عدد عشري
  - t تساوي المدة بالأعوام.

مفردات جديدة

المعادلة الحرفية (literal equation)

تحليل بُعدي (dimensional analysis)

تحليل الوحدات (unit analysis)

ممارسات رياضية
مراعاة الدقة.

1 إيجاد حل المتغير المحدد

بعض المعادلات مثل المعادلة السابقة تتضمن أكثر من متغير. ستحتاج في بعض الأحيان إلى حل هذه المعادلات لإيجاد أحد تلك المتغيرات.

مثال 1 إيجاد حل المتغير المحدد

أوجد حل $4m - 3n = 8$ لإيجاد حل m.

$4m - 3n = 8$	المعادلة الأصلية
$4m - 3n + 3n = 8 + 3n$	أضف $3n$ إلى كل طرف
$4m = 8 + 3n$	حوّل لأبسط صورة
$\frac{4m}{4} = \frac{8 + 3n}{4}$	اقسم كل طرف على 4
$m = \frac{8}{4} + \frac{3}{4}n$	حوّل لأبسط صورة
$m = 2 + \frac{3}{4}n$	حوّل لأبسط صورة

تمرين موجه

حُل كل معادلة لإيجاد المتغير المحدد.

1A. $15 = 3n + 6p$ لإيجاد حل n $5 - 2p$

1B. $\frac{k - 2}{5} = 11j$ لإيجاد حل k $55j + 2$

1C. $28 = t(r + 4)$ لإيجاد حل t $\frac{28}{r + 4}$

1D. $a(q - 8) = 23$ لإيجاد حل q $\frac{23}{a} + 8$

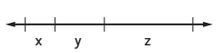
نحتاج في بعض الأحيان إلى حل المعادلات لإيجاد متغير موجود في كلا طرفي المعادلة. وعندما يحدث هذا، يجب نقل جميع الحدود التي يوجد بها ذلك المتغير إلى طرف واحد من المعادلة. فمن المفيد إذًا استخدام خاصية التوزيع لعزل المتغير الذي تحل المعادلة لإيجاده.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 126 8/20/2016 1:52:16 AM

تمرين على الاختبار المعياري

51. في الشكل، $x : y = 2 : 3$ و $y : z = 3 : 5$.
إذا كان $x = 10$. فأوجد قيمة z. C



A 15
B 20
C 25
D 30

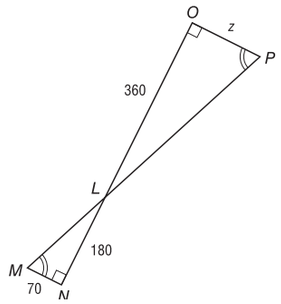
52. إجابة موزعة يسجل أحد متسابقي السيارات الأوقات النهائية لمحاولات التمرين الأخيرة.

المحاولة	الزمن (بالثواني)
1	5.09
2	5.10
3	4.95
4	4.91
5	5.05

ما متوسط الزمن بالثواني للمحاولات؟ 5.02

53. علم الهندسة إذا كان $\triangle LMN$ يشبه $\triangle LPO$. فما قيمة z؟ G

F 240
G 140
H 120
J 70



54. أي المعادلات مما يلي تشرح خاصية التبديل؟ C

A $(3x + 4y) + 2z = 3x + (4y + 2z)$
B $7(x + y) = 7x + 7y$
C $xyz = yxz$
D $x + 0 = x$

مراجعة تمهيدية

أوجد حل كل من المعادلات التالية. (الدرس 2-5)

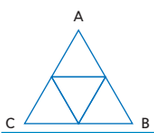
55. $|x + 5| = -8$
56. $|b + 9| = 2$
57. $|2p - 3| = 17$
58. $|5c - 8| = 12$

59. الصحة عند ممارسة الرياضة، ينبغي ألا يتجاوز نبض الإنسان حدًا معينًا. وهذا المعدل الأقصى يعبَّر عنه بالصيغة $0.8(220 - a)$. إذ إن a تساوي العمر بالأعوام.
أوجد عمر إنسان يبلغ الحد الأقصى لنبضه 122 مرة أكثر من عمره. (الدرس 2-4) **30 عامًا**

أوجد حل كل من المعادلات التالية. علّل إجابتك. (الدرس 2-3)

60. $15 = 4a - 5$
61. $7g - 14 = -63$
62. $9 + \frac{y}{5} = 6$
63. $\frac{t}{8} - 6 = -12$

64. علم الهندسة أوجد مساحة $\triangle ABC$ إذا كان لكل مثلث صغير قاعدة بطول 5.2 بوصات وارتفاع بطول 4.5 بوصات. (الدرس 1-4) **46.8 in²**



قيّم كل تعبير مما يلي. (الدرس 2-1)

65. $3 + 16 \div 8 \times 5$
66. $4^2 \times 3 - 5(6 + 3)$

مراجعة المهارات

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التعليم المتمايز AL OL

إذا يصاب الطلاب بالتشوش بسبب المعادلات التي تضم أكثر من مجهولٍ واحدٍ والمعادلات التي تتوزع فيها القيم المجهولة على الطرفين، كما في المثال 2.

عندئذ اطلب من الطلاب العمل في مجموعاتٍ ثنائيةٍ لتحليل ومناقشة وكتابة الخطوات اللازمة لحل المعادلة. وحينها يمكنهم الرجوع إلى تلك الخطوات وحصرها أثناء تقدمهم في الحل.

1 إيجاد حل المتغير المحدد

يوضح المثال 1 كيفية حل معادلةٍ تضم أكثر من متغيرٍ واحدٍ لإيجاد أحد المتغيرات. **يوضح المثال 2** كيف يمكن استخدام خاصية التوزيع لعزل المتغير الذي يجري إيجاد قيمته في المعادلة أو القاعدة.

التقويم التكويني

استخدم تمارين "التمرين الموجه" بعد كل مثال لتحديد مدى فهم الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 أوجد حل $5b + 12c = 9$ من أجل المتغير b. $b = \frac{9 - 12c}{5}$

2 أوجد حل $7x - 2z = 4 - xy$ من أجل المتغير x. $x = \frac{4 + 2z}{7 + y}$

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوح الأبيض التفاعلي

أعطِ الطلاب معادلةً تضم العديد من المتغيرات. قسّم الوحدة إلى مجموعات، واطلب من كل مجموعةٍ حل المعادلة لإيجاد متغيرٍ مختلف. ثم اطلب من أحد الأعضاء في المجموعة شرح عملها لبقية الوحدة على اللوحة.

2 استخدام القواعد

يوضح المثال 3 كيفية إيجاد متغير محدد في قاعدةٍ ما عند حل مسألة من الحياة اليومية.

يوضح المثال 4 كيفية استخدام التحليل البعدي لتحويل الوحدات في مسألة من الحياة اليومية

.

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 127 8/20/2016 1:52:18 AM

أمثلة إضافية

3 **استهلاك الوقود** يتحدد استهلاك الوقود في السيارة E (عدد الأميال لكل جالون) من خلال القاعدة التالية $E = \frac{m}{g}$، حيث إن m هو عدد الأميال المقطوعة و g هو عدد جالونات الوقود المستخدمة.

a. أوجد حل القاعدة من أجل m. $m = Eg$

b. إذا كان متوسط استهلاك سيارة علاء من الوقود يساوي 30 ميلاً للجالون الواحد، واستخدم علاء 9.5 جالون، فما المسافة التي قادها؟ 285 ميلاً

4 **الشمبانزي** يبلغ متوسط وزن حيوان الشمبانزي في حديقة الحيوانات 52 كيلوجرامًا. إذا كان 1 جرام ≈ 0.0353 أوقية، فاستخدم التحليل البعدي لإيجاد متوسط وزن الشمبانزي بالرطل. (**تلميح:** 1 رطل = 16 أوقية) ≈115 رطلاً

انتبه!

تجنب الأخطاء شجع الطلاب على كتابة وحدات القيم التي يستبدلونها في المعادلة. فكتابة الوحدات من شأنه أن يساعدهم في تحديد مدى معقولية الإجابة. إذا كانت المسألة تطلب إجابةً "بالأميال"، ولكنّ الوحدات المتوفرة لديهم هي "بالساعات"، فسيعلمون أن هناك خطأً ما.

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-7 للتحقق من الاستيعاب.

استخدم المخطط أسفل الصفحة التالية لتخصيص المهام للطلاب.

التركيز على محتوى الرياضيات

استخدام القواعد تتطلب الكثير من المسائل في الحياة اليومية استخدام القواعد. وقد يساعد حل القاعدة من أجل متغيرٍ محددٍ في حل المسألة.

تدريس الممارسات الرياضية

الدقة يتوخى الطلاب المتفوقون في الرياضيات الدقة في تحديد وحدات القياس. شجع الطلاب على استخدام وحدة القياس في كلّ البسوط والمقامات.

عند استخدام القواعد، فقد تحتاج إلى استخدام التحليل البعدي. **التحليل البعدي** أو **تحليل الوحدات** عبارة عن عملية نقل الوحدات طوال العملية الحسابية.

مثال 4 استخدام التحليل البُعدي

الجري الجري لمسافة 10K يساوي 10 كيلومترات طولاً. فإذا كان 1 متر = 1.094 ياردة، فاستخدم التحليل البعدي لإيجاد طول مضمار السباق بالأميال.
(*تلميح:* 1 mi = 1760 yd)

نظرًا لأن التحويل المذكور يربط الأمتار بالياردات، فحوّل 10 كيلومترات إلى أمتار أولاً. ثم اضرب في معامل التحويل بحيث تُقسم عدد أمتار الوحدات. للتحويل من الياردات إلى الأميال، اضرب في $\frac{1\text{ mi}}{1760\text{ yd}}$.

الطول لمسافة الجري		الكيلومترات إلى أمتار		الأمتار إلى ياردات		الياردات إلى أميال
10 km	×	$\frac{1000\text{ m}}{1\text{ km}}$	×	$\frac{1.094\text{ yd}}{1\text{ m}}$	×	$\frac{1\text{ mi}}{1760\text{ yd}}$

لاحظ كيفية إلغاء الوحدات، بحيث يتم ترك الوحدة التي يتم التحويل لها.

$$10\text{ km} \times \frac{1000\text{ m}}{1\text{ km}} \times \frac{1.094\text{ yd}}{1\text{ m}} \times \frac{1\text{ mi}}{1760\text{ yd}} = \frac{10{,}940\text{ mi}}{1760}$$
$$\approx 6.2\text{ mi}$$

مضمار السباق بطول 10K يساوي تقريبًا 6.2 أميال.

نصيحة دراسية

الدقة عند التخطيط لطريقة الحل، فكّر في المطلوب في المعادلة وما هي وحدات القياس التي ستُطبق في الحل.

تمرين موجه

4. سيارة تسير مسافة 100 قدم في مدة 2.8 ثانية. ما سرعة السيارة بالميل في الساعة؟ قرّب إلى أقرب عدد صحيح. **24 mph**

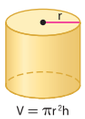
التحقّق من فهمك

مثال 1 و2 **أوجد حل كل معادلة أو صيغة لإيجاد المتغير المحدد.**

1. $5a + c = -8a$ لإيجاد حل a $a = -\frac{c}{13}$
2. $7h + f = 2h + g$ لإيجاد حل g $5h + f = g$
3. $\frac{k+m}{-7} = n$ لإيجاد حل k $k = -7n - m$
4. $q = p(r+s)$ لإيجاد حل p $p = \frac{q}{r+s}$

مثال 3

5. **التعبئة** تريد شركة صابون استخدام الحاويات الأسطوانية لتعبئة صابونها السائل الجديد.



A. أوجد حل الصيغة h. $h = \frac{V}{\pi r^2}$

B. ما ارتفاع الحاوية إذا كان الحجم يساوي 56.52 بوصة مكعبة ونصف القطر يساوي 1.5 بوصة؟ قرّب إلى أقرب جزء من عشرة. **8.0 in.**

مثال 4

6. **التسوّق** وجد محمد لعبة فيديو نادرة على موقع مزاد على الإنترنت بسعر 35 دولارًا أستراليًا. إذا كان سعر الصرف هو 1 دولار أمريكي = 1.24 دولار أسترالي، فأوجد سعر اللعبة بالدولار الأمريكي. قرّب إلى أقرب مئة. **28.23 AED**

7. **الضبط** تتميز عدسة محدبة بحد أدنى لنطاق التركيز يساوي 13.5 سنتيمترًا. فإذا كان 1 سنتيمتر في الطول يساوي 0.39 بوصة تقريبًا، فما الحد الأدنى لنطاق تركيز العدسة بوحدة القدم؟ **حوالي 0.43875 ft**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 128 8/20/2016 1:52:20 AM

تدريس الممارسات الرياضية

الدقة في التمرينين 7 و 19. أشر للطلاب إلى أنه ينبغي التعبير عن الإجابة النهائية بالقدم والليتر على التوالي.

التمرين وحل المسائل

المثالان 1 و2 **أوجد حل كل معادلة أو صيغة لإيجاد المتغير المحدد.**

8. $u = vw + z$ لإيجاد حل v $v = \frac{u - z}{w}$

9. $x = b - cd$ لإيجاد حل c $c = \frac{x - b}{-d}$

10. $fg - 9h = 10j$ لإيجاد حل g $g = \frac{10j + 9h}{f}$

11. $10m - p = -n$ لإيجاد حل m $m = \frac{-n + p}{10}$

12. $r = \frac{2}{3}t + v$ لإيجاد حل t $t = \frac{3}{2}(r - v)$

13. $\frac{5}{9}v + w = z$ لإيجاد حل v $v = \frac{9}{5}(z - w)$

14. $\frac{10ac - x}{11} = -3$ لإيجاد حل a $a = \frac{-33 + x}{10c}$

15. $\frac{df + 10}{6} = g$ لإيجاد حل f $f = \frac{6g - 10}{d}$

مثال 3

16. **اللياقة البدنية** صيغة حساب مؤشر كتلة الجسم للشخص هي $B = 703 \cdot \frac{w}{h^2}$.
B تمثل مؤشر كتلة الجسم، وw تساوي وزن الجسم بالأرطال، وh تمثل ارتفاع الجسم بالبوصة.

A. أوجد حل الصيغة w. $w = \frac{Bh^2}{703}$

B. ما الوزن إلى أقرب رطل لشخص يبلغ طوله 64 بوصة ومؤشر كتلة الجسم لديه 21.45؟ 125 lb

17. **الفيزياء** التسارع هو قياس مدى سرعة تغير السرعة. صيغة التسارع هي $a = \frac{v_f - v_i}{t}$ تمثل معدل التسارع.
وv_f تساوي السرعة النهائية، و v_f تساوي السرعة البدائية وt تمثل الوقت بالثواني.

A. أوجد حل الصيغة v_f. $v_f = at + v_i$

B. ما السرعة النهائية لعدّاء تزيد سرعته بمقدار قدمين في الثانية مع إيجاد التربيع لعدد 3 ثوانٍ مع العلم بأن السرعة البدائية تبلغ 4 أقدام في الثانية؟ 10 ft/s2

مثال 4

18. **السباحة** إذا كانت كل دورة في حمام السباحة يبلغ طولها 100 متر، فما عدد اللفات التي تساوي ميلاً واحدًا؟ قرّب إلى أقرب جزء من عشرة. (تلميح: 1 قدم ≈ 0.3048 متر) 16.1 دورة

19. **الضبط** ما عدد لترات البنزين اللازمة لملء خزان بسعة 13.2 جالون؟ يوجد حوالي 1.06 كوارت في اللتر الواحد. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة. 49.8 L

أوجد حل كل معادلة أو صيغة لإيجاد المتغير المحدد.

20. $-14n + q = rt - 4n$ لإيجاد حل n $n = \frac{rt - q}{-10}$

21. $18t + 11v = w - 13t$ لإيجاد حل t $t = \frac{w - 11v}{31}$

22. $ax + z = aw - y$ لإيجاد حل a $a = \frac{-y - z}{x - w}$

23. $10c - f = -13 + cd$ لإيجاد حل c $c = \frac{-13 + f}{10 - d}$

حدد الوحدة المناسبة من الخيارات التالية وحوّل المعدل إلى تلك الوحدة.

km/s	mm/s	mph	ft/s

24. سيارة تسير بسرعة 36 ft/s حوالي 24.5 mph

25. حلزون يتحرك بسرعة 3.6 m/h. 1.0 mm/s

26. شخص يمشي بسرعة 3.4 mph حوالي 5.0 ft/s

27. قمر صناعي يتحرك بسرعة 234,000 m/min 3.9 km/s

28. **الجمباز** تُمثل الصيغة $P = \frac{1.2W}{H^2}$ مقدار الضغط المبذول على الأرض من كعب لاعب الجمباز. في هذه الصيغة، P تساوي الضغط بالأرطال في البوصة المربعة، وتساوي W وزن شخص يرتدي حذاء بالأرطال. وH تساوي عرض كعب الحذاء بالبوصات.

A. أوجد حل الصيغة W. $W = \frac{H^2P}{1.2}$

B. أوجد وزن لاعب الجمباز إذا كان عرض الكعب يساوي 3 بوصات والضغط يساوي 30 رطلاً في البوصة المربعة. 225 lb

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	8–19, 36–38, 40–61	9–19, 41–44 فردي	8–18 زوجي, 36–38, 40, 45–61
OL أساسي	9–19فردي,20–34 36–38, 40–61	8–19, 41–44	20–34, 36–38, 40, 45–61
BL متقدّم	20–55. (اختياري 56–61)		

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 129 8/20/2016 1:52:21 AM

إجابة إضافية

34c. تكلف السيارة $A\ \frac{3(15{,}000)}{15}$ أو 3000 AED في العام، أو قرابة 58 AED فيالأسبوع. تكلف السيارة $\frac{3(15{,}000)}{35}$، ويكافؤ ذلك قرابة 1286 AED في العام، أو قرابة 24 AED في الأسبوع، من أجل توفيرٍ قدره قرابة 24 AED — 58 أو 34 AED في الأسبوع.

اكتب معادلة وأوجد المتغير المحدد.

29. سبعة ناقص عدد t يساوي عددًا آخر r زائد 6. أوجد حل ما يلي لإيجاد قيمة t. $t-7=r+6;\ t=r+13$

30. عشرة زائد ثمانية مضروبة في عدد a يساوي أحد عشر في عدد d ناقص ستة. أوجد حل ما يلي لإيجاد قيمة a.

31. تسعة أعشار عدد g هي ذاته سبعة زائد ثلثي عدد آخر k. أوجد حل ما يلي لإيجاد قيمة k. $\frac{9}{10}g=7+\frac{2}{3}k;\ k=\frac{3}{2}\left[\frac{9}{10}g-7\right]$

32. ثلاثة أرباع عدد p ناقص اثنين تساوي خمسة أسداس عدد آخر r زائد خمسة. أوجد حل ما يلي لإيجاد قيمة r. $\frac{3}{4}p-2=\frac{5}{6}r+5;\ r=\frac{6}{5}\left[\frac{3}{4}p-7\right]$

30. $10+8a=11d-6;\ a=\frac{11d-16}{8}$

33. **هدايا** تمتلك شيخة 214 بوصة مربعة من الورق لتغطية علبة هدايا. يمكن إيجاد مساحة سطح العلبة S باستخدام الصيغة $S=2w(\ell+h)+2\ell h$، حيث إن w تساوي عرض العلبة، وℓ تساوي طول العلبة، وh تساوي الارتفاع. فإذا كان طول العلبة يساوي 7 بوصات وعرضها يساوي 6 بوصات، فما المقدار المحتمل لطول علبة شيخة؟

34. **القيادة** تمت قيادة سيارة لمسافة x ميل في السنة وبمعدل m ميل لكل جالون. **5 in.**

A. اكتب صيغة لإيجاد g. عدد الجالونات المستخدمة في السنة. $g=\frac{x}{m}$

B. إذا كان متوسط سعر البنزين يساوي p درهم للجالون، فاكتب صيغة لإيجاد إجمالي سعر البنزين c بالدرهم لقيادة هذه السيارة كل عام. $c=\frac{px}{m}$

C. يبلغ متوسط معدل السيارة "A" 15 ميلًا للجالون على الطريق السريع، بينما يبلغ متوسط معدل السيارة "B" 35 ميلاً للجالون على الطريق السريع. فإذا كان المتوسط 15000 ميل في السنة، فكم ينبغي أن توفر من المال على البنزين كل أسبوع باستخدام السيارة "B" عوّضاً من السيارة "A" إذا كان متوسط سعر البنزين 3 AED للجالون؟ اشرح. **انظر الحاشية.**

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدم مهارات التفكير العليا

C 35. **مسألة تحفيزية** محيط كرة السلة للسيدات في الرابطة الوطنية لرياضة الجامعات يبلغ 29 بوصة، وسمك الغلاف المطاطي يساوي $\frac{3}{16}$ بوصة. استخدم الصيغة $v=\frac{4}{3}\pi r^3$، حيث إن v تمثل الحجم وr تساوي نصف قطر الكرة من الداخل، لتحديد حجم الهواء داخل الكرة. قرّب إلى أقرب عدد صحيح.

36. **الاستنتاج** حدد الوحدة الملائمة لوصف سرعة السيارة على الطريق السريع وسرعة يسروع زاحف. هل يمكن استخدام الوحدة ذاتها لكلاهما؟ اشرح. **حوالي $364\ in^3$**

37. **تحليل الخطأ** يحاول كل من علي وخميس إيجاد حل $4a-5b=7$ لإيجاد b. هل حل أي منها صحيح؟ اشرح.

36. الإجابة النموذجية: لا، بما أن معدل سرعة السيارة أكبر من اليسروع، فالأفضل وصف معدل سرعة السيارة بالميل في الساعة واليسروع بالبوصة في الثانية.

خميس	علي
$4a-5b=7$	$4a-5b=7$
$5b=7-4a$	$-5b=7-4a$
$\frac{5b}{5}=\frac{7-4a}{5}$	$\frac{-5b}{-5}=\frac{7-4a}{-5}$
$b=\frac{7-4a}{5}$	$b=\frac{7-4a}{-5}$

علي؛ لقد قام بكل خطوة بطريقة صحيحة؛ بينما خميس أسقط رمز السالب في b 5—.

38. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب صيغة لإيجاد حل A، مساحة الشكل الهندسي، مثل المثلث أو المستطيل. ثم أوجد حل الصيغة لإيجاد متغير غير A.

39. **المثابرة في المسألة** أوجد حل كل معادلة أو صيغة لإيجاد المتغير المحدد. **A–B 39. انظر الحاشية.**

a. $n=\frac{x+y-1}{xy}$ **لإيجاد** x

b. $\frac{x+y}{x-y}=\frac{1}{2}$ **لإيجاد** y

40. **الكتابة في الرياضيات** ما وجه الإفادة في أن تكون قادرًا على تمثيل المعادلة الحرفية بطرق مختلفة؟ **انظر الحاشية.**

38. الإجابة النموذجية لمسألة المثلث: $A=\frac{1}{2}bh;\ b=\frac{2A}{h}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

130 | الدرس 8-2 | المعادلات الحرفية والتحليل البعدي

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 130 8/20/2016 1:52:23 AM

تمرين على الاختبار المعياري

41. تستثمر حورية مبلغ 6000 AED، جزء من المبلغ بنسبة مرابحة 4.5% والباقي بنسبة مرابحة 6%. إذا كان d يمثل المبلغ المدخر بنسبة مرابحة 4.5%، فما التعبير الذي يمثل مبلغ المرابحة المكتسب في عام واحد بالمبلغ الذي عليه نسبة مرابحة 6%؟ **D**

A $0.06d$
B $0.06(d - 6000)$
C $0.06(d + 6000)$
D $0.06(6000 - d)$

42. يقود محمود السيارة من بوسطن إلى كليفلاند، وهي مسافة تبلغ 616 ميلاً. يستغرق وقت التوقف للراحة والبنزين وتناول الطعام ساعتين. فإذا كانت رحلته تستغرق 16 ساعة إجمالاً، فما كان متوسط سرعة محمود؟ **H**

F 38.5 mph
G 40 mph
H 44 mph
J 47.5 mph

43. إجابة مختصرة تمتلك شيماء 3 كتب أكثر من فتحية. تمتلك سندية ثلاثة أضعاف عدد الكتب التي مع شيماء. ومجموع الكتب مع شيماء وفتحية وسندية 22 كتابًا. فكم عدد الكتب لدى سندية؟ **15**

44. علم الهندسة أي مما يلي يصف المستوى أفضل وصف؟ **B**

A موقع لا حجم له ولا شكل
B سطح مسطح يتكوّن من نقاط لا عمق لها
C يتكون من نقاط وليست له كثافة أو عرض
D مجموعة من كل النقاط غير المحدودة ثلاثية الأبعاد

مراجعة تمهيدية

أوجد السعر النهائي لكل منتج. (الدرس 2-7)

45. لمبة: 120.00 AED، الخصم: 20%، الضريبة: 6% — **AED101.76**

46. فستان: 70.00 AED، خصم: 30%، ضريبة: 7% — **AED52.43**

47. كاميرا: 58.00 AED، خصم: 25%، ضريبة: 6.5% — **AED46.33**

48. سترة: 82.00 AED، الخصم: 15%، الضريبة: 6% — **AED73.88**

49. لحاف: 67.00 AED، خصم: 20%، ضريبة: 6.25% — **AED56.95**

50. آلة جز العشب: 720.00 AED، خصم: 35%، ضريبة: 7% — **AED 500.76**

أوجد حل كل من النسب التالية. قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر. (الدرس 2-6)

51. $\frac{3}{4.5} = \frac{x}{2.5}$ **1.67**

52. $\frac{2}{0.36} = \frac{7}{p}$ **1.26**

53. $\frac{m}{9} = \frac{2.8}{4.9}$ **5.14**



54. الوظائف يعمل سلطان في جز العشب ليجني مزيدًا من المال. وبإمكانه جز 30 أرضية عشب على أقصى تقدير في الأسبوع الواحد. ويكسب 15 AED على كل أرضية عشب يجزها. حدد النطاق والمجال المعقول لهذا الموقف وأنشئ تمثيلاً بيانيًا. (الدروس 1-6) **انظر الحاشية.**

55. الترفيه كل عضو في الفرقة الموسيقية يبيع التذاكر لإقامة حفل موسيقي في المدرسة. باع قسم الترومبون 50 تذكرة طابق أرضي و90 تذكرة شرفة. اكتب تعبيرًا وقيّمه لإيجاد المبلغ الذي جمعه قسم الترومبون. (الدروس 1-4) **50(7.50)+90(5.00)؛ AED 825**

مراجعة المهارات

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

56. $8k + 9 = 7k + 6$ **−3**

57. $3 - 4q = 10q + 10$ **−0.5**

58. $\frac{3}{4}n + 16 = 2 - \frac{1}{8}n$ **−16**

59. $\frac{1}{4} - \frac{2}{3}y = \frac{3}{4} - \frac{1}{3}y$ **−1.5**

60. $4(2a - 1) = -10(a - 5)$ **3**

61. $2(w - 3) + 5 = 3(w - 1)$ **2**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التعليم المتمايز BL

التوسع اكتب $\frac{1}{R} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ على اللوحة. أخبر الطلاب أن المقاومة الكلية R في دارة كهربائية تتألف من مقاومتين مقدارهما a أوم وb أوم متصلتان على التوازي تعطى من خلال المعادلة التالية. اطلب من الطلاب شرح طريقة حل القاعدة من أجل R.

اضرب كل طرف في R. $R\left(\frac{1}{R}\right) = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)R$. اقسم كل طرف على $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$. $R = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$ أو $\frac{ab}{b + a}$

انتبه!

تحليل الخطأ من أجل التمرين 37. اقترح أن يعمل الطلاب بطريقةٍ عكسيةٍ بدءًا من حل المعادلة. وبقيامهم بذلك، عليهم اكتشاف أن الفرق الوحيد في الحل هو الإشارة السالبة للعدد 5 وأن خالد قد أغفله عند الحل لإيجاد b. أخبر الطلاب أن هذا خطأٌ شائعٌ عليهم التحقق منه عند حل المعادلات.

تدريس الممارسات الرياضية

المثابرة في حل المسائل يخطط الطلاب المتقنون للرياضيات مسار الحل ولا يقدمون على محاولة الحل ببساطةٍ فقط. في التمرين 39، أرشد الطلاب إلى العثور في البداية على كل متغيرٍ من أجل عزله. ثم عليهم التخطيط للتلاعب بالمعادلة بغرض عزل المتغير.

4 التقويم

بطاقة التحقق من استيعاب الطلاب اطلب من الطلاب انتقاء قاعدةٍ لم تُستخدم في هذا الدرس، ربما من حصة العلوم، وشرح المتغيرات في القاعدة إضافةً إلى ما يتم إيجاده بواسطتها. اطلب من الطلاب حل القاعدة من أجل متغيرٍ مختلف.

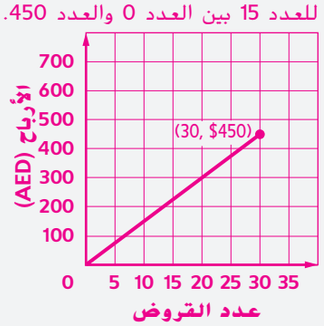
إجابات إضافية

39a. $x = \frac{y - 1}{yn - 1}$

39b. $y = -\frac{1}{3}x$

40. الإجابة النموذجية: بإمكانك إعادة كتابة المعادلة لعزل المتغير المجهول، واستبدال المعلومات المعطاة، ومن ثم إيجاد الحل ببساطة.

54. D = عدد كلي بين العدد 0 والعدد 30، R = المضاعفات العددية الكلية للعدد 15 بين العدد 0 والعدد 450.



UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 131 8/20/2016 1:52:24 AM

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 2-9 تحويل الجمل إلى معادلات.

الدرس 2-9 حل المسائل المختلطة. إيجاد حل مسائل الحركة المنتظمة.

بعد الدرس 2-9 صياغة معادلات خطية لحل المسائل.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** من الدرس.

اسأل:

- كيف يرجّح متوسط معدل ضرب الكرة في لعبة البيسبول؟ يحتسب عدد المرات التي يبلغ فيها مسدد الضربة القاعدة الأولى مرةً واحدة، والقاعدة الثانية مرتين، والقاعدة الثالثة ثلاث مرات، ومن ثم يحسب عدد مرات العودة إلى نقطة الارتكاز أربعة مرات.
- كيف ستحسب متوسط معدل ضرب الكرة في حال عدم ترجيحه؟ يحتسب عدد مرات بلوغ المسدّد كل قاعدة مرةً واحدة، ومن ثم يقسّم على عدد المرات في الضربة الواحدة.



2-9 المتوسط الحسابي المرجح

السابق	الآن	لماذا؟
قمت بتحويل العبارات إلى معادلات.	1 توجد حل المسائل المختلطة. 2 توجد مسائل الحركة المنتظمة.	يقاس أداء لاعبي كرة القاعدة (البيسبول) باستخدام الإحصاء بنسبة كبيرة. متوسط الضرب (SLG) هو المتوسط الحسابي المرجح الذي يقيس قوة ضرب الكرة. يُحسَب متوسط الضرب باستخدام الصيغة التالية. متوسط الضرب= $\frac{1B + (2 \times 2B) + (3 \times 3B) + (4 \times HR)}{\text{at bats}}$

مفردات جديدة

- **المتوسط الحسابي المرجح** (weighted average)
- **مسألة مختلطة** (mixture problem)
- **مسألة حركة منتظمة** (uniform motion problem)
- **مسألة النسبة** (rate problem)

ممارسات رياضية

فهم طبيعة المسائل و المثابرة في حلها.
استخدام النماذج الرياضية.

1 المتوسطات الحسابية المرجحة

النسبة المئوية لضربة المهاجم من أمثلة المتوسط الحسابي المرجح. يتم إيجاد **المتوسط الحسابي المرجح** M لمجموعة من البيانات عن طريق ضرب كل قيمة للبيانات في وزنها ثم إيجاد المتوسط الحسابي لمجموعة البيانات الجديدة.

المسائل المختلطة هي مسائل يجتمع فيها جزءان أو أكثر لتكوين المسائل ككل. وتُحل هذه المسائل باستخدام المتوسطات الحسابية المرجحة. في المسألة المختلطة، عادة ما تكون الوحدات هي عدد الجالونات أو الأرطال، والقيمة هي التكلفة أو القيمة، أو التركيز في كل وحدة.

مثال 1 من الحياة اليومية مسألة مختلطة

البيع بالتجزئة **إحدى شركات الشاي تبيع الشاي المخلوط بسعر 25 AED للرطل. لعمل شاي مخلوط بالتوت، يُخلط التوت المجفف الذي تبلغ تكلفته 10.50 AED للرطل مع الشاي الأسود الذي تبلغ تكلفته 35 AED. فكم عدد أرطال الشاي الأسود التي ينبغي إضافتها إلى 5 أرطال من التوت المجفف لعمل الشاي بالتوت؟**

الخطوة 1 لنفترض أن w هي وزن الشاي الأسود. ارسم جدولاً لتنظيم المعلومات.

	عدد الوحدات (lb)	السعر لكل وحدة (AED)	السعر الإجمالي (السعر) (الوحدات)
التوت المجفف	5	10.50	10.50(5)
الشاي الأسود	w	35	$35w$
شاي بالتوت	$5 + w$	25	$25(5 + w)$

اكتب معادلة باستخدام المعلومات الموجودة في الجدول.

سعر الشاي بالتوت	يساوي	سعر الشاي	زائد	سعر التوت
$25(5 + w)$	=	$35w$	+	$10.50(5)$

الخطوة 2 أوجد حل المعادلة.

المعادلة الأصلية	$10.50(5) + 35w = 25(5 + w)$
خاصية التوزيع	$52.5 + 35w = 125 + 25w$
اطرح $25w$ من كل طرف	$52.5 + 35w - 25w = 125 + 25w - 25w$
حوّل لأبسط صورة	$52.5 + 10w = 125$
اطرح 52.5 من كل طرف	$52.5 - 52.5 + 10w = 125 - 52.5$
حوّل لأبسط صورة	$10w = 72.5$
اقسم كل طرف على 10	$w = 7.25$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 132 8/20/2016 1:52:26 AM

لعمل شاي بالتوت، سيلزم إضافة 7.25 أرطال من الشاي الأسود إلى التوت المجفف.

تمرين موجه

1. **القهوة** كم عدد أرطال حبوب القهوة المميزة التي ينبغي إضافتها إلى رطلين من القهوة الفاخرة لعمل خلطة من نوعي القهوة؟ **7 أرطال**



نصيحة دراسية

المسائل المختلطة عندما تنظم المعلومات في المسائل المختلطة، تذكر أن الخليط النهائي يجب أن يحتوي على مجموع الأجزاء بالكميات الصحيحة وبالنسب المئوية الصحيحة.

أحيانًا، يُعبَّر عن المسائل المختلطة بطريقة النسب المئوية.

مثال 2 من الحياة اليومية مسألة مختلطة من النسب المئوية

مشروب عصير الفواكه لدى السيدة فاطمة 16 كوبًا من شراب العصير به نسبة 3% من عصير أناناس. ولديها أيضًا شراب عصير به 33% من عصير الأناناس. كم كوبًا من شراب العصير الذي به نسبة 33% ستحتاج إلى إضافته إلى شراب العصير الذي به نسبة 3% للحصول على مشروب به نسبة 20% من عصير الأناناس؟

الخطوة 1 لنفترض أن X = مقدار 33% من المحلول اللازم إضافته. ارسم جدولاً.

	مقدار شراب العصير (بالأكواب)	مقدار عصير الأناناس
شراب العصير 3%	16	0.03(16)
شراب العصير 33%	x	$0.33x$
شراب العصير 20%	$16 + x$	$0.20(16 + x)$

نصيحة في حل المسائل

رسم جدول إن استخدام الجدول من الطرق الجيدة لتنظيم المعلومات المعطاة. ويساعد أيضًا في فهم طريقة كتابة معادلة لإيجاد حل القيمة المفقودة.

اكتب معادلة باستخدام المعلومات الموجودة في الجدول.

مقدار عصير الأناناس في شراب العصير ذي نسبة 20%	يساوي	مقدار عصير الأناناس في شراب العصير ذي نسبة 33%	زائد	مقدار عصير الأناناس في شراب العصير ذي نسبة 3%
$0.20(16 + x)$	=	$0.33x$	+	$0.03(16)$

الخطوة 2 أوجد حل المعادلة.

$0.03(16) + 0.33x = 0.20(16 + x)$	المعادلة الأصلية
$0.48 + 0.33x = 3.2 + 0.20x$	حوّل لأبسط صورة
$0.48 + 0.33x - 0.20x = 3.2 + 0.20x - 0.20x$	اطرح من كل طرف
$0.48 + 0.13x = 3.2$	حوّل لأبسط صورة
$0.48 - 0.48 + 0.13x = 3.2 - 0.48$	اطرح 0.48 من كل طرف
$0.13x = 2.72$	حوّل لأبسط صورة
$\frac{0.13x}{0.13} = \frac{2.72}{0.13}$	اقسم كل طرف على 0.13
$x \approx 20.9$	قرب إلى أقرب جزء من مئة

ينبغي للسيدة فاطمة أن تضيف حوالي 20.9 كوبًا من شراب العصير الذي به 33% إلى 16 كوبًا من شراب العصير الذي به 3%.

تمرين موجه

2. **مانع التجمد** يتضمن أحد أنواع موانع التجمد 40% من الجليكول، ويتضمن نوع آخر من موانع التجمد 60% من الجليكول. ما المقدار الذي ينبغي استخدامه من كل نوع لعمل 100 جالون من مانع التجمد يحتوي على 48% جليكول؟ **60 جالونًا من 40% جليكول، 40 جالونًا من 60% جليكول**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

- لماذا يرجّح متوسط معدل ضرب الكرة في لعبة البيسبول؟ كلما ازدادت قوة الضربة، ازداد عدد القواعد التي بإمكان المسدّد بلوغها، ولذلك يخصص المتوسط الحسابي المرجّح قيمةً أعلى لكل قاعدةٍ تاليةٍ بوسع المسدّد بلوغها.

1 المتوسط الحسابي المرجح

يوضح المثال 1 كيفية حلّ مسألةٍ مختلطةٍ من واقع الحياة باستخدام المتوسطات الحسابية المرجحة. يوضح **المثال 2** كيفية حل مسألةٍ مختلطةٍ من واقع الحياة، يعبّر عنها بالنسب المئوية، وذلك باستخدام المتوسطات الحسابية المرجحة.

التقويم التكويني

استخدم تمارين "التمرين الموجه" بعد كل مثال لتحديد مدى فهم الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1. **الحيوانات الأليفة** تطعم مريم قطتها طعامًا فاخر النوعية مخصصًا للقطط تكلفته 1,75 AED للرطل الواحد. وتخلط هذا الطعام مع نوع أرخص تكلفته 0,5 AED للرطل. فكم عدد أرطال الطعام الرخيص التي ينبغي على مريم شراؤها من أجل خلطها مع 5 أرطال من الطعام الفاخر، وذلك إن أرادت أن يكون السعر المتوسط 1 AED للرطل؟
7.5 أرطال من الطعام الرخيص

2. **صيانة السيارات** ينبغي أن يضم مبرّد السيارة محلولاً يشكّل مانع التجمد 50% من قوامه. لدى بسّام جالونين من مانع التجمد بتركيز 35%. فكم عدد جالونات مانع التجمد التي تركيزها 100%، والتي عليه إضافتها إلى المحلول السابق لإنتاج محلولٍ تركيز مانع التجمد فيه هو 50%؟ 0.6 جالون من مانع التجمد بتركيز 100%

نصائح للمعلمين الجدد

تكوين الروابط حالما يتعلم الطلاب مفهوم المتوسط الحسابي المرجح، تحدَّهم على أن يصفوا المتوسط الحسابي المرجح بدلالة الأوزان على ميزان. كيف تساعد الأوزان على ترجيح كفة الميزان؟

التدريس باستخدام التكنولوجيا

الموسوعة اطلب من مجموعاتٍ من الطلاب إنشاء صفحةٍ على الموسوعة عن المتوسطات الحسابية المرجحة. أخبر الطلاب بأن يشتمل ذلك على وصف المتوسطات الحسابية الموزونة، وعلى استخدام الصفحة لحفظ قائمةٍ جاريةٍ من أمثلةٍ عن المتوسطات الحسابية المرجحة. اطلب من الطلاب الحفاظ على هذه الصفحة وتحديثها مع تعلمهم لأمثلةٍ جديدةٍ وتفكيرهم فيها.

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 133 8/20/2016 1:52:28 AM

2 مسائل الحركة المنتظمة

يوضح المثال 3 كيفية حل مسألة حركةٍ الحياة اليومية باستخدام المتوسطات الحسابية المرجحة. **يوضح المثال 4** كيفية حل مسألة حركةٍ من الحياة اليومية باستخدام المتوسطات الحسابية المرجحة، إضافةً إلى إعداد جدول.

مثال إضافي

3 **السفر جوًا** ركبت علياء رحلةً جويةً دون استراحةٍ لزيارة جدتها. استغرقت الرحلة البالغة مسافة 750 ميلاً ثلاث ساعاتٍ و 45 دقيقة. وبسبب سوء الأحوال الجوية، استغرقت رحلة العودة أربع ساعاتٍ و 45 دقيقة. فكم كان متوسط سرعة رحلة الذهاب والإياب؟ كان متوسط سرعة رحلة الذهاب والإياب حوالي 176 ميلاً في الساعة.

التركيز على محتوى الرياضيات

الحركة المنتظمة إذا كان الجسم يتحرك دون أن يغيّر سرعته، فيقال عن هذه الحركة أنها منتظمة. تحلّ مسائل الحركة المنتظمة باستخدام القاعدة التالية:

المسافة = السرعة × الزمن

$$d = r \times t$$

2 مسائل الحركة المنتظمة

مسائل الحركة المنتظمة أو **مسائل المعدلات** هي المسائل التي يتحرك فيها جسم ما بسرعة أو معدل معين. تُستخدم الصيغة d = rt لحل تلك المسائل. في الصيغة، d تمثل المسافة و r تمثل المعدل و t تمثل الوقت.

مثال 3 من الحياة اليومية سرعة سيارة واحدة

التزلج بحذاء التزلج يستغرق ماجد ومحمود 40 دقيقة للتزلج لمسافة 5 أميال. ويستغرق التزلج في العودة 30 دقيقة منهما. كم كان متوسط سرعتهما في جولة التزلج؟

الفهم نعرف أن كلا الولدين لم يقضيا المدة نفسها في كل مرحلة من جولتهما. وبالتالي، فعلينا أن نجد المتوسط الحسابي المرجح لسرعتهما. ومن ثمّ، فيجب إيجاد متوسط السرعة لكلتا المرحلتين في الجولة.

التخطيط أوجد أولاً معدل مرحلة الذهاب ثم مرحلة العودة من الجولة. ولأن المعدل محسوب بالأميال في الساعة، فإننا نحول 40 دقيقة إلى 0.667 ساعة تقريبًا و30 دقيقة إلى 0.5 ساعة.

الذهاب

$r = \frac{d}{t}$

صيغة المعدل

$\approx \frac{5 \text{ miles}}{0.667 \text{ hour}}$ أو حوالي 7.5 أميال في الساعة

مع استبدال القيم $d = 5 \text{ mi}, t = 0.667 \text{ h}$

العودة

$r = \frac{d}{t}$

صيغة المعدل

$= \frac{5 \text{ miles}}{0.5 \text{ hour}}$ أو 10 أميال في الساعة

مع استبدال القيم $d = 5 \text{ mi}, t = .5 \text{ h}$

ولأننا نبحث عن المتوسط الحسابي المرجح، فلا يمكننا إيجاد متوسط السرعات فحسب. فإننا نحتاج إلى إيجاد المتوسط الحسابي المرجح لمرحلتي الذهاب والعودة.

أوجد حل M

$$M = \frac{(\text{وقت العودة})(\text{معدل العودة}) + (\text{وقت الذهاب})(\text{معدل الذهاب})}{\text{وقت الذهاب} + \text{وقت العودة}}$$

مع التعويض بالقيم

$$\approx \frac{(7.5)(0.667) + (10)(0.5)}{0.667 + 0.5}$$

حوّل لأبسط صورة.

$$\approx \frac{10.0025}{1.167} = 8.6$$ تقريبًا

بلغ متوسط سرعتهما 8.6 أميال في الساعة تقريبًا.

التحقق يندرج الحل الذي توصلنا إليه وهو 8.6 أميال في الساعة بين معدل مرحلة الذهاب وهو 7.5 أميال في الساعة وبين معدل العودة وهو 10 أميال في الساعة. إذًا، فإننا نعرف أن الإجابة منطقية.

تمرين موجه

3. **تمرين** ركض ماجد مسافة ميلين ونصف في 16 دقيقة ثم مشى ميلاً واحدًا في 10 دقائق. ماذا كان متوسط سرعته؟ 0.13 mi/min

كذلك، يمكن استخدام الصيغة d = rt لحل مسائل من واقع الحياة تتضمن سيارتين متحركتين.



رابط من الحياة اليومية

التزلج بحذاء التزلج هو رابع نشاط ترفيهي أكثر شهرة في الولايات المتحدة.

المصدر: النشرة الإحصائية للولايات المتحدة الأمريكية

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التعليم المتمايز BL

التفكير المنطقي سيدرك بعض الطلاب الطريقة التي يمكن وفقها استخدام المتوسطات الحسابية المرجحة للتلاعب بالبيانات. تحدّ هؤلاء الطلاب على أن يكوّنوا مسائل بمثابة أمثلةٍ إضافيةٍ باستخدام المتوسطات الحسابية المرجحة. شارك هذه المسائل مع الوحدة.

134 | الدرس 9-2 | المتوسط الحسابي المرجح

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 134 8/20/2016 1:52:29 AM

مثال 4 من الحياة اليومية سرعتا سيارتين

قطارات الشحن يبعد قطاران 550 ميلاً عن بعضهما ويتوجهان باتجاه بعضهما على مسارين متوازيين. يسير القطار "A" شرقًا بسرعة 35 ميلاً في الساعة، بينما يسير القطار "B" غربًا بسرعة 45 ميلاً في الساعة. متى يمر القطاران ببعضهما البعض؟

الخطوة 1 ارسم تمثيلاً تخطيطيًا.



الخطوة 2 لنفترض أن t = عدد الساعات إلى أن مر القطاران ببعضهما. ارسم جدولاً.

	r	t	d = rt
القطار "أ"	35	t	35t
القطار "ب"	45	t	45t

الخطوة 3 اكتب معادلة وأوجد حلها.

المسافة التي قطعها القطار "أ"	جمع	المسافة التي قطعها القطار "ب"	يساوي	ميلاً 550
35t	+	45t	=	550

المعادلة الأصلية
$35t + 45t = 550$

حوّل لأبسط صورة
$80t = 550$

اقسم كل طرف على 80
$\frac{80t}{80} = \frac{550}{80}$

حوّل لأبسط صورة

سيمر القطارات ببعضهما في مدة 6.875 ساعة تقريبًا.

نصيحة دراسية

الاستنتاج المنطقي رسم التمثيلات التخطيطية ليس مقتصرًا على المسائل الهندسية. فيمكن استخدام الرسوم التخطيطية لتصور العديد من حالات المسائل التي يمكن تمثيلها باستخدام المعادلات.

تمرين موجه

10 دقائق أو $\frac{1}{6}$ ساعة

4. **ركوب الدراجات** بدأ راكبا دراجات السير في اتجاهين معاكسين على ممر دراجات دائري يبلغ طوله 5 أميال. يقطع أحد الراكبين مسافة 12 ميلاً في الساعة، والآخر يقطع مسافة 18 ميلاً في الساعة. كم سيمر من الوقت قبل أن يتقابلا؟

التحقّق من فهمك

مثال 1

1. **الغذاء** طلبت عبير مرقة وسلطة للغداء. إذا طلبت عبير 10 أوقيات من المرقة للغداء وكان إجمالي التكلفة 3.30 AED. فما عدد أوقيات السلطة التي طلبتها عبير؟ **9 oz**

مثال 2

2. **الكيمياء** لدى منى 40 ميللي‌مترًا من محلول بتركيز 25%. فكم عدد الميللي‌مترات التي ينبغي أن تضعها من محلول بتركيز 60% للحصول على المحلول المطلوب بتركيز 30%؟


20 فلسًا للأونصة

15 فلسًا للأونصة

مثال 3

3. **السفر** يقطع قارب مسافة 16 ميلاً باتجاه الشمال في ساعتين ومسافة 24 ميلاً باتجاه الغرب في ساعتين. فما متوسط سرعة القارب؟ **10 mph**

مثال 4

4. **تمرين** ركضت أسماء 3 أميال في 25 دقيقة ثم ركضت 3 أميال أخرى في 30 دقيقة. فما متوسط سرعتها بالأميال في الساعة؟

5. **ركوب الدراجات** بدأ أحد راكبي الدراجات رحلته بسرعة 18 ميلاً في الساعة. وفي الوقت ذاته وعند نقطة البداية ذاتها، اتبع أحد المتزلجين بحذاء التزلج مسار راكب الدراجة وبدأ السير بسرعة 6 أميال في الساعة. فما الوقت الذي سيستغرقانه ليبعدا عن بعضهما بمسافة 24 ميلًا؟ **ساعتان**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال إضافي

4 **الإنقاذ** اكتشف عامل تحويل السكة الحديدية أن قطارين يتجهان صوب بعضهما البعض على المسار نفسه. في الوقت الراهن، يبعد القطاران عن بعضهما مسافة 53 ميلاً. يسير أحد القطارين بسرعة 75 ميلاً في الساعة، والآخر يسير بسرعة 40 ميلاً في الساعة. يحتاج القطار الأول إلى مسافة 5 أميال للتوقف بصورةٍ آمنة، ويحتاج القطار الأبطأ إلى مسافة 3 أميال ليتوقف بصورةٍ آمنة. كم دقيقةً تتّسع ليقوم المشغّل بتنبيه مهندسي القطارين إلى أن يوقفا قطاريهما؟ حوالي 23 min

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 5-1 للتحقق من الاستيعاب.

استخدم المخطط أسفل الصفحة التالية لتخصيص المهام للطلاب.

تدريس الممارسات الرياضية

فهم المسائل الرياضية يستطيع الطلاب المتقنون للرياضيات شرح أوجه التماثل بين المعادلات والأوصاف اللفظية والجداول، أو رسم رسوم تخطيطيةٍ للعلاقات الهامة. ونظرًا إلى أن مسائل الحركة المنتظمة تشكل تحديًا في معظم الأحيان بالنسبة للطلاب، فإن التمثيلات التخطيطية والجداول تعدّ أدواتٍ مفيدةً على وجه الخصوص.

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 135 8/20/2016 1:52:30 AM

تدريس الممارسات الرياضية

التمثيل يستطيع الطلاب المتقنون للرياضيات تحديد الكميات المهمة في المواقف العملية وتعيين العلاقات فيما بينها. في المسائل الشبيهة بالتمرين 12، شجع الطلاب على كتابة كل متغير ورسم المخططات واستخدام الجداول لتنظيم المعلومات.

إجابات إضافية

16. 3.67

17. حوالي 10.89 mph

18. 3.8 min

19a. 390 mi

19b. حوالي 9.62 ساعات

26. الإجابة النموذجية: اضرب 1 جالون في 0.25. ثم اضرب الكمية المجهولة في 0.10. اجمع هاتين النتيجتين معًا. ينبغي أن يساوي ذلك الكمية الكلية مضروبةً في 0.15.

التمرين وحل المسائل

مثال 1

6. **الحلوى** يريد أحد محلات الحلوى عمل خليط باستخدام نوعين من قوالب الحلوى. وتكلفة النوع الأول 5.45 AED للرطل، والنوع الآخر 7.33 AED للرطل. فما عدد الأرطال من الحلوى بتكلفة 7.33 AED التي ينبغي خلطها مع 11 رطلاً من الحلوى بتكلفة 5.45 AED لبيع الخليط بسعر 6.14 AED للرطل؟

7. **عالم الأعمال** تبيع شركة بارتي سبلايز البالونات المعدنية بسعر 2 AED للواحدة وبالونات الهيليوم بسعر 3.50 AED للمجموعة. وأمس، باعت الشركة عدد 36 بالونة معدنية أكثر من مجموعات بالونات الهيليوم. وبلغ إجمالي المبيعات من كلا النوعين 281 AED. لنفرض أن b تمثل عدد البالونات المعدنية المبيعة.

A. انسخ الجدول وأكمله لتمثيل المسألة.

	العدد	السعر	السعر الإجمالي
البالونات المعدنية	b	2 AED	$2.00b$
مجموعات بالونات الهيليوم	$b - 36$	3.50 AED	$(b - 36)3.50$

B. اكتب معادلة لتمثل المسألة. $2.00b + 3.50(b - 36) = 281.00$

C. كم عدد البالونات المعدنية المبيعة؟ 74

D. كم عدد مجموعات بالونات الهيليوم المبيعة؟ 38

8. **المعرفة المالية** أنفقت علياء 4.57 AED على طبع نسخ من مشروعها بالألوان وبالأبيض والأسود. وقد طبعت 7 نسخ من الأبيض والأسود أكثر من نسخ الألوان. فكم عدد النسخ الملونة التي طبعتها؟ **8 نسخ بالألوان**

مثال 2

9. **السَّمك** تجهز فاطمة خزان مياه مالحة للأسماك بسعة 20 جالونًا. ويجب أن يحتوي على ملح بنسبة 3.5%. فإذا كانت فاطمة لديها مياه يوجد بها ملح بنسبة 2.5% ومياه بها ملح بنسبة 3.7%. فما عدد الجالونات من المياه التي بها ملح بنسبة 3.7% التي ينبغي أن تستخدمها فاطمة؟ **حوالي 16.67 gal**

نوع النسخة	التكلفة للصفحة
الألوان	0.44 AED
الأبيض والأسود	0.07 AED

10. **الكيمياء** يجري عيسى تجربة كيميائية تحتاج إلى 160 ميلليمترًا من محلول حمض الكبريتيك بتركيز 40%. ولديه محلول حمض الكبيرتيك بتركيز 25% ومحلول حمض الكبريتيك بتركيز 50%. فكم عدد الميلليمترات التي ينبغي مزجها من كل محلول للحصول على المحلول المطلوب؟

مثال 3

11. **السفر** يقطع قارب مسافة 36 ميلاً في 1.5 ساعة ثم 14 ميلاً في 0.75 ساعة. فما متوسط سرعة القارب؟ **حوالي 22.2 mph**

64 mL من المحلول بتركيز 25%
و 96 mL من المحلول بتركيز 50%

12. **تصميم النماذج** يمشي شخص بسرعة 1.5 ميل في 28 دقيقة ثم يركض بسرعة أكبر بمقدار 1.2 ميل في 10 دقائق. فكم متوسط السرعة بالميل في الدقيقة؟ **حوالي 0.07 mi/min**

مثال 4

13. **الخطوط الجوية** طائرتان تبعدان عن بعضهما بمسافة 1600 ميل وتتوجهان باتجاه بعضهما على ارتفاعين مختلفين. تتجه الطائرة الأولى باتجاه الشمال بسرعة 620 ميلاً في الساعة. بينما تتجه الطائرة الأخرى باتجاه الجنوب بسرعة 780 ميلاً في الساعة. فمتى ستمر الطائرتان ببعضهما؟ **$1\frac{1}{7}$ h أو 1 h 8 min 34 s**

14. **الإبحار** تبحر سفينة باتجاه الشرق بسرعة 20 ميلاً في الساعة عندما تمر بالمنارة. وفي الوقت نفسه، تبحر سفينة باتجاه الغرب بسرعة 15 ميلاً في الساعة عندما تمر بنقطة محددة. وتبعد النقطة مسافة 175 ميلاً شرقًا من المنارة. فمتى ستمر السفينتان ببعضهما؟ **5 ساعات**

B 15. **الكيمياء** لدى فني معمل 40 جالونًا من محلول اليود بتركيز 15%. فما عدد الجالونات التي يجب إضافتها من محلول اليود بتركيز 40% لعمل محلول يود بتركيز 20%؟ **10 gal**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	6–14, 22–23, 26–47	7–13, 27–30 فردي	6–14, زوجي, 22–23, 26, 31–47
OL أساسي	7–13 فردي, 16–23, 26–47	6–14, 27–30	15–23, 26, 31–47
BL متقدّم	16–41, (اختياري: 42–47)		

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 136 8/20/2016 1:52:31 AM

تدريس الممارسات الرياضية

البراهين يحلل الطلاب المتفوقون في الرياضيات المواقف بتحليلها إلى فئات. في التمرين 23، أشر إلى الطلاب أنه من السهل افتراض أن جمع محلولٍ بتركيز 50% مع محلولٍ بتركيز 100% ينتج محلولاً بتركيز 75%. وتحدّهم أن يجدوا حالاتٍ ينطبق عليها ذلك.

16. **مجموع الدرجات** في مدرسة ويستبريدج الثانوية، يعتمد متوسط الدرجات التراكمي (GPA) للطالب على درجة الطالب وعلى التقدير في الفصل. فيما يلي درجات فوزية في امتحان منتصف الفصل الدراسي. أوجد متوسط الدرجات التراكمي لفوزية إذا كانت الدرجة A تساوي 4 والدرجة B تساوي 3.

المادة	معدل الدرجات	الدرجة
الجبر 1	1	A
العلوم	1	A
الإنجليزية	1	B
الإسبانية	1	A
الموسيقى	$\frac{1}{2}$	B

انظر الهامش.

17. **الألعاب الرياضية** في السباق الثلاثي، سبح عبد الله 0.5 ميل في 15 دقيقة، وقطع مسافة 20 ميلاً في 90 دقيقة بالدراجة، وجرى 4 أميال في 30 دقيقة. فما متوسط سرعة عبد الله في السباق الثلاثي بالميل في الساعة؟ **انظر الهامش.**

18. **الموسيقى** لدى لميس 10 أغانٍ على مشغل الموسيقى الرقمي الخاص بها. وإذا كان طول 3 أغنيات يبلغ 5 دقائق، وكان طول 3 أغنيات 4 دقائق، وطول أغنيتين دقيقتين، وطول أغنيتين 3.5 دقائق، فما متوسط طول مدة الأغاني؟

19. **المسافة** يسافر عامر إلى فلوريدا لقضاء الإجازة. يبلغ إجمالي طول الرحلة 625 ميلاً. **انظر الهامش.**

A. فما المسافة التي يمكن قطعها في 6 ساعات بسرعة 65 ميلاً في الساعة؟

B. إذا كان عامر يحافظ على سرعة 65 ميلاً في الساعة، فكم ستستغرق رحلته إلى فلوريدا؟ **A–B. انظر الهامش.**

20. **السفر** تغادر حافلتان مدينة سميثفيل في الوقت ذاته، واحدة تسافر إلى الشمال والأخرى إلى الجنوب. تسير الحافلة المتجهة للشمال بسرعة 50 ميلاً في الساعة، والحافلة المتجهة إلى الجنوب بسرعة 65 ميلاً في الساعة. لنفترض أن t تمثل مقدار الوقت منذ مغادرتهما.

A. انسخ الجدول وأكمله لتمثيل الموقف.

	r	t	$d = rt$
الحافلة المتجهة إلى الشمال	50 ؟	t ؟	$50t$ ؟
الحافلة المتجهة للجنوب	65 ؟	t ؟	$65t$ ؟

B. اكتب معادلة لمعرفة متى ستبعد الحافلتان عن بعضهما مسافة 345 ميلًا. $50t + 65t = 345$

C. أوجد حل المعادلة. اشرح كيف توصلت لإجابتك. **3 ساعات؛ الإجابة النموذجية: اجمع الحدود المتشابهة وأوجد حل t**

21. **السفر** يسير المترو بسرعة 60 ميلاً في الساعة من جليندال إلى وسط المدينة. ويسير مترو آخر بسرعة 45 ميلاً في الساعة، ويستغرق 11 دقيقة أطول لقطع الرحلة ذاتها. فكم تبعد جليندال عن وسط المدينة؟ **33 ميلاً**

23. **الإجابة النموذجية: بالنسبة للمحلول بتركيز 50% المضاف إلى محلول بتركيز 100% لإنتاج محلول بتركيز 75%، ينبغي أن تكون الكمية في كل منهما واحدة.**

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدم مهارات التفكير العليا

22. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب مسألة تصور الحركة في الاتجاهات المعاكسة.

23. **النقاشات** اذكر الإجراءات المتضمنة عند إضافة محلول بتركيز 50% إلى محلول بتركيز 100% لإنتاج محلول بتركيز 75%.

24. **مسألة تحفيزية** أوجد خمسة أعداد صحيحة متتالية فردية من الأصغر إلى الأكبر بحيث يكون العدد الأول والخامس مجموعهما أقل بمقدار واحد من حاصل ضرب ثلاثة في العدد الرابع. **$-9, -7, -5, -3, -1$**

25. **مسألة تحفيزية** صف موقفًا يتضمن مسائل مختلطة يمكن تمثيلها بما يلي $1.00x + 0.15(36) = 0.50(x + 36)$.

26. **الكتابة في الرياضيات** صف كيفية إضافة جالون من محلول بتركيز 25% إلى مقدار مجهول من محلول بتركيز 10% للحصول على محلول بتركيز 15%. **انظر الهامش.**

22. الإجابة النموذجية: يبعد سكن نورة عن هالة مسافة 15 ميلاً. فإذا كانت هالة تركب دراجتها إلى منزل نورة بسرعة 10 أميال في الساعة، وتركب نجوى دراجتها إلى منزل هالة بسرعة 12 ميلاً في الساعة، فمتى ستتقابلان؟

25. الإجابة النموذجية: كم عدد جرامات الملح التي يجب إضافتها إلى 36 جرامًا من محلول الملح بتركيز 15% للحصول على محلول ملح بتركيز 50%؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

137

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 137 8/20/2016 1:52:32 AM

تمرين على الاختبار المعياري

27. إذا كان $2x + y = 5$، فما قيمة 4x؟ **B**

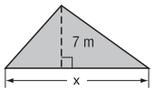
A $10 - y$
B $10 - 2y$
C $\frac{5 - y}{2}$
D $\frac{10 - y}{2}$

28. ما التعبير المكافئ للتعبير $7x^2 3x^{-4}$؟ **J**

F $21x^{-8}$
G $21x^2$
H $21x^{-6}$
J $21x^{-2}$

29. **علم الهندسة** ما قاعدة المثلث إذا كانت مساحته تبلغ 56 مترًا مربعًا؟ **C**

A 4 m
B 8 m
C 16 m
D 28 m



30. **إجابة مختصرة** تصنع أماني بطانيات لمتجر مستلزمات أطفال. وتعمل على تجهيز البطانيات مدة 30 ساعة في الأسبوع. ويدفع لها المتجر 9.50 AED في الساعة بالإضافة إلى 30% من الربح. فإذا زاد أجرها في الساعة بمقدار 0.75 AED وعمولتها بنسبة 40%. فكم ستجني في الأسبوع الذي بلغ نصيبها من الربح فيه 300 AED؟

427.50 AED

مراجعة تمهيدية

أوجد حل كل معادلة أو صيغة لإيجاد x. (الدرس 2-8)

31. $2bx - b = -5$ $\frac{-5 + b}{2b}$

32. $3x - r = r(-3 + x)$ $\frac{-2r}{3 - r}$

33. $A = 2\pi r^2 + 2\pi rx$ $\frac{A}{2\pi r} - r$

34. **التزلج** تُسجل فتحية للالتحاق بمركز للتزلج. وتبلغ تكلفة الاشتراك بالمركز 1254 AED، ولكن يتم فرض ضريبة على المبيعات بنسبة 7%. فما إجمالي تكلفة مركز التدريب متضمنة الضريبة؟ (الدرس 2-7)

1341.78 AED

حوّل كل معادلة إلى جملة. (الدرس 2-1)

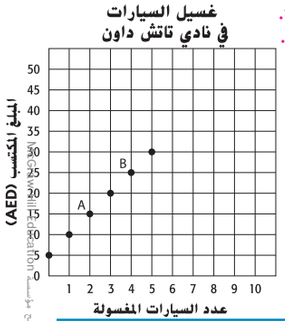
35. $\frac{n}{-6} = 2n + 1$

36. $18 - 5h = 13h$

37. $2x^2 + 3 = 21$

35–37. انظر الهامش.

راجع التمثيل البياني.



38. حدد الزوج المرتب عند النقطة A واشرح ما يمثله. (الدروس من 1 إلى 6)

39. حدد الزوج المرتب عند النقطة B واشرح ما يمثله.(الدرس 1-6)

40. حدد المتغير المستقل والتابع للدالة. (الدروس من 1 إلى 6)

38. (2, 15)؛ الإجابة النموذجية: إذا تم غسل سيارتين، فسيبلغ الربح 15 AED.
39. (4, 25)؛ الإجابة النموذجية: إذا تم غسل أربع سيارات، فسيبلغ الربح 25 AED.
40. I: عدد السيارات المغسولة؛ D: مبلغ الربح

41. **البيسبول** تبلغ تكلفة تذاكر مباراة البيسبول 18.95 أو 12.95 أو 9.95 AED. وتبلغ تكلفة عرض وجبة الشطيرة مع الصودا 5.50 AED. وتقيم عائلة ناصر حفلاً لجمع شمل العائلة. فهم يشترون 10 تذاكر في كل فئة من أسعار التذاكر وينوون شراء 30 وجبة. فما إجمالي تكلفة كل من التذاكر والوجبات؟ (الدرس 1-4)

583.50 AED

مراجعة المهارات

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

42. $a - 8 = 15$ **23**

43. $9m - 11 = -29$ **−2**

44. $18 - 2k = 24$ **−3**

45. $5 - 8y = 61$ **−7**

46. $7 = \frac{h}{2} + 3$ **8**

47. $\frac{n}{6} + 1 = 5$ **24**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة ماكجروهيل التعليمية

4 التقويم

تعيين المصطلح الرياضي اطلب من الطلاب أن يذكروا الإجراءات الرياضية التي سوف يستخدمونها لحل التمرين 7.

التقويم التكويني

تحقق من استيعاب الطلاب للدروس 2-8 و 2-9.

إجابات إضافية

35. الإجابة النموذجية: إن خارج قسمة n و -6 يماثل مجموع العدد اثنين مضروبًا في n وواحد.

36. الإجابة النموذجية: ثمانية عشر ناقص خمسة مضروبة في h تساوي ثلاثة عشر مضروبة في h.

37. الإجابة النموذجية: مجموع ثلاثة وضعف x مربع يساوي واحدًا وعشرين.

التعليم المتمايز BL

التوسع في العديد من المدارس الثانوية، يعطى تقييم خاصّ للدرجات المستحصلة في الفصول الدراسية المتقدمة عند احتساب المعدل التراكمي للطالب (A = 5 نقاط، B = 4 نقاط، C = 3 نقاط). اطلب من الطلاب أن يتظاهروا بأن أحد فصولهم الدراسية هو فصلٌ متقدمٌ يخصّص لدرجته تقييم خاص. واطلب منهم استخدام درجاتهم الحالية لحساب المعدلات التراكمية الخاصة بهم. اطلب من الطلاب شرح كيف أن اختيار الوحدة على أنه فصلٌ متقدّم قد حسّن من معدلهم التراكمي.

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 138 8/20/2016 1:52:33 AM

الوحدة 2

الدليل الدراسي والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

كتابة المعادلات (الدرس 2-1)

- حدد القيمة المجهولة التي تبحث عنها وعيّن متغيرًا لها. ثم اكتب الجملة في صورة معادلة.

حل المعادلات (الدروس من 2-2 حتى 2-4)

- خواص الجمع والطرح في المعادلة: إذا كانت معادلة ما صحيحة وجُمع الرقم ذاته مع كل طرف في المعادلة أو طُرح منه، فتصبح المعادلة الناتجة صحيحة.
- خواص الضرب والقسمة في المعادلة: إذا كانت معادلة ما صحيحة وكل طرف مقسوم على عدد ليس الصفر ذاته أو مضروب فيه، فتصبح المعادلة الناتجة صحيحة.
- خطوات حل المعادلات:

الخطوة 1 حوّل التعبيرات في كل طرف لأبسط صورة. استخدم خاصية التوزيع إذا لزم الأمر.

الخطوة 2 استخدم خواص الجمع و/أو الطرح في المعادلة للحصول على المتغيرات في طرف واحد والأعداد التي بدون متغيرات في الطرف الآخر.

الخطوة 3 استخدم خواص الضرب أو القسمة في المعادلة لحلها.

معادلات القيمة المطلقة (الدرس 2-5)

- فيما يتعلق بالأعداد الحقيقية a وb. إذا كان $|a| = b$ و$b \geq 0$، إذًا $a = b$ أو $a = -b$.

النسب والتناسب (الدرس 2-6)

- تنص خاصية التناسب بين وسطا التناسب وطرفي التناسب على تساوي حاصل ضرب طرفي التناسب مع حاصل ضرب وسطا التناسب في التناسب.

النسبة المئوية للتغيير (الدرس 2-7)

- النسبة المئوية للتغيير $= \frac{\text{التغيير في المقدار}}{\text{المقدار الأصلي}}$ معبَّرا عنه في صورة نسبة مئوية

المتوسط الحسابي المرجح (الدرس 2-9)

- المتوسط الحسابي M لمجموعة من البيانات $= \frac{\text{مجموع (الوحدات} \times \text{قيمة الوحدة)}}{\text{إجمالي عدد الوحدات}}$

مطوياتي خريطة المفاهيم

تأكد من تدوين المفاهيم الأساسية في مطويتك.



المفردات الأساسية

الأعداد الصحيحة المتتالية (consecutive integers) (ص 92)
التحليل البُعدي (dimensional analysis) (ص 128)
المعادلات المكافئة (equivalent equations) (ص 83)
طرفا التناسب (extremes) (ص 112)
الصيغة (formula) (ص 76)
العدد المحايد (identity) (ص 98)
المعادلة الحرفية (literal equation) (ص 127)
وسطا التناسب (means) (ص 112)
المعادلات متعددة الخطوات (multi-step equations) (ص 91)
نظرية الأعداد (number theory) (ص 92)
النسبة المئوية للتغيير (percent of change) (ص 119)
النسبة المئوية للتناقص (percent of decrease) (ص 119)
النسبة المئوية للتزايد (percent of increase) (ص 119)
التناسب (proportion) (ص 111)
المعدل (rate) (ص 113)
النسبة (ratio) (ص 111)
المقياس (scale) (ص 114)
النموذج المقياسي (scale model) (ص 114)
حل المعادلة (solve an equation) (ص 83)
تحليل الوحدات (unit analysis) (ص 128)
معدل الوحدات (unit rate) (ص 113)
المتوسط الحسابي المرجح (weighted average) (ص 132)

مراجعة المفردات

حدد ما إذا كانت كل جملة صحيحة أم خاطئة. إذا كانت خاطئة، فبدّل المصطلح الذي تحته خط لجعلها جملة صحيحة.

1. لكتابة معادلة لإيجاد حل مسألة، حدد القيمة المجهولة التي تبحث عنها وعيّن عددًا لها. **خطأ، المتغير**
2. إن حل معادلة يعني إيجاد قيمة المتغير الذي يجعل المعادلة صحيحة. **صواب**
3. الأعداد 10 و12 و14 أمثلة على الأعداد الصحيحة المتتالية الزوجية. **صواب**
4. القيمة المطلقة لأي عدد هي المسافة بين العدد والصفر على خط الأعداد. **صواب**
5. المعادلة هي مقارنة بين عددين عن طريق القسمة. **خطأ، النسبة**
6. المعادلة التي توضح أن النسبتين متساويتين تسمى معادلة تناسب. **صواب**
7. إذا كان العدد الجديد أصغر من العدد الأصلي، تصبح النسبة المئوية للتغيير نسبة مئوية للتزايد. **خطأ، نسبة تناقص**
8. المتوسط الحسابي المرجح لمجموعة من البيانات هو إجمالي حاصل ضرب عدد الوحدات وقيمة كل وحدة مقسومًا على مجموع عدد الوحدات. **صواب**

139

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مطوياتي منظم الدراسة

مطويات® دينا زايك

اطلب من الطلاب إلقاء نظرةٍ على الوحدة ليتحققوا إن كانوا قد أدرجوا أمثلةً ضمن مطوياتهم عن كل درسٍ من دروس الوحدة. اقترح على الطلاب أن يبقوا مطوياتهم في المتناول أثناء إتمام الدليل الدراسي وصفحات المراجعة. وضح أن مطوياتهم يمكن أن تكون وسيلة للمراجعة السريعة عند الدراسة لاختبار الوحدة.

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 139 8/20/2016 1:52:34 AM

مراجعة درس بدرس

التدخل التقويمي إذا لم تكن الأمثلة كافية لمراجعة الموضوعات التي تغطيها الأسئلة، فذكّر الطلاب بأن مراجع الدروس تخبرهم بمواضع مراجعة الموضوع المطلوب في كتبهم.

مراجعة درس بدرس

2-1 كتابة المعادلات

حوّل كل عبارة إلى معادلة.

9. مجموع ضرب خمسة في العدد x زائد ثلاثة تساوي العدد ذاته مثل خمسة عشر. $5x + 3 = 15$

10. أربعة في فرق قيمة b وستة يساوي قيمة b مربعة. $4(b - 6) = b^2$

11. نصف قيمة مكعب m يساوي ضرب أربعة في m ناقص تسعة. $\frac{1}{2}m^3 = 4m - 9$

حوّل كل معادلة إلى جملة.

12. $3p + 8 = 20$

13. $h^2 - 5h + 6 = 0$

14. $\frac{3}{4}w^2 + \frac{2}{3}w - \frac{1}{5} = 2$

15. **التسييج** تريد مريم إنشاء بيت للأرنب مستطيل الشكل خارج المنزل. سيكون الطول أكبر من ضعف العرض بثلاثة أقدام. اكتب معادلة واستخدمها لإيجاد طول بيت الأرنب وعرضه إذا كان لدى مريم 54 قدمًا من أدوات التسييج. **العرض: 8 أقدام، الطول: 19 قدمًا**

مثال 1

حوّل العبارة التالية إلى معادلة.

ناتج ستة مضروبة في مجموع العدد n زائد أربعة هو ذاته الفرق بين اثنين في n بالقيمة الأسية الثانية وعشرة.

$6(n + 4) = 2n^2 - 10$

مثال 2

حوّل $3d^2 - 9d + 8 = 4(d + 2)$ إلى جملة.

ثلاثة أمثال مربع العدد d ناقص تسعة امثال العدد d زائد ثمانية يساوي لأربعة امثال مجموع d والعدد اثنين.

12. **مجموع ثلاثة في p زائد ثمانية تساوي عشرين.**
13. **h مربعة ناقص خمسة في h زائد ستة يساوي صفر.**
14. **ثلاثة أرباع w مربعة زائد ثلثين w ناقص خُمس يساوي اثنين.**

2-2 حل معادلات الخطوة الواحدة

أوجد حل كل من المعادلات التالية. علّل إجابتك.

16. $x - 9 = 4$ **13**

17. $-6 + g = -11$ **−5**

18. $\frac{5}{9} + w = \frac{7}{9}$ $\frac{2}{9}$

19. $3.8 = m + 1.7$ **2.1**

20. $\frac{a}{12} = 5$ **60**

21. $8y = 48$ **6**

22. $\frac{2}{5}b = -4$ **−10**

23. $-\frac{t}{16} = -\frac{7}{8}$ **14**

24. **العُمُر** عُمَر محمد أصغر من أخته موزة. ويبلغ محمد 16 عامًا. اكتب معادلة وحلها لمعرفة عمر موزة. **$x - 4 = 16$؛ 20 عامًا**

مثال 3

أوجد حل $x - 13 = 9$. علّل إجابتك.

المعادلة الأصلية	$x - 13 = 9$
أضف 13 إلى كل طرف	$x - 13 + 13 = 9 + 13$
	$x = 22$

للتحقق من أن 22 هو الحل، بدّل 22 محل x في المعادلة الأصلية.

تحقق من المعادلة الأصلية	$x - 13 = 9$
عوّض 22 مكان x	$22 - 13 \stackrel{?}{=} 9$
اطرح	$9 = 9$ ✓

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

140 | الوحدة 2 | دليل الدراسة والمراجعة

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 140 8/20/2016 1:52:36 AM

2-3 حل المعادلات المكونة من عدة خطوات

أوجد حل كل من المعادلات التالية. علّل إجابتك.

25. $2d - 4 = 8$ **6**

26. $-9 = 3t + 6$ **−5**

27. $14 = -8 - 2k$ **−11**

28. $\frac{n}{4} - 7 = -2$ **20**

29. $\frac{r+4}{3} = 7$ **17**

30. $-18 = \frac{9-a}{2}$ **45**

31. $6g - 3.5 = 8.5$ **2**

32. $0.2c + 4 = 6$ **10**

33. $\frac{f}{3} - 9.2 = 3.5$ **38.1**

34. $4 = \frac{-3u-(-7)}{-8}$ **13**

35. **الأعداد الصحيحة المتتالية** أوجد ثلاثة أعداد صحيحة متتالية فردية مجموعهم 63. **19, 21, 23**

36. **الأعداد الصحيحة المتتالية** أوجد ثلاثة أعداد صحيحة متتالية مجموعهم −39. **−12, −13, −14**

مثال 4

أوجد حل $7y - 9 = 33$. **علّل إجابتك.**

$7y - 9 = 33$	المعادلة الأصلية
$7y - 9 + 9 = 33 + 9$	أضف 9 إلى كل طرف
$7y = 42$	حوّل لأبسط صورة
$\frac{7y}{7} = \frac{42}{7}$	اقسم كل طرف على 7
$y = 6$	حوّل لأبسط صورة

تحقق من

$7y - 9 = 33$	المعادلة الأصلية
$7(6) - 9 \stackrel{?}{=} 33$	عوّض 6 بالقيمة y
$42 - 9 \stackrel{?}{=} 33$	اضرب
$33 = 33$ ✓	اطرح

2-4 حل المعادلات المحتوية على متغير في كل طرف

أوجد حل كل من المعادلات التالية. علّل إجابتك.

37. $8m + 7 = 5m + 16$ **3**

38. $2h - 14 = -5h$ **2**

39. $21 + 3j = 9 - 3j$ **−2**

40. $\frac{x-3}{4} = \frac{x}{2}$ **−3**

41. $\frac{6r-7}{10} = \frac{r}{4}$ **2**

42. $3(p + 4) = 33$ **7**

43. $-2(b - 3) - 4 = 18$ **−8**

44. $4(3w - 2) = 8(2w + 3)$ **−8**

اكتب معادلة وحل كل مسألة.

45. أوجد مجموع ثلاثة أرقام صحيحة متتالية فردية إذا كان مجموع أول رقمين يساوي قيمة أقل ب أربع وعشرين من حاصل ضرب أربعة في الرقم الثالث. **21**

46. **السفر** يقود السيد فالح السيارة مسافة 480 ميلاً للوصول إلى اجتماع العمل. واستغرق زمن سيره للوصول إلى الاجتماع 8 ساعات ومن الاجتماع 7.5 ساعات. أوجد معدل سيره لكل طريق من رحلته.

إلى الاجتماع: 60 mph في الساعة؛ من الاجتماع: 64 mph في الساعة

مثال 5

أوجد حل $9w - 24 = 6w + 18$.

$9w - 24 = 6w + 18$	المعادلة الأصلية
$9w - 24 - 6w = 6w + 18 - 6w$	اطرح من كل طرف $6w$
$3w - 24 = 18$	حوّل لأبسط صورة
$3w - 24 + 24 = 18 + 24$	أضف 24 إلى كل طرف
$3w = 42$	حوّل لأبسط صورة
$\frac{3w}{3} = \frac{42}{3}$	اقسم كل طرف على 3
$w = 14$	حوّل لأبسط صورة

مثال 6

اكتب معادلة لإيجاد ثلاثة أرقام صحيحة متتالية بحيث يكون حاصل ضرب ثلاثة في مجموع أول عددين صحيحين يساوي مقدارًا أكثر بثلاثة عشرة من حاصل ضرب أربعة في الرقم الصحيح الثالث.

لنفترض أن x. و $x + 1$. و $x + 2$ تمثل الأعداد الثلاثة الصحيحة المتتالية.

$3(x + x + 1) = 4(x + 2) + 13$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 141 8/20/2016 1:52:37 AM

إجابات إضافية

51. $\{-5, 17\}$



52. $\{-3, 4\}$



53. $\{-27, 63\}$



54. $\{18, -42\}$;



2-5 حل المعادلات التي تحتوي على قيمة مطلقة

أوجد قيمة كل تعبير إذا كان $m = -8$، و$n = 4$، و$p = -12$.

47. $|3m - n|$ **28**

48. $|-2p + m| - 3n$ **4**

49. $-3|6n - 2p|$ **−144**

50. $4|7m + 3p| + 4n$ **384**

أوجد حل كل من المعادلات التالية. ثم مثّل بيانيًا لمجموعة الحل.

51. $|x - 6| = 11$ **51-54. انظر الهامش.**

52. $|-4w + 2| = 14$

53. $\left|\frac{1}{3}d - 6\right| = 15$

54. $\left|\frac{2b}{3} + 8\right| = 20$

مثال 7

أوجد حل $|y - 9| = 16$. ثم مثّل بيانيًا لمجموعة الحل.

الحالة 1

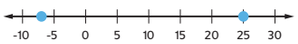
$y - 9 = 16$	المعادلة الأصلية
$y - 9 + 9 = 16 + 9$	أضف 9 إلى كل طرف
$y = 25$	حوّل لأبسط صورة

الحالة 2

$y - 9 = -16$	المعادلة الأصلية
$y - 9 + 9 = -16 + 9$	أضف 9 إلى كل طرف
$y = -7$	حوّل لأبسط صورة

مجموعة الحل تساوي $\{-7, 25\}$.

مثّل النقاط بيانيًا على خط أعداد.



2-6 النسب والتناسب

حدد ما إذا كان كل زوج من النسب مكافئًا أم لا. اكتب نعم أو لا.

55. $\frac{27}{45}, \frac{3}{5}$ **نعم**

56. $\frac{18}{32}, \frac{3}{4}$ **لا**

أوجد حل كل من النسب التالية. قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

57. $\frac{4}{9} = \frac{a}{45}$ **20**

58. $\frac{3}{8} = \frac{21}{t}$ **56**

59. $\frac{9}{12} = \frac{g}{16}$ **12**

60. **الإنشاءات** يتم بناء صالة رياضية جديدة في مدرسة جرينفيلد الإعدادية. ويبلغ طول الصالة الرياضية كما هو موضح في مخططات المبنى 12 بوصة. أوجد الطول الحقيقي للصالة الرياضية الجديدة. **80 ft**



مثال 8

حدد ما إذا كان $\frac{7}{9}$ و $\frac{42}{54}$ نسبتين مكافئتين أم لا. اكتب نعم أو لا. برر إجابتك.

أولاً، حوّل كل نسبة إلى أبسط صورة. $\frac{7}{9}$ في أبسط صورة بالفعل.

$$\frac{42}{54} = \frac{42 \div 6}{54 \div 6} = \frac{7}{9}$$

عند التعبير عن النسب في أبسط صورة، تكون النسب مكافئة. الإجابة نعم.

مثال 9

أوجد حل $\frac{r}{8} = \frac{3}{4}$. قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

$\frac{r}{8} = \frac{3}{4}$	المعادلة الأصلية
$r(4) = 3(8)$	أوجد حاصل الضرب التقاطعي
$4r = 24$	حوّل لأبسط صورة
$\frac{4r}{4} = \frac{24}{4}$	اقسم كل طرف على 4
$r = 6$	حوّل لأبسط صورة

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 142 8/20/2016 1:52:39 AM

2-7 النسبة المئوية للتغيير

اذكر ما إذا كانت كل نسبة تغيير عبارة عن نسبة مئوية *للتزايد* أم نسبة مئوية *للتناقص*. ثم أوجد النسبة المئوية للتغيير. قرّب إلى أقرب نسبة مئوية كاملة.

61. العدد الأصلي: 40، العدد الجديد: 50 نسبة **تزايد، 25%**

62. العدد الأصلي: 36، العدد الجديد: 24 نسبة **تناقص، 33%**

63. العدد الأصلي: 72 AED، العدد الجديد: 60 AED نسبة **تناقص، 17%**

أوجد السعر الإجمالي لكل منتج.

64. حذاء: 64 AED، الضريبة: 7% **68.48 AED**

65. لعبة فيديو: 49 AED، الضريبة: 6.5% **52.19 AED**

66. حذاء تزلج للهوكي: 199 AED، الضريبة: 5.25% **209.45 AED**

أوجد السعر بعد الخصم لكل منتج.

67. مشغل وسائط رقمي: 69.00 AED، الخصم: 20% **55.20 AED**

68. سترة: 129 AED، الخصم: 15% **109.65 AED**

69. حقيبة ظهر: 45 AED، الخصم: 25% **33.75 AED**

70. **الحضور** سجل أحد المتنزهات الترفيهية عدد حضور 825000 في عام واحد. وفي العام التالي، زاد عدد الحضور ليصبح 975000. حدد النسبة المئوية للتزايد في الحضور. **حوالي 18.2%**

مثال 10

اذكر ما إذا كانت النسبة المئوية للتغيير عبارة عن نسبة مئوية *للتزايد* أم نسبة مئوية *للتناقص*. ثم أوجد النسبة المئوية للتغيير. قرّب إلى أقرب نسبة مئوية كاملة.

العدد الأصلي: 80
العدد النهائي: 60

اطرح الكمية الأصلية من الكمية النهائية لإيجاد كمية التغيير: $-20 = 80 - 60$. بما أن الكمية الجديدة أقل من الكمية الأصلية، فهذه تسمى النسبة المئوية للتناقص.

استخدم العدد الأصلي، 80، على أنه الأساس.

تناسب النسبة المئوية: $\frac{20}{80} = \frac{r}{100}$ ← كمية التغيير / ← الكمية الأصلية

أوجد حاصل الضرب التقاطعي: $20(100) = r(80)$

حوّل لأبسط صورة: $2000 = 80r$

اقسم كل طرف على 80: $\frac{2000}{80} = \frac{80r}{80}$

حوّل لأبسط صورة: $25 = r$

إذًا، النسبة المئوية للتناقص تساوي 25%.

2-8 المعادلات الحرفية والتحليل البعدي

أوجد حل كل معادلة أو صيغة لإيجاد المتغير المحدد.

71. $3x + 2y = 9$, for y $y = \frac{9 - 3x}{2}$

72. $P = 2\ell + 2w$, for ℓ $\ell = \frac{P - 2w}{2}$

73. $-5m + 9n = 15$, for m $m = \frac{15 - 9n}{-5}$

74. $14w + 15x = y - 21w$, for w $w = \frac{y - 15x}{35}$

75. $m = \frac{2}{5}y + n$, for y $y = \frac{5}{2}(m - n)$

76. $7d - 3c = f + 2d$, for d $d = \frac{f + 3c}{5}$

77. $h = \frac{2A}{a + b}$

77. **علم الهندسة** صيغة إيجاد مساحة شبه المنحرف هي $A = \frac{1}{2}h(a + b)$. حيث إن h تمثل الارتفاع a وb تمثل أطوال القواعد. أوجد حل ما يلي لإيجاد قيمة h.

مثال 11

أوجد حل $6p - 8n = 12$ لإيجاد قيمة p.

المعادلة الأصلية: $6p - 8n = 12$

أضف إلى كل طرف $8n$: $6p - 8n + 8n = 12 + 8n$

حوّل لأبسط صورة: $6p = 12 + 8n$

اقسم كل طرف على 6: $\frac{6p}{6} = \frac{12 + 8n}{6}$

حوّل لأبسط صورة: $\frac{6p}{6} = \frac{12}{6} + \frac{8}{6}n$

حوّل لأبسط صورة: $p = 2 + \frac{4}{3}n$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

143

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 143 8/20/2016 1:52:41 AM

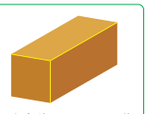
الوحدة 2 الدليل الدراسي والمراجعة تابع

2-9 المتوسط الحسابي المرجح

78. **الحلوى** يخلط خالد نوعين من الحلوى لحفل عشاء. تبلغ تكلفة قطع الشوكولاتة 0.40 AED للأوقية، وتبلغ تكلفة قالب الحلوى 0.20 AED للأوقية. اشترى خالد 20 أوقية من قطع الشوكولاتة، وكان إجمالي التكلفة للحلوى 11 AED. فكم عدد أوقيات قالب الحلوى التي اشتراها؟ **15 oz**

79. **السفر** تقطع سيارة متجهة شرقًا 100 ميل في ساعتين ومسافة 30 ميلاً شمالاً في نصف ساعة. فما متوسط سرعة السيارة؟ **52 mph**

80. **المعرفة المالية** يبيع أحد متاجر مستلزمات الشمع منتجات الشمع النذري والشمع منخفض الانكماش. كم عدد أرطال الشمع منخفض الانكماش التي ينبغي خلطها مع 8 أرطال من الشمع النذري للحصول على خليط يباع بسعر 0.98 AED/lb؟



الشمع منخفض الانكماش
1.04 AED/lb.



الشمع النذري
0.90 AED/lb.

مثال 11

المعادن سبيكة من المعدن يوجد بها 25% من النحاس. وسبيكة أخرى بها 50% من النحاس. فما المقدار الذي ينبغي استخدامه لعمل 1000 جرام من سبيكة يوجد بها 45% من النحاس؟

لنفترض أن x = مقدار السبيكة التي بها 25% من النحاس. اكتب وحل معادلة.

المعادلة الأصلية $0.25x + 0.50(1000 - x) = 0.45(1000)$

خاصية التوزيع $0.25x + 500 - 0.50x = 450$

حوّل لأبسط صورة $-0.25x + 500 = 450$

اطرح 500 من كل طرف $-0.25x + 500 - 500 = 450 - 500$

حوّل لأبسط صورة $-0.25x = -50$

اقسم كل طرف على -0.25 $\frac{-0.25x}{-0.25} = \frac{-50}{-0.25}$

حوّل لأبسط صورة $x = 200$

ينبغي استخدام 200 جرام من السبيكة التي بها 25% و800 جرام من السبيكة التي بها 50%.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

144 | الوحدة 2 | دليل الدراسة والمراجعة

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 144 8/20/2016 1:52:42 AM

الوحدة 2 تمرين على الاختبار

ترجم كل عبارة إلى معادلة.

1. مجموع ستة زائد أربعة مضروبًا في d يساوي d ناقص تسعة. $6 + 4d = d - 9$

2. حاصل ضرب ثلاثة في فارق اثنين في m وخمسة يساوي ثمانية في m بالقيمة الأسية الثانية زائد أربعة. $3(2m - 5) = 8m^2 + 4$

أوجد حل كل من المعادلات التالية. تحقق من إجاباتك.

3. $x - 5 = -11$ -6

4. $\frac{2}{3} = w + \frac{1}{4}$ $\frac{5}{12}$

5. $\frac{t}{6} = -3$ -18

أوجد حل كل من المعادلات التالية. علّل إجابتك.

6. $2a - 5 = 13$ 9

7. $\frac{p}{4} - 3 = 9$ 48

8. **الاختيار من متعدد** في مطعم ماما ميا للبيتزا، يحدَّد سعر البيتزا من الحجم الكبير بالصيغة $P = 9 + 1.5x$، حيث إن x تمثل عدد الإضافات المضافة إلى بيتزا الجبن. ودفع ياسر 13.50 AED على البيتزا من الحجم الكبير. فكم عدد الإضافات التي حصل عليها؟ C

A 0

B 1

C 3

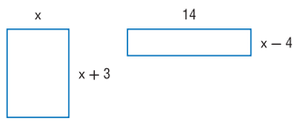
D 5

أوجد حل كل من المعادلات التالية. علّل إجابتك.

9. $5y - 4 = 9y + 8$ -3

10. $3(2k - 2) = -2(4k - 11)$ 2

11. **علم الهندسة** أوجد قيمة x لكي يكون للأشكال المحيط ذاته. 7



12. قيّم التعبير $|3t - 2u| + 5v$ إذا كان $t = 2$، و $u = -5$، و $v = -3$. 1

أوجد حل كل من المعادلات التالية. ثم مثّل بيانيًا لمجموعة الحل.

13. $|p - 4| = 6$ $\{-2, 10\}$

14. $|2b + 5| = 9$ $\{-7, 2\}$

13–14. انظر إلى الهامش للاطلاع على التمثيلات البيانية.

أوجد حل كل من النسب التالية. قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

15. $\frac{a}{3} = \frac{16}{24}$ 2

16. $\frac{9}{k + 3} = \frac{3}{5}$ 12

17. **الاختيار من متعدد** تستخدم رشا مقدار قدمين من الخيط لكل ثلاثة مربعات تحيكها في لحافها. فكم مربع يمكنها حياكته إذا كان لديها 38 قدمًا من الخيط؟ G

F 19

G 57

H 76

J 228

18. اذكر ما إذا كانت النسبة المئوية للتغيير عبارة عن نسبة مئوية للتزايد أم نسبة مئوية للتناقص. ثم أوجد النسبة المئوية للتغيير. قرّب إلى أقرب نسبة مئوية كاملة إذا لزم الأمر. نسبة **نقصان؛ 17%**

العدد الأصلي: 54 العدد الجديد: 45

19. أوجد إجمالي سعر القميص طويل الأكمام الذي يبلغ سعره 48 AED والضريبة 6.5%. 51.12 AED

20. **التسوق** يريد عبد الكريم شراء تليفزيون ذي شاشة عريضة. ويرى إعلانًا عن التليفزيون وكان سعره الأصلي 3200 AED وعليه خصم 20%. فأوجد سعر التليفزيون بعد الخصم. 2560 AED

21. أوجد حل $5x - 3y = 9$ لإيجاد قيمة y. $y = \frac{5}{3}x - 3$

22. أوجد حل $A = \frac{1}{2}bh$ لإيجاد قيمة h. $h = \frac{2A}{b}$

23. **الكيمياء** يمتلك حمدان 12 ملليمتر من محلول بتركيز 5%. ولديه أيضًا محلول به تركيز 30%. فكم عدد الملليمترات التي ينبغي لحمدان إضافتها من المحلول بتركيز 30% إلى المحلول بتركيز 5% للحصول على محلول بتركيز 20%؟ 18 mL

24. **ركوب الدراجات** تقود نهلة الدراجة 5 أميال إلى المتنزه في 30 دقيقة و 3 أميال إلى المكتبة في 45 دقيقة. ماذا كان متوسط سرعتها؟ 6.4 mph

25. **الخرائط** على خريطة مدينة شمال كارولينا، تبلغ المسافة بين شارلوت ووِلمنجتون 14.75 بوصة. فإذا كانت البوصتان تساويان 24 ميلاً، فما المسافة التقريبية بين المدينتين؟ 177 mL

إجابات إضافية

13.


14.


حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 145 8/20/2016 1:52:43 AM

1 التركيز

الهدف استخدام إستراتيجيات لحل مسائل نماذج الاختبار على ورق المربعات.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اسأل:

- ما المواد التي أجبت فيها على ورق المربعات أثناء حلك للاختبار؟ ستختلف الإجابات.
- ما الجانب الأكثر إرباكًا فيما يخصّ الإجابة على ورق المربعات؟ ستختلف الإجابات.
- ما الذي تستطيع فعله لتجنب الإرباك عند الإجابة على ورق المربعات؟ الإجابة النموذجية: تحقق من فهمك للتعليمات قبل الإجابة على ورق المربعات.

2 الإعداد للاختبارات المعيارية

أسئلة الإجابات الشبكية

بالإضافة إلى أسئلة الاختيار من متعدد والأسئلة ذات الإجابات المختصرة وذات الإجابات المفصلة، ربما تصادف أسئلة ذات إجابات موزعة في الاختبارات النموذجية. وبالنسبة إلى الأسئلة ذات الإجابات الشبكية، يجب كتابة الإجابة في ورقة الإجابة ووضع علامة في الدوائر الصحيحة على موقع الإجابات الموزعة لتتطابق مع إجابتك.

إستراتيجيات لحل الأسئلة ذات الإجابات الشبكية

الخطوة 1

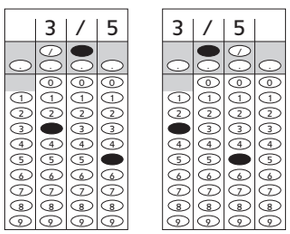
اقرأ المسألة بعناية.

- **اسأل نفسك:** "ما المعلومات المعطاة؟" "ما الذي أحتاج إلي إيجاده؟" "كيف أحل هذا النوع من المسائل؟"
- **حل المسألة:** استخدم المعلومات المعطاة في المسألة لحلها.
- **تحقق من إجابتك:** إذا سمح الوقت، فتحقق من إجابتك للتأكد من أنك حللت المسألة بطريقة صحيحة.

الخطوة 2

اكتب الإجابة في مربعات الإجابة.

- لا تكتب سوى رقم أو رمز واحد في كل مربع للإجابة.
- لا تكتب أي أرقام أو رموز خارج مربعات الإجابة.
- قد تكتب إجابتك مع جعل الرقم الأول في مربع الإجابة الأيسر. أو مع جعل آخر رقم في مربع الإجابة الأيمن. ويمكنك ترك أي مربعات لا تحتاجها فارغة على الجانب الأيمن أو الأيسر من إجابتك.



الخطوة 3

املأ مربعات التوزيع.

- لا تملأ سوى فقاعة واحدة لكل مربع إجابة تكتب فيه. وتأكد من أنك لا تملأ فقاعات أسفل مربع الإجابة الفارغ.
- املأ كل فقاعة بالكامل وبوضوح.

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. حدد ما تريد معرفته. ثم استخدم الحقائق الواردة في المسألة لحلها.

الإجابة الموزعة سامية أكبر من أختها صفاء بـ 3 أعوام. وبجمعهما، يبلغ مجموع عمرهما 27 عامًا. كم عمر سامية؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 146 8/20/2016 1:52:45 AM

اقرأ المسألة بعناية. علمتَ أن سامية أكبر من أختها بثلاثة أعوام ومجموع عمرهما يساوي 27 عامًا. ينبغي إذًا أن تجد عمر سامية.

حل المسألة

الشرح عمر إيمان زائد عمر حصة تساوي 27 عامًا.

المتغير لنفترض أن a يمثل عمر إيمان. إذًا، إن عمر حصة يساوي $a - 3$، حيث إنها أصغر من إيمان بـ 3 أعوام.

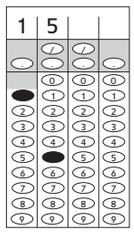
المعادلة $a + (a - 3) = 27$

حل معادلة القيم a.

المعادلة الأصلية	$a + (a - 3) = 27$
اجمع الحدود المتشابهة	$2a - 3 = 27$
اجمع 3 مع كل طرف	$2a = 30$
اقسم كل طرف على 2	$a = 15$

بما أننا نفترض أن a تمثل عمر إيمان، فإننا نعرف أنها تبلغ 15 عامًا.

املأ مربعات التوزيع



تمرينات

اقرأ كُل مسألة. حدد ما تريد معرفته. ثم استخدم الحقائق الواردة في المسألة لحلها. انسخ الإجابة وأكمل جدول التوزيع في ورقتك.

1. يمتلك حسّان 1350 AED في البنك. ويريد أن يزيد حسابه بإجمالي 2550 AED عن طريق إيداع 40 AED كل أسبوع من شيك الأجر الخاص به. فكم عدد الأسابيع التي يحتاج أن يدخر فيها حتى يصل إلى هدفه؟ **30**

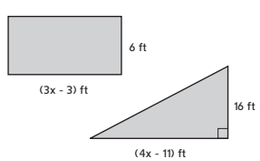
2. أربعة عشر ناقص ثلاثة أضعاف عدد ما تساوي 40. أوجد العدد. **18**

3. يوضح الجدول الأسعار المعتادة وأسعار البيع لمنتجاتٍ معينة في أحد المتاجر الكبيرة هذا الأسبوع. ما النسبة المئوية للخصم في فترة التخفيضات؟ **20**

العنصر	السعر المعتاد (AED)	سعر البيع (AED)
وسادات	25	20
سُتَرات	30	24
مركز ترفيهي	125	100

4. تقود بدرية السيارة من مدينة رالي بشمال كارولينا إلى مدينة شارلوت بشمال كارولينا أيضًا لزيارة أخيها في الجامعة. وإذا كانت تقود السيارة بمعدل 65 ميلاً في الساعة في رحلتها، فإنه يمكن حل المعادلة $\frac{d}{2.65} = 65$ لإيجاد المسافة d. فما المسافة إلى أقرب ميل من رالي إلى شارلوت؟ **172**

5. أوجد قيمة x بحيث يكون للأشكال التالية المساحة ذاتها. **5**

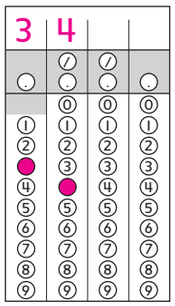


6. مجموع ثلاثة أرقام صحيحة متتالية يساوي 18. ما العدد الأكبر؟ **7**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال إضافي

الإجابة على ورق المربعات أرسل راشد وزايد إجمالي 86 دعوة للمعرض البيئي المقبل. فإذا كان راشد قد أرسل 18 دعوة أكثر من زايد، فكم عدد الدعوات التي أرسلها زايد؟



3 التقويم

استخدم التمارين 1-6 للتحقق من استيعاب الطلاب.

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 147 8/20/2016 1:52:46 AM

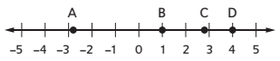
2 تمرين على الاختبار المعياري

تراكمي، من الوحدة 1 و2

اختيار من متعدّد

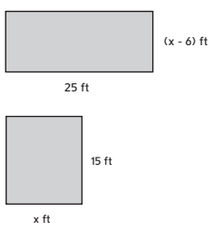
اقرأ كُل مسألة. ثمّ سجّل إجابتك الصحيحة في ورقة الإجابة التي يقدمها لك المعلم أو في ورقة أخرى.

1. أي نقطة على خط الأعداد تمثل موضع $\sqrt{8}$ بشكل أفضل؟ C



A -2.8
C 2.8
B 1
D 4

2. أوجد قيمة x بحيث تكون للأشكال المساحة ذاتها. J



F 10
H 13
G 12
J 15

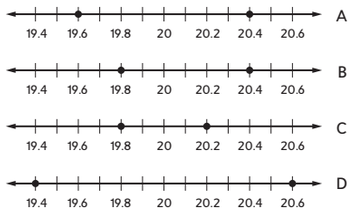
3. يبلغ ارتفاع الجبل الأسود 27 قدمًا أكثر من 16 ضعف أقل نقطة بالولاية. وإذا كان ارتفاع أقل نقطة بالولاية يبلغ 257 قدمًا، فما ارتفاع الجبل الأسود؟ C

A 4,085 قدمًا
C 4,139 قدمًا
B 4,103 قدمًا
D 4,215 قدمًا

4. التعبير $(3x^2 + 5x - 12) - 2(x^2 + 4x + 9)$ يكافئ أيًا مما يلي؟ F

F $x^2 - 3x - 30$
G $x^2 + 13x + 6$
H $5x^2 + x - 18$
J $x^2 + 3x - 21$

5. يجب أن تكون كمية المياه الغازية، بوحدة أوقية السوائل، الموزعة من الماكينة تحقق المعادلة $|a - 0.4| = 20$. أي من التمثيلات البيانية التالية توضح أدنى وأقصى كمية مقبولة يمكن الحصول عليها من الماكينة؟ A



6. إذا كان a وb يمثلان أعدادًا صحيحة، فإن $ab = ba$ تعدّ مثالاً على أي خاصية؟ G

F خاصية التجميع
G خاصية التبديل
H خاصية التوزيع
J خاصية الانغلاق

7. مجموع خمس عدد زائد ثلاثة يساوي نصف الرقم. ما العدد؟ B

A 5
C 15
B 10
D 20

8. يحصل خالد على 15 AED مقابل جز العشب و10 AED في الساعة لأعمال أخرى بالحديقة. فما التعبير الذي يمثل أرباحه؟ J

F $10h$
G $15h$
H $15h + 10$
J $15 + 10h$

نصيحة عند حل الاختبار

السؤال 2 استخدم الأشكال وصيغة المساحة لإعداد معادلة. يجب أن يكون حاصل ضرب الطول والعرض لكل شكل متساوٍ.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 148 8/20/2016 1:52:47 AM

الدرس 2-1

30. الإجابة النموذجية: مجموع العددين j وستة عشر يساوي خمسة وثلاثين.

31. الإجابة النموذجية: أربعة مضروبة في m يساوي اثنين وخمسين.

32. الإجابة النموذجية: خمسة مضروبة في مجموع p وثلاثة وعشرين يساوي مئة واثنين.

33. الإجابة النموذجية: خمسة عشر ناقص r مربع يساوي مجموع t وتسعة عشر.

34. الإجابة النموذجية: خمسا v زائد ثلاثة أرباع يساوي ثلثي x مربع.

35. الإجابة النموذجية: ثلث ناقص أربعة أخماس z يساوي أربعة أثلاث y مكعب.

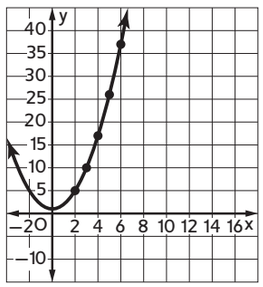
36. الإجابة النموذجية: لميس في طريقها إلى السوق لشراء بعض الفراولة. وفي حوزتها مبلغ 10 AED. ويبلغ سعر الفراولة 2.5 AED لكل عبوة وزنها رطل ونصف (1 كوارت). فكم عدد العبوات من هذا الوزن التي تستطيع لميس شراءها؟

37. الإجابة النموذجية: لدى شذا بطاقة ائتمان بمرابحة 12% على الرصيد الرئيسي. إذا بلغ سداد شذا 224 AED، فكم كان الرصيد الرئيسي على بطاقة الائتمان؟

38. الإجابة النموذجية: التحقت زينب بنادي الفيديو وكلفها ذلك رسم اشتراكٍ يدفع لمرة واحدة بمبلغ 10 AED. ثم أصبحت تدفع 1.50 AED لكل فيديو تقوم باستئجاره. فإذا بلغت فاتورة براءة الأولى 14.50 AED، فكم عدد الأفلام التي استأجرتها؟

39. الإجابة النموذجية: كان فريد يُعلم أصدقاءه لعبة ورقٍ جديدة. ويحصل كل لاعبٍ على 5 أوراق، وتوضع 7 أوراقٍ في مركز طاولة اللعب. بما أن هناك 52 ورقة لعبٍ في المجموعة، فأوجد عدد اللاعبين في اللعبة.

46c.



تابع

47. الإجابة النموذجية: يضم مسلسلي التلفزيوني المفضل 30 حلقةً جديدة كل عام. وقد تم بثّ ثماني حلقاتٍ حتى الآن. فكم عدد الحلقات الجديدة المتبقية؟

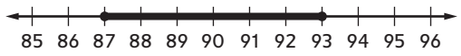
50. الإجابة النموذجية: في البداية، عليك تحديد الكمية أو الكميات المجهولة التي تحاول إيجادها، وعليك تحديد المتغيرات. ثم ينبغي عليك البحث عن الكلمات أو العبارات المفتاحية التي يمكن أن تساعدك في تحديد العمليات التي يجري استخدامها. ويمكنك بعد ذلك كتابة المعادلة باستخدام الأعداد المعطاة إليك والمتغيرات والعمليات التي حددتها.

الدرس 2-4

43. الإجابة النموذجية: $2x + 1 = \frac{3}{2}x - 2$. اخترتُ أولاً $\frac{3}{2}$ بمثابة معاملٍ كسري. ثم اخترتُ 2 لمعامل المتغير على الطرف الثاني من المعادلة. بعد استبدال x بـ -6 في كلا الطرفين، يجب جمع 1 مع الطرف الأيسر، ويجب طرح 2 من الطرف الأيمن لموازنة المعادلة.

الدرس 2-5

52c.



الدرس 2-6

49. إذا كان الخزان ممتلئًا بنسبة $\frac{9}{16}$، يتبقى به $\frac{9}{16} \times 10$ أو $5\frac{5}{8}$ جالون من البنزين. عند معدل إستهلاك 32 ميلاً للجالون الواحد، سوف يستطيع السفر $5\frac{5}{8} \times 32$ أو 180 ميلاً. بما أن دبي تقع على بعد 200 ميل، فسوف ينفذ البنزين لديه قبل 20 ميلاً من بلوغه المدينة إن لم يتوقف لتعبئة السيارة.

50. الإجابة النموذجية: يمكن للشركة استخدام النسب لمقارنة كم من زبائنها المحتملين في منطقةٍ محددةٍ يستعينون بخدماتها. باستخدام النسب، تستطيع إحدى شركات البيتزا إيجاد عدد الزبائن المحتملين في منطقتها ومقارنته بعدد زبائنها الفعليين. وبإمكانها تنفيذ الأمر نفسه بالنسبة للمنافسين.

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718285_ch02.indb 1 8/20/2016 1:52:48 AM

مشروع الوحدة

خدمة مع ابتسامة

يستخدم الطلاب ما تعلموه عن الدوال الخطية لإكمال مشروع معين.

يتناول مشروع هذه الوحدة المعرفة المالية بالإضافة إلى عدة مهارات معينة تم تحديد ضروريتها لنجاح الطلاب وفقًا لإطار التعلم في القرن 21.

المفردات الأساسية قدّم المفردات الأساسية في الوحدة باستخدام الطريقة الروتينية أدناه.

عرّف: الحد هو العدد أو المتغير أو حاصل ضرب أو ناتج قسمة الأعداد والمتغيرات.

مثال: $2x^2 + 6x + 5$، حيث كل جزء من التعبير يحتوي على أعداد أو أعداد ومتغيرات بين علامات العملية يسمى حدًا.

اطرح السؤال التالي: كم عدد الحدود الموجودة في هذا التعبير؟ ثلاثة

الوحدة 3

الدوال الخطية



السابق	الحالي	لماذا؟ ▲
لقد قمت بحل المعادلات الخطية جبريًا.	في هذه الوحدة، سوف: ▪ تحدد المعادلات الخطية، والتقاطعات والأصفار. ▪ تمثل المعادلات الخطية بيانيًا، وتكتبها. ▪ تستخدم معدل التغير لحل المسائل.	**حدائق ترفيهية** تعد حديقة ذا ماجيك كينغدم (مملكة السحر) التي تقع في مدينة أورلاندو بولاية فلوريدا إحدى أشهر الحدائق الترفيهية في العالم. وتزداد أعداد الحضور بشكل ثابت كل عام. يمكن وصف الكميّات، مثل أعداد الناس التي تتغير مع الزمن، باستخدام معدل التغير. ويمكنك عادة تمثيل هذه المواقف بالدوال الخطية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH03.indb 150 8/20/2016 1:56:55 AM



3 الدوال الخطية

الاستعداد للوحدة 3 151

الاستكشاف: مختبر الجبر تحليل التمثيلات البيانية الخطية 153

3-1 **التمثيل البياني للمعادلات الخطية** 155

3-2 **حل المعادلات الخطية عن طريق التمثيل البياني** 163

التوسع: مختبر تقنية التمثيلات البيانية تمثيل الدوال الخطية بيانيًا 169

الاستكشاف: مختبر الجبر معدل تغير الدالة الخطية 171

3-3 **معدل التغير والميل** 172

■ **اختبار منتصف الوحدة** 181

3-4 **التغير الطردي** 182

3-5 **المتتاليات الحسابية على شكل دوال خطية** 189

التوسع: مختبر الجبر الاستدلال الاستقرائي والاستنتاجي 196

3-6 **العلاقات التناسبية وغير التناسبية** 197

التقويم

■ **دليل الدراسة والمراجعة** 203

■ **تمرين على الاختبار** 207

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** 208

■ **تمرين على الاختبار المعياري، الوحدتان 3-1** 210

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718282_fm.indb 20 8/20/2016 2:17:29 AM

السؤال الأساسي

- لماذا تُعد التمثيلات البيانية مفيدة؟ الإجابة النموذجية: لأنها تساعدك على تمثيل العلاقات بين الكميات. كما يتم استخدامها لعرض البيانات وتحديد الاتجاهات والقيام بالتنبؤات.

الاستعداد للوحدة

تحديد مدى الاستعداد | لديك خياران للتحقق من المهارات اللازمة.

1 خيار الكتاب المدرسي أجب عن التمرين السريع أدناه. ارجع إلى القسم "مراجعة سريعة" للحصول على المساعدة.

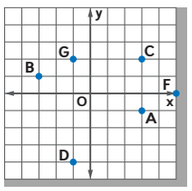
~~1-6. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.~~

تمرين سريع

مثّل كل زوج مرتب بيانيًا على شبكة إحداثيات.

1. $(-3, 3)$
2. $(-2, 1)$
3. $(3, 0)$
4. $(-5, 5)$
5. $(0, 6)$
6. $(2, -1)$

اكتب الزوج المرتب لكل نقطة.



7. A $(3, -1)$
8. B $(-3, 1)$
9. C $(3, 2)$
10. D $(-1, -4)$
11. F $(5, 0)$
12. G $(-1, 2)$

حل كل معادلة لإيجاد قيمة y.

13. $3x + y = 1$
14. $8 - y = x$
15. $5x - 2y = 12$
16. $3x + 4y = 10$
17. $3 - \frac{1}{2}y = 5x$
18. $\frac{y+1}{3} = x + 2$

13. $y = -3x + 1$
14. $y = -x + 8$
15. $y = \frac{5}{2}x - 6$
16. $y = \frac{-3}{4}x + \frac{5}{2}$
17. $y = -10x + 6$
18. $y = 3x + 5$

أوجد قيمة $\frac{a-b}{c-d}$ لكل مجموعة من القيم.

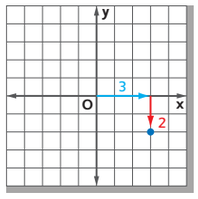
19. $a = 7, b = 6, c = 9, d = 5$ $\frac{1}{4}$
20. $a = -3, b = 0, c = 3, d = -1$ $-\frac{3}{4}$
21. $a = -5, b = -5, c = 5, d = 8$ 0
22. $a = -6, b = 3, c = 8, d = 2$ $-\frac{3}{2}$

23. **أفلام** حقق فيلم 297.2 مليون AED أرباحًا في 22 أسبوعًا. فكم حقق الفيلم من ربح في المتوسط كل أسبوع؟ **حوالي 13.5 مليون AED**

مراجعة سريعة

مثال 1 (يُستخدم في الدروس 1-3 وحتى 3-3)

مثّل النقطة $(-2, 3)$ على شبكة إحداثيات.



مثال 2 (يُستخدم في الدروس 1-3 وحتى 3-5)

حل $x - 2y = 8$ لإيجاد قيمة y.

$x - 2y = 8$	المعادلة الأصلية
$x - x - 2y = 8 - x$	اطرح x من كل طرف.
$-2y = 8 - x$	حوّل لأبسط صورة.
$\frac{-2y}{-2} = \frac{8-x}{-2}$	اقسم كل طرف على -2
$y = \frac{1}{2}x - 4$	حوّل لأبسط صورة.

مثال 3 (يُستخدم في الدرس 4-3)

أوجد قيمة $\frac{a-b}{c-d}$ حيث $a = 3$، و $b = 5$، و $c = -2$، و $d = -6$.

$\frac{a-b}{c-d}$	التعبير الأصلي
$= \frac{3-5}{-2-(-6)}$	عوّض 3 محل a، و 5 محل b، و -2 محل c، و -6 محل d.
$= \frac{-2}{4}$	حوّل لأبسط صورة.
$= \frac{-2 \div 2}{4 \div 2}$	اقسم -2 و 4 على العامل المشترك الأكبر لهما، وهو 2
$= \frac{-1}{2}$ أو $-\frac{1}{2}$	حوّل لأبسط صورة. العلامات مختلفة، إذًا ناتج القسمة سالب.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH03.indb 151 8/20/2016 1:56:56 AM

المطويات منظم الدراسة

مطويات® دينا زايك

التركيز سيكتب الطلاب عن الدوال الخطية حيث يتم تمثيل هذه المفاهيم في دروس هذه الوحدة.

التدريس اطلب من الطلاب إعداد مطوياتهم وتسميتها كما هو موضح. اطلب من الطلاب تدوين ملاحظات أسفل التبويب المناسب بينما يدرسون كل درس في هذه الوحدة. اشرح لهم أن التبويب السابع يجب أن يُستخدم لسرد المفاهيم الأساسية في الوحدة. يجب استخدام التبويب الثامن لتدوين أي نصائح للطلاب موجودة في الوحدة. شجّع الطلاب على كتابة فقرات وصفية مختصرة عن كل درس وأمثلة بيانية.

متى نستخدم ذلك شجّع الطلاب على إضافتها إلى مطوياتهم بينما يعملون خلال الوحدة واستخدامها للمراجعة استعدادًا لاختبار الوحدة.

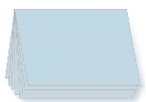
بدء الوحدة

سوف تتعرف على عدة مفاهيم ومهارات ومفردات جديدة خلال دراستك للوحدة 3.
للاستعداد، حدد المصطلحات المهمة ونظّم مواردك.
ويمكنك الرجوع إلى الوحدة 0 لمراجعة المهارات اللازمة.

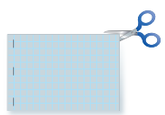
المطويات خريطة المفاهيم

الدوال الخطية اصنع هذه المطوية لمساعدتك على ترتيب ملاحظاتك المتعلقة بالوحدة 3 حول التمثيل البياني للعلاقات والدوال. ابدأ بأربع صفحات من ورق التمثيل البياني.

1 **اطوِ** كل صفحة من ورق التمثيل البياني إلى النصف من أعلى إلى أسفل.



2 **قصّ** بطول خط الطي. قم بتدبيس أنصاف الورق الثمانية معًا لتشكيل كتيب.



3 **قصّ** تبويبات من الحاشية. بحيث يكون عرض التبويب الأعلى 4 أسطر، ويكون عرض التبويب التالي 8 أسطر، وهكذا. عندما تصل إلى أسفل الصفحة، ابدأ بالتبويب التالي في أعلى الصفحة.



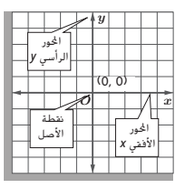
4 **اكتب** على لسان كل مطوية رقم درس. استخدم الصفحات الإضافية للمفردات.



مفردات جديدة

المعادلة الخطية (linear equation)	ص 155
الصيغة القياسية (standard form)	ص 155
الثابت (constant)	ص 155
التقاطع مع المحور الأفقي x (x-intercept)	ص 156
التقاطع مع المحور الرأسي y (y-intercept)	ص 156
الدالة الخطية (linear function)	ص 163
الدالة الأصلية (parent function)	ص 163
مجموعة التمثيلات البيانية (family of graphs)	ص 163
الجذر (root)	ص 163
معدل التغير (rate of change)	ص 172
الميل (slope)	ص 174
التغير الطردي (direct variation)	ص 182
ثابت التغير (constant of variation)	ص 182
المتتالية الحسابية (arithmetic sequence)	ص 189
الاستدلال الاستقرائي (inductive reasoning)	ص 196
الاستدلال الاستنتاجي (deductive reasoning)	ص 196

مراجعة المفردات



نقطة الأصل (origin) النقطة ذات الإحداثيان (0, 0) التي يتقاطع عندها المحوران على المستوى الإحداثي

المحور الأفقي x (x-axis) خط الأعداد الأفقي على مستوى إحداثي

المحور الرأسي y (y-axis) خط الأعداد الرأسي على مستوى إحداثي

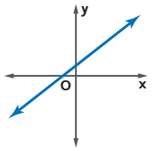
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH03.indb 152 8/20/2016 1:56:57 AM

3-1 الاستكشاف
مختبر الجبر
تحليل التمثيلات البيانية الخطية

يمكن أن يساعدك تحليل التمثيل البياني في التعرف على العلاقة بين مقدارين. **الدالة الخطية** هي دالة يكون التمثيل البياني لها مستقيمًا.
توجد أربعة أنواع من التمثيلات البيانية. دعنا نحلل كل نوع.

نشاط 1 المستقيم الذي يميل للأعلى



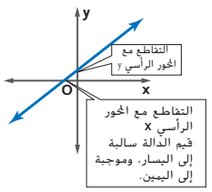
حلل الدالة الممثلة بيانيًا على اليسار.

a. صف المجال، والمدى، والسلوك الطرفي.

b. صف التقاطعات مع المحاور، وأي نقاط نهاية عظمى أو صغرى.

c. حدد المكان الذي تكون فيه الدالة موجبة، وسالبة، ومتزايدة، ومتناقصة.

d. صف أي تناظر.



a. المجال والمدى كلاهما عدد حقيقي. كلما انتقلت إلى اليسار، اتجه التمثيل البياني للأسفل. إذًا، كلما نقص x، نقص y. وكلما انتقلت إلى اليمين، اتجه المخطط البياني للأعلى. إذًا، كلما زاد x، زاد y.

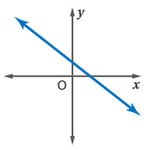
b. يوجد تقاطع واحد مع المحور الأفقي x وتقاطع واحد مع المحور الرأسي y. لا توجد نقاط نهاية عظمى أو صغرى.

c. قيمة الدالة تكون 0 عندما تكون عند التقاطع مع المحور الأفقي x. قيم الدالة تكون سالبة إلى يسار التقاطع مع المحور الأفقي x وموجبة إلى اليمين. الدالة تتجه للأعلى من اليسار إلى اليمين، لذا. فهي تزداد على المجال بأكمله.

d. المخطط البياني ليس به تناظر.

تتصف المستقيمات التي تميل للأسفل من اليسار إلى اليمين ببعض السمات الأساسية المختلفة.

نشاط 2 المستقيم الذي يميل للأسفل



حلل الدالة الممثلة بيانيًا على اليسار.

a. صف المجال، والمدى، والسلوك الطرفي.

b. صف التقاطعات مع المحاور، وأي نقاط نهاية عظمى أو صغرى.

c. حدد المكان الذي تكون فيه الدالة موجبة، وسالبة، ومتزايدة، ومتناقصة.

d. صف أي تناظر.

a. المجال والمدى كلاهما عدد حقيقي. كلما انتقلت إلى اليسار، اتجه التمثيل البياني للأعلى. إذًا، كلما نقص x، زاد y. وكلما انتقلت إلى اليمين، اتجه التمثيل البياني للأسفل. إذًا، كلما زاد x، نقص y.

b. يوجد تقاطع واحد مع المحور الأفقي x وتقاطع واحد مع المحور الرأسي y. لا توجد نقاط نهاية عظمى أو صغرى.

c. قيم الدالة تكون موجبة إلى يسار التقاطع مع المحور الأفقي x وسالبة إلى اليمين.
الدالة تتجه للأسفل من اليسار إلى اليمين، لذا. فهي تنقص على المجال بأكمله.

d. التمثيل البياني ليس به تناظر.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

الهدف تحليل الميزات الأساسية للتمثيلات البيانية الخطية.

نصائح للتدريس

- ربما يجد الطلاب أن وضع قلم رصاص على مستوى إحداثي لتمثيل خط معين يساعدهم على تصور الميزات الأساسية للتمثيل البياني. اقترح أن ينقل الطلاب القلم الرصاص لتمثيل خطوط مختلفة وتقييم كل ميزة.
- اطلب من الطلاب التجربة باستخدام أقلامهم الرصاص على المستويات الإحداثية للتحقق من وجود أربعة أنواع عامة من الخطوط: مائل لأعلى، ومائل لأسفل، وأفقي، ورأسي.

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

قسّم الفصل إلى مجموعات ثنائية. العمل خلال الأنشطة 1-4. اطلب من الطلاب التعاون مع زملائهم لإكمال التمارين 1-4.

تمرين اطلب من الطلاب إكمال التمارين 5-8.

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمرين 5 لتقييم قدرة كل طالب على تحليل الميزات الأساسية للتمثيل البياني الخطي.

من الشيء الملموس إلى المجرد

اطلب من الطلاب تلخيص الميزات الأساسية لكل نوع من التمثيلات البيانية.

CH03.indb 153 8/20/2016 1:56:57 AM

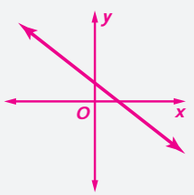
إجابات إضافية

3a. الميزات الأساسية هي نفسها باستثناء أن التقاطعات مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y هي النقطة نفسها (0, 0).

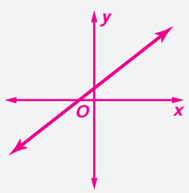
3b. الميزات الأساسية هي نفسها باستثناء أن التقاطعات مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y هي النقطة نفسها (0, 0).

3c. الخط الأفقي الذي يمر عبر نقطة الأصل هو المحور الأفقي x. الميزات الأساسية للتمثيل البياني هي نفسها مثل تلك الخاصة بالخط في النشاط 3 باستثناء أنه بدلاً من عدم وجود تقاطع مع المحور الأفقي x، فإنه يشمل عددًا لا نهائيًّ من الكثير من التقاطعات مع المحور الأفقي x. الخط الرأسي الذي يمر عبر نقطة الأصل هو المحور الرأسي y. الميزات الأساسية للتمثيل البياني هي نفسها مثل تلك الخاصة بالخط في النشاط 4 باستثناء أنه بدلاً من عدم وجود تقاطع مع المحور الرأسي y، فإنه يشمل عددًا لا نهائيًّ من الكثير من التقاطعات مع المحور الرأسي y.

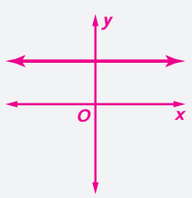
5. الإجابة النموذجية: أي خط يميل لأسفل



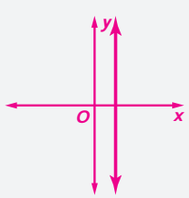
6. الإجابة النموذجية: أي خط غير رأسي وغير أفقي



7. الإجابة النموذجية: أي خط رأسي أو أفقي



8. الإجابة النموذجية: أي خط رأسي



تدريس الممارسات الرياضية

الأدوات بمقدور الطلاب المتفوقين في الرياضيات استخدام الأدوات لاستكشاف فهمهم للمفاهيم وتعميق هذا الفهم. في التمرين 4، وضّح للطلاب أن القلم الرصاص هو نموذج لخط يمكن استخدامه عادة في دراسة الرياضيات.

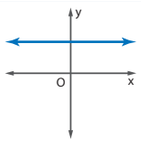
مختبر الجبر

تحليل التمثيلات البيانية الخطية تابع

المستقيمات الأفقية تمثل دوالّ خاصة يُطلق عليها **الدوال الثابتة**.

نشاط 3 المستقيم الأفقي

حلل الدالة الممثلة بيانيًا على اليسار.



a. المجال هو جميع الأعداد الحقيقية والمدى هو قيمة واحدة. كلما تحركت إلى اليسار أو اليمين يظل التمثيل البياني ثابتًا. إذًا، كلما نقص x أو زاد يكون y ثابتًا.

b. التمثيل البياني لا يتقاطع مع المحور الأفقي x. لذلك لا يوجد تقاطع مع المحور الأفقي x.
يشتمل التمثيل البياني على تقاطع واحد مع المحور الرأسي y. لا توجد نقاط نهاية عظمى أو صغرى.

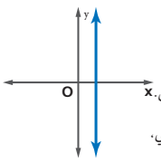
c. جميع قيم الدالة موجبة. الدالة ثابتة على المجال بأكمله.

d. التمثيل البياني متناظر مع أي مستقيم رأسي.

المستقيمات الرأسية تمثل علاقات خطية ليست دوالّ.

نشاط 4 الخط الرأسي

حلل العلاقة الممثلة بيانيًا على اليسار.



a. المجال هو قيمة واحدة، والمدى هو جميع الأعداد الحقيقية. هذه العلاقة ليست دالة. لأنه لا يمكنك التحرك إلى اليسار أو اليمين على التمثيل البياني، ولا يوجد سلوك طرفي.

b. يوجد تقاطع واحد مع المحور الأفقي x ولا يوجد تقاطع مع المحور الرأسي y. لا توجد نقاط نهاية عظمى أو صغرى.

c. قيم y موجبة فوق المحور الأفقي x وسالبة أدناه. لأنه لا يمكنك التحرك إلى اليسار أو اليمين على التمثيل البياني، فلا تكون العلاقة متزايدة أو متناقصة.

d. التمثيل البياني متناظر مع نفسه.

تحليل النتائج 2 .1. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.

1. قارن وبيّن الفرق بين السمات الأساسية للمستقيمات التي تميل للأعلى والمستقيمات التي تميل للأسفل.
2. ما وجه الاختلاف بين السمات الأساسية لمستقيم أفقي تحت المحور الأفقي x وسمات مستقيم فوق المحور الأفقي x؟
3. فكّر في المستقيمات التي تمر بنقطة الأصل. **a–c. انظر الهامش.**

a. ما وجه المقارنة بين السمات الأساسية لمستقيم يميل للأعلى ويمر بنقطة الأصل، والسمات الأساسية للمستقيم المذكور في النشاط 1؟

b. قارن بين السمات الأساسية لمستقيم يميل للأسفل ويمر بنقطة الأصل، والسمات الأساسية للمستقيم المذكور في النشاط 2.

c. صف مستقيمًا أفقيًا يمر بنقطة الأصل، ومستقيمًا رأسيًا يمر بنقطة الأصل. قارن بين السمات الأساسية لهما والسمات الأساسية للمستقيمين المذكورين في النشاطين 3 و 4.

4. **الأدوات** ضع قلمًا رصاصًا على مستوى إحداثي لتمثيل المستقيم. حرك القلم الرصاص لتمثيل المستقيمات المختلفة وتقييم كل فرضية.

a. صواب أم خطأ: يمكن أن يكون للمستقيم أكثر من تقاطع واحد مع المحور الأفقي x. **صواب**

b. صواب أم خطأ: إذا كان السلوك الطرفي للمستقيم أنه كلما زاد x، زاد y، عندها تزداد قيم الدالة على نطاق المجال بأكمله. **صواب**

c. صواب أم خطأ: يمكن أن يكون لمستقيمين مختلفين التقاطعان مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y نفسيهما. **خطأ**

ارسم مخططًا خطيًا يناسب كل وصف مما يلي. **5–8. انظر الهامش.**

5. كلما زاد x، نقص y
6. تقاطع واحد مع المحور الأفقي x وتقاطع واحد مع المحور الرأسي y
7. به تناظر
8. ليس دالة

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH03.indb 154 8/20/2016 1:56:58 AM

1-3 تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا

السابق:
- قمت بتمثيل العلاقات بين الكميات باستخدام المعادلات.

الحالي:
1. تحدّد المعادلات الخطية، والتقاطعات مع المحاور، والأصفار.
2. تمثّل المعادلات الخطية بيانيًا.

لماذا؟
- تدوير طن من النفايات الورقية يوفر ما متوسّطه 17 شجرة، و 7000 جالونًا من الماء، و 3 براميل من النفط، وحوالي 3.3 ياردة مكعبة من مساحة مكب النفايات.

يمكن التعبير عن العلاقة بين كمية الورق التي تم تدويرها وعدد الأشجار التي تم توفيرها. بالمعادلة $y = 17x$. حيث y يمثل عدد الأشجار، و x يمثل أطنان الورق التي تم تدويرها.



مفردات جديدة

معادلة خطية (linear equation)

الصيغة القياسية (standard form)

الثابت (constant)

التقاطع مع المحور الأفقي x (x-intercept)

التقاطع مع المحور الرأسي y (y-intercept)

ممارسات رياضية

البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عنه.

1 المعادلات الخطية والتقاطعات مع المحاور

المعادلة الخطية هي معادلة تشكل مستقيمًا عند تمثيلها بيانيًا. غالبًا ما تُكتب المعادلات الخطية بالصيغة $Ax + By = C$. وهي تُسمى **بالصيغة القياسية** للمعادلة الخطية. في هذه المعادلة، C يُسمى **ثابتًا**، أو عددًا. Ax و By هما حدان متغيران.

مفهوم أساسي الصيغة القياسية للمعادلة الخطية

الشرح

الصيغة القياسية للمعادلة الخطية هي $Ax + By = C$، حيث $A \geq 0$، و A و B ليسا صفرًا، و A، و B، و C أعداد صحيحة ذات عامل مشترك أكبر يساوي 1.

أمثلة

في $C = 5$ و $B = 2$ و $A = 3$، $3x + 2y = 5$.

في $C = -7$ و $B = 0$ و $A = 1$، $x = -7$.

مثال 1 تحديد المعادلات الخطية

حدد ما إذا كانت كل معادلة هي معادلة خطية أم لا. اكتب المعادلة بالصيغة القياسية.

a. $y = 4 - 3x$

أعد كتابة المعادلة حتى تبدو في صيغة قياسية.

المعادلة الأصلية	$y = 4 - 3x$
أضف 3x إلى كل طرف.	$y + 3x = 4 - 3x + 3x$
حوّل لأبسط صورة.	$3x + y = 4$

المعادلة الآن في صيغة قياسية حيث $A = 3$، و $B = 1$، و $C = 4$. هذه معادلة خطية.

b. $6x - xy = 4$

بما أن الحد xy له متغيران، فلا يمكن كتابة المعادلة في صيغة $Ax + By = C$. لذلك، هذه ليست معادلة خطية.

تمرين موجه

1A. $\frac{1}{3}y = -1$ نعم؛ $y = -3$ **1B.** $y = x^2 - 4$ لا

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 1-3 مثّل العلاقات بين الكميات باستخدام المعادلات.

الدرس 1-3 تحديد المعادلات الخطية، والتقاطعات مع المحاور، والأصفار. تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا.

بعد الدرس 1-3 حل المعادلات الخطية بالتمثيل البياني.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** من الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- إذا كان أحد المجتمعات يقوم بتدوير 6 أطنان من نفايات الورق كل عام، فكم عدد الأشجار التي يتم الحفاظ عليها؟ حوالي 102 شجرة
- ما معامل x في المعادلة $y = 17x$؟ 17 ما معامل y؟ 1
- كيف يمكنك كتابة $y = 17x$ بحيث يكون معامل y يساوي -1؟ $17x - y = 0$

CH03.indb 155 8/20/2016 1:56:59 AM

1 تحديد المعادلات الخطية، والتقاطعات مع المحاور

مثال 1 يوضح **كيفية تحديد** معادلة خطية وكتابتها بالصيغة القياسية. **مثال 2** يوضح كيفية تحديد التقاطعات مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y. **مثال 3** يوضح كيفية تحديد التقاطعات مع المحاور وتفسيرها في مسائل من الحياة اليومية ووصف ما تعنيه التقاطعات مع المحاور في ضوء الموقف.

التقويم التكويني

استخدم تمارين "التمرين الموجه" بعد كل مثال لتحديد مدى فهم الطلاب للمفاهيم.

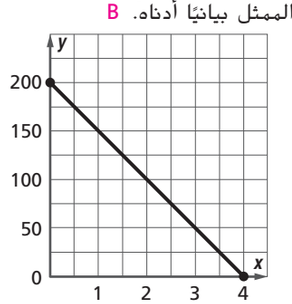
أمثلة إضافية

1 حدد ما إذا كانت كل معادلة هي معادلة خطية أم لا. اكتب المعادلة بالصيغة القياسية.

a. المعادلة $5x + 3 = xy + 2$ غير خطية

b. المعادلة $8 + y = \frac{3}{4}x$ خطية؛ $3x - 4y = 32$

2 **تمرين على الاختبار المعياري** أوجد التقاطعات مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y للمقطع الممثل بيانيًا أدناه. B

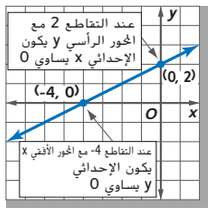


A التقاطع مع المحور الأفقي x هو 200؛ التقاطع مع المحور الرأسي y هو 4

B التقاطع مع المحور الأفقي x هو 4؛ والتقاطع مع المحور الرأسي y هو 200

C التقاطع مع المحور الأفقي x هو 2؛ والتقاطع مع المحور الرأسي y هو 100

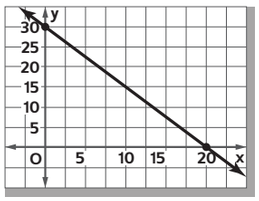
D التقاطع مع المحور الأفقي x هو 4؛ والتقاطع مع المحور الرأسي y هو 0



يمكن تمثيل المعادلة الخطية بيانيًا على مستوى إحداثي. الإحداثي x للنقطة التي يتقاطع عندها التمثيل البياني للمعادلة مع المحور الأفقي x هو التقاطع مع **المحور الأفقي x**. الإحداثي y للنقطة التي يتقاطع عندها التمثيل البياني مع المحور الرأسي y يُطلق عليه التقاطع مع **المحور الرأسي y**.

التمثيل البياني للمعادلة الخطية يحتوي كحد أقصى على تقاطع واحد مع المحور الأفقي x وتقاطع واحد مع المحور الرأسي y. ما لم تكن المعادلة هي $x = 0$ أو $y = 0$. ففي هذه الحالة يكون كل عدد تقاطعًا مع المحور الرأسي y والمحور الأفقي x على التوالي.

مثال على الاختبار المعياري 2 إيجاد التقاطعات مع المحاور من التمثيل البياني



أوجد التقاطعين مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y للمستقيم الممثل بيانيًا على اليسار.

A التقاطع مع المحور الأفقي x هو 0؛ التقاطع مع المحور الرأسي y هو 30.

B التقاطع مع المحور الأفقي x هو 20؛ التقاطع مع المحور الرأسي y هو 30.

C التقاطع مع المحور الأفقي x هو 20؛ التقاطع مع المحور الرأسي y هو 0.

D التقاطع مع المحور الأفقي x هو 30؛ التقاطع مع المحور الرأسي y هو 20.

قراءة فقرة الاختبار

نحن بحاجة إلى تحديد التقاطعين مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y للمستقيم في التمثيل البياني.

حلّ فقرة الاختبار

الخطوة 1 أوجد التقاطع مع المحور الأفقي x. ابحث عن النقطة التي يتقاطع عندها المستقيم مع المحور الأفقي x.

يتقاطع المستقيم عند (20, 0). التقاطع مع المحور الأفقي x هو 20 لأنه عند الإحداثي x للنقطة يتقاطع المستقيم مع المحور الأفقي x.

الخطوة 2 أوجد التقاطع مع المحور الرأسي y. ابحث عن النقطة التي يتقاطع عندها المستقيم مع المحور الرأسي y.

يتقاطع المستقيم عند (0, 30). التقاطع مع المحور الرأسي y هو 30 لأنه عند الإحداثي y للنقطة يتقاطع المستقيم مع المحور الرأسي y.

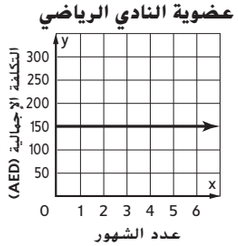
إذًا ، فالإجابة هي B.

قراءة الرياضيات

التقاطعات مع المحاور عادةً ما يطلق على الإحداثيين الفرديين التقاطع مع المحور الأفقي x، والتقاطع مع المحور الرأسي y. التقاطع مع المحور الأفقي x 20 يقع عند (20, 0).التقاطع مع المحور الرأسي y 30 يقع عند (0, 30).

تمرين موجه

2. الصحة أوجد التقاطعين مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y للتمثيل البياني. J



F التقاطع مع المحور الأفقي x هو 0؛ التقاطع مع المحور الرأسي y هو 150.

G التقاطع مع المحور الأفقي x هو 150؛ التقاطع مع المحور الرأسي y هو 0.

H التقاطع مع المحور الأفقي x هو 150؛ لا يوجد تقاطع مع المحور الرأسي y.

J لا يوجد تقاطع مع المحور الأفقي x؛ التقاطع مع المحور الرأسي y هو 150.

انتبه!

الصيغة القياسية ربما يفترض الطلاب أن الصيغة القياسية تشير ضمنيًا إلى ضرورة اشتمال المعادلات الخطية على معاملات موجبة في المحور الأفقي x والمحور الرأسي y. وضّح أنه لا يوجد قيود على قيمة B. وهذا يعني أن قيمة B قد تكون سالبة. لذا فإن معادلة مثل $3x - 4y = 7$ هي معادلة خطية.

التركيز على محتوى الرياضيات

المعادلات الخطية الصيغة القياسية لمعادلة خطية هي $Ax + By = C$. إذا كان من الممكن تطبيق خصائص التساوي على معادلة معينة لإعادة كتابتها بالصيغة القياسية، فستكون المعادلة عندئذ خطية.

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © والتأليف

CH03.indb 156 8/20/2016 1:56:59 AM

نصيحة دراسية

تحديد المتغيرات

في المثال 3، الوقت هو المتغير المستقل، وحجم المياه هو المتغير التابع.

مثال 3 من الحياة اليومية إيجاد التقاطعات مع المحاور من جدول

حمام السباحة تتم تصفية حمام سباحة من الماء بمعدل 720 جالونًا في الساعة. يعرض الجدول الدالة المتعلقة بحجم الماء في حمام السباحة، والوقت بالساعات المستغرقة في تصفيته.

تصفية حمام سباحة من الماء	
الوقت (h)	الحجم (gal)
x	y
0	10,080
2	8640
6	5760
10	2880
12	1440
14	0

a. أوجد التقاطعين مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y للتمثيل البياني للدالة.

التقاطع مع المحور الأفقي $x = 14$ — 14 هي قيمة x عندما $y = 0$.

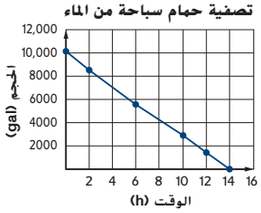
التقاطع مع المحور الرأسي $y = 10{,}080$ — 10080 هي قيمة y عندما $x = 0$.

b. صف ما تعنيه التقاطعات مع المحاور في هذا الموقف.

التقاطع مع المحور الأفقي x 14 يعني أنه بعد 14 ساعة، يصبح حجم الماء 0 جالون أو تمت تصفية حمام السباحة بالكامل.

التقاطع مع المحور الرأسي y 10,080 يعني أن حمام السباحة كان يسع 10,080 جالونًا من الماء في الوقت 0 أو قبل بدء تصفيته. وهذا موضح في التمثيل البياني.

تصفية حمام سباحة من الماء



3. التقاطع مع المحور الأفقي x 4 يعني أن أسرة طارق وصلت إلى المتنزّه الترفيهي بعد 4 ساعات من القيادة. التقاطع مع المحور الرأسي y 248 يعني أن منزلهم يبعد 248 mi عن المتنزّه الترفيهي.

تمرين موجه

3. الذهاب بالسيارة يعرض الجدول الدالة المتعلقة بالمسافة إلى المتنزّه الترفيهي بالأميال، والوقت الذي قضته أسرة طارق بالساعات في الذهاب بالسيارة. أوجد التقاطعين مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y. صف ما تعنيه التقاطعات مع المحاور في هذا الموقف.

الزمن (h)	المسافة (mi)
0	248
1	186
2	124
3	62
4	0

2 التمثيل البياني للمعادلات الخطية

عن طريق إيجاد التقاطعين مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y أولاً. سيكون لديك أزواج مرتبة للنقطتين اللتين يمر خلالهما التمثيل البياني للمعادلة الخطية. يمكن استخدام هذه المعلومات لتمثيل المستقيم بيانيًا لأن التمثيل البياني للمستقيم لا يتطلب سوى نقطتين فحسب.

نصيحة دراسية

التقاطعات مع المحاور

التقاطع مع المحور الأفقي x هو موضع تقاطع التمثيل البياني مع المحور الأفقي x. إذًا قيمة y تكون دائمًا 0. التقاطع مع المحور الرأسي y هو موضع تقاطع التمثيل البياني مع المحور الرأسي y. إذًا، قيمة x تكون دائمًا 0.

المثال 4 التمثيل البياني باستخدام التقاطعات مع المحاور

مثّل بيانيًا $2x + 4y = 16$ باستخدام التقاطعين مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y.

لإيجاد التقاطع مع المحور الأفقي x. اجعل $y = 0$.

المعادلة الأصلية	$2x + 4y = 16$
عوّض y بـ 0.	$2x + 4(0) = 16$
حوّل لأبسط صورة.	$2x = 16$
اقسم كل طرف على 2.	$x = 8$

التقاطع مع المحور الأفقي x هو 8. هذا يعني أن التمثيل البياني يتقاطع مع المحور الأفقي x عند (8, 0).

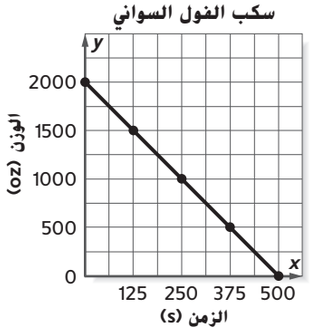
مثال إضافي

3 تحليل الجداول يتم سكب عبوة من الفول السوداني في أكياس بمعدل 4 أونصات في الثانية. يوضح الجدول الدالة المرتبطة بوزن الفول السوداني في العبوة والوقت بالثواني الذي يستغرقه سكب الفول السوداني من العبوة.

سكب الفول السوداني	
الزمن (s)، x	الوزن (oz) y
0	2000
125	1500
250	1000
375	500
500	0

a. أوجد التقاطعات مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y للتمثيل البياني للدالة.

سكب الفول السواني



500; 2000

b. صف ما تعنيه التقاطعات مع المحاور في ضوء هذا الموقف. التقاطع مع المحور الأفقي x: 0 oz بعد 500 s؛ التقاطع مع المحور الرأسي y: 2000 oz قبل بدء السكب

نصائح للمعلمين الجدد

تفسير التمثيلات البيانية عند مناقشة المثال 3، استغل الفرصة لمناقشة ما تمثله النقاط الموجودة على الخط التي لها إحداثيات ليست جزءًا من مجموعة البيانات الأصلية.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوح الأبيض التفاعلي ضع شبكة إحداثيات على اللوح. استخدمها كقالب بينما تحدد النقاط وترسم التمثيلات البيانية لفصلك.

2 التمثيل البياني للمعادلات الخطية

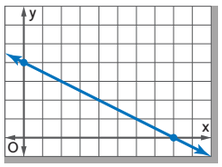
مثال 4 يوضح كيفية التمثيل البياني لمعادلة خطية باستخدام التقاطعات مع المحور الأفقي x والتقاطعات مع المحور الرأسي y. **مثال 5** يوضح كيفية التمثيل البياني لمعادلة عن طريق تصميم جدول.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education والمأليف

CH03.indb 157 8/20/2016 1:57:00 AM

لإيجاد التقاطع مع المحور الرأسي y افترض أن $x = 0$.

$2x + 4y = 16$	المعادلة الأصلية
$2(0) + 4y = 16$	عوّض x بـ 0.
$4y = 16$	حوّل لأبسط صورة.
$y = 4$	اقسم كل طرف على 4.



التقاطع مع المحور الرأسي y هو 4. هذا يعني أن التمثيل البياني يتقاطع مع المحور الرأسي y عند (0, 4).

عين هاتين النقطتين ثم ارسم خطًا مستقيمًا مارًا بهما.

نصيحة دراسية

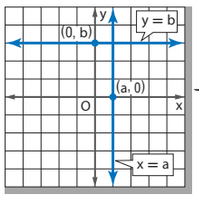
المعادلات المتكافئة أعد كتابة المعادلات عن طريق حلها لإيجاد y قد يجعل من الأسهل إيجاد قيم y.

$-x + 2y = 3 \rightarrow y = \frac{x+3}{2}$

تمرين موجه 4A–4B. انظر الهامش.

مثّل بيانيًا كل معادلة مستخدمًا التقاطع مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y.

4A. $-x + 2y = 3$ **4B.** $y = -x - 5$



لاحظ أن التمثيل البياني في المثال 4 يحتوي على كلا التقاطعين مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y. تحتوي بعض الخطوط على التقاطع مع المحور الأفقي x. ولا تحتوي على التقاطع مع المحور الرأسي y. والعكس صحيح. التمثيل البياني للمعادلة $y = b$ هو مستقيم أفقي يحتوي فقط على التقاطع مع المحور الرأسي y (ما لم يكن $b = 0$). يحدث التقاطع مع المحور عند (0, b). التمثيل البياني للمعادلة $x = a$ هو مستقيم رأسي يحتوي فقط على التقاطع مع المحور الأفقي x (ما لم يكن $a = 0$). يحدث التقاطع مع المحور عند (a, 0).

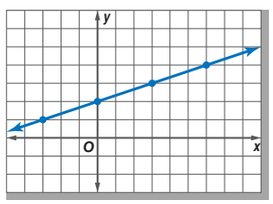
كل زوج مرتب يجعل المعادلة صحيحة يمثل نقطة على التمثيل البياني. لذا يعرض التمثيل البياني للمعادلة جميع حلولها. وأيّ زوج مرتب لا يجعل المعادلة صحيحة يمثل نقطة ليست على المستقيم.

مثال 5 التمثيل بيانيًا برسم جدول

مثّل بيانيًا $y = \frac{1}{3}x + 2$

المجال هو جميع الأعداد الحقيقية. اختر القيم من المجال، وارسم جدولاً. عندما يكون معامل x كسرًا، اختر عددًا من مجال مضاعفات المقام. قم بتشكيل أزواج مرتبة، ومثلها بيانيًا.

x	$\frac{1}{3}x + 2$	y	(x, y)
−3	$\frac{1}{3}(-3) + 2$	1	(−3, 1)
0	$\frac{1}{3}(0) + 2$	2	(0, 2)
3	$\frac{1}{3}(3) + 2$	3	(3, 3)
6	$\frac{1}{3}(6) + 2$	4	(6, 4)



تمرين موجه

مثّل بيانيًا كل معادلة برسم جدول. 5A–5C. انظر الهامش.

5A. $2x - y = 2$ **5B.** $x = 3$ **5C.** $y = -2$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

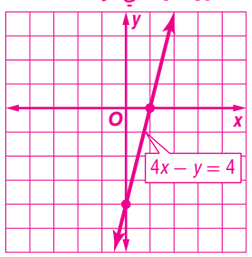
التعليم المتمايز OL BL

إذا لقد أتقن الطلاب التمثيل البياني باستخدام تقاطعات الأعداد الصحيحة.

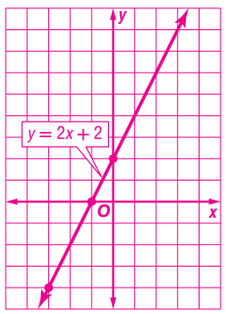
عندئذ أعط الطلاب معادلة بها تقاطع واحد على الأقل من تقاطعات التمثيل البياني ليس عددًا صحيحًا. اطلب من الطلاب اقتراح طريقة أسهل للتمثيل البياني للمعادلة.

أمثلة إضافية

4 مثّل بيانيًا $4x - y = 4$ باستخدام التقاطعات مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y. التقاطع مع المحور الأفقي x: 1 ؛ التقاطع مع المحور الرأسي y: −4



5 مثّل بيانيًا $y = 2x + 2$.

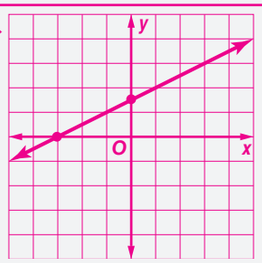


تدريس الممارسات الرياضية

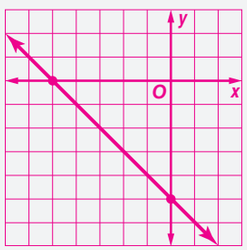
الاستنتاج يستوعب الطلاب المتفوقون في الرياضيات الكميات وعلاقاتها في حالات المسائل. في التمرين 12 الجزء **b**، وضّح للطلاب أن تفسير الحلول مهم بالنسبة لحل المسائل مثل الحلول الحاسوبية الدقيقة.

إجابات إضافية (تمرين موجه)

4A.



4B.



CH03.indb 158 8/20/2016 1:57:01 AM

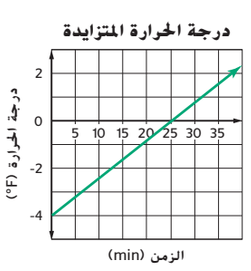
التحقق من فهمك

مثال 1 حدد ما إذا كانت كل معادلة هي معادلة خطية أم لا. اكتب نعم أو لا.
إذا كانت الإجابة "نعم"، فاكتب المعادلة بالصيغة القياسية.

1. $x = y - 5$ — نعم؛ $x - y = -5$
2. $-2x - 3 = y$ — نعم؛ $2x + y = -3$
3. $-4y + 6 = 2$ — نعم؛ $y = 1$
4. $\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}y = 2$ — نعم؛ $2x - y = 6$

الأمثلة 2-3 أوجد التقاطعين مع المحور الأفقي *x* والمحور الرأسي *y* للتمثيل البياني لكل دالة خطية.
صِف ما الذي تعنيه التقاطعات مع المحاور.

5.



6.

موقع الغواص	
الزمن (s)	العمق (m)
x	*y*
0	−24
3	−18
6	−12
9	−6
12	0

6. 24−, 12؛ التقاطع مع المحور الأفقي *x* 12 يعني أنه بعد 12 ثانية، يكون الغواص على عمق 0 متر أو على سطح الماء. التقاطع مع المحور الرأسي *y* 24− يعني أنه عندما يكون الوقت 0، يكون الغواص على عمق 24− مترًا أو 24 مترًا تحت مستوى البحر.

5. 4−, 25؛ التقاطع مع المحور الأفقي *x* 25 يعني أنه بعد 25 دقيقة، درجة الحرارة تكون 0°F. التقاطع مع المحور الرأسي *y* 4− يعني أنه عندما يكون الوقت 0، تكون درجة الحرارة 4°F-.

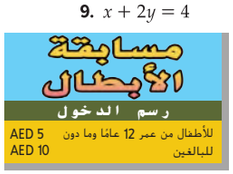
مثال 4 مثّل بيانيًا كل معادلة باستخدام التقاطعات مع المحور الأفقي *x* والمحور الرأسي *y*.

7. $y = 4 + x$
8. $2x - 5y = 1$

7-8. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.

مثال 5 مثّل بيانيًا كل معادلة برسم جدول. 9-11. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.

9. $x + 2y = 4$
10. $-3 + 2y = -5$
11. $y = 3$



12. **الاستدلال** المعادلة $60 = 5x + 10y$ تمثل عدد الأطفال x والبالغين y الذين يمكنهم حضور المسابقة مقابل AED 60.
a. استخدم التقاطعين مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y لتمثيل المعادلة بيانيًا. انظر الهامش.
b. صف ما تعنيه هذه القيم.
التقاطع مع المحور الأفقي *x* يعني أن 12 طفلاً و 0 بالغًا يمكنهم الحضور مقابل AED 60. التقاطع مع المحور الرأسي *y* يعني أن 0 طفلاً و 6 بالغين يمكنهم الحضور مقابل AED 60.

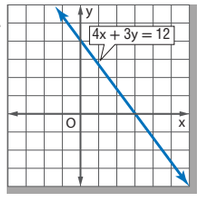
التمرين وحل المسائل

مثال 1 حدد ما إذا كانت كل معادلة خطية أم لا. اكتب نعم أو لا. إذا كانت الإجابة "نعم"، فاكتب المعادلة بالصيغة القياسية.

13. $5x + y^2 = 25$ — لا
14. $8 + y = 4x$ — نعم؛ $4x - y = 8$
15. $9xy - 6x = 7$ — لا
16. $4y^2 + 9 = -4$ — لا
17. $12x = 7y - 10y$ — نعم؛ $4x + y = 0$
18. $y = 4x + x$ — نعم؛ $5x - y = 0$

مثال 2 أوجد التقاطعين مع المحور الأفقي *x* والمحور الرأسي *y* للتمثيل البياني لكل دالة خطية.

19.



3, 4

20.

x	*y*
−3	−1
−2	0
−1	1
0	2
1	3

−2, 2

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق التأليف والنشر

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-12 للتحقق من الاستيعاب.

استخدم المخطط في أسفل هذه الصفحة لتخصيص مهام لطلابك.

تنبيه للتمرين

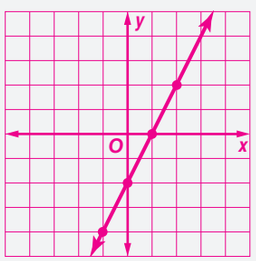
ورق تمثيل بياني بالنسبة إلى التمارين 42-48، و50، و57، و58، سيحتاج الطلاب إلى ورق تمثيل بياني.

مسطرة عدلة بالنسبة إلى التمرين 58، سيحتاج الطلاب إلى مسطرة عدلة.

إجابات إضافية (تمرين موجه)

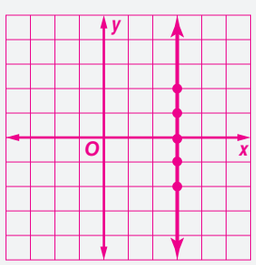
5A.

y	*x*
−6	−2
4−	−1
−2	0
0	1
2	2



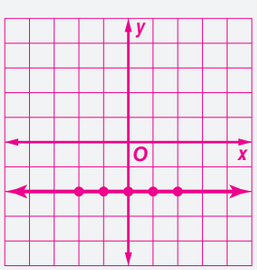
5B.

y	*x*
−2	3
−1	3
0	3
1	3
2	3



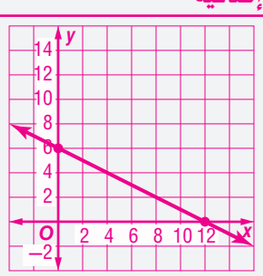
5C.

y	*x*
−2	−2
−2	−1
−2	0
−2	1
−2	2



إجابة إضافية

12a.



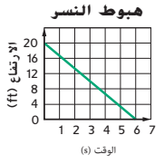
خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	المهمة	خيار اليومين	
AL مبتدئ	13-35, 60-77	13-35, 65-68 فردي	14-34 , 60-64, 69-77 زوجي
OL أساسي	13-49, 42, 50 فردي 51-57, 58, 60-77 فردي	13-35, 65-68	36-58, 60-64, 69-77
BL متقدّم	36-73, (اختياري: 74-77)		

CH03.indb 159 8/20/2016 1:57:02 AM

المثال 3 أوجد التقاطعين مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y لكل دالة خطية. صِف ما الذي تعنيه التقاطعات مع المحاور.

21. هبوط النسر



6, 20؛ التقاطع مع المحور الأفقي x يمثل عدد الثواني التي يستغرقها النسر للهبوط. التقاطع مع المحور الرأسي y يمثل الارتفاع المبدئي للنسر.

22.

بُعد إيمان عن المنزل	
الزمن (min)	المسافة (mi)
x	y
0	4
2	3
4	2
6	1
8	0

8, 4؛ التقاطع مع المحور الأفقي x 8 يعني أن إيمان استغرقت 8 دقائق للوصول إلى المنزل. التقاطع مع المحور الرأسي y 4 يعني أن إيمان كانت تبعد 4 أميال عن المنزل في البداية.

المثال 4 مثّل بيانيًا كل معادلة باستخدام التقاطع مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y. **23–28. انظر الهامش.**

23. $y = 4 + 2x$ **24.** $5 - y = -3x$ **25.** $x = 5y + 5$

26. $x + y = 4$ **27.** $x - y = -3$ **28.** $y = 8 - 6x$

المثال 5 مثّل بيانيًا كل معادلة برسم جدول. **29–34. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

29. $x = -2$ **30.** $y = -4$ **31.** $y = -8x$

32. $3x = y$ **33.** $y - 8 = -x$ **34.** $x = 10 - y$

35 التقييمات التلفزيونية يمكن تحديد عدد الأشخاص الذين يشاهدون عرض مسابقة الأناشيد بالتعبير $p = 0.15v$. حيث p يمثل عدد الأشخاص بالملايين الذين شاهدوا العرض التلفزيوني. و v هو عدد المشاهدين المحتملين بالملايين.

a. ارسم جدولاً لقيم النقطتين (v, p). **b–35a. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

b. مثّل المعادلة بيانيًا.

c. استخدم التمثيل البياني لتقدير عدد الأشخاص الذين شاهدوا العرض التلفزيوني إذا كان عدد المشاهدين المحتملين 14 مليونًا. **2.1≈ مليون**

d. فسر لماذا من غير المنطقي أن يكون v عددًا سالبًا. **لا يمكن أن يكون هناك أقل من 0 مشاهد.**

B حدد ما إذا كانت كل معادلة هي معادلة خطية أم لا. اكتب نعم أو لا. إذا كانت الإجابة "نعم"، فاكتب المعادلة بالصيغة القياسية. **38. نعم؛ $6m - 7n = -4$**

36. $x + \frac{1}{y} = 7$ لا **37.** $\frac{x}{2} = 10 + \frac{2y}{3}$ نعم؛ $3x - 4y = 60$

38. $7n - 8m = 4 - 2m$ **39.** $3a + b - 2 = b$ نعم؛ $3a = 2$

40. $2r - 3rt + 5t = 1$ لا **41.** $\frac{3m}{4} = \frac{2n}{3} - 5$ نعم، $9m - 8n = -60$

42. المعرفة المالية يتقاضى أحمد راتبًا شهريًا قدره 1200 AED، وعمولة 125 AED لكل سيارة يبيعها.

a. مثّل بيانيًا معادلة تمثل المبلغ الذي يتقاضاه أحمد في شهر يبيع فيه x سيارة. **انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

b. استخدم التمثيل البياني لتقدير عدد السيارات التي يحتاج أحمد لبيعها لكي يجني 5000 AED. **حوالي 30 سيارة**

49. لا؛ الإجابة النموذجية: تكلفة السيارة المستأجرة 176 AED. تمتلك الأستاذة ميساء 160 AED فقط لإنفاقها.

مثّل كل معادلة بيانيًا. 43–48. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.

43. $2.5x - 4 = y$ **44.** $1.25x + 7.5 = y$ **45.** $y + \frac{1}{5}x = 3$

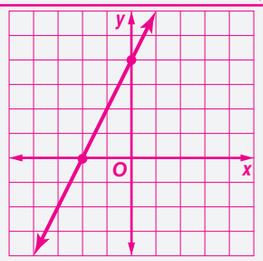
46. $\frac{2}{3}x + y = -7$ **47.** $2x - 3 = 4y + 6$ **48.** $3y - 7 = 4x + 1$

49. الاستدلال تستأجر الأستاذة ميساء سيارة لعطلة، وتخطط لقيادتها 800 ميل بشكل إجمالي. تتقاضى شركة تأجير السيارات 153 AED مقابل الأسبوع بما يتضمن 700 ميلاً. و 0.23 AED عن كل ميل إضافي. فإذا كانت تمتلك الأستاذة ميساء 160 AED فقط لإنفاقها على هذا الغرض، فهل يمكنها استئجار سيارة؟ اشرح استنتاجك.

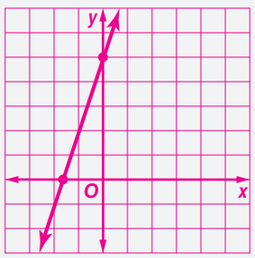
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابات إضافية

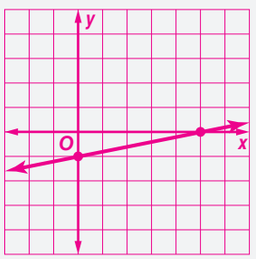
23.



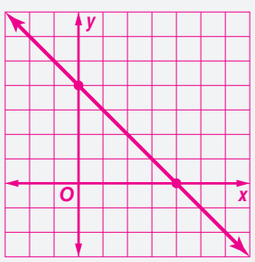
24.



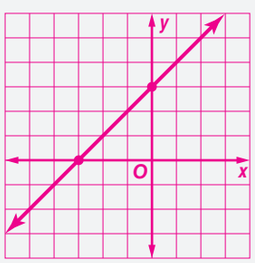
25.



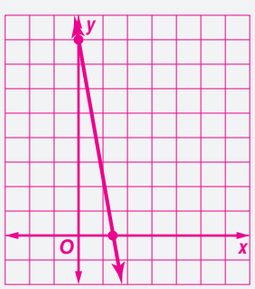
26.



27.



28.



59. الإجابة النموذجية: جدول 1: نعم؛ لقد استخدمنا القاعدة $P = 4s$، وهي خطية. جدول 2: لا؛ لقد استخدمنا القاعدة $A = s^2$، وهي ليست خطية. جدول 3: لا؛ لقد استخدمنا القاعدة $V = s^3$، وهي ليست خطية.

تدريس الممارسات الرياضية

الاستنتاج بمقدور الطلاب المتفوقين في الرياضيات إخراج المعلومات عن سياقها، وتمثيلها رمزيًا، ثم ربطها بالسياق لتفسير الحل. في التمرين 49، اطلب من الطلاب البدء بتعريف المتغيرات المستقلة والتابعة.

CH03.indb 160 8/20/2016 1:57:03 AM

50. منتزهات ترفيهية يتقاضى منتزه ترفيهي 50 AED نظير رسم الدخول قبل الساعة 6 P.M.، و 20 AED نظير رسم الدخول بعد الساعة 6 P.M. في يوم السبت. حقق المنتزه إجمالي 20,000 AED.

a. اكتب معادلة تمثل عدد تذاكر الدخول التي من المحتمل أن تكون قد بيعت. افترض أن x يمثل تذاكر الدخول المبيعة قبل الساعة 6 P.M.، وافترض أن y يمثل تذاكر الدخول المبيعة بعد الساعة 6 P.M. **$20{,}000 = 50x + 20y$**

b. مثّل المعادلة بيانيًا. **انظر ملحق إجابات الوحدة 3.** **c–b**

c. أوجد التقاطعين مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y للتمثيل البياني. ما الذي يمثله كل تقاطع مع المحور؟

أوجد التقاطعين مع المحور الأفقي *x* والمحور الرأسي *y* للتمثيل البياني لكل معادلة.

51. $5x + 3y = 15$ **3; 5**

52. $2x - 7y = 14$ **7; −2**

53. $2x - 3y = 5$ **$2\frac{1}{2}$; $-1\frac{2}{3}$**

54. $6x + 2y = 8$ **$1\frac{1}{3}$; 4**

55. $y = \frac{1}{4}x - 3$ **12; −3**

56. $y = \frac{2}{3}x + 1$ **$-1\frac{1}{2}$; 1**

57. ألعاب عبر الإنترنت يمكن تمثيل النسبة المئوية للمراهقين الذين يلعبون ألعابًا عبر الإنترنت، بالمعادلة $p = \frac{15}{4}t + 66$. p تمثل p حيث النسبة المئوية للطلاب، و t يمثل الزمن بالأعوام منذ 2000.

a. مثّل المعادلة بيانيًا. **انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

b. استخدم التمثيل البياني لتقدير النسبة المئوية للطلاب الذين يلعبون الألعاب في 2008. **96%**

58. التمثيلات المتعددة في هذه المسألة، ستبحث عن التقاطعين مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y للتمثيلات البيانية للمعادلات الخطية.

a. بياني استخدم مسطرة مستقيمة إن أمكن، لرسم مستقيم على مستوى إحداثي يتصف بكلٍ من الخصائص التالية. **انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

يوجد تقاطع مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y	يوجد تقاطع مع المحور الأفقي x. لا يوجد تقاطع مع المحور الرأسي y	يوجد تحديدًا تقاطعين مع المحور الأفقي x	لا يوجد تقاطع مع المحور الأفقي x. يوجد تقاطع مع المحور الرأسي y	يوجد تحديدًا تقاطعين مع المحور الرأسي y

58c. المستقيمات التي ليست رأسية ولا أفقية لا يمكن أن يكون لها أكثر من تقاطع واحد مع المحور الأفقي x و/أو المحور الرأسي y.

b. تحليلي ما الخصائص التي مكنتك من رسم مستقيم، وما الخصائص التي لم تمكنك من رسم خط؟ اشرح.

c. لفظي ما الذي يتوجب أن يكون صحيحًا بخصوص التقاطعين مع المحور الأفقي x والرأسي y للخط؟

58b. الإجابة النموذجية: تمكنت من رسم مستقيم له تقاطع مع المحور الأفقي *x* والمحور الرأسي *y*، ومستقيم له تقاطع مع المحور الأفقي *x* وليس له تقاطع مع المحور الرأسي *y* ومستقيم ليس له تقاطع مع المحور الأفقي *x* وله تقاطع مع المحور الرأسي *y*. لم أتمكن من رسم مستقيم له تقاطعان مع المحور الأفقي *x* أو تقاطعان مع المحور الرأسي *y*

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

59. الانتظام انسخ كل جدول وأكمله. حدد ما إذا كان أي من الجداول يظهر علاقة خطية. اشرح. **انظر الهامش للتوضيح.**

محيط المربع	
طول الضلع	المحيط
1	4
2	8
3	12
4	16

مساحة المربع	
طول الضلع	المساحة
1	1
2	4
3	9
4	16

حجم المكعب	
طول الضلع	الحجم
1	1
2	8
3	27
4	64

60. الاستنتاج قارن وبيّن الفرق بين التمثيلين البيانيين للمعادلة $y = 2x + 1$ ذات المجال $\{1, 2, 3, 4\}$ والمعادلة $y = 2x + 1$ ذات المجال الذي يضم جميع الأعداد الحقيقية. **انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

مسألة غير محددة الإجابة **اذكر مثالاً لمعادلة خطية لها الصيغة $Ax + By = C$ لكل حالة. ثم صِف المخطط البياني للمعادلة.**

61. $A = 0$

62. $B = 0$

63. $C = 0$

64. **الكتابة في الرياضيات** وضح كيفية إيجاد التقاطع مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y للتمثيل البياني، ولخص كيفية تمثيل المعادلة الخطية بيانيًا. **انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

61. الإجابة النموذجية: $y = 8$؛ مستقيم أفقي

62. الإجابة النموذجية: $x = 5$؛ مستقيم رأسي

63. الإجابة النموذجية: $x - y = 0$؛ مستقيم مار بـ (0, 0)

التمثيلات المتعددة

في التمرين 58، سيكتشف الطلاب أنواع التقاطعات الممكنة للتمثيل البياني لمعادلة خطية.

تدريس الممارسات الرياضية

الانتظام في التمرين 59، حثّ الطلاب على كتابة معادلة لتمثيل كل علاقة. ثم حدد ما إذا كانت كل معادلة خطية أو لا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

161

CH03.indb 161 8/20/2016 1:57:04 AM

4 التقويم

بطاقة التحقق من استيعاب الطلاب

جهّز نسخًا متعددة من خمس معادلات خطية مختلفة. أعط معادلة واحدة لكل طالب. بينما يغادر الطلاب الحجرة الدراسية، اطلب منهم تحديد التقاطعات مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y.

المتابعة

استكشف الطلاب التمثيل البياني للمعادلات الخطية.

اطرح السؤال التالي:

- لماذا من المفيد الحصول على طرق مختلفة للتمثيل البياني للدالات الخطية؟

الإجابة النموذجية: وفقًا للمعادلة وكيفية كتابتها، قد يكون من الأسهل التمثيل البياني لدالة معينة باستخدام التقاطعات مع المحاور أو قد يكون من الأسهل إنشاء جدول من النقاط.

تمرين على الاختبار المعياري

65. يمكن أن يقود عبد الله دراجته ويقطع 8 أميال في 30 دقيقة. بناء على هذا المعدل، كم سيستغرق من الوقت لقطع مسافة 30 ميلاً؟ **D**

A 8 ساعات

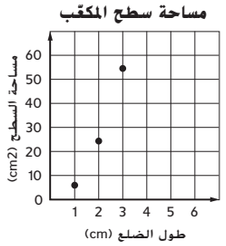
B 6 ساعات و 32 دقيقة

C ساعتان

D ساعة و 53 دقيقة

66. الهندسة أي من العبارات التالية صحيح بشأن العلاقة الممثلة بيانيًا؟ **H**

مساحة سطح المكعب



F العلاقة ليست دالة.

G مساحة السطح هي كمية مستقلة.

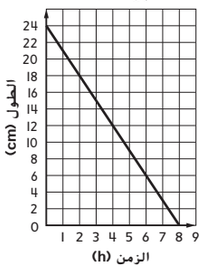
H مساحة سطح المكعب هي دالة طول الضلع.

J كلما زاد طول ضلع المكعب، قلت مساحة سطحه.

67. إجابة قصيرة أودعت نبيلة 2000 AED في حساب المدخرات لديها الذي يدرّ فائدةً سنوية مركّبة مقدارها 1.5% سنويًا. إذا لم تودع نبيلة أي نقود أخرى في حسابها، فكم ستجني من الفائدة في نهاية عام واحد؟ **30 AED**

68. شمعة تحترق كما هو موضح في التمثيل البياني.

طول الشمعة



فإذا كان طول الشمعة 8 سنتيمترات، فما المدة التي كانت تحترق الشمعة خلالها تقريبًا؟ **D**

A 0 ساعة

B 24 دقيقة

C 64 دقيقة

D $5\frac{1}{2}$ ساعة

مراجعة شاملة

69. جمع التبرعات باعت فرقة الكشافة لدى مدرسة صقر قريش غلاف هدايا أحادي اللون مقابل 4 AED للفة الواحدة، وغلاف هدايا مطبوعًا مقابل 6 AED للفة الواحدة. بلغ العدد الإجمالي للفات التي بيعت 480 لفة، ووصل إجمالي المبلغ المالي الذي تم جمعه 2340 AED. كم عدد اللفات التي بيعت من كل نوع؟ (الدرس 9-2) **270 لفة من الغلاف أحادي اللون، 210 لفة من الغلاف المطبوع**

حل كل معادلة أو صيغة لإيجاد المتغير المحدد. (الدرس 2-8)

70. $S = \frac{n}{2}(A + t)$، لإيجاد A $A = \frac{2S}{n} - t$

71. $2g - m = 5 - gh$، لإيجاد g $g = \frac{5+m}{2+h}$

72. $\frac{y+a}{3} = c$، لإيجاد y $y = 3c - a$

73. $4z + b = 2z + c$، لإيجاد z $z = \frac{c-b}{2}$

مراجعة المهارات

أوجد قيمة كل تعبير إذا كان $z = 7$ و $y = 5$ و $x = 2$.

74. $3x^2 - 4y$ **−8**

75. $\frac{x - y^2}{2z}$ $-\frac{23}{14}$

76. $\left(\frac{y}{z}\right)^2 + \frac{xy}{2}$ $\frac{270}{49}$

77. $z^2 - y^3 + 5x^2$ **−56**

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

التعليم المتمايز BL

التوسع اشرح للطلاب أن التمثيل البياني لمعادلة خطية يسمى تمثيلاً بيانيًا متصلاً. وهو يمثل جميع الحلول للمعادلة الخطية. كل زوج مرتب على الخط المتصل يناسب المعادلة. عندما يجب أن تكون المتغيرات في معادلة معينة أعدادًا صحيحة، فلن يكون من الممكن ربط النقاط بخط. هذا النوع من التمثيل البياني هو تمثيل بياني متقطع. اطلب من الطلاب التفكير في مثال معين لوقت استخدام التمثيل البياني المتقطع. الإجابة النموذجية: إذا كان x يمثل عدد الأولاد في فصل معين ويمثل y عدد الفتيات في فصل معين

CH03.indb 162 8/20/2016 1:57:05 AM

3-2 حل المعادلات الخطية عن طريق التمثيل البياني

السابق:
- قمت بتمثيل المعادلات الخطية بيانيًا مستخدمًا الجداول وإيجاد الجذور والأصفار والتقاطعات مع المحاور.

الحالي:
1. تحلّ المعادلات الخطية عن طريق التمثيل البياني.
2. تقدّر حلول المعادلة الخطية عن طريق التمثيل البياني.

لماذا؟
- يمكن أن تختلف تكلفة دعامات تقويم الأسنان بشكل كبير. يظهر التمثيل البياني رصيد تكاليف العلاج مع عمليات الدفع التي تمت. يتم تمثيل ذلك بواسطة الدالة $b = -85p + 5100$، حيث p يمثل عدد عمليات دفع المبلغ AED 85 التي تمت. ويمثل b الرصيد المتبقي.



مفردات جديدة

الدالة الخطية (linear function)
الدالة الأصلية (parent function)
مجموعة التمثيلات البيانية (family of graphs)
الجذر (root)
الأصفار (zeros)

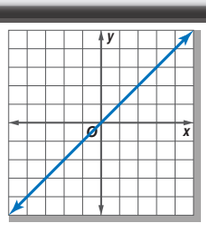
ممارسات رياضية
استخدام النماذج الرياضية.

1 الحل عن طريق التمثيل البياني

الدالة الخطية هي دالة يكون التمثيل البياني لها عبارة عن خط مستقيم. أبسط دالة خطية هي $f(x) = x$ وتُسمى **الدالة الأصلية** لمجموعة الدوال الخطية. **مجموعة التمثيلات البيانية** هي مجموعة من رسوم التمثيل البياني التي لها سمة مشابهة واحدة أو أكثر.

مفهوم أساسي الدالة الخطية

الدالة الأصلية: $f(x) = x$



نوع التمثيل البياني: خطي مستقيم

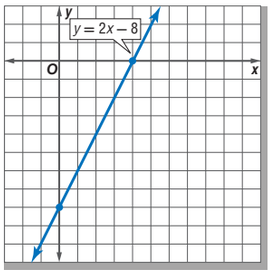
المجال: جميع الأعداد الحقيقية

المدى: جميع الأعداد الحقيقية

حل المعادلة أو **جذرها** هو أي قيمة تجعل المعادلة صحيحة.
المعادلة الخطية لها جذر واحد بالحد الأقصى. يمكنك إيجاد جذر المعادلة عن طريق التمثيل البياني للدالة ذات الصلة الخاصة بالمعادلة. لكتابة الدالة ذات الصلة الخاصة بمعادلة، عوّض 0 محل $f(x)$.

المعادلة الخطية	الدالة ذات الصلة
$2x - 8 = 0$	$y = 2x - 8$ أو $f(x) = 2x - 8$

قيم x بالنسبة للمعادلة $f(x) = 0$ تُسمى **أصفار** الدالة f. يقع صفر الدالة في التقاطع مع المحور الأفقي x للدالة. جذر المعادلة هو قيمة التقاطع مع المحور الأفقي x. إذًا:



- 4 هو التقاطع مع المحور الأفقي x للمعادلة $2x - 8 = 0$.
- 4 هو حل $2x - 8 = 0$.
- 4 هو جذر $2x - 8 = 0$.
- 4 هو صفر $f(x) = 2x - 8$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 2-3 مثّل المعادلات الخطية بيانيًا مستخدمًا الجداول وإيجاد الجذور والأصفار والتقاطعات مع المحاور.

الدرس 2-3 حل المعادلات عن طريق التمثيل البياني. تقدير الحلول لمعادلة معينة عن طريق التمثيل البياني.

بعد الدرس 2-3 حدد ميل خط معين.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** من الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- إذا قام أحد الوالدين بدفع 20 دفعة على دعامات ابنته، فما الرصيد المتبقي المطلوب دفعه؟
  AED 3400
- كيف يمكنك استخدام التمثيل البياني للإجابة عن السؤال؟ أوجد 20 على محور p. انظر إلى نقطة تقاطع الخط الرأسي المار بالعدد 20 مع الخط. انتقل إلى المحور b لقراءة القيمة.
- كيف يمكن أن يستخدم أحد الوالدين التمثيل البياني لمعرفة عدد الدفعات إجمالًا؟ أوجد نقطة تقاطع التمثيل البياني مع محور p. يتقاطع التمثيل البياني عند العدد 60، لذا سيكون إجمالي الدفعات هو 60 دفعة.

CH03.indb 163 8/20/2016 1:57:06 AM

1 إيجاد الحل باستخدام التمثيل البياني

المثال 1 يوضح كيفية حل معادلة معينة لها جذر واحد جبريًا وعن طريق التمثيل البياني. **المثال 2** يوضح كيفية حل معادلة ليس لها حل جبري وعن طريق التمثيل البياني.

التقويم التكويني

استخدم تمارين "التمرين الموجه" بعد كل مثال لتحديد مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 حل كل معادلة.

a. $0 = \frac{1}{2}x + 3$ -6

b. $2 = \frac{1}{3}x + 3$ -3

2 حل كل معادلة.

a. $2x + 5 = 2x + 3$

لا يوجد حل

b. $5x - 7 = 5x + 2$

لا يوجد حل

التركيز على محتوى الرياضيات

المعادلات المتطابقة هي معادلة خطية في متغير واحد ولها جذر واحد في الأغلب. توجد معادلات لها متغير واحد يتضمن عددًا لا نهائي من الجذور، ولكنها ليست معادلات خطية. على سبيل المثال، $2x - 8 = 2(x - 4)$ عند تحويلها لأبسط صورة تصبح $0 = 0$ أو $2x - 8 = 2x - 8$. هذا يعني أن أي قيمة يتم اختيارها لـ x تُعد بمثابة حل.

نصائح للمعلمين الجدد

ترميز الدالة اشرح للطلاب أن $f(x)$ هو ترميز خاص، ولا يمثل "f" مضروبًا في "x".

مثال 1 حل معادلة ذات جذر واحد

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

a. $0 = \frac{1}{3}x - 2$

الطريقة 1 أوجد الحل جبريًا.

$0 = \frac{1}{3}x - 2$	المعادلة الأصلية
$0 + 2 = \frac{1}{3}x - 2 + 2$	اجمع 2 إلى كل طرف.
$3(2) = 3\left(\frac{1}{3}x\right)$	اضرب كل طرف في 3.
$6 = x$	أوجد الحل.

الحل هو 6.

b. $3x + 1 = -2$

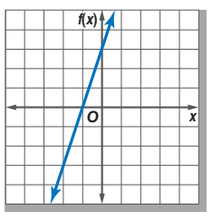
الطريقة 2 أوجد الحل باستخدام التمثيل البياني.

أوجد الدالة ذات الصلة. أعد كتابة المعادلة بصفر على الطرف الأيمن.

$3x + 1 = -2$	المعادلة الأصلية
$3x + 1 + 2 = -2 + 2$	اجمع 2 إلى كل طرف.
$3x + 3 = 0$	حوّل لأبسط صورة.

الدالة ذات الصلة هي $f(x) = 3x + 3$. لتمثيل الدالة بيانيًا، ارسم جدولاً.

$(x, f(x))$	$f(x)$	$f(x) = 3x + 3$	x
$(-2, -3)$	-3	$f(-2) = 3(-2) + 3$	-2
$(-1, 0)$	0	$f(-1) = 3(-1) + 3$	-1



يتقاطع التمثيل البياني مع المحور الأفقي x عند -1 إذًا، الحل هو -1.

نصيحة دراسية

الأصفار من الجداول

يقع الصفر عند التقاطع مع المحور الأفقي x. لذا فإن قيمة y ستساوي 0. عندما تنظر إلى الجدول، فإن الصفر هو قيمة المحور الأفقي x عندما تكون $y = 0$.

تمرين موجه

1A. $0 = \frac{2}{5}x + 6$ -15

1B. $-1.25x + 3 = 0$ 2.4 أو $\frac{12}{5}$

بالنسبة للمعادلات التي لها نفس المتغير في كلا طرفي المعادلة، استخدم الجمع أو الطرح لضم الحدود ذات المتغيرات في طرف واحد. ثم قم بحلها.

مثال 2 حل معادلة ليس لها حل

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

a. $3x + 7 = 3x + 1$

الطريقة 1 أوجد الحل جبريًا.

$3x + 7 = 3x + 1$	المعادلة الأصلية
$3x + 7 - 1 = 3x + 1 - 1$	اطرح 1 من كل طرف.
$3x + 6 = 3x$	حوّل لأبسط صورة.
$3x - 3x + 6 = 3x - 3x$	اطرح $3x$ من كل طرف.
$6 = 0$	حوّل لأبسط صورة.

الدالة ذات الصلة هي $f(x) = 6$. جذر المعادلة الخطية هو قيمة x عندما $f(x) = 0$. بما أن $f(x)$

التعليم المتمايز OL AL

إذا يجد الطلاب صعوبة في التمثيل البياني للمعادلات،

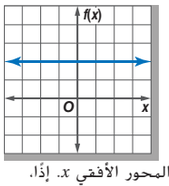
عندئذ فكر في جعلهم يعملون في مجموعات صغيرة للعمل على حل مسائل مثل المثال 1b. جهز شبكة إحداثيات كبيرة على أرضية مقسمة إلى مربعات. قم بتعيين عضو أو عضوين من المجموعة لإعداد جدول من القيم. ثم اطلب من الطلاب الوقوف على الشبكة على الأزواج المرتبة وإمساك خيط بينها، والاقتراب من الأرضية لتمثيل الخط. اطلب من أحد الطلاب تحديد نقطة تقاطع الخيط مع المحور الأفقي x.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

CH03.indb 164 8/20/2016 1:57:07 AM

b. $2x - 4 = 2x - 6$

الطريقة 2 أوجد الحل باستخدام التمثيل البياني.



$2x - 4 = 2x - 6$	المعادلة الأصلية
$2x - 4 + 6 = 2x - 6 + 6$	اجمع 6 إلى كل طرف.
$2x + 2 = 2x$	حوّل لأبسط صورة.
$2x - 2x + 2 = 2x - 2x$	اطرح $2x$ من كل طرف.
$2 = 0$	حوّل لأبسط صورة.

مثّل بيانيًا الدالة ذات الصلة التي هي $f(x) = 2$. لا يتقاطع التمثيل البياني مع المحور الأفقي x. إذًا، ليس لها حل.

تمرين موجه

2A. $4x + 3 = 4x - 5$ **ليس لها حل** **2B.** $2 - 3x = 6 - 3x$ **ليس لها حل**

2 تقدير الحلول عن طريق التمثيل البياني

قد يقدم التمثيل البياني تقديرًا فحسب. في هذه الحالات، قم بحل المعادلات جبريًا لإيجاد الحل الدقيق.

مثال 3 من الحياة اليومية التقدير عن طريق التمثيل البياني

جولات ركوب الألعاب ستذهب أسماء إلى مهرجان محلي للألعاب. الدالة $m = 20 - 0.75r$ تمثل المبلغ المالي m المتبقي معها بعد جولات ركوب للألعاب عددها r بمدينة الملاهي. أوجد صفر هذه الدالة. صف ما تعنيه هذه القيمة في هذا السياق.

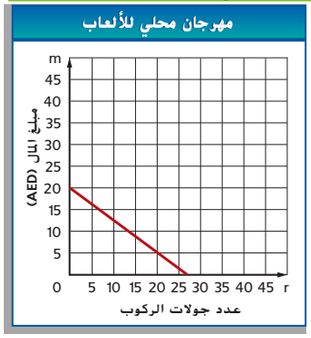
أنشئ جدولاً من القيم.

r	$m = 20 - 0.75r$	m	(r, m)
0	$m = 20 - 0.75(0)$	20	(0, 20)
5	$m = 20 - 0.75(5)$	16.25	(5, 16.25)

يبدو التمثيل البياني متقاطعًا مع المحور r عند 27.

بعد ذلك، حل المعادلة جبريًا للتحقق.

مهرجان محلي للألعاب



$m = 20 - 0.75r$	المعادلة الأصلية
$0 = 20 - 0.75r$	عوّض 0 محل m.
$0 + 0.75r = 20 - 0.75r + 0.75r$	اجمع $0.75r$ إلى كل طرف.
$0.75r = 20$	حوّل لأبسط صورة.
$\frac{0.75r}{0.75} = \frac{20}{0.75}$	اقسم كل طرف على 0.75.
$r \approx 26.67$	حوّل لأبسط صورة وقرّب إلى أقرب مئة.

صفر هذه الدالة هو 26.67 تقريبًا. بما أن أسماء لا يمكنها أن تركب جزءًا من جولة للعب، فإنه يمكنها ركوب 26 لعبة قبل أن ينفد المال الذي يحوزتها.

3. يجب أن يبيع فصل سعيد 30 قطعة حلوى قبل أن يحقق أرباحًا.

تمرين موجه

3. المعرفة المالية يبيع فصل سعيد الحلوى لجمع أموال للقيام برحلة على مستوى الفصل. ودفعوا 45 AED مقابل الحلوى، وهم يبيعون قطعة الحلوى بسعر 1.50 AED. الدالة $y = 1.50x - 45$ تمثل ربحهم y عندما يبيعون x من قطع الحلوى. أوجد الصفر، وصف ما يعنيه في سياق هذا الموقف.



مهن في حياتنا

مدير العروض الترفيهية

يشرف مدير العروض الترفيهية على الاختبارات التقنية للعروض، ويطلب ترتيب مضمون العروض ويحدد مواعيدها ومن يؤديها. ويدرب الموظفين، ويستضيف المواهب، ويدير النفقات. يحتاج مديرو العروض الترفيهية إلى حيازة درجة جامعية في أحد المجالات مثل الاتصالات أو المسرح.

2 تقدير الحلول عن طريق التمثيل البياني

مثال 3 يوضح كيفية تقدير الصفر لدالة معينة عن طريق التمثيل البياني للدالة.

مثال إضافي

3 جمع التبرعات يبيع صف فاطمة الدراسي بطاقات تهنئة لجمع المال لشراء معدات كرة قدم جديدة. وقد دفعوا 115 AED مقابل البطاقات، وهم يبيعون كل بطاقة بسعر 1.75 AED. الدالة $y = 1.75x - 115$ تمثل ربحهم y من بيع x بطاقة تهنئة. أوجد الصفر لهذه الدالة. صف ما تعنيه هذه القيمة في هذا السياق.

حوالي 65.71؛ يجب أن يبيعوا 66 بطاقة لكي يربحوا.

نصائح للمعلمين الجدد

الاستنتاج انصح الطلاب بالبحث عن كلمات أساسية لوصف الحالات التي قد يكون من الضروري فيها تقريب التقدير لعدد أكبر أو أصغر. على سبيل المثال، إذا لم ترغب في الحصول على عدد قليل جدًا، فيجب عليك التقريب إلى عدد أكبر. وإذا لم ترغب في الحصول على عدد كبير جدًا، فيجب عليك التقريب إلى عدد أصغر.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

تسجيل الفيديو اطلب من الطلاب العمل في مجموعات لشرح كيفية حل معادلة خطية بالتمثيل البياني. اطلب منهم التحقق من إجاباتهم عن طريق حل المعادلات جبريًا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH03.indb 165 8/20/2016 1:57:07 AM

التحقق من فهمك

المثالان 1-2 حل كل معادلة فيما يلي عن طريق التمثيل البياني. تحقق من إجابتك جبريًا.

1. $-2x + 6 = 0$ **3**
2. $-x - 3 = 0$ **−3**
3. $4x - 2 = 0$ $\frac{1}{2}$
4. $9x + 3 = 0$ $-\frac{1}{3}$
5. $2x - 5 = 2x + 8$ **ليس لها حل**
6. $4x + 11 = 4x - 24$ **ليس لها حل**
7. $3x - 5 = 3x - 10$ **ليس لها حل**
8. $-6x + 3 = -6x + 5$ **ليس لها حل**

المثال 3

9. **الصحف** الدالة $w = 30 - \frac{3}{4}n$ تمثل الوزن w بالأرطال للورق في حقيبة توصيل الصحف الخاصة بطارق بعد توصيله لعدد n من الصحف. أوجد الصفر ووضح ما يعنيه في سياق هذا الموقف.

يجب على طارق توصيل 40 صحيفة لكي يصبح وزن الورق في حقيبته 0 رطل.

التمرين وحل المسائل

12. ليس لها حل 13. ليس لها حل 17. ليس لها حل 18. ليس لها حل

حل كل معادلة فيما يلي عن طريق التمثيل البياني. تحقق من إجابتك جبريًا.

10. $0 = x - 5$ **5**
11. $0 = x + 3$ **−3**
12. $5 - 8x = 16 - 8x$
13. $3x - 10 = 21 + 3x$
14. $4x - 36 = 0$ **9**
15. $0 = 7x + 10$ $-\frac{10}{7} = -1\frac{3}{7}$
16. $2x + 22 = 0$ **−11**
17. $5x - 5 = 5x + 2$
18. $-7x + 35 = 20 - 7x$
19. $-4x - 28 = 3 - 4x$ **ليس له حل**
20. $0 = 6x - 8$ $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$
21. $12x + 132 = 12x - 100$ **ليس له حل**

المثال 3

22. **المراسلة النصية** يرسل عدنان رسائل نصية إلى أصدقائه. الدالة $y = 160 - x$ تمثل عدد الأحرف y التي يمكن أن تحتويها الرسالة بعد كتابة عدنان x أحرف.
أوجد الصفر، ووضح ما يعنيه في سياق هذا الموقف. **انظر الهامش.**

23. **قسائم الهدايا** حصلت عائشة على قسيمة هدايا بقيمة 50 AED لتنزيل الأناشيد بمناسبة تخرجها. الدالة $m = -0.50d + 50$ تمثل المبلغ المالي m المتبقي في القسيمة بعد تنزيل عدد من الأناشيد يبلغ d. أوجد الصفر، ووضح ما يعنيه في سياق هذا الموقف.
100؛ يمكنها تنزيل 100 نشيد إجمالاً قبل استنفاد قسيمة الهدايا بالكامل.

B حل كل معادلة فيما يلي عن طريق التمثيل البياني. تحقق من إجابتك جبريًا.

24. $-7 = 4x + 1$ **−2**
25. $4 - 2x = 20$ **−8**
26. $2 - 5x = -23$ **5**
27. $10 - 3x = 0$ $\frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$
28. $15 + 6x = 0$ $-\frac{5}{2} = -2\frac{1}{2}$
29. $0 = 13x + 34$ $-\frac{34}{13} = -2\frac{8}{13}$
30. $0 = 22x - 10$ $\frac{5}{11}$
31. $25x - 17 = 0$ $\frac{17}{25}$
32. $0 = \frac{1}{2} + \frac{2}{3}x$ $-\frac{3}{4}$
33. $0 = \frac{3}{4} - \frac{2}{5}x$ $\frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$
34. $13x + 117 = 0$ **−9**
35. $24x - 72 = 0$ **3**

36. **مستوى البحر** تقع أجزاء من نيو أورليانز تحت مستوى البحر بمعدل 0.5 متر. بعد d أيام من هطول الأمطار، المعادلة $w = 0.3d - 0.5$ تمثل مستوى الماء w بالأمتار. أوجد الصفر، ووضح ما يعنيه في سياق هذا الموقف. **انظر الهامش.**

37. **صنع النماذج** أكمل فنانٌ نحتَ تمثال من الثلج عندما كانت درجة الحرارة $-10°C$. المعادلة $t = 1.25h - 10$ تعرض درجة الحرارة بعد إكمال نحت التمثال بمقدار h من الساعات. إذا أكمل الفنان التمثال في الساعة 8:00 ص، فبأي ساعة سيبدأ التمثال بالذوبان؟ **4:00 م**

38–43. انظر ملحق إجابات الوحدة 3 المتعلق بالتمثيلات البيانية.

حل كل معادلة فيما يلي عن طريق التمثيل البياني. تحقق من إجابتك جبريًا.

38. $7 - 3x = 8 - 4x$ **1**
39. $19 + 3x = 13 + x$ **−3**
40. $16x + 6 = 14x + 10$ **2**
41. $15x - 30 = 5x - 50$ **−2**
42. $\frac{1}{2}x - 5 = 3x - 10$ **2**
43. $3x - 11 = \frac{1}{3}x - 8$ $\frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-9 للتحقق من الاستيعاب.

استخدم المخطط في أسفل هذه الصفحة لتخصيص مهام لطلابك.

تنبيه للتمرين

ورق التمثيل البياني التمارين 38-44 تتطلب استخدام ورق التمثيل البياني.

تدريس الممارسات الرياضية

التمثيل بمقدور الطلاب المتفوقين في الرياضيات تفسير النتائج الرياضية بانتظام في سياق الحالة. في التمرين 37. يجب أن يعلم الطلاب أو يحسبون درجة الحرارة عندما يبدأ الثلج في الذوبان. وضّح أن درجة الحرارة t هي درجة الحرارة بالدرجات المئوية.

انتبه!

تحليل الخطأ بالنسبة إلى التمرين 46، يجب أن يدرك الطلاب أن شيماء لم تحوّل لأبسط صورة $x + 5 = 4$ بشكل صحيح.

إجابات إضافية

22. 160؛ اكتملت الرسالة النصية بعد أن كتب خالد 160 حرفًا.

36. $d \approx 1.67$؛ مستوى الماء في نيوأورليانز قد وصل إلى مستوى البحر بعد 1.67 يومًا تقريبًا من المطر.

48. الإجابة النموذجية: من الأفضل حل المعادلة جبريًا إذا كان المطلوب إجابة دقيقة. من الأفضل الحل بالتمثيل البياني إذا لم يكن المطلوب إجابة دقيقة.

50. الإجابة النموذجية: لحل معادلة خطية جبريًا، حل المعادلة لإيجاد x. لحل معادلة خطية جبريًا، أوجد الدالة ذات الصلة عن طريق تحديد المعادلة المساوية للصفر. ثم أعد جدولاً واختر قيمًا مختلفة للإحداثي x وأوجد الإحداثي y المقابل. حدد أين يتقاطع التمثيل البياني مع المحور الأفقي x. هذا هو الحل. إذا كان التمثيل البياني لا يتقاطع مع المحور الأفقي x، فلن يوجد حل.

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	المهمة	خيار اليومين	
AL مبتدئ	10–23, 46, 48–67	11–23, 51–54 فردي	10–22, 46, 48–50, 55–67 زوجي
OL أساسي	11–43, 36, 44–46, 48–67 فردي	10–23, 51–54	24–46, 48–50, 55–67
BL متقدم	24–60, (اختياري: 61–67)		

CH03.indb 166 8/20/2016 1:57:08 AM

تدريس الممارسات الرياضية

الأدوات يفكر الطلاب المتفوقون في الرياضيات بالأدوات المتاحة أثناء حل مسألة رياضية. في التمرين 48، وضّح للطلاب أن العديد من الأدوات والطرق تكون فعالة عادة في حل مسألة معينة.

44. منتجات الشعر منعم الشعر الكيميائي يجعل الشعر المجعد مفرودًا وناعمًا. النسبة المئوية المتبقية لإتمام العملية يتم تمثيلها بالمعادلة $p = -12.5t + 100$، حيث t هو الزمن بالدقائق الذي يُترك خلاله المحلول على الشعر. ويمثل p النسبة المئوية المتبقية لإتمام العملية.

a. أوجد صفر هذه الدالة. 8

b. ارسم تمثيلاً بيانيًا لهذا الموقف. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.

c. وضح ما يمثله الصفر في هذا السياق.

d. حدد المجال والمدى المحتملين لهذه الدالة.
D: $\{t \mid 0 \le t \le 8\}$, R: $\{p \mid 0 \le p \le 100\}$

44c. لا بد من أن يظل المحلول على الشعر لمدة 8 دقائق لتكتمل فعاليته.

45 تنزيلات الأناشيد في هذه المسألة، ستتحرى التغير بين كميتين.

a. انسخ الجدول، وأكمله.

عدد الأناشيد التي تم تنزيلها	إجمالي التكلفة (AED)	إجمالي التكلفة / عدد الأناشيد التي تم تنزيلها
2	4	2
4	8	2
6	12	2
8	16	2
10	20	2

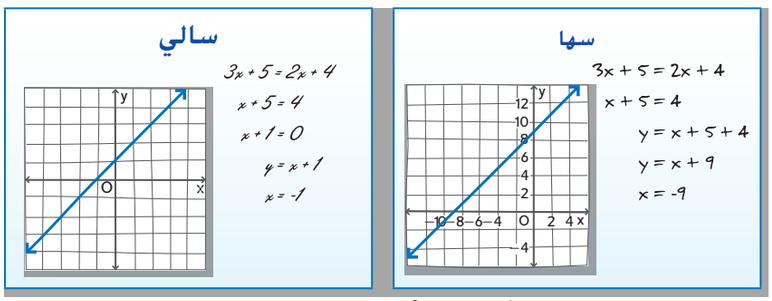
b. مع زيادة عدد الأناشيد التي تم تنزيلها، كيف يتغير إجمالي التكلفة؟ يزداد بمعدل 4 لكل نشيدين يتم تنزيلهما

c. فسّر قيمة إجمالي التكلفة المقسومة على عدد الأناشيد التي تم تنزيلها. تكلفة تنزيل النشيد الواحد تبلغ 2 AED.

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

46. تحليل الخطأ تحل سها وسالي المعادلة $3x + 5 = 2x + 4$ عن طريق تمثيل الدالة ذات الصلة بيانيًا. هل كل منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

46. لم تقم سها وسالي بطرح العدد 5 من كل طرف بالمعادلة.



47. مسألة تحفيزية أوجد حل $\frac{2}{3}(x + 3) = \frac{1}{2}(x + 5)$ عن طريق التمثيل البياني. تحقق من حلك جبريًا. 3

48. أدوات وضح الحالات التي يكون فيها من الأفضل حل المعادلة باستخدام الأساليب الجبرية أو التمثيل البياني. انظر الهامش.

الإجابة النموذجية: $f(x) = 3 + 4x$ $3 + 4x = 0$; $y = 3 + 4x$

49. مسألة غير محددة الإجابة اكتب معادلة خطية لها الجذر $-\frac{3}{4}$. واكتب الدالة ذات الصلة الخاصة بالمعادلة.

50. الكتابة في الرياضيات لخص طريقة حل المعادلة الخطية جبريًا وبيانيًا. انظر الهامش.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

167

CH03.indb 167 8/20/2016 1:57:09 AM

4 التقويم

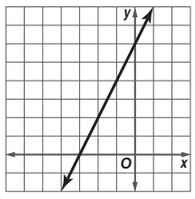
أخبار الأمس اطلب من الطلاب الكتابة عن كيف ساعدهم درس الأمس حول التمثيل البياني للمعادلات الخطية في المادة الجديدة اليوم.

التقويم التكويني

تحقق من استيعاب الطلاب للدروس 3-1 و 3-2.

تمرين على الاختبار المعياري

51. ما هي التقاطعات مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y للتمثيل البياني للدالة؟ **A**



A $-3, 6$ **C** $3, -6$
B $6, -3$ **D** $-6, 3$

52. يعرض الجدول التكلفة C لإيجار زورق عائم لعدد h ساعات.

الساعات	1	2	3
التكلفة (AED)	7.25	14.5	21.75

أي معادلة تمثل البيانات بصورة أفضل؟ **F**

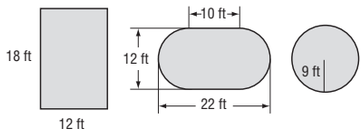
F $C = 7.25h$ **H** $C = 21.75 - 7.25h$
G $C = h + 7.25$ **J** $C = 7.25h + 21.75$

53. ما أفضل تقدير للتقاطع مع المحور الأفقي x للتمثيل البياني الخاص بالدالة الخطية الممثلة في الجدول؟ **B**

x	y
0	5
1	3
2	1
3	−1
4	−3

A بين الرقمين 0 و 1
B بين الرقمين 2 و 3
C بين الرقمين 1 و 2
D بين الرقمين 3 و 4

54. إجابة مطولة يُتاح أمام الأستاذ كرم الخيارات التالية لحمام السباحة في الفناء الخلفي.



إذا كان كل حمام سباحة له العمق نفسه، فأي حمام سباحة سيتيح أكبر مساحة للسباحة؟ اشرح استدلالك.

حمام السباحة الحلقي؛ حمام السباحة الحلقي ذو مساحة $\approx 254.5 \text{ ft}^2$، وهو أكبر من حمام السباحة المستطيلي الذي مساحته 216 ft^2 = وحمام السباحة الدائري الذي مساحته $\approx 233 \text{ ft}^2$.

مراجعة شاملة

أوجد التقاطع مع المحور الأفقي *x* والمحور الرأسي *y* للتمثيل البياني لكل معادلة خطية. (الدرس 3-1)

55. $y = 2x + 10$ **$-5, 10$**

56. $3y = 6x - 9$ **$\frac{3}{2}, -3$**

57. $4x - 14y = 28$ **$7, -2$**

58. الطعام إذا كان الحليب من صنف 2% يحتوي على 2% من دهن الحليب، وتحتوي القشدة المخفوقة على 9% من دهن الحليب، فما كمية القشدة المخفوقة والحليب ذي الدسم 2% التي يجب مزجها للحصول على 35 جالونًا من الحليب الذي يحتوي على 4% من دسم الحليب؟ (الدرس 2-9) **10 gal من القشدة، 25 gal من حليب دسمه 2%**

ترجم كل عبارة إلى معادلة. (الدرس 1-2)

59. حاصل ضرب 3 في m زائد 2 في n هو نفسه ناتج قسمة 4 على p. **$3m + 2n = \frac{4}{p}$**

60. مجموع x وخمسة أمثال y يساوي ضعفي z ناقص 7. **$x + 5y = 2z - 7$**

مراجعة المهارات

حوّل لأبسط صورة.

61. $\frac{25}{10}$ **$\frac{5}{2}$**

62. $\frac{-4}{-12}$ **$\frac{1}{3}$**

63. $\frac{6}{-12}$ **$-\frac{1}{2}$**

64. $\frac{-36}{8}$ **$-\frac{9}{2}$**

أوجد قيمة $\frac{a-b}{c-d}$ للقيم المعطاة.

65. $a = 6, b = 2, c = 9, d = 3$ **$\frac{2}{3}$**

66. $a = -8, b = 4, c = 5, d = -3$ **$-\frac{3}{2}$**

67. $a = 4, b = -7, c = -1, d = -2$ **11**

التعليم المتمايز OL BL

التوسع حل $\frac{1}{3}x - 1 > 0$. $x > 3$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH03.indb 168 8/20/2016 1:57:09 AM

3-2 مختبر تقنية التمثيل البياني
تمثيل الدوال الخطية بيانيًا

تكمن قدرة حاسبة التمثيل البياني في إمكانية تمثيل أنواع مختلفة من المعادلات بيانيًا بدقة وسرعة. عن طريق إدخال معادلة واحدة أو أكثر في الحاسبة، يمكنك عرض خصائص التمثيل البياني، مثل التقاطع مع المحور الأفقي x، والتقاطع مع المحور الرأسي y، ونقطة الأصل، ونقاط التقاطع، وإحداثيات نقاط محددة.

ممارسات رياضية
استخدم الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.

غالبًا ما يتم تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا في **نافذة العرض القياسية**، والتي تكون $[-10, 10]$ في $[-10, 10]$ بمقياس 1 على كل محور. لسرعة اختيار نافذة العرض القياسية على حاسبة TI-83/84 Plus، اضغط ZOOM 6 .

نشاط 1 تمثيل معادلة خطية بيانيًا

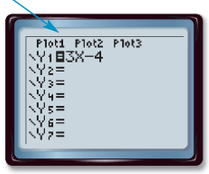
مثّل بيانيًا $3x - y = 4$

الخطوة 1 أدخل المعادلة في قائمة Y=.

- تظهر قائمة Y= المعادلة أو المعادلات التي ستمثلها بيانيًا.
- لا بد من إدخال المعادلات مع عزل y في أحد طرفي المعادلة. حل المعادلة لإيجاد قيمة y، ثم أدخل هذه القيمة في الحاسبة.

المعادلة الأصلية	$3x - y = 4$
اطرح $3x$ من كل طرف.	$3x - y - 3x = 4 - 3x$
حوّل لأبسط صورة.	$-y = -3x + 4$
اضرب كل طرف في -1	$y = 3x - 4$

تظهر علامة التساوي مظلّلة للتمثيلات البيانية التي تم اختيار عرضها.

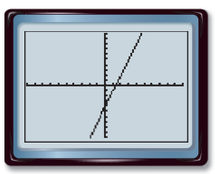


خطوات العملية على الحاسبة: 4 (−) X,T,θ,n 3 Y=

الخطوة 2 مثّل المعادلة بيانيًا في نافذة العرض القياسية.

- مثّل المعادلة المختارة بيانيًا.

خطوات العملية على الحاسبة: ZOOM 6



scl: 1 [−10, 10] في scl: 1 [−10, 10]

أحيانًا لا يتم عرض التمثيل البياني بأكمله باستخدام نافذة العرض القياسية.
يتضمن **التمثيل البياني الكامل** جميع الخصائص المهمة للتمثيل البياني على الشاشة بما يشمل نقطة الأصل والتقاطع مع المحور الأفقي x والتقاطع مع المحور الرأسي y. لاحظ أن التمثيل البياني أعلاه هو تمثيل بياني كامل لأن جميع هذه النقاط ظاهرة.

عندما لا يتم عرض التمثيل البياني كاملاً باستخدام نافذة العرض القياسية، فسوف تحتاج إلى تغيير نافذة العرض لتضم تلك الخصائص المهمة. استخدم ما تعلمته بشأن التقاطعات مع المحاور لمساعدتك على اختيار نافذة عرض مناسبة.

(التتمة في الصفحة المقبلة)

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

الهدف قم بتغيير نافذة العرض حتى يتسنى عرض التمثيل البياني الكامل للدالة الخطية.

المواد الخاصة بكل مجموعة

- حاسبة التمثيل البياني

نصائح للتدريس

- يمكن لحاسبة التمثيل البياني جعل التمثيلات البياني تظهر بشكل مختلف على الشاشة. يوضح الرمز قبل كل إدخال =Y كيف سيظهر الخط. حدد الرمز واضغط على ENTER بشكل متكرر حتى يظهر نوع الخط الذي تريده.
- يتم تحديد نافذة العرض القياسية عن طريق الضغط على ZOOM 6. هذه شاشة $[-10, 10]$ في $[-10, 10]$ بالمقاييس Xscl وYscl، للرقم 1.
- يمكنك الاحتفاظ بمعادلة في قائمة =Y وجعلها لا تظهر على شاشة التمثيل البياني عن طريق تحديد رمز = والضغط على ENTER.

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

ضع الطلاب في مجموعات مكونة من ثلاثة أو أربعة طلاب مع مراعاة مزج قدرات الطلاب. اطلب من المجموعات مساعدة بعضها البعض لإكمال الأنشطة 1-2.

تأكد من أن الطلاب قد مسحوا أو أزالوا أي معادلة في قائمة =Y غير تلك المعادلات التي يريدون تمثيلها بيانيًا.

اطرح السؤال التالي:

- في أي صيغة يجب كتابة المعادلة لكي يتم إدخالها في الحاسبة؟ عند عزل y في أحد الطرفين.
- كيف تعرف أنه تم عرض التمثيل بياني كامل في نافذتك؟ تظهر التقاطعات مع نقطة الأصل والمحور الأفقي x والمحور الرأسي y على الشاشة.

تمرين اطلب من الطلاب إكمال التمارين 1-15.

CH03.indb 169 8/20/2016 1:57:10 AM

3 التقويم

التقويم التكويني

- استخدم التمرين 4 لتقييم ما إذا استوعب الطلاب كيفية إعادة كتابة المعادلة مع عزل المتغير y في أحد طرفي المعادلة وإدخاله في حاسباتهم.
- استخدم التمرين 10 لتقييم ما إذا استوعب الطلاب كيفية تعديل نافذة العرض على حاسباتهم أم لا.

من الشيء الملموس إلى المجرد

اطرح السؤال التالي:
كيف يمكن أن تساعدك الدالة $y = 3x + 15$ على اختيار نافذة عرض للتمثيل البياني الخاص بها؟ الإجابة النموذجية: بما أن b يمثل التقاطع مع المحور الرأسي yفي التمثيل البياني، فإنك تعلم أن النافذة يجب أن تتضمن $y = 15$ على الأقل.

تدريس الممارسات الرياضية

الاستنتاج المنطقي بمقدور الطلاب المتفوقين في الرياضيات مراقبة تقدمهم وتقييمه وتغيير مسارهم إذا لزم الأمر. في التمارين 7–12، قد يحتاج الطلاب إلى تبديل نافذة العرض في حاسبة التمثيل البياني للحصول على المعلومات التي يحتاجونها. أكّد على أن التقاطعات مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y هي الخصائص الأساسية للتمثيل البياني الخطي المطلوب عرضه.

مختبر تقنية التمثيل البياني
تمثيل الدوال الخطية بيانيًا تابع

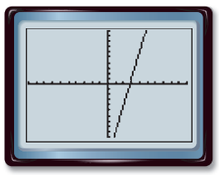
نشاط 2 رسم تمثيل بياني كامل

مثّل بيانيًا $y = 5x - 14$

الخطوة 1 أدخل المعادلة في قائمة Y= ومثّلها بيانيًا في نافذة العرض القياسية.

- احذف المعادلة السابقة من قائمة Y=. ثم أدخل المعادلة الجديدة، ومثلها بيانيًا.

خطوات العملية على الحاسبة: 6 ZOOM 14 (–) X,T,θ,n 5 CLEAR Y=



[–10, 10] scl: 1 في [–10, 10] scl: 1

الخطوة 2 عدّل نافذة العرض، وارسم التمثيل البياني مرة ثانية.

- نقطة الأصل والتقاطع مع المحور الأفقي x يظهران في نافذة العرض القياسية. لكن لاحظ أن التقاطع مع المحور الرأسي y يقع خارج نافذة العرض.

أوجد التقاطع مع المحور الرأسي y.

$y = 5x - 14$	المعادلة الأصلية
$= 5(0) - 14$	عوّض x محل 0.
$= -14$	حوّل لأبسط صورة.

تسمح هذه النافذة بعرض التمثيل البياني بأكمله بما فيه التقاطع مع المحور الرأسي y.



[–10, 10] scl: 1 في [–20, 5] scl: 1

بما أن التقاطع مع المحور الرأسي y هو 14–، فاختر نافذة عرض تتضمن عددًا أكثر من 14–. تعد النافذة [–10, 10] في [–20, 5] بمقياس 1 على كل محور، اختيارًا جيدًا.

خطوات العملية على الحاسبة: GRAPH 1 ENTER 5 ENTER –20 ENTER 1 ENTER 10 ENTER –10 WINDOW

تمرينات

استخدم حاسبة التمثيل البياني لتمثيل كل معادلة بيانيًا في نافذة العرض القياسية. ارسم الناتج رسمًا تخطيطيًا.
1–6. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.

1. $y = x + 5$
2. $y = 5x + 6$
3. $y = 9 - 4x$
4. $3x + y = 5$
5. $x + y = -4$
6. $x - 3y = 6$

فهم طبيعة المسألة مثّل كل معادلة بيانيًا في نافذة العرض القياسية. حدد ما إذا كان التمثيل البياني مكتملاً. إذا كان غير مكتمل، فعدل نافذة العرض، ومثّل المعادلة بيانيًا مرة ثانية. **7–12. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

7. $y = 4x + 7$
8. $y = 9x - 5$
9. $y = 2x - 11$
10. $4x - y = 16$
11. $6x + 2y = 23$
12. $x + 4y = -36$

خذ بالنظر المعادلة الخطية $y = 3x + b$

13. اختر عددًا من القيم الموجبة والسالبة المختلفة لإيجاد b. مثّل بيانيًا كل معادلة في نافذة العرض القياسية. **راجع عمل الطلاب.**
14. أي قيمة من قيم b توضّح التمثيل البياني الكامل في نافذة العرض القياسية؟ $-10 \le b \le 10$
15. ما علاقة القيمة b بالتقاطع مع المحور الرأسي y للتمثيل البياني $y = 3x + b$؟ **b هو التقاطع مع المحور الرأسي y للتمثيل البياني.**

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

CH03.indb 170 8/20/2016 1:57:11 AM

3-3 الاستكشاف
مختبر الجبر
معدل تغير الدالة الخطية

في الرياضيات، يمكنك قياس مدى انحدار مستقيم معين باستخدام نسبة ما.

إعداد المختبر

- ضع ثلاثة كتب فوق بعضها على طاولة مقعدك.
- ضع مسطرة بشكل مائل على الكتب لتشكل منحدرًا.
- أنزل طرف المسطرة ليلامس الطاولة.
- قِسْ التغير الرأسي والتغير الأفقي. سجل بياناتك في جدول مثل ذلك الموجود على اليسار.
- احسب نسبة $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ وسجلها.

التغير الرأسي / التغير الأفقي	التغير الأفقي	التغير الرأسي

النشاط

الخطوة 1



حرّك الكتب ليصبح المنحدر أكثر ميلاً. قِسْ التغير الرأسي والتغير الأفقي، وسجلهما. احسب نسبة $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ وسجلها.

الخطوة 2



أضف مزيدًا من الكتب إلى رزمة الكتب لجعل المنحدر أكثر ميلاً. قِسْ بياناتك، واحسبها، وسجلها في الجدول.

تحليل النتائج

1. افحص النسب التي سجلتها. كيف تغيرت مع زيادة ميل المنحدر؟ **ازدادت النسب.**

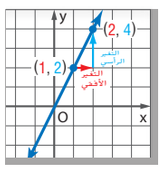
2. **وضع التنبؤات** باقتراض أنك تريد إنشاء منحدر للوح تزلج ليس في مثل انحدار ذلك الظاهر على اليسار.



$m = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$

أدرج ثلاث مجموعات مختلفة من مقاييس $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ التي سينتج عنها منحدر أقل ميلاً. تحقق من توقعاتك عن طريق حساب نسبة $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ لكل منحدر. **ستكون الإجابات متنوعة.**

3. انسخ التمثيل البياني الإحداثي الموضح. وارسم مستقيمًا يمر بنقطة الأصل على أن تكون نسبة $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ أكبر من الخط الأصلي. ثم ارسم مستقيمًا يمر عبر نقطة الأصل على أن تكون النسبة أقل من نسبة الخط الأصلي.



فسّر السبب الذي يجعل المستقيمات التي رسمتها لها نسبة أكبر أو أقل من الخط الأصلي. مستخدمًا المصطلحين التغير الرأسي و التغير الأفقي. **ستتنوع الإجابات.**

4. لقد رأينا ما يحدث على التمثيل البياني مع اقتراب نسبة $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ إلى الصفر. ماذا تتوقع أن يحدث عندما تكون النسبة صفرًا؟ اشرح استنتاجك. اذكر مثالًا يدعم توقعك.

الإجابة النموذجية: إذا كانت النسبة صفرًا، فلا بد من أن يكون التغير الرأسي صفرًا. إذًا، الخط لا يرتفع، ويكون أفقيًا. الخط المار بـ (2 ,0) و (2 ,2) له نسبة قيمتها 0 ، وهو أفقي.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

الهدف استقصاء انحدار خط معين باستخدام مواد محسوسة.

المواد لكل مجموعة

- مسطرتان
- 5 كتب
- جزء كبير من شريط
- ورق التمثيل بياني

سهولة إعداد الوسائل التعليمية اليدوية

تدريس الجبر باستخدام الوسائل التعليمية اليدوية

- قالب لورق التمثيل البياني، صفحة 1

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

ضع الطلاب في مجموعات مكونة من ثلاثة أو أربعة طلاب مع مراعاة مزج قدرات الطلاب. اطلب من المجموعات إكمال النشاط والتمرين 1.

اطرح السؤال التالي:

- أي قياس أو تغير رأسي أو تغير أفقي يتغير عندما تنقل الكتب؟ التغير الأفقي
- في الخطوة 2، أي قياس يتغير عندما تضيف الكتب؟ التغير الرأسي

تمرين اطلب من الطلاب إكمال التمرينين 2 و 3.

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمرين 4 لتقييم استيعاب الطلاب لكيفية إيجاد ميل من التمثيل بياني إحداثي.

من الشيء الملموس إلى المجرد

أعط الطلاب قطعة من مكرونة السباجيتي غير المطهية وشبكة إحداثيات. اطلب منهم وضع مكرونة السباجيتي على الشبكة وتسجيل الميل للخط المُمثل. كرر هذا النشاط خمس مرات.

توسيع المفهوم

اطرح السؤال التالي:

- إذا كان التغير الأفقي لا يساوي صفرًا، فهل يمثل $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ كسرًا دائمًا؟ يمكن التعبير دومًا عن $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ على صورة كسر، حتى وإن كان يبدو كعدد صحيح.
- إذا كان التغير الأفقي لا يساوي صفرًا، فهل من الممكن أن يكون $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ رقمًا سالبًا؟ متى؟ نعم؛ يكون $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ رقمًا سالبًا عندما يميل الخط إلى الأسفل من اليسار إلى اليمين.

CH03.indb 171 8/20/2016 1:57:12 AM

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 3-3 تمثيل أزواج مرتبة في المستوى الإحداثي.

الدرس 3-3 استخدام معدل التغير لحل المسائل. إيجاد ميل خط معين.

بعد الدرس 3-3 كتابة معادلات تغير طردي وتمثيلها بيانيًا وحلها.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم الدرس "**لماذا؟**".

اطرح السؤال التالي:

- كيف يمكنك كتابة معدل التغير للرحلة؟ $\frac{\text{التغير في المسافة}}{\text{التغير في الزمن}}$
- ما النسبة المحتملة لرحلة إذا كان معدل التغير لها هو 2؟ الإجابة الإجابات: $\frac{2}{1}$، $\frac{6}{3}$، $\frac{10}{5}$
- أي الرحلات تشمل شلالات مائية أكثر انحدارًا، الرحلة التي معدل التغير لها هو $\frac{1}{2}$ أم الرحلة التي معدل التغير لها هو $\frac{5}{2}$؟ لماذا؟ $\frac{5}{2}$، لأن التغير في المسافة أكبر في $\frac{1}{2}$ ولكل منهما التغير نفسه في الوقت.

3-3 معدل التغير والميل

السابق:
- قمت بتمثيل الأزواج المرتبة بيانيًا على مستوى إحداثي.

الحالي:
1. تستخدم معدل التغير لحل المسائل.
2. توجد ميل المستقيم .

لماذا؟:
- "السقوط المتهور" في منتزه "ويتن وايلد إميرالد بوينت" في جرينسبورو، شمال كارولينا، هو لعبة مثيرة تسقط خلالها من ارتفاع 76 قدمًا لأسفل شلال مياه منحدر. معدل تغيّر جولة اللعب قد يصف المسافة التي يسقطها الراكب على مدى فترة من الزمن.



مفردات تجديدة
معدل التغير (rate of change)
الميل (slope)

ممارسات رياضية
التفكير بطريقة تجريدية وكمّية.

1 معدل التغير **معدل التغير** هو معدل يصف، في المتوسط، مدى تغيّر مقدار بالمقارنة مع التغيّر في مقدار آخر.

مفهوم أساسي معدل التغير

إذا كان x متغيرًا مستقلاً و y متغيرًا تابعًا، إذًا

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{التغير في } y}{\text{التغير في } x}.$$

مثال 1 من الحياة اليومية إيجاد معدل التغير

عدد ألعاب الحاسوب	إجمالي التكلفة (AED)
x	y
2	78
4	156
6	234

الترفيه استخدم الجدول لإيجاد معدل التغير. ثم وضح دلالته.

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{التغير في } y}{\text{التغير في } x} \quad \begin{matrix} \leftarrow \text{AED} \\ \leftarrow \text{ألعاب} \end{matrix}$$

$$= \frac{\text{التغير في التكلفة}}{\text{التغير في عدد الألعاب}}$$

$$= \frac{156 - 78}{4 - 2}$$

$$\frac{78}{2} = \frac{39}{1}$$

معدل التغير هو $\frac{39}{1}$ هذا يعني أن كل لعبة تكلفتها 39 AED.

تمرين موجه

1. **إعادة البناء** يظهر الجدول كيف تتغير مساحة السطح المبلط مع عدد بلاط الأرضيات.

عدد بلاطات الأرضية	مساحة السطح المغطى بالبلاط (in^2)
x	y
3	48
6	96
9	144

A. أوجد معدل التغير. 16

B. فسّر دلالة معدل التغير. $16\ in^2$ من السطح مبلط لكل بلاط أرضية مستخدم.

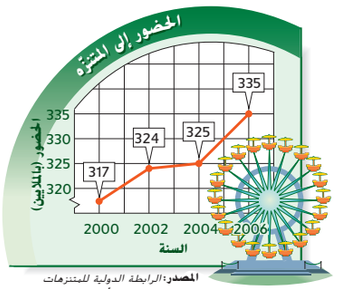
McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

CH03.indb 172 8/20/2016 1:57:13 AM

حتى الآن أنت لم تر سوى معدلات تغير ثابتة. بينما تنطوي العديد من المواقف في الحياة اليومية على معدلات تغير غير ثابتة.

مثال 2 من الحياة اليومية المقارنة بين معدلات التغير

المنتزهات الترفيهية يوضح التمثيل البياني عدد الأشخاص الذين زاروا المتنزّهات الترفيهية الإماراتية في السنوات الأخيرة.



المصدر: *الرابطة الدولية للمتنزهات الترفيهية وأماكن الجذب.*

a. أوجد معدلات التغير للفترتين 2000–2002 و 2002–2004

2000–2002:

$$\frac{\text{التغير في الحضور}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{324 - 317}{2002 - 2000}$$ ← أشخاص / أعوام

عوّض.

$$= 3.5 \text{ أو } \frac{7}{2}$$

حوّل لأبسط صورة.

خلال فترة العامين هذه، زاد الحضور بنحو 7 ملايين شخص بمعدل تغير 3.5 مليون شخص في العام.

الفترة 2002–2004:

$$\frac{\text{التغير في الحضور}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{325 - 324}{2004 - 2002}$$

عوّض.

$$= \frac{1}{2} = 0.5$$

حوّل لأبسط صورة.

خلال فترة العامين هذه، زاد الحضور بنحو واحد مليون شخص بمعدل تغير 0.5 مليون شخص في العام.

b. فسّر دلالة معدل التغير في كل حالة.

بالنسبة للفترة 2000–2002، زاد عدد الأشخاص الذاهبين إلى المنتزهات الترفيهية بمتوسط 3.5 مليون شخص في كل عام عن العام الذي يسبقه.

بالنسبة للفترة 2002–2004، زاد عدد الأشخاص الذاهبين إلى المنتزهات الترفيهية بمتوسط 0.5 مليون شخص في كل عام عن العام الذي يسبقه.

c. كيف يتم توضيح معدلات التغير المختلفة على التمثيل البياني؟

يوجد تغير رأسي أكبر بالنسبة للفترة 2000–2002 عن الفترة 2002–2004. لذلك، القسم المخصص للفترة 2000–2002 على التمثيل البياني أكثر انحدارًا.

تمرين موجه

2. راجع الرسم البياني أعلاه. بدون استخدام الآلة الحاسبة، أوجد فترة العامين ذات أقل معدل تغير. بعد ذلك، استخدم الآلة الحاسبة للتحقق من إجابتك.

2002–2004؛ زاد الحضور بنحو 0.5 مليون شخص في العام.

يكون معدل التغير ثابتًا للدالة عندما يكون معدل التغير هو نفسه بين أي زوج من النقاط على التمثيل البياني للدالة. تتضمن الدوال الخطية معدل تغير ثابتًا.

نصيحة دراسية

الاستنتاج معدل التغير الموجب يشير إلى الزيادة بمرور الزمن. معدل التغير السالب يشير إلى تناقص الكمية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 معدل التغير

مثال 1 يوضح كيفية إيجاد معدل التغير مع الأخذ بالنظر جدول القيم الخاص بموقف من الحياة اليومية. **المثال 2** يوضح كيفية وصف معدل التغير لمسألة من الحياة اليومية يكون فيها الفرق بين قيمتي y مقسمًا على الفرق بين قيمتي x المناظرة غير ثابت. **المثال 3** يوضح كيفية تحديد إذا ما كانت الدالة خطية أم غير خطية.

التقويم التكويني

استخدم تمارين "التمرين الموجه" بعد كل مثال لتحديد مدى فهم الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 وقت القيادة استخدم الجدول لإيجاد معدل التغير. ثم وضح دلالته.

وقت القيادة (h)	المسافة المقطوعة (mi)
x	y
2	76
4	152
6	228

$\frac{38}{1}$؛ هذا يعني أن السيارة تسير بمعدل 38 ميلاً في الساعة.

تدريس الممارسات الرياضية

الاستنتاج يستوعب الطلاب المتفوقون في الرياضيات الكميات وعلاقاتها في حالات المسائل. معدل التغير هو مفهوم من المهم للغاية أن يتقنه الطلاب. شجّع الطلاب على الربط بين معدل التغير والكميات التي تمثلها دالة معينة.

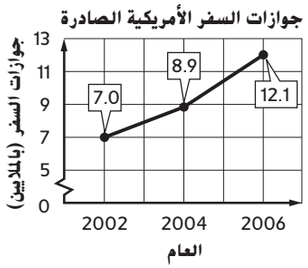
نصائح للمعلمين الجدد

الاستنتاج المنطقي اشرح للطلاب أن الدوال الخطية لها معدل تغير أو ميل ثابتان، بصرف النظر عن زوج النقاط المستخدم في الحساب، وفقًا لخصائص المثلثات المشابهة. وضّح الفكرة عن طريق حساب الميول لأضلاع مثلثين يمكن إنشاؤهما من خط معين. ذكّر الطلاب أنهم قد درسوا مثلثات متشابهة في مناهج الرياضيات السابقة، وأنهم سيتعلمون الكثير في منهج الهندسة.

CH03.indb 173 8/20/2016 1:57:14 AM

أمثلة إضافية

2 **السفر** يوضح التمثيل البياني أدناه عدد جوازات السفر الأمريكية التي تم إصدارها في أعوام 2002، و 2004، و 2006.



a. أوجد معدلات التغير للفترتين من 2002 إلى 2004 و 2004 إلى 2006.

950000/yr؛ 1600000/yr

b. فسّر دلالة معدل التغير في كل حالة. **بالنسبة للفترة من 2002 إلى 2004، كان هناك متوسط زيادة سنوية بمقدار 950000 جواز سفر تم إصداره. وبين الأعوام 2004 و 2006، كان هناك متوسط زيادة سنوية بمقدار 1600000 جواز سفر تم إصداره.**

c. كيف يتم توضيح معدلات التغير المختلفة على المخطط البياني؟ **يوجد تغير رأسي أكبر بالنسبة للفترة من 2004 إلى 2006 عن الفترة من 2002 إلى 2004. لذلك، يُعد قطاع الفترة من 2004 إلى 2006 في التمثيل البياني أكثر انحدارًا.**

3 حدد ما إذا كانت كل دالة خطية أم لا. اشرح.

a.

x	y
1	6
2	12
3	18
4	24

نعم؛ فمعدل التغير ثابت.

b.

x	y
−10	5
−2	1
6	−4
14	−10

لا؛ فمعدل التغير غير ثابت.

مثال 3 معدلات التغير الثابتة

حدد ما إذا كانت كل دالة خطية أم لا. اشرح.

a.

x	y
1	−6
4	−8
7	−10
10	−12
13	−14

x	y	معدل التغير
1	−6	
4	−8	$\frac{-8-(-6)}{4-1}=-\frac{2}{3}$
7	−10	$\frac{-10-(-8)}{7-4}=-\frac{2}{3}$
10	−12	$\frac{-12-(-10)}{10-7}=-\frac{2}{3}$
13	−14	$\frac{-14-(-12)}{13-10}=-\frac{2}{3}$

معدل التغير ثابت. لذا، الدالة خطية.

b.

x	y
−3	10
−1	12
1	16
3	18
5	22

x	y	معدل التغير
−3	10	
−1	12	$\frac{12-10}{-1-(-3)}=1$
1	16	$\frac{16-12}{1-(-1)}=2$
3	18	$\frac{18-16}{3-1}=1$
5	22	$\frac{22-18}{5-3}=2$

معدل التغير هذا غير ثابت. لذا، الدالة غير خطية.

نصيحة دراسية

دالة خطية أم غير خطية؟ لاحظ أن التغير في *x* و *y* ليس نفسه. لكي يكون معدل التغير خطيًا، لا بد أن يكون التغير في قيم *x* ثابتًا والتغير في قيم *y* ثابتًا.

تمرين موجه

3A.

x	y
−3	11
−2	15
−1	19
1	23
2	27

لا؛ فهذا معدل تغير غير ثابت.

3B.

x	y
12	−4
9	1
6	6
3	11
0	16

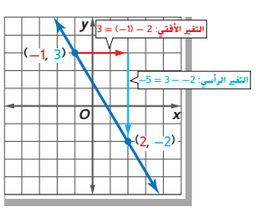
نعم؛ فمعدل التغير ثابت.

2 أوجد الميل

ميل المستقيم غير الرأسي هو معدل التغير في إحداثيات **y** (التغير الرأسي) إلى التغير في إحداثيات **x** (التغير الأفقي) وأنت تتحرك من نقطة لأخرى.

يمكن استخدام الميل لوصف معدل التغير. يصف الميل مقدار انحدار المستقيم. كلما زادت القيمة المطلقة للميل، زاد انحدار المستقيم.

يظهر التمثيل البياني مستقيمًا يمر بالنقطتين $(3, -1)$ و $(-2, 2)$.



$$\text{الميل} = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{\text{التغير في إحداثيات Y}}{\text{التغير في إحداثيات X}} = \frac{-2-3}{2-(-1)} = -\frac{5}{3}$$

لذا، ميل الخط المستقيم هو $-\frac{5}{3}$.

لأن الدالة الخطية لها معدل تغير ثابت، فأي نقطتين على مستقيم غير رأسي يمكن استخدامهما لتحديد ميل المستقيم.

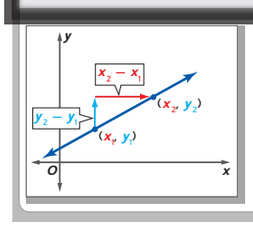
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH03.indb 174 8/20/2016 1:57:15 AM

مفهوم أساسي الميل

الشرح ميل المستقيم غير الرأسي هو نسبة التغير الرأسي إلى التغير الأفقي.

التمثيل البياني



الرموز للمستقيم m الميل غير الرأسي خلال أي نقطتين (x_1, y_1) و (x_2, y_2). يمكن إيجاده كما يلي.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

التغير في y ← التغير في x ←

قراءة الرياضيات

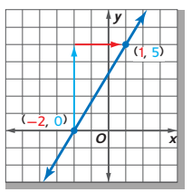
الرموز السفلى الدليلية y_1 يُقرأ y واحد والرمز السفلي الدليلي x_2 يُقرأ x اثنان. 1 و 2 هما رمزان سفليان دليليان يشيران إلى أول وثاني نقطة تتوافق معها قيمة x و y.

يكون ميل المستقيم موجبًا أو سالبًا إذا لم يكن المستقيم أفقيًا. وإذا كان المستقيم أفقيًا يكون ميله صفرًا. وإذا كان المستقيم رأسيًا يكون ميله غير محدد..

المثال 4 ميل موجب وسالب وصفر

أوجد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط.

a. $(-2, 0)$, $(1, 5)$

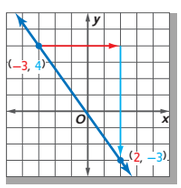


$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{التغير الرأسي / التغير الأفقي}$$
$$= \frac{5 - 0}{1 - (-2)} \quad (-2, 0) = (x_1, y_1) = (1, 5) = (x_2, y_2)$$
$$= \frac{5}{3} \quad \text{حوّل لأبسط صورة.}$$

انتبه!

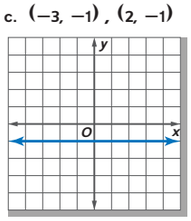
الترتيب احذر من تغيير ترتيب قيم x أو قيم y.

b. $(-3, 4)$, $(2, -3)$



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{التغير الرأسي / التغير الأفقي}$$
$$= \frac{-3 - 4}{2 - (-3)} \quad (-3, 4) = (x_1, y_1) = (2, -3) = (x_2, y_2)$$
$$= \frac{-7}{5} = -\frac{7}{5} \quad \text{حوّل لأبسط صورة.}$$

c. $(-3, -1)$, $(2, -1)$



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{التغير الرأسي / التغير الأفقي}$$
$$= \frac{-1 - (-1)}{2 - (-3)} \quad \text{عوّض.}$$
$$= \frac{0}{5} = 0 \quad \text{حوّل لأبسط صورة.}$$

تمرين موجه

أوجد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط.

4A. $(3, 6), (4, 8)$ 2

4B. $(-4, -2), (0, -2)$ 0

4C. $(-4, 2), (-2, 10)$ 4

4D. $(6, 7), (-2, 7)$ 0

4E. $(-2, 2), (-6, 4)$ $-\frac{1}{2}$

4F. $(4, 3), (-1, 11)$ $-\frac{8}{5}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 إيجاد الميل

يوضح المثالان 4 و 5 أربعة أنواع محتملة عندما ترغب في إيجاد ميل خط معين. **يوضح المثال 6** كيفية استخدام المعالجة الجبرية لإيجاد إحداثي مفقود عندما يكون الميل معلومًا.

التركيز على محتوى الرياضيات

الميل الصفري الميل الذي يساوي الصفر لا يعني أنه لا يوجد ميل. بل إنه يعني أن الخط ليس فيه انحدار، وبذلك يكون الخط أفقيًا.

مثال إضافي

4 أوجد ميل الخط المار بكل زوج من النقاط.

a. $(-3, 2)$ و $(5, 5)$ $\frac{3}{8}$

b. $(-3, -4)$ و $(-2, -8)$ -4

c. $(-3, 4)$ و $(4, 4)$ 0

نصائح للمعلمين الجدد

الخطوط الأفقية بعد مراجعة المثال 4c، اسأل الطلاب كيف سيحددون هل تقع نقطتان على خط أفقي أو لا دون تمثيل النقاط.

التركيز على محتوى الرياضيات

الميل والكسور المعتلة

يتم التعبير عن الميل عادة على صورة كسر أو عدد صحيح لأنه يوفر معلومات عن اتجاه الخط. العدد الكسري قد لا يوضح هذه المعلومات بسهولة.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

تسجيل الأصوات اطلب من الطلاب العمل في مجموعات. أعط كل مجموعة تمثيلات بيانية للعديد من الخطوط بدون عناوين. اطلب من الطلاب وصفًا لفظيًا لمواقف من الحياة اليومية يمكن تمثيلها باستخدام كل تمثيل بياني.

التعليم المتمايز BL OL AL

إذا يفترض الطلاب تلقائيًا أن النقطة في أقصى اليسار لا بد أن تكون (x_1, y_1) وأن النقطة في أقصى اليمين هي (x_2, y_2).

عندئذ اشرح أن تخصيص (x_1, y_1) و (x_2, y_2) اختياري. اكتب أزواج النقاط على بطاقات فهرسة. أعط بطاقة واحدة لكل طالب. اطلب منهم إيجاد الميل بكلا الطريقتين. ثم اسألهم عن الطريقة التي تجعل الطرح أسهل.

CH03.indb 175 8/20/2016 1:57:16 AM

التركيز على محتوى الرياضيات

الميل غير المحدد الميل غير المحدد لا يماثل الميل الصفري. ميل الخط العمودي غير محدد لأنه ينتج عن القاعدة تعبير مقامه صفر، وأن القسمة على صفر تكون غير محددة.

أمثلة إضافية

5 أوجد ميل الخط الذي يمر بالنقطتين $(-4, -2)$ و $(-2, 3)$ غير محدد

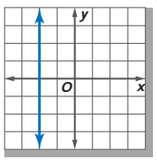
6 أوجد قيمة r بحيث يكون للخط الذي يمر عبر النقطتين $(3, 6)$ و $(2, r)$ ميل مقداره $\frac{1}{2}$. 4

انتبه!

تجنّب الأخطاء بينما يعمل الطلاب في المثال 6، راقب من يحاولون إيجاد ناتج الضرب التقاطعي ذهنيًا وينسون ضرب كلٍ من r و -4 في 3.

مثال 5 الميل غير المحدد

أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(-2, 4)$ و $(-2, -3)$.



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{التغير الرأسي / التغير الأفقي}$$
$$= \frac{-3 - 4}{-2 - (-2)} \quad \text{عوّض.}$$
$$= \frac{-7}{0} \quad \text{حوّل لأبسط صورة. أو غير محدد}$$

نصيحة دراسية

ميل الصفر والميل غير المحدد إذا كان التغير في قيم y يساوي 0، فإن التمثيل البياني للمستقيم يكون أفقيًا. إذا كان التغير في قيم x يساوي 0، فإن الميل يكون غير محدد. هذا التمثيل البياني هو عبارة عن مستقيم رأسي.

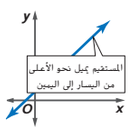
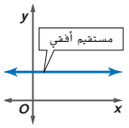
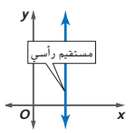
تمرين موجه

أوجد ميل الخط المار بكل زوج من النقاط.

5A. $(6, 3), (6, 7)$ غير محدد **5B.** $(-3, 2), (-3, -1)$ غير محدد

فيما يلي ملخص للتمثيلات البيانية للمستقيمات ذات الميل المختلف.

ملخص المفاهيم الميل

الميل الموجب	الميل السالب	ميل 0	الميل غير المحدد
			
تزداد قيم الدالة على المجال بأكمله.	تنقص قيم الدالة على المجال بأكمله.	قيم الدالة ثابتة على المجال بأكمله.	العلاقة ليست دالة.

مثال 6 إيجاد الإحداثيات في ضوء الميل المحدد

أوجد قيمة r بحيث يكون الميل للمستقيم المار بالنقطتين $(1, 4)$ و $(-5, r)$ يساوي $\frac{1}{3}$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{صيغة الميل}$$
$$\frac{1}{3} = \frac{r - 4}{-5 - 1} \quad \text{افترض أن } (1, 4) = (x_1, y_1) \text{ و } (-5, r) = (x_2, y_2)$$
$$\frac{1}{3} = \frac{r - 4}{-6} \quad \text{اطرح.}$$
$$3(r - 4) = 1(-6) \quad \text{أوجد حاصل الضرب التقاطعي.}$$
$$3r - 12 = -6 \quad \text{خاصية التوزيع}$$
$$3r = 6 \quad \text{أضف 12 إلى كل طرف وحوّل لأبسط صورة.}$$
$$r = 2 \quad \text{اقسم كل طرف على 3 وحوّل لأبسط صورة.}$$

إذًا، يمر الخط بـ $(-5, 2)$.

تمرين موجه

أوجد قيمة r بحيث يكون للمستقيم المار بكل زوج من النقاط الميل المحدد.

6A. $(-2, 6), (r, -4); m = -5$ 0 **6B.** $(r, -6), (5, -8); m = -8$ 4.75

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

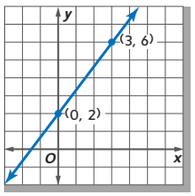
التعليم المتمايز OL BL

التوسع امنح الطلاب فرصًا لتحليل الميل عن طريق توفير سياقات للتمثيلات البيانية حيث يختلف الميل من نقطة إلى نقطة. يمكن أن يستكشف الطلاب لماذا تزداد للتمثيلات البيانية أو تنقص بسرعة أو بانتظام أو ببطء.

CH03.indb 176 8/20/2016 1:57:17 AM

التحقق من فهمك

مثال 1 أوجد معدل التغير الممثل في كل جدول أو التمثيل بياني.

1. 

$\frac{4}{3}$

2.

x	y
3	−6
5	2
7	10
9	18
11	26

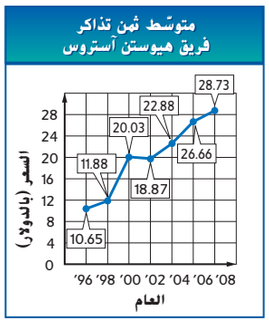
4

3a. 1.035؛ كان هناك متوسط زيادة في سعر التذكرة بمعدل 1.035 AED لكل عام.

3b. الإجابة النموذجية: 2000–1998؛ زيادة ميل القطاع يعني معدل تغير أكبر.

4. نعم؛ معدل التغير ثابت.

مثال 2



المصدر: *التقرير التسويقي للفريق*

3. **الاستنتاج المنطقي** راجع التمثيل البياني على اليسار.

a. أوجد معدل تغير الأسعار من 2006 إلى 2008. فسّر دلالة معدل التغير.

بدون استخدام الآلة الحاسبة، أوجد فترة العامين التي معدل التغير لها أكبر من الفترة 2006-2008. اشرح.

c. بين أي أعوام تعتقد أنه قد تم بناء الملعب الجديد فيها؟ اشرح استنتاجك. **الإجابة النموذجية: 2000 –1998؛ تظهر أسعار التذاكر زيادة حادة.**

مثال 3 حدد ما إذا كانت كل دالة خطية أم لا. اكتب نعم أو لا. اشرح.

4.

x	7−	4−	−1	2	5
y	5	4	3	2	1

5.

x	8	12	16	20	24
y	7	5	3	0	−2

لا؛ فمعدل التغير غير التمثيل.

الأمثلة 4–5 أوجد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط.

6. (5, 3), (6, 9) 6
7. (−4, 3), (−2, 1) −1
8. (6, −2), (8, 3) $\frac{5}{2}$
9. (1, 10), (−8, 3) $\frac{7}{9}$
10. (−3, 7), (−3, 4) غير محدد
11. (5, 2), (−6, 2) 0

مثال 6 أوجد قيمة r بحيث يكون للمستقيم المار بكل زوج من النقاط الميل المحدد.

12. $(-4, r), (-8, 3), m = -5$ −17
13. $(5, 2), (-7, r), m = \frac{5}{6}$ −8

التمرين وحل المسائل

مثال 1 أوجد معدل التغير الممثل في كل جدول أو تمثيل بياني.

14.

x	y
5	2
10	3
15	4
20	5

$\frac{1}{5}$

15.

x	y
1	15
2	9
3	3
4	−3

−6

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1–13 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط في أسفل هذه الصفحة لتخصيص مهام لطلابك.

نصائح للمعلمين الجدد

وتيرة التقدم نظرًا لأن الميل مفهوم مهم في هذه الوحدة، فيجب أن يكون لدى الطلاب فهم جيد له. إذا لم تكن متأكدًا من إتقان طلابك لمفهوم الميل، فضع في اعتبارك قضاء وقتٍ إضافي في تناول هذا الدرس.

تنبيه للتمرين

ورق تمثيل بياني بالنسبة إلى التمارين 46, 47, 57, 59 سيحتاج الطلاب إلى ورق التمثيل البياني.

تدريس الممارسات الرياضية

الاستنتاج المنطقي بمقدر الطلاب المتفوقين في الرياضيات شرح واستخدام التطابقات بين التمثيلات المختلفة. في التمرين 3b، ناقش كيف يمكن أن يقارن الطلاب معدلات التغير بصريًا باستخدام التمثيل البياني.

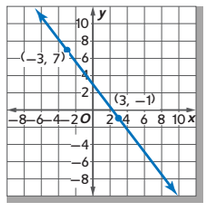
خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	المهمة	خيار اليومين	
AL مبتدئ	14–39, 48–49, 51–68	15–39, 51–56 فردي	14–38, 48, 49, 57–68 زوجي
OL أساسي	15–39, 40–49, 51–68 فردي	14–39, 53–56	40–49, 51–52, 57–68
BL متقدّم	40–62, (اختياري: 63–68)		

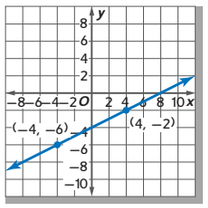
CH03.indb 177 8/20/2016 1:57:18 AM

مثال 1 أوجد معدل التغير الممثل في كل جدول أو التمثيل بياني.

16. $-\frac{4}{3}$



17. $\frac{1}{2}$



18. 321.25؛ يوجد متوسط زيادة قدره 321.25 امرأة لكل عام من حيث المشاركة في رياضة اللاكروس.

مثال 2

18. **الرياضات** ما معدل التغير السنوي من 2004 حتى 2008 بالنسبة للنساء المشاركات في لعبة اللاكروس الجماعية؟ فسّر دلالة معدل التغير.

العام	عدد النساء
2004	5,545
2008	6,830

19. **البيع بالتجزئة** متوسط سعر التجزئة في ربيع 2009 للسيارة المستعملة موضح في الجدول على اليسار.

العمر (بالأعوام)	القيمة (AED)
2	17,378
3	16,157

a. اكتب دالة خطية تمثل سعر السيارة بالنسبة للعمر.

b. فسّر دلالة ميل المستقيم.

c. بافتراض أن معدل التغير الثابت يتنبأ بمتوسط سعر التجزئة لسيارة عمرها 7 أعوام.

19a. الإجابة النموذجية: $p = -1{,}221t + 19{,}820$

19b. تنخفض قيمة السيارة بمعدل 1,221 AED في العام.

11,273 AED

المثال 3 حدد ما إذا كانت كل دالة خطية أم لا. اكتب نعم أو لا. اشرح.

20.

x	4	2	0	−2	−4
y	−1	1	3	5	7

21.

x	7−	−5	−3	−1	0
y	11	14	17	20	23

22.

x	−0.2	0	0.2	0.4	0.6
y	0.7	0.4	0.1	0.3	0.6

23.

x	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{9}{2}$
y	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$

20–23. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.

الأمثلة 4–5 أوجد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط.

24. (4, 3), (−1, 6) $-\frac{3}{5}$

25. (8, −2), (1, 1) $-\frac{3}{7}$

26. (2, 2), (−2, −2) 1

27. (6, −10), (6, 14) غير محدد

28. (5, −4), (9, −4) 0

29. (11, 7), (−6, 2) $\frac{5}{17}$

30. (−3, 5), (3, 6) $\frac{1}{6}$

31. (−3, 2), (7, 2) 0

32. (8, 10), (−4, −6) $\frac{4}{3}$

33. (−8, 6), (−8, 4) غير محدد

34. (−12, 15), (18, −13) $-\frac{14}{15}$

35. (−8, −15), (−2, 5) $\frac{10}{3}$

مثال 6 أوجد قيمة r بحيث يكون للمستقيم المار بكل زوج من النقاط الميل المحدد.

36. (12, 10), (−2, r), $m = -4$ 66

37. (r, −5), (3, 13), $m = 8$ $\frac{3}{4}$

38. (3, 5), (−3, r), $m = \frac{3}{4}$ $\frac{1}{2}$

39. (−2, 8), (r, 4), $m = -\frac{1}{2}$ 6

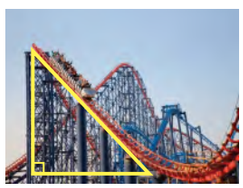
B **أدوات** استخدم مسطرة لتقدير ميل كل جسم من الأجسام.

40.



الإجابة النموذجية: حوالي −0.5

41.

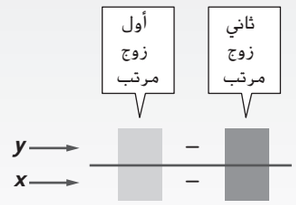


الإجابة النموذجية: حوالي −1

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

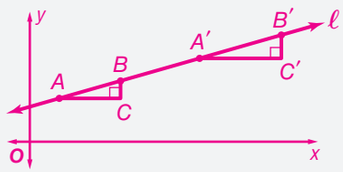
انتبه!

تحليل الخطأ بالنسبة إلى التمرين 52، إذا وجد الطلاب صعوبة في استبدال الإحداثيات الصحيحة في قاعدة الميل، فوضح لهم التمثيل التخطيطي التالي.



إجابات إضافية

46a-b.



$\overline{AC}$ و $\overline{A'C'}$ أفقيان $\overline{BC}$ و $\overline{B'C'}$ رأسيان.

c46. الإجابة النموذجية: المثلثات ABC و$A'B'C'$ متشابهة لأن الخط ℓ قاطع لأجزاء متوازية $\overline{BC}$ و$\overline{B'C'}$. إذًا $\angle ABC \cong \angle A'B'C'$ لأن الزوايا المقابلة للخطوط المتوازية متطابقة. $\angle C \cong \angle C'$ لأن جميع الزوايا القائمة متطابقة. لذا، وبسبب التشابه مع $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$. إذًا، الميل للخط $\frac{BC}{AC}$ الذي يمر بالنقطتين A و B، يساوي $\frac{B'C'}{A'C'}$ ميل الخط الذي يمر بالنقطتين A′ وB′.

48. الفرق في قيم المحور الأفقي x هو صفر دائمًا، والقسمة على الصفر غير محددة.

51. الإجابة النموذجية: يمكن استخدام الميل لوصف معدل التغير. معدل التغير هو نسبة تصف كيف تتغير كمية معينة بطريقة مرتبطة بتغير في كمية أخرى. ميل خط معين هو كذلك نسبة وهو عبارة عن نسبة التغير في إحداثيات المحور الرأسي y إلى التغير في إحداثيات المحور الأفقي x.

تدريس الممارسات الرياضية

الأدوات يعتاد الطلاب المتفوقون في الرياضيات بشكلٍ كافٍ على استخدام الأدوات المناسبة. في التمرينين 40 و 41، ناقش وحدات القياس المستخدمة على المسطرة وفي الأشياء الفعلية التي تمثلها.

تدريس الممارسات الرياضية

الفرضيات بمقدور الطلاب المتفوقين في الرياضيات فهم واستخدام الفرضيات والتعريفات والنتائج المثبتة سابقًا في إنشاء الفرضيات. في التمرين 52، شجّع الطلاب على إبداء سبب لكل خطوة في الحلول لاكتشاف أي أخطاء.

CH03.indb 178 8/20/2016 1:57:19 AM

42. القيادة عند القيادة صعودًا على تل معين، فأنت ترتفع 15 قدمًا كل 1,000 قدم تقطعه للأمام. فماذا يكون ميل الطريق؟ $\frac{3}{200}$

أوجد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط.

45.

x	y
$2\frac{1}{2}$	$-1\frac{1}{2}$
$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$-\frac{2}{3}$

44.

x	y
0.75	1
0.75	−1

غير محدد

43.

x	y
4.5	−1
5.3	2

$\frac{15}{4}$

46. التمثيلات المتعددة في هذه المسألة، سوف تتحرى سبب كون ميل أي مستقيم مار بأي نقطتين على هذا مستقيم، ثابتًا.

a. بصري ارسم مستقيمًا ℓ يحتوي على النقاط A، و B، و A'، و B' على مستوى إحداثي. **46a–c. انظر الهامش.**

b. هندسي أضف قطعًا مكافئة لتشكيل مثلثين قائمين ABC و $A'B'C'$ بزاويتين قائمتين عند C و C'. صف $\overline{AC}$ و $\overline{A'C'}$، و $\overline{BC}$، و $\overline{B'C'}$.

c. لفظي ما العلاقة بين المثلثين ABC و $A'B'C'$؟ ما الإشارة الضمنية لهذا بالنسبة للميل بين أي نقطتين مختلفتين على المستقيم ℓ؟

47. كرة السلة يوضح الجدول المبين أدناه متوسط النقاط بكل مباراة (PPG) التي سجلها مايكل ريد في كل من التسعة مواسم الأولى له مع فريق ميلووكي باكس في الدوري الأمريكي لكرة السلة. **a–c. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

الموسم	1	2	3	4	5	6	7	8	9
النقاط بكل مباراة	2.2	11.4	15.1	21.7	23.0	25.4	26.7	22.7	21.2

a. ارسم تمثيلاً بيانيًا للبيانات. أوصل كل زوج من النقاط المجاورة بخط.

b. استخدم التمثيل البياني لتحديد الفترة التي شهدت أسرع زيادة في متوسط نقاط مايكل ريد بكل مباراة. اشرح استنتاجك.

c. ناقش الاختلاف في معدل التغير من الموسم 1 حتى الموسم 4، ومن الموسم 4 حتى الموسم 7، ومن الموسم 7 حتى الموسم 9.

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

48. الاستنتاج لماذا لا تصلح صيغة الميل مع المستقيمات الرأسية؟ اشرح. **انظر الهامش.**

49. مسألة غير محددة الإجابة استخدم ما تعرفه عن معدل التغير لوصف الدالة الممثلة بواسطة الجدول.

الزمن (wk)	ارتفاع النبات (in.)
4	9.0
6	13.5
8	18.0

50. مسألة تحفيزية أوجد قيمة **d** بحيث يكون ميل المستقيم المار بـ (**a**, **b**) و (**c**, **d**) هو $\frac{c-b}{2}$.

51. الكتابة في الرياضيات فسّر العلاقة بين معدل التغير والميل، وكيفية إيجاد ميل أي مستقيم. انظر الهامش.

52. الفرضيات تعمل إيمان ورنا على إيجاد قيمة **a** بحيث يكون ميل المستقيم المار بـ (**a**, 10) و (8, −2) هو $\frac{1}{4}$. فهل كل منهما على صواب؟ اشرح.

إيمان

$$\frac{8-a}{-2-10}=\frac{1}{4}$$
$$4(8-a)=1(-12)$$
$$32-4a=-12$$
$$a=11$$

رنا

$$\frac{-2-10}{8-a}=\frac{1}{4}$$
$$1(8-a)=4(-12)$$
$$8-a=-48$$
$$a=56$$

49. راجع عمل الطلاب. معدل التغير هو $2\frac{1}{4}$ بوصات من النمو لكل أسبوع.

52. قامت إيمان ورنا بقسمة التغير في x على التغير في y.

المتابعة

لقد استكشف الطلاب التمثيلات البيانية للمعادلات الخطية.

اطرح السؤال التالي:

- ما الذي يمكن أن يوضحه لك التمثيل البياني الخطي حول العلاقة التي يمثلها؟ الإجابة النموذجية: يمكن أن يوضح لك معلومات عن معدل التغير، سواء كانت العلاقة موجبة أو سالبة، وكذلك مواقع التقاطعات مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y والنقاط الموجودة في التمثيل البياني.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

179

CH03.indb 179 8/20/2016 1:57:19 AM

تمرين على الاختبار المعياري

53. يتم التعبير عن تكلفة الطبعات من معالج صور عبر الإنترنت بالمعادلة C(p) = 29.99 + 0.13p. AED 29.99 هو تكلفة العضوية، و p هو عدد الطبعات 4 × 6 بوصة. ما الذي يمثله الميل؟ A

A تكلفة كل طباعة

B تكلفة العضوية

C تكلفة العضوية وطباعة واحدة

D عدد الطبعات

54. اشترت خولة حاسوبًا بسعر 1200 AED وانخفضت قيمته بشكل خطي. بعد عامين، وصلت قيمته إلى 250 AED. فكم كان مبلغ الانخفاض السنوي في السعر؟ G

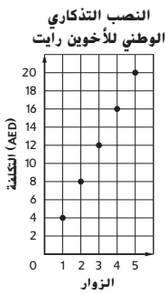
F 950 AED

G 475 AED

H 250 AED

J 225 AED

55. **الإجابة القصيرة** بين التمثيل البياني مقدار التكلفة التي يتقاضاها النصب التذكاري الوطني للأخوين رايت من الزوار. فكم تتقاضى الحديقة من كل زائر؟ AED 4



56. **الاحتمالات** في مخيم لألعاب القوة، يتم اختيار لاعب قوة واحد بشكل عشوائي من كل فريق. يتكون فريق النجوم لألعاب القوة من 5 أفراد أعمارهم 11 عامًا، و7 أفراد أعمارهم 12 عامًا، و10 أفراد أعمارهم 13 عامًا، و8 أفراد أعمارهم 14 عامًا. ما احتمالية أن يكون عمر لاعب القوة الذي يتم اختياره عددًا فرديًا؟ C

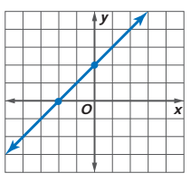
A $\frac{1}{30}$ B $\frac{1}{15}$ C $\frac{1}{2}$ D $\frac{3}{5}$

مراجعة شاملة

حل كل معادلة فيما يلي عن طريق التمثيل البياني. (الدرس 2-3)

57. $3x + 18 = 0$ −6 58. $8x - 32 = 0$ 4 59. $0 = 12x - 48$ 4

أوجد التقاطعين مع المحور الأفقي *x* والمحور الرأسي *y* للتمثيل البياني لكل دالة خطية. (الدرس 1-3)

60. 

−2, 2

61.

x	y
−3	−4
−2	−2
−1	0
0	2
1	4

−1, 2

62. **العودة للمدرسة** تبلغ تكلفة تذاكر العرض 9 AED للشخص الواحد و 15 AED لشخصين. إذا كانت هناك مجموعة من سبعة طلاب يرغبون في الذهاب إلى العرض، فاكتب معادلة تمثل أقل سعر p لتذاكرهم، ثم حلها. (الدرس 1-3) $p = 15(3) + 9(1)$; AED 54

مراجعة المهارات

أوجد ناتج قسمة كل مما يلي.

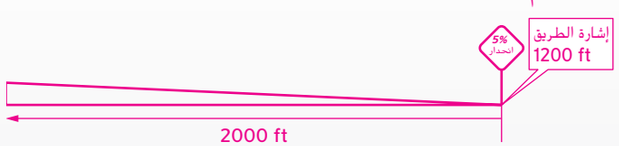
63. $8 \div \frac{2}{3}$ 12 64. $\frac{3}{8} \div \frac{1}{4}$ $\frac{3}{2}$ 65. $\frac{5}{8} \div 2$ $\frac{5}{16}$

66. $\frac{12 \cdot 6}{9}$ 8 67. $\frac{2 \cdot 15}{6}$ 5 68. $\frac{18 \cdot 5}{15}$ 6

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التعليم المتمايز OL BL

التوسع تشير إشارة طريق على تل إلى أن درجة الانحدار 5%. ارتفاع الطريق عند هذه النقطة يساوي 1200 قدم. أعد تمثيلًا لهذا الموقف. كم سيكون ارتفاع الطريق عند مستوى 2000 قدم أفقية إضافية من إشارة الطريق؟
1300 قدم

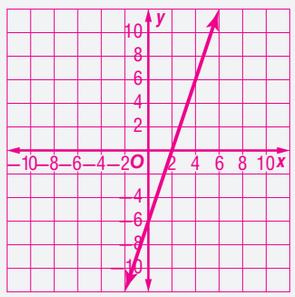


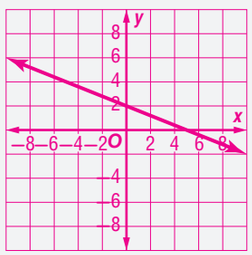
4 التقويم

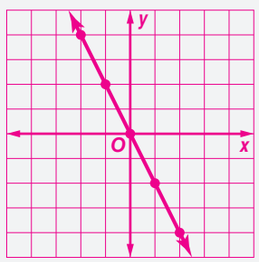
بطاقة التحقق من استيعاب الطلاب
جهّز نسخًا متعددة لخمسة خطوط مختلفة ممثلة بيانيًا على مستوى إحدائي. أعط تمثيلاً بيانيًا واحدًا لكل طالب. بينما يغادر الطلاب الغرفة، اطلب منهم إخبارك بميول الخطوط الموجودة لديهم.

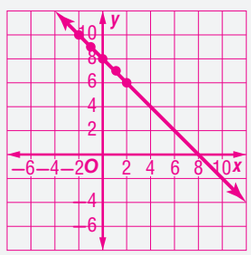
التقويم التكويني
تحقق من استيعاب الطلاب للدرس 3-3.

إجابات إضافية (اختبار منتصف الوحدة)

4.


5.


6.


7.


CH03.indb 180 8/20/2016 1:57:20 AM

3 اختبار منتصف الوحدة

الدروس من 1-3 حتى 3-3

حدد ما إذا كانت كل معادلة هي معادلة خطية أم لا. اكتب نعم أو لا. إذا كانت الإجابة "نعم"، فاكتب المعادلة بالصيغة القياسية. (الدرس 1-3)

1. $y = -4x + 3$ نعم، $4x + y = 3$
2. $x^2 + 3y = 8$ لا
3. $\frac{1}{4}x - \frac{3}{4}y = -1$ نعم، $x - 3y = -4$

مثّل بيانيًا كل معادلة مستخدمًا التقاطع مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y. (الدرس 1-3) **4–5. انظر الهامش.**

4. $y = 3x - 6$
5. $2x + 5y = 10$

مثّل بيانيًا كل معادلة برسم جدول. (الدرس 1-3)

6. $y = -2x$
7. $x = 8 - y$

6–7. انظر الهامش.

8. **مبيعات الكتب** المعادلة $5x + 12y = 240$ تصف إجمالي المبلغ النقدي المحصل عند بيع x كتب ذات غلاف ورقي بسعر 5 AED للكتاب و y كتب ذات غلاف كرتوني مقوى بسعر 12 AED للكتاب. مثّل بيانيًا المعادلة مستخدمًا التقاطع مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y. (الدرس 1-3) **انظر الهامش.**

أوجد جذر كل معادلة. (الدرس 2-3)

9. $x + 8 = 0$ **−8**
10. $4x - 24 = 0$ **6**
11. $18 + 8x = 0$ $-\frac{9}{4}$
12. $\frac{3}{5}x - \frac{1}{2} = 0$ $\frac{5}{6}$

حل كل معادلة فيما يلي عن طريق التمثيل البياني. (الدرس 2-3)

13. $-5x + 35 = 0$ **7**
14. $14x - 84 = 0$ **6**
15. $118 + 11x = -3$ **−11**

16. **الاختيار من متعدد** الدالة $y = 3x^2 - 15$ تمثل درجة الحرارة الخارجية، بدرجات فهرنهايت، في إحدى المدن الصغيرة في ألاسكا حيث x يمثل عدد الساعات بعد منتصف الليل. الدالة تكون دقيقة بالنسبة لقيم x التي تمثل منتصف الليل حتى 4:00 م. أوجد صفر هذه الدالة. (الدرس 2-3) **C**

A 0
B 3
C 5
D −15

17. أوجد معدل التغير المُمَثَّل في الجدول. (الدرس 3-3) $\frac{4}{3}$

x	y
1	2
4	6
7	10
10	14

أوجد ميل المستقيم المار عبر كل زوج من النقاط. (الدرس 3-3)

18. (2, 6), (4, 12) **3**
19. (1, 5), (3, 8) $\frac{3}{2}$
20. (−3, 4), (2, −6) **−2**
21. $\left(\frac{1}{3}, \frac{3}{4}\right), \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{4}\right)$ $-\frac{3}{2}$

22. **الاختيار من متعدد** أوجد قيمة r بحيث يكون للمستقيم المار بزوج النقاط المحدد. (الدرس 3-3) **G**

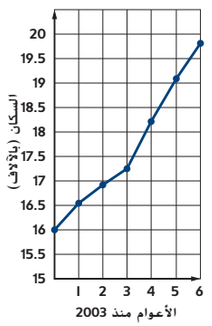
$(-4, 8), (r, 12), m = \frac{4}{3}$

F −4
G −1
H 0
J 3

23. أوجد ميل المستقيم المار بزوج النقاط. (الدرس 3-3) **12**

x	y
2.6	−2
3.1	4

24. **النمو السكاني** يعرض التمثيل البياني النمو السكاني في هيكرفيل منذ 2003. (الدرس 3-3)



b. يزداد عدد سكان هيكرتسفيل بنحو 630 نسمة تقريبًا في العام.

a. في أي فترة زمنية كان معدل التغير هو الأكبر؟ **2006–2007**

b. وضح معنى الميل من 2003 إلى 2009.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التقويم التكويني

استخدم اختبار منتصف الوحدة لتقييم تقدم الطلاب في النصف الأول من الوحدة.

بالنسبة إلى المسائل التي تمت الإجابة عنها بشكل غير صحيح، اطلب من الطلاب مراجعة الدروس المشار إليها في الأقواس.

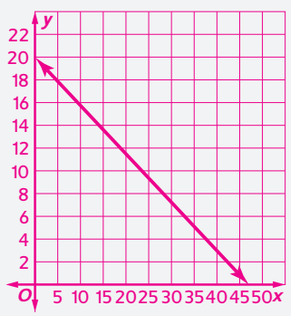
مطوياتي منظم الدراسة

مطويات® دينا زايك

قبل أن يكمل الطلاب اختبار منتصف الوحدة، شجعهم على مراجعة المعلومات الخاصة بالدروس 1-3 إلى 3-3 في مطوياتهم.

إجابة إضافية

8.



CH03.indb 181 8/20/2016 1:57:21 AM

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 3-4 أوجد معدلات التغير للدوال الخطية.

الدرس 3-4 اكتب معادلات تغير طردي ومثّلها بيانيًا. حل المسائل المشتملة على تغير طردي.

بعد الدرس 3_4 اكتب معادلة لعلاقة تناسب.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** من الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- كم المبلغ المالي الذي يمكن أن تربحه منى للعمل كجليسة أطفال لمدة 5 ساعات؟ 40 AED
- كم عدد ساعات العمل التي ستعملها أمل كجليسة أطفال لكي تربح 295 AED؟ 37.25 أو حوالي 38 ساعة
- إذا لم تتمكن منى من العمل كجليسة أطفال لهذه المدة من الساعات، فما الذي يمكنها فعله لزيادة دخلها؟ يمكنها تقاضي مقابل مادي أكبر لكل ساعة.

الدرس 3-4

3-4 التغير الطردي

السابق	الحالي	لماذا؟
• أوجدتَ معدلات تغير الدوال الخطية.	1 اكتب معادلات التغير الطردي ومثّلها بيانيًا. 2 حل المسائل المشتملة على تغير طردي.	• تدخر أمل المال لشراء حقيبة ذات علامة تجارية تبلغ تكلفتها 295 AED. ويساعدها على جمع هذا المال تقاضيها 8 AED في الساعة نظير الاعتناء بطفل الجيران. ميل الخط الذي يمثل مبلغ المال الذي تربحه أمل هو 8. ومعدل التغير ثابت.



مفردات جديدة

التغير الطردي (direct variation)

ثابت التغير (constant of variation)

ثابت التناسب (constant of proportionality)

ممارسات رياضية

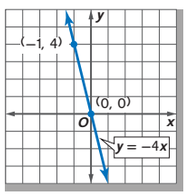
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها. مراعاة الدقة.

1 معادلات التغير الطردي يوصف **التغير الطردي** بمعادلة صيغتها $y = kx$. حيث $k \neq 0$. تبين المعادلة $y = kx$ معدل تغير ثابتًا. و k هو **ثابت التغير**. ويُطلق عليه أيضًا **ثابت التناسب**.

مثال 1 الميل وثابت التغير

عين ثابت التغير لكل معادلة. ثم أوجد الميل للمستقيم المار بكل زوج من النقاط.

a.



ثابت التناسب هو -4

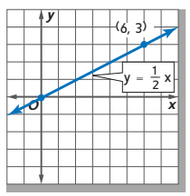
صيغة الميل $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{4 - 0}{-1 - 0}$ $(x_1, y_1) = (0, 0)$ $(x_2, y_2) = (-1, 4)$

$= -4$

الميل هو -4

b.



ثابت التغير هو $\frac{1}{2}$

صيغة الميل $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{3 - 0}{6 - 0}$ $(x_1, y_1) = (0, 0)$ $(x_2, y_2) = (6, 3)$

$= \frac{1}{2}$

الميل هو $\frac{1}{2}$

تمرين موجه

1A. عيّن ثابت التغير للمعادلة $y = \frac{1}{4}x$ ثم أوجد ميل المستقيم المار بـ (0, 0) و (4, 1). نقطتان على المستقيم $\frac{1}{4}, \frac{1}{4}$

1B. عيّن ثابت التغير للمعادلة $y = -2x$. ثم أوجد ميل المستقيم المار بـ (0, 0) و (1, −2). نقطتان على المستقيم. $-2; -2$

ميل التمثيل البياني للمعادلة $y = kx$ هو k. بما أن $k(0) = 0$. فالتمثيل البياني للمعادلة $y = kx$ يمر دائمًا بنقطة الأصل. لذلك، التقاطعان مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y قيمتهما صفر.

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

CH03.indb 182 8/20/2016 1:57:22 AM

مثال 2 تمثيل التغير الطردي بيانيًا

نصيحة دراسية

ثابت التغير سيتجه أي مستقيم له ثابت تغير موجب لأعلى من اليسار إلى اليمين. وسيتجه أي مستقيم له ثابت تغير سالب لأسفل من اليسار إلى اليمين.

مثّل بيانيًا $y = -6x$.

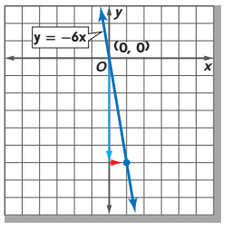
الخطوة 1 اكتب الميل في صورة نسبة.

$$-6 = \frac{-6}{1} \quad \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$$

الخطوة 2 مثّل النقطة (0, 0) بيانيًا.

الخطوة 3 من النقطة (0, 0)، تحرك لأسفل 6 وحدات ووحدة واحدة إلى اليمين. ارسم نقطة.

الخطوة 4 ارسم مستقيمًا يحتوي النقاط.



تمرين موجه

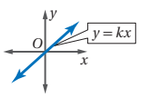
2A–2D. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.

2A. $y = 6x$ **2B.** $y = \frac{2}{3}x$ **2C.** $y = -5x$ **2D.** $y = -\frac{3}{4}x$

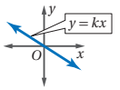
تتشارك التمثيلات البيانية لجميع معادلات التغير الطردي في بعض الخصائص العامة.

ملخص المفهوم التمثيلات البيانية للتغير الطردي

- معادلات التغير الطردي تكون بالصيغة $y = kx$، حيث $k \neq 0$.
- التمثيل البياني $y = kx$ دائمًا ما يمر بنقطة الأصل.
- يكون الميل موجبًا إذا كان $k > 0$.



- يكون الميل سالبًا إذا كان $k < 0$.



إذا كانت العلاقة بين قيم y و x يمكن وصفها بمعادلة تغير طردي، عندئذ نقول إن y يتغير طرديًا مع x.

مثال 3 كتابة معادلة تغير طردي وحلها

بافتراض أن y يتغير طرديًا مع x، و $y = 72$ عندما $x = 8$.

a. اكتب معادلة تغير طردي تربط بين x و y.

$y = kx$	صيغة التغير الطردي
$72 = k(8)$	عوّض y محل 27 و x محل 8.
$9 = k$	اقسم كل طرف على 8.

لذا، تصبح معادلة التغير الطردي هي $y = 9x$.

b. استخدم معادلة التغير الطردي لإيجاد x عندما $y = 63$.

$y = 9x$	صيغة التغير الطردي
$63 = 9x$	عوّض y محل 36
$7 = x$	اقسم كل طرف على 9

لذا، $x = 7$ عندما $y = 63$.

تمرين موجه

3. بافتراض أن y يتغير طرديًا مع x، و $y = 98$ عندما $x = 14$. فاكتب معادلة تغير طردي تربط بين x و y. ثم أوجد y عندما $x = -4$. **$y = 7x$؛ -28**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 معادلات التغير الطردي

مثال 1 يوضح كيف يرتبط ثابت التغير لمعادلة معينة بميل الخط.

مثال 2 يوضح كيفية التمثيل البياني لمعادلة بالصيغة $y = kx$، حيث $k > 0$ أو $k < 0$، عن طريق التمثيل البياني للنقطة (0, 0) واستخدام التغير الرأسي والأفقي لإيجاد نقطة أخرى على التمثيل البياني.

مثال 3 يوضح كيفية استخدام تعريف التغير الطردي لكتابة معادلات تغير طردي وحلها.

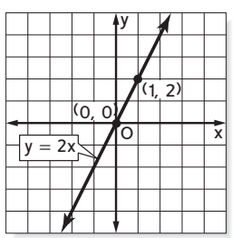
التقويم التكويني

استخدم تمارين "التمرين الموجه" بعد كل مثال لتحديد مدى فهم الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

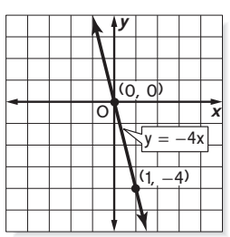
1 عين ثابت التغير لكل معادلة. ثم أوجد الميل للخط المار بكل زوج من النقاط.

a.



ثابت التغير: 2؛
الميل: 2

b.



ثابت التغير: -4؛
الميل: -4

2 مثّل بيانيًا المعادلة $y = -\frac{3}{2}x$.

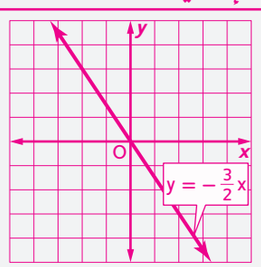
انظر الهامش السفلي.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوح الأبيض التفاعلي اختر أحد الطلاب لحل مثال أمام الفصل. أعطه قيمة للمحور الأفقي x وقيمة للمحور الرأسي y. واطلب من الطالب إيجاد ثابت التغير مع الوضع في الاعتبار تغير المحور الرأسي y بشكل طردي مع المحور الأفقي x.

إجابة إضافية (أمثلة إضافية)

2.



CH03.indb 183 8/20/2016 1:57:24 AM

مثال إضافي

3 افترض أن y يتغير طرديًا مع x، و $y = 9$ عندما يكون $x = -3$.

a. اكتب معادلة تغير طردي تربط بين x و y. $y = -3x$

b. استخدم معادلة التغير الطردي لإيجاد x عندما يكون $y = 15$. -5

2 مسائل التغير الطردي

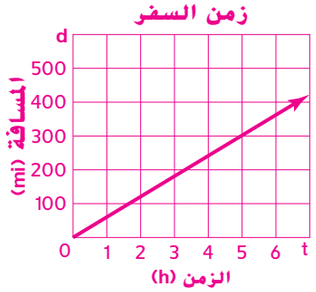
يوضح المثال 4 كيفية استخدام معادلة التغير الطردي لحل مسألة من الحياة اليومية.

مثال إضافي

4 **السفر** تسافر عائلة زيد بين الإمارات في العطلة. ويقودون السيارة لمسافة 330 ميلاً في 5.5 ساعات.

a. اكتب معادلة تغير طردي لإيجاد المسافة d التي يقطعونها بالسيارة في الزمن t. $d = 60t$

b. مثّل المعادلة بيانيًا.



C. قدّر عدد الساعات التي تستغرقها قيادة السيارة لمسافة 500 ميل. حوالي 8.3 h

تدريس الممارسات الرياضية

الدقة بمقدور الطلاب المتفوقين في الرياضيات الحساب بدقة وكفاءة والتعبير عن الإجابات الرقمية بدرجة من الدقة تناسب سياق المسألة. وضّح للطلاب أنه يمكن عمل تقدير تقريبي عن طريق ملاحظة أن 6500 ميل أقل بمقدار الضعف من 3420 ميلاً، لذا فإن الوقت لا بد أن يقل عن 6 ساعات بمقدار الضعف.

2 مسائل التغير الطردي

أحد أكثر تطبيقات التغير الطردي شيوعًا هو الصيغة $d = rt$. تتغير المسافة d طرديًا مع الزمن t. والمعدل r هو ثابت التغير.



رابط من الحياة اليومية

في عام 2006، نقلت خطوط جوية محلية ما يزيد عن 660 مليون راكب بمتوسط مسافة 724 ميلاً في الرحلة الجوية.

المصدر: إحصائيات مكتب النقل

مثال 4 من الحياة اليومية التقدير باستخدام التغير الطردي

السفر تتغير المسافة التي تقطعها الطائرة النفاثة طرديًا مع عدد الساعات التي تقطعها. قطعت طائرة نفاثة مسافة 3420 ميلاً في 6 ساعات.

a. **اكتب صيغة تغير طردي للمسافة d التي تم قطعها في الزمن t.**

الشرح	المسافة	يساوي	معدل	مضروبًا في	الزمن.
المتغير	افترض أن r = المعدل.				
المعادلة	3420	=	r	×	6

حل المعادلة لإيجاد المعدل.

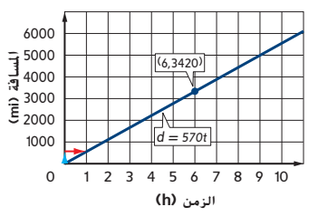
$3420 = r(6)$ المعادلة الأصلية

$\frac{3420}{6} = \frac{r(6)}{6}$ اقسم كل طرف على 6.

$570 = r$ حوّل لأبسط صورة.

لذلك، تصبح معادلة التغير الطردي هي $d = 570t$. حلقت الطائرة بمعدل 570 ميلاً في الساعة.

المسافة المقطوعة جوًا



b. مثّل المعادلة بيانيًا.

التمثيل البياني لـ $d = 570t$ يمر بنقطة الأصل بميل 570.

$m = \frac{570}{1}$ $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$

نصيحة في حل المسائل

الدقة لاحظ أن السؤال يسأل عن تقدير وليس إجابة دقيقة.

c. قدّر عدد الساعات التي ستستغرقها الطائرة لطيران 6500 ميل.

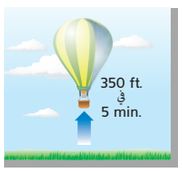
$d = 570t$ المعادلة الأصلية

$6500 = 570t$ عوّض d بـ 6500.

$\frac{6500}{570} = \frac{570t}{570}$ اقسم كل طرف على 570.

$t \approx 11.4$ حوّل لأبسط صورة.

سوف تستغرق الطائرة 11.4 ساعة تقريبًا لطيران 6500 ميل.



تمرين موجه

4. المناطيد يتغير ارتفاع المنطاد طرديًا مع زمن صعود المنطاد بالدقائق.

A. اكتب تغيرًا طرديًا للمسافة d التي صعدها المنطاد في الزمن t. $d = 70t$

B. مثّل المعادلة بيانيًا. **انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

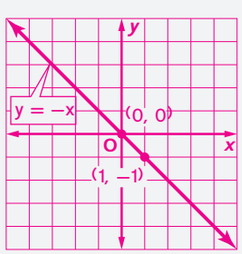
C. قدّر عدد الدقائق التي يستغرقها المنطاد لصعود 2100 قدم. **30 min**

D. كم عدد الدقائق تقريبًا التي يستغرقها المنطاد للصعود 3500 قدم؟ **50 min**

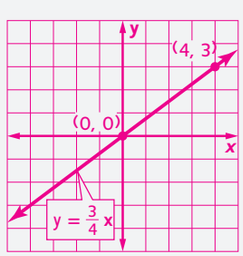
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابات إضافية

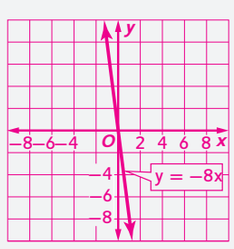
3.



4.



5.

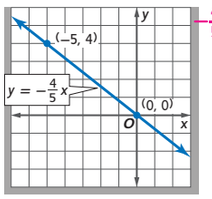


CH03.indb 184 8/20/2016 1:57:25 AM

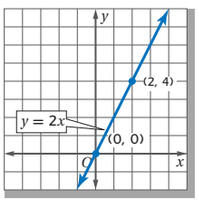
تحقق من فهمك

مثال 1 **عين ثابت التغير لكل معادلة. ثم أوجد الميل للمستقيم المار بكل زوج من النقاط.**

1. $-\frac{4}{5}; -\frac{4}{5}$



2. 2; 2



مثال 2 **مثّل كل معادلة بيانيًا.** 3–6. انظر الهامش.

3. $y = -x$
4. $y = \frac{3}{4}x$
5. $y = -8x$
6. $y = -\frac{8}{5}$

مثال 3 **بافتراض أن y يتغير طرديًا مع x. فاكتب معادلة تغير طردي تربط بين x وy. ثم قم بحلها.**

7. إذا كان $y = 15$ عندما يكون $x = 12$. فأوجد قيمة y عندما يكون $x = 32$. $y = \frac{5}{4}x$; 40

8. إذا كان $y = -11$ عندما يكون $x = 6$. فأوجد قيمة x عندما يكون $y = 44$. $y = -\frac{11}{6}x$; −24

مثال 4

9. **الاستنتاج** أنت وجدت أن عدد الرسائل التي تستلمها على لوحة الرسائل تتغير طرديًا مع عدد الرسائل التي تنشرها. عندما تنشر 5 رسائل، فأنت تستلم 12 رسالة في المقابل.

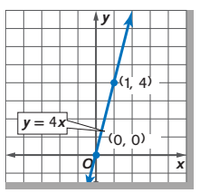
a. اكتب معادلة تغير طردي تربط بين منشوراتك والرسائل المستلمة. ثم مثّل المعادلة بيانيًا. $y = \frac{12}{5}x$; انظر الهامش للاطلاع على التمثيل البياني.

b. أوجد عدد الرسائل التي تحتاج إلى نشرها لتستلم 96 رسالة. 40

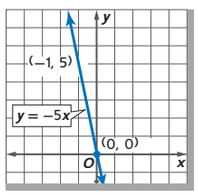
التمرين وحل المسائل

مثال 1 عين ثابت التغير لكل معادلة. ثم أوجد الميل للمستقيم المار بكل زوج من النقاط. 10–15. انظر الهامش.

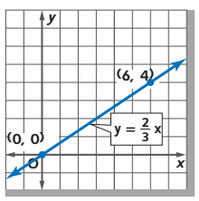
10.



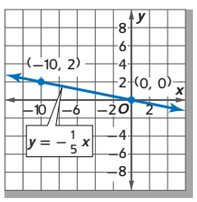
11



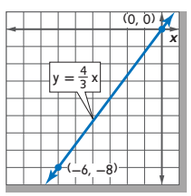
12.



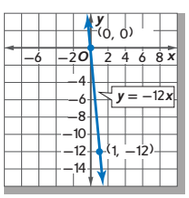
13.



14.



15.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التعليم المتمايز AL

إذا يجد الطلاب صعوبة في معادلات التغير الطردي،

عندئذ أعط الطلاب دالة واحدة في كل مرة. اطلب منهم قراءة الدالة بصوتٍ عالٍ، ثم حدد ما إذا كانت الدالة تمثل تغيرًا طرديًا أم لا. وإذا كانت كذلك، فاطلب من الطلاب إيجاد ثابت التغير.

انتبه!

تجنّب الأخطاء تأكد من عدم تبديل الطلاب لقيم x و y عند التعويض عنها في معادلة معينة.

تنبيه التمرين

ورق التمثيل البياني سيحتاج الطلاب إلى ورق تمثيل بياني للإجابة عن التمارين 3–6، 9، 16–23، 28، 38–41، 47.

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-9 للتحقق من الاستيعاب.

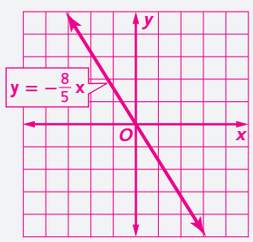
استخدم المخطط أسفل الصفحة التالية لتخصيص المهام للطلاب.

تدريس الممارسات الرياضية

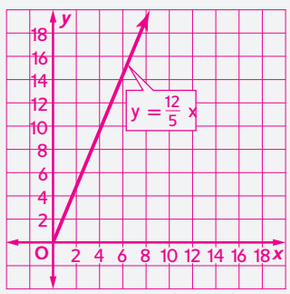
الاستنتاج على الطلاب المتفوقين في الرياضيات الانتباه إلى دلالة الكميات. في التمرين 9، شجع الطلاب على البدء بتحديد المتغيرات.

إجابات إضافية

6.



9a.



10. 4; 4
11. −5; −5
12. $\frac{2}{3}, \frac{2}{3}$
13. $-\frac{1}{5}; -\frac{1}{5}$
14. $\frac{4}{3}; \frac{4}{3}$
15. −12; −12

CH03.indb 185 8/20/2016 1:57:26 AM

مثال 2 **مثّل كل معادلة بيانيًا. 23–16 انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

16. $y = 10x$ **17.** $y = -7x$ **18.** $y = x$ **19.** $y = \frac{7}{6}x$

20. $y = \frac{1}{6}x$ **21.** $y = \frac{2}{9}x$ **22.** $y = \frac{6}{5}x$ **23.** $y = -\frac{5}{4}x$

مثال 3 **بافتراض أن *y* يتغير طرديًا مع *x*. فاكتب معادلة تغير طردي تربط بين *x* و *y*. ثم قم بحلها.**

24. إذا كان $y = 6$ عندما $x = 10$. فأوجد قيمة x عندما $y = 18$. $y = \frac{3}{5}x$; 30

25 كان $y = 22$ عندما $x = 8$، فأوجد قيمة y عندما $x = -16$. $y = -\frac{11}{4}x$; −44

26. إذا كان $y = 4\frac{1}{4}$ عندما $x = \frac{3}{4}$. فأوجد y عندما $x = 4\frac{1}{2}$. $y = 5\frac{2}{3}x$; $25\frac{1}{2}$

27. إذا كان $y = 12$ عندما $x = \frac{6}{7}$. فأوجد قيمة x عندما $y = 16$. $y = 14x$; $1\frac{1}{7}$

مثال 4 **28. الرياضة** المسافة التي تقطعها كرة الجولف بارتفاع 7000 قدم تتغير طرديًا مع المسافة التي تقطعها الكرة عند مستوى البحر كما هو موضح.

ضرب كرة الجولف		
الارتفاع (ft)	0 (مستوى البحر)	7,000
المسافة (yd)	200	210

a. اكتب معادلة تربط بين المسافة التي تقطعها كرة الجولف بارتفاع 7000 قدم y والمسافة التي تقطعها عند مستوى البحر x، ثم مثّلها بيانيًا. $y = 1.05x$؛ **انظر ملحق إجابات الوحدة 3 للاطلاع على التمثيل البياني.**

b. ماذا سيكون متوسط مسافة القيادة التي يقطعها شخص عند ارتفاع 7000 قدم إذا كان متوسط مسافة قيادته عند مستوى البحر 180 ياردة؟ **189 yd**

29. المعرفة المالية الانخفاض في السعر هو انخفاض في قيمة السيارة خلال مدة من الزمن. يبين الجدول أدناه قيم سيارة بمتوسط انخفاض سعر.

عمر السيارة (بالأعوام)	1	2	3	4	5
القيمة (AED)	12,000	10,200	8,400	6,600	4,800

a. اكتب معادلة تربط بين عمر x للسيارة وقيمة y التي فقدتها بعد كل عام. $y = 1800x$

b. أوجد عمر السيارة إذا كانت قيمتها 300 AED. **7 yr 6 mo**

B **بافتراض أن *y* يتغير طرديًا مع *x*. فاكتب معادلة تغير طردي تربط بين *x* و *y*. ثم قم بحلها.**

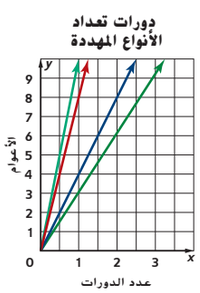
30. إذا كان $y = 3.2$ عندما $x = 1.6$. فأوجد y عندما $x = 19$. $y = 2x$; 38

31. إذا كان $y = 15$ عندما $x = \frac{3}{4}$. فأوجد x عندما $y = 25$. $y = 20x$; $\frac{5}{4}$

32. إذا كان $y = 4.5$ عندما $x = 2.5$. فأوجد y عندما $x = 12$. $y = 1.8x$; 21.6

33. إذا كان $y = -6$ عندما $x = 1.6$. فأوجد y عندما $x = 8$. $y = -3.75x$; −30

الاستنتاج المنطقي **تشهد أنواع معينة مهددة بالانقراض دورات في تعدادها كما يظهر في التمثيل البياني على اليسار. صل كل حيوان أدناه بأحد الخطوط الملونة في التمثيل البياني.**



34. الدجاج البري الأحمر. 8 أعوام في الدورة **أحمر**

35. فأر الحقل. 3 أعوام في الدورة **أخضر داكن**

36. اللاموس. 4 أعوام في الدورة **أزرق**

37. الوشق. 10 أعوام في الدورة **أخضر ليموني**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التمثيلات المتعددة

في التمرين 41، سيبحث الطلاب عن العلاقة بين ثابت التغير، والميل ومعدل التغير.

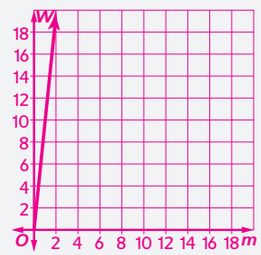
تدريس الممارسات الرياضية

الاستنتاج المنطقي يظل الطلاب المتفوقون في الرياضيات يسألون أنفسهم "هل هذا مقبول؟" في التمارين 34-37، ناقش كيفية مقارنة تمثيل بياني بشمل المزيد من الأعوام لكل دورة مع تمثيل بياني يشمل أعوامًا أقل لكل دورة.

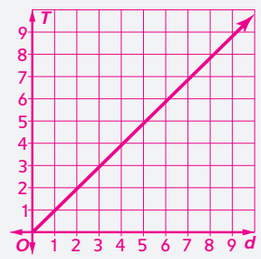
البنية في التمرين 48، شجّع الطلاب على استخدام المعادلة $y = kx$ وافحص تأثير ضرب *x* في 2.

إجابات إضافية

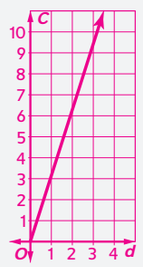
38.



39.



40.



48. ودائمًا؛ إذا كانت المعادلة هي $y = kx$ $(k \neq 0)$، فستكون قيمة *y* عندما يكون $x = a$ هي *ka*، وستكون قيمة *y* عندما يكون $x = 2a$ هي $k(2a)$ أو $(ka)2$.

49. لا هذا ولا ذلك؛ الميل ثابت وهو *k*.

50. الإجابة النموذجية: التمثيل البياني لمعادلة التغير الطردي $y = kx$ هو خط يمر دائمًا بنقطة الأصل.

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	المهمة	خيار اليومين	
AL مبتدئ	10–29, 45–47, 49–73	51–54 , فردي 11–33	45–47, 49, 50 55–73 زوجي 10–32
OL أساسي	35, 38–47, 49–73 , فردي 11–37	10–33 ,51–54	34–47, 49, 50, 55–73
BL متقدّم	30–67, (اختياري :68–73)		

CH03.indb 186 8/20/2016 1:57:28 AM

في التمرينات 40–38، اكتب معادلة تغير طردي مرتبطة بالمتغيرات، ومثّلها بيانيًا.

38. **علوم الفيزياء** وزن W جسم ما يبلغ $9.8\ m/s^2$ مضروبًا في كتلة الجسم m. $W = 9.8m$ **40–38. انظر الهامش للاطلاع على التمثيلات البيانية.**

39. **الأناشيد** يتم تنزيل الأناشيد بسعر 0.99 AED للنشيد. إجمالي تكلفة d الأناشيد هو T. $T = 0.99d$

40. **الهندسة** محيط دائرة C يساوي تقريبًا 3.14 مضروبًا في قطرها d. $C = 3.14d$

41. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، ستتحرى عن مجموعة دوال التغير الطردي. **41a–c. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

a. التمثيل البياني مثّل بيانيًا $y = x$, $y = 3x$. و $y = 5x$ على المستوى الإحداثي نفسه.

b. جبري صف العلاقة بين ثابت التغير، وميل المستقيم، ومعدل تغير التمثيل البياني.

c. لفظي قم ببناء فرضية عن كيفية تحديد أي من معادلتي التغير الطردي لها تمثيل بياني أكثر انحدارًا دون تمثيلهما بيانيًا.

42. **السفر** تم إعداد مقياس رسم لخريطة نورث كارولينا بحيث تمثل كل 3 بوصات على الخريطة 93 ميلاً. كم تبعد رالي عن شارلوت إذا كان يفرقهما 1.8 بوصة على الخريطة؟ **55.8 mi**

43. **الإنترنت** سوف تصمم إحدى الشركات موقعًا لشركتك على الإنترنت وتعمل على صيانته مقابل 9.95 AED شهريًا. اكتب معادلة تغير طردي لإيجاد إجمالي التكلفة C نظير الاحتفاظ بهذا الموقع لمدة n أشهر. $C = 9.95n$

44. **البيسبول** قبل المباراة الأولى لهم، قام طالب المرحلة الثانوية، محمد راشد، بتدفئة جميع مقاعد ملعب دوري صغير جديد والتي يبلغ عددها 5200 مقعد، عن طريق الجلوس على كل مقعد. وبدأ القيام بهذا الساعة 11:50 ص، وانتهى حوالي 3 م. $y = 27.3684t$ **44a. في كل دقيقة ينتهي محمد من تدفئة حوالي 27 مقعدًا إضافيًا.**

a. اكتب معادلة تغير طردي تربط بين عدد المقاعد والفترة الزمنية. ما دلالة ثابت التغير في هذا الموقف؟

b. كم العدد التقريبي للمقاعد التي كان قد جلس عليها محمد بالساعة 1:00 م.؟ **حوالي 1,915 مقعدًا**

c. ما المدة التي تتوقع أن يستغرقها محمد للجلوس على جميع المقاعد في ملعب دوري كبير تزيد مقاعده عن 40000 مقعد؟ **حوالي 1,461 min أو 24 h و 21 min**

45. $z = \frac{1}{9}x$ **؛ هي المعادلة الوحيدة التي تعتبر تغيرًا طرديًا.**

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

45. **أي مما يلي لا ينتمي؟** حدد المعادلة التي لا تنتمي. اشرح.

$rt = 9$	$9a = 0$	$z = \frac{1}{9}x$	$w = \frac{9}{t}$

46. **الاستنتاج** ما العلاقة التي تربط ثابت التغير والميل في معادلة التغير الطردي؟ اشرح استنتاجك. **انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

47. **مسألة غير محددة الإجابة** مثّل موقفًا من الحياة اليومية باستخدام معادلة تغير طردي. مثّل المعادلة بيانيًا. وصف معدل التغير. **انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

48. **التركيب** بافتراض أن y يتغير طرديًا مع x. إذا تضاعفت قيمة x، فإن قيمة y تتضاعف أيضًا دائمًا أم أحيانًا أم لا تتضاعف أبدًا . اشرح استنتاجك. **انظر الهامش.**

49. **تحليل الخطأ** يقول بدر أن الميل بين أي نقطتين على التمثيل البياني لمعادلة تغير طردي $y = kx$ هو $\frac{1}{k}$. ويقول حسان أن الميل يعتمد على النقاط المختارة. فهل كل منهما على صواب؟ اشرح. **انظر الهامش.**

50. **الكتابة في الرياضيات** كيف يمكنك التعرف على التمثيل البياني لمعادلة تغير طردي؟ **انظر الهامش.**

انتبه!

تحليل الخطأ بالنسبة إلى التمرين 49، اقترح على الطلاب استبدال قيم مختلفة للمتغير k، والتمثيل البياني للمعادلات، ثم إيجاد الميول.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

187

CH03.indb 187 8/20/2016 1:57:29 AM

4 التقويم

الكرة السحرية أخبر الطلاب بأن الدرس التالي الذي سيدرسونه سيكون عن ربط المتتاليات الحسابية بالدوال الخطية. اطلب منهم كتابة كيف يعتقدون أن درس اليوم حول المعادلة الخاصة بالتغير الطردي سيرتبط بالدرس التالي الذي سيدرسونه.

تمرين على الاختبار المعياري

51. تدفع عبير 1.19 AED لتنزيل نشيد واحد إلى مشغل الوسائط الرقمي الخاص بها. فإذا كان n هو عدد الأناشيد التي تم تنزيلها. فأي معادلة تمثل التكلفة C بالدراهم الإماراتية؟ **A**

A $C = 1.19n$

B $n = 1.19C$

C $C = 1.19 \div n$

D $C = n + 1.19$

52. بافتراض أن y يتغير طرديًا مع x. و $y = 8$ عندما $x = 6$. ما قيمة y عندما $x = 8$؟

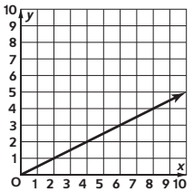
F 6

G 12

H $10\frac{2}{3}$

J 16

53. ما العلاقة بين المدخل (x) والمخرج (y)؟ **D**



A المخرج أكثر من المدخل بأثنين.

B المخرج أقل من المدخل بأثنين. **H**

C المخرج ضعف المدخل.

D المخرج نصف المدخل.

54. إجابة قصيرة تتقاضى شركة هواتف 40 AED نظير قيمة الاشتراك الشهري بالإضافة إلى 0.07 AED لكل دقيقة. فكم سيدفع عميل تكلفة شهر من الخدمة إذا تحدث 200 دقيقة؟ **54 AED**

مراجعة شاملة



55. التلفزيون يعرض التمثيل البياني متوسط عدد القنوات التلفزيونية التي تستقبلها الأسر الإماراتية. فماذا كان معدل التغير السنوي من 2004 إلى 2008؟ فسّر دلالة معدل التغير. (الدرس 3-3)

6.5؛ كان هناك متوسط زيادة قدره 6.5 قناة لكل عام.

حل كل معادلة فيما يلي عن طريق التمثيل البياني. (الدرس 2-3)

56. $0 = 18 - 9x$ **2**

57. $2x + 14 = 0$ **−7**

58. $-4x + 16 = 0$ **4**

59. $-5x - 20 = 0$ **−4**

60. $8x - 24 = 0$ **3**

61. $12x - 144 = 0$ **12**

أوجد قيمة كل تعبير إذا كان $a = 4$, $b = -2$، و $c = -4$. (الدرس 5-2)

62. $|2a + c| + 1$ **5**

63. $4a - |3b + 2|$ **12**

64. $-|a + 1| + |3c|$ **7**

65. $-a + |2 - a|$ **−2**

66. $|c - 2b| - 3$ **−3**

67. $-2|3b - 8|$ **−28**

مراجعة المهارات

أوجد فرق كل مما يلي.

68. $13 - (-1)$ **14**

69. $4 - 16$ **−12**

70. $-3 - 3$ **−6**

71. $-8 - (-2)$ **−6**

72. $16 - (-10)$ **26**

73. $-8 - 4$ **−12**

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف ©

التعليم المتمايز BL

التوسع اكتب $y = kx^2$ على اللوحة. أخبر الطلاب بأن y يتغير طرديًا مع تربيع x. و$y = 48$ عندما $x = 4$. اطلب من الطلاب إيجاد y عندما $x = 10$. بما أن $y = 300$، $k = 3$.

CH03.indb 188 8/20/2016 1:57:30 AM

3-5 المتتاليات الحسابية على شكل دوال خطية

السابق: حددتَ الدوال الخطية.

الحالي:
1 افهم المتتاليات الحسابية.
2 اربط المتتاليات الحسابية بالدوال الخطية.

لماذا؟
- خلال سباق التجديف لمسافة 2000 متر، سجل مدرب فريق التجديف الزمن الذي استغرقه الفريق في عدة فترات زمنية منفصلة.
  - عند مسافة 400 متر، استغرق الفريق دقيقة واحدة و32 ثانية.
  - عند مسافة 800 متر، استغرق الفريق 3 دقائق و4 ثوانٍ.
  - عند مسافة 1,200 متر، استغرق الفريق 4 دقائق و36 ثانية.
  - عند مسافة 1,600 متر، استغرق الفريق 6 دقائق و8 ثوانٍ.

وقد أكملوا السباق في غضون 7 دقائق و40 ثانية.



مفردات جديدة

متتالية (sequence)
حدود المتتالية (terms of the sequence)
متتالية حسابية (arithmetic sequence)
الفرق المشترك (common difference)

ممارسات رياضية
البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عنه.

1 فهم المتتاليات الحسابية

يمكنك ربط نمط الزمن الذي استغرقه الفريق بدوال خطية.

المتتالية هي مجموعة أعداد، تسمى **حدود المتتالية**. لها ترتيب معيّن. ابحث عن نمط في المعطيات الخاصة بفريق التجديف النسائي. ارسم جدولاً لتحليل البيانات.

المسافة (m)	400	800	1200	1600	2000
الزمن (min : sec)	1:32	3:04	4:36	6:08	7:40

+ 1:32 + 1:32 + 1:32 + 1:32

بما أن المسافة تزداد في فواصل زمنية منتظمة، فإن الزمن يزداد بمقدار دقيقة واحدة و32 ثانية. وبما أن الفرق بين الحدود المتتالية ثابت، فإنه يطلق عليها **متتالية حسابية**. الفرق بين الحدود يسمى **الفرق المشترك** d.

مفهوم أساسي المتتالية الحسابية

الشرح المتتالية الحسابية هي نمط عددي يزيد أو يقل بمعدل ثابت يسمى بالفرق المشترك.

أمثلة

3. 5. 7. 9. 11. . . . 33. 29. 25. 21. 17. . . .

+2 +2 +2 +2 −4 −4 −4 −4

$d = 2$ $d = -4$

النقاط الثلاثة المستخدمة بعد العدد الأخير تشير إلى أن المتتالية غير منتهية أو للدلالة على وجود المزيد من الحدود في المتتالية لم يتم ذكرها.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 3-5 تحديد الدوال الخطية.

الدرس 3-5 فهم المتتاليات الحسابية. ربط المتتاليات الحسابية بالدوال الخطية.

بعد الدرس 3-5 كتابة المعادلات بصيغة تقاطع الميل.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** من الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- ما النمط الذي تراه في المسافات؟ تزداد المسافات في فواصل منتظمة لكل 400 متر.
- ما النمط الذي تراه في أوقات الفريق؟ يزداد في كل مرة بمقدار دقيقة واحدة و32 ثانية عن الوقت الذي يسبقه.
- كيف يمكنك إيجاد وقت الفريق عند مسافة 2000 متر؟ 7:40 = 1:32 + 6:08

CH03.indb 189 8/20/2016 1:57:31 AM

1 فهم المتتاليات الحسابية

مثال 1 يوضح كيفية تحديد ما إذا كانت المتتالية حسابية أم لا. **مثال 2** يوضح كيفية إيجاد الحد التالي في المتتالية الحسابية. **مثال 3** يوضح كيفية كتابة معادلة للحد n للمتتالية الحسابية لإيجاد أي حد في المتتالية أو لإيجاد عدد الحد في المتتالية.

التقويم التكويني

استخدم تمارين "التمرين الموجه" بعد كل مثال لتحديد مدى فهم الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 حدد هل كل متتالية تمثّل متتالية حسابية أم لا. اشرح.

a. $-15, -13, -11, -9, \ldots$

نعم؛ يوجد فرق مشترك وهو 2.

b. $\frac{7}{8}, \frac{5}{8}, \frac{1}{8}, -\frac{5}{8}, \ldots$

لا؛ لا يوجد فرق مشترك.

2 أوجد الحدود الثلاثة التالية للمتتالية الحسابية

$-8, -11, -14, -17 \ldots$

$-20, -23, -26$

نصائح للمعلمين الجدد

البناء على المعرفة السابقة اطلب من أحد المتطوعين العد من الصفر بالتخطي بمعدل رقمين. واطلب من متطوع آخر العد من الصفر بالتخطي بمعدل ثلاثة أرقام. واطلب من متطوع ثالث العد من الصفر بالتخطي بمعدل خمسة أرقام. اشرح للطلاب أنهم عندما يعدّون بمقدار عدد معين سواء كان 1، أو 2، أو 3، أو 5، أو $\frac{1}{8}$، فإنهم يستخدمون متتالية حسابية لأنه يوجد فرق مشترك.

مثال 1 تحديد المتتاليات الحسابية

حدد أي متتالية تمثّل متتالية حسابية. اشرح.

a. $-4, -2, 0, 2, \ldots$

$-4 \quad -2 \quad 0 \quad 2$

$+2 \quad +2 \quad +2$

الفرق بين الحدود في المتتالية ثابت. وبالتالي، فإن هذه المتتالية حسابية.

b. $\frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}, \frac{13}{16}, \ldots$

$\frac{1}{2} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{13}{16}$

$+\frac{1}{8} \quad +\frac{1}{8} \quad +\frac{1}{16}$

هذه ليست متتالية حسابية. لأن الفرق بين الحدود ليس ثابتًا.

تمرين موجه

نعم؛ تحتوي المتتالية على فرق مشترك مقداره 4.

1A. $-26, -22, -18, -14, \ldots$ **1B.** $1, 4, 9, 25, \ldots$

1B. لا؛ لا تحتوي المتتالية على فرق مشترك.

يمكنك استخدام الفرق المشترك لمتتالية حسابية لإيجاد الحد التالي.

مثال 2 إيجاد الحد التالي

أوجد الحدود الثلاثة التالية للمتتالية الحسابية $-3, 3, 9, 15, \ldots$.

الخطوة 1 أضف 6− إلى الحد الأخير للمتتالية لإيجاد الحد التالي.

$15 \quad 9 \quad 3 \quad -3$

الفرق المشترك هو 6−

الخطوة 2 أوجد الفرق المشترك بطرح الحدود المتتابعة.

$-3 \quad -9 \quad -15 \quad -21$

$-6 \quad -6 \quad -6$

الحدود الثلاثة التالية في المتتالية هي $-9, -15, -21$

$-6 \quad -6 \quad -6$

تمرين موجه

2. أوجد الحدود الأربعة التالية للمتتالية الحسابية $9.5, 11.0, 12.5, 14.0, \ldots$

15.5, 17.0, 18.5, 20.0

نصيحة دراسية

الانتظام لاحظ الانتظام في طريقة تغيير التعابير فيما يخص a_1 و d مع كل حد في المتتالية.

يمكن التعبير عن كل حد في المتتالية الحسابية وفق الحد الأول a_1 والفرق المشترك d.

الحد	الرمز	فيما يتعلق بالرمز a_1 و d	الأعداد
الحد الأول	a_1	a_1	8
الحد الثاني	a_2	$a_1 + d$	$8 + 1(3) = 11$
الحد الثالث	a_3	$a_1 + 2d$	$8 + 2(3) = 14$
الحد الرابع	a_4	$a_1 + 3d$	$8 + 3(3) = 17$
⋮	⋮	⋮	⋮
الحد n	a_n	$a_1 + (n-1)d$	$8 + (n-1)(3)$

مفهوم أساسي الحد n للمتتالية الحسابية

يتم إيجاد الحد n للمتتالية الحسابية باستخدام الحد الأول a_1 والفرق المشترك d بواسطة $a_n = a_1 + (n-1)d$. حيث n هو عدد صحيح.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التعليم المتمايز OL BL

التوسع يمكن برمجة المتتاليات الحسابية في حاسبات التمثيل البياني ويتم عرض النتائج في قوائم. قد يكون من الخيارات الجيدة للمتعلمين المتفوقين أو أولئك الذين يستمتعون باستخدام التكنولوجيا تحديد مكان مجموعة من التوجيهات لبرمجة متتالية معينة أو تطوير درس لزملاء الفصل حول تحليل المتتاليات باستخدام الآلة الحاسبة.

CH03.indb 190 8/20/2016 1:57:32 AM

مثال 3 إيجاد الحد n

اكتب معادلة للحد n للمتتالية الحسابية 0, −4, −8, −12, ...

الخطوة 1 أوجد الفرق المشترك.

−12 −8 −4 0

+4 +4 +4

الفرق المشترك هو 4.

الخطوة 2 اكتب معادلة.

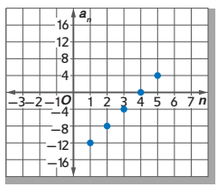
$a_n = a_1 + (n-1)d$	صيغة الخاص بالحد n
$= -12 + (n-1)4$	$a_1 = -12$ و $d = 4$
$= -12 + 4n - 4$	خاصية التوزيع
$= 4n - 16$	حوّل لأبسط صورة

b. أوجد الحد التاسع للمتتالية.

عوض بالرقم 9 عن n في الصيغة الخاصة بالحد n.

$a_n = 4n - 16$	صيغة الخاصة *بالحد* n
$a_9 = 4(9) - 16$	$n = 9$
$a_9 = 36 - 16$	اضرب
$a_9 = 20$	حوّل لأبسط صورة

c- ارسم تمثيلاً بيانيًا للحدود الخمسة الأولى للمتتالية.



n	$4n - 16$	a_n	(n, a_n)
1	4(1) − 16	−12	(1, −12)
2	4(2) − 16	−8	(2, −8)
3	4(3) − 16	−4	(3, −4)
4	4(4) − 16	0	(4, 0)
5	4(5) − 16	4	(5, 4)

d- أي حدود المتتالية هو 32؟

في صيغة الخاص بالحد n، عوض بالعدد 32 عن a_n.

$a_n = 4n - 16$	الخاص *بالحد* n 4.586
$32 = 4n - 16$	$a_n = 32$
$32 + 16 = 4n - 16 + 16$	اجمع 16 على كل طرف
$48 = 4n$	حوّل لأبسط صورة
$12 = n$	اقسم كل طرف على 4

تمرين موجه

ادرس المتتالية الرياضية ... −36, −23, −10, 3, .

3A. اكتب معادلة للحد n للمتتالية. $a_n = -13n + 16$

3B. أوجد الحد الخامس عشر في المتتالية. −179

3C. ارسم تمثيلاً بيانيًا للحدود الخمسة الأولى للمتتالية. **انظر الهامش.**

3D. أي حدود المتتالية هو 114−؟ 10

نصيحة دراسية

الحدود النونية n بما أن n يمثل عدد الحد، فإن المدخلات الخاصة بـ n هي الأعداد الصحيحة الموجبة.

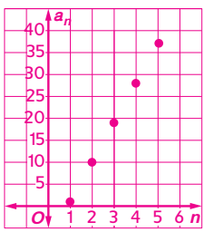
مثال إضافي

3 a. اكتب معادلة للحد n للمتتالية الحسابية 1, 10, 19, 28,

$a_n = 9n - 8$

b. أوجد الحد الثاني عشر للمتتالية. $a_{12} = 100$

c. ارسم تمثيلاً بيانيًا للحدود الخمسة الأولى للمتتالية.



d. أي حدود المتتالية هو 172؟

الحد العشرون

التركيز على محتوى الرياضيات

المتتاليات الحسابية بعد الحد الأول، يمكن إيجاد كل حد من حدود المتتالية الحسابية عن طريق جمع الفرق المشترك. يتم إيجاد الحد n لمتتالية حسابية باستخدام الحد الأول a_1 والفرق المشترك d المعطى بواسطة $a_n = a_1 + (n-1)d$. حيث يمثل n عددًا صحيحًا موجبًا.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

المدونة في مدونة الوحدة الدراسي المؤتمتة، اطلب من الطلاب إدخال كيفية إيجاد حد معين لمتتالية حسابية. تأكد من أن الطلاب يستخدمون قاعدة إيجاد الحد n للمتتالية. اطلب من كل فصل اختيار أفضل شرح لتمثيلهم ونشره على الموقع الإلكتروني للفصل من أجل الرجوع إليه.

تدريس الممارسات الرياضية

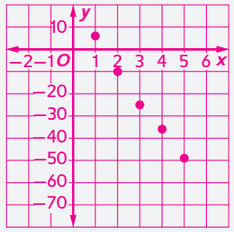
الانتظام يلاحظ الطلاب المتفوقون في الرياضيات تكرار العمليات الحسابية إن وجدت ويبحثون عن الطرق العامة والمختصرة معًا. شجّع الطلاب على البحث عن أنماط في المتتاليات في المثالين 1 و2، قبل تمثيل القاعدة الخاصة بالحد n للمتتالية الحسابية.

انتبه!

تجنب الأخطاء تأكد من تتبع الطلاب بعناية للمتغيرات في الدالة $a_n = a_1 + (n-1)d$ لأنه من السهل التعويض عن المتغير الخاطئ عند استخدام هذه الدالة.

إجابة إضافية (تمرين موجه)

3C.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 المتتاليات الحسابية والدوال

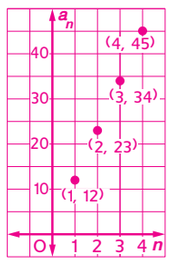
مثال 4 يوضح كيفية حل مسألة من الحياة اليومية عن طريق كتابة دالة وتمثيلها بيانيًا لتمثيل متتالية حسابية.

مثال إضافي

4 الصحف المتتالية الحسابية 12, 23, 24, 45, ... تمثل العدد الإجمالي لوزن حقيبة بالأونصات بعد إضافة كل صحيفة إضافية.

a. اكتب دالة لتمثيل هذه المتتالية. $a_n = 11n + 1$

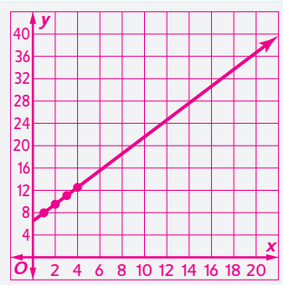
b. مثّل الدالة بيانيًا وحدد المجال.



D = 0، 1، 2، 3، ...

إجابة إضافية (تمرين موجه)

4B.



2 المتتاليات الحسابية والدوال

الأولى للمتتالية الحسابية على مستقيم. المتتالية الحسابية هي دالة خطية يكون فيها n هو المتغيّر المستقل، بينما a^n هو المتغيّر التابع و d هو الميل. يمكن إعادة كتابة الصيغة في صورة الدالة $f(n) = (n-1)d + a_1$؛ حيث n هو عدد من أعداد الحساب.

في حين أن مجال معظم الدوال الخطية جميعه أرقام حقيقية، إلا أن مجال الدالة في المثال 3 هو مجموعة أعداد الحساب ومدى الدالة هو مجموعة الأعداد الصحيحة على المستقيم.

مثال 4 من الحياة اليومية المتتاليات الحسابية على شكل دوال

دعوات ترسل عائشة دعوات بريدية لحضور حفل افتتاح معرض الأزياء الذي أقامته. المتتالية الحسابية هي 0.42 AED و0.84 AED و1.26 AED و1.68 AED تمثل تكلفة الطوابع.

a. اكتب دالة لتمثيل هذه المتتالية.

الحد الأول، a_1، هو 0.42. أوجد الفرق المشترك.

0.42 0.84 1.26 1.68

+0.42 +0.42 +0.42

الفرق المشترك هو 0.42.

$a_n = a_1 + (n-1)d$ صيغة الخاص بالحد n

$= 0.42 + (n-1)0.42$ $a_1 = 0.42$ و $d = 0.42$

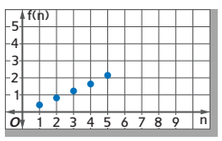
$= 0.42 + 0.42n - 0.42$ خاصية التوزيع

$= 0.42n$ حوّل لأبسط صورة

الدالة هي $f(n) = 0.42n$.

b. مثّل الدالة بيانيًا وحدد المجال.

معدل التغير للدالة يساوي 0.42. صمم جدولاً وارسم نقاطًا على التمثيل البياني.



n	$f(n)$
1	0.42
2	0.84
3	1.26
4	1.68
5	2.10

مجال الدالة هو عدد الدعوات التي ترسلها عائشة. إذًا، المجال هو {0, 1, 2, 3, ...}.

تمرين موجه

4. المسار يوضح الجدول أدناه طول وثبات رياضة الوثب الطويل التي يؤديها خالد.

الوثبة	1	2	3	4
الطول (ft)	8	9.5	11	12.5

A. اكتب دالة لتمثيل هذه المتتالية الحسابية. $g(n) = 1.5n + 6.5$

B. بعد ذلك، مثّل الدالة بيانيًا. **انظر الهامش.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التعليم المتمايز AL OL BL

إذا يوجد لدى الطلاب اهتمام بالطبيعة،

عندئذ أخبر الطلاب بأننا نرى غالبًا المتتاليات في الطبيعة. اطلب من الطلاب التقاط صور أو البحث عن صور في المجلات أو في التقويمات عن أمثلة للمتتاليات في الطبيعة. وأحد هذه الأمثلة هي المتتالية التي توجد في ترتيب البذور في زهرة الربيع. هذه المتتالية الخاصة تسمى متتالية فيبوناتشي.

CH03.indb 192 8/20/2016 1:57:34 AM

تحقق من فهمك

مثال 1 **حدد هل كل متتالية تمثّل متتالية حسابية أم لا. اكتب نعم أو لا. اشرح.**

1. 18, 16, 15, 13, ... **لا؛ فلا يوجد فرق مشترك.**
2. 4, 9, 14, 19, ... **نعم؛ فالفرق المشترك هو 5.**

مثال 2 **أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية حسابية.**

3. 12, 9, 6, 3, ... **0, −3, −6**
4. −2, 2, 6, 10, ... **14, 18, 22**

مثال 3 **اكتب معادلة للحد n لكل متتالية حسابية. ثم ارسم تمثيلاً بيانيًا للحدود الخمسة الأولى للمتتالية.**

5–6. انظر الهامش للاطلاع على التمثيلات البيانية.

5. 15, 13, 11, 9, ... **$a_n = 17 - 2n$**
6. −1, −0.5, 0, 0.5, ... **$a_n = 0.5n - 1.5$**

مثال 4

7. **المدخرات** لدى هالة 525 AED في حساب التوفير. وبعد شهر واحد أصبح لديها 580 AED في حسابها. وفي الشهر التالي أصبح الرصيد 635 AED. وبعد الشهر الثالث أصبح الرصيد 690 AED. اكتب دالة لتمثيل المتتالية الحسابية. ثم مثّل الدالة بيانيًا.

$a(n) = 55n + 525$؛ انظر الهامش للاطلاع على التمثيلات البيانية.

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **حدد هل كل متتالية تمثّل متتالية حسابية أم لا. اكتب نعم أو لا. اشرح.**

8. −3, 1, 5, 9, ... **نعم؛ فالفرق المشترك هو 4.**
9. $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{7}{16}, \cdots$ **لا؛ فلا يوجد فرق مشترك.**
10. −10, −7, −4, 1, ... **لا؛ فلا يوجد فرق مشترك.**
11. −12.3, −9.7, −7.1, −4.5, ... **نعم؛ فالفرق المشترك هو 2.6.**

مثال 2 **أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية حسابية. انظر ملحق إجابات الوحدة 3 المتعلق بالتمثيلات البيانية.**

12. 0.02, 1.08, 2.14, 3.2, ... **4.26, 5.32, 6.38**
13. 6, 12, 18, 24, ... **30, 36, 42**
14. 21, 19, 17, 15, ... **13, 11, 9**
15. $-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1, \ldots$ **$1\frac{1}{2}, 2, 2\frac{1}{2}$**
16. $2\frac{1}{3}, 2\frac{2}{3}, 3, 3\frac{1}{3}, \ldots$ **$3\frac{2}{3}, 4, 4\frac{1}{3}$**
17. $\frac{7}{12}, 1\frac{1}{3}, 2\frac{1}{12}, 2\frac{5}{6}, \ldots$ **$3\frac{7}{12}, 4\frac{1}{3}, 5\frac{1}{12}$**

مثال 3 **اكتب معادلة للحد n للمتتالية الحسابية. ثم ارسم تمثيلاً بيانيًا للحدود الخمسة الأولى في المتتالية.**

18. −3, −8, −13, −18, ... **$a_n = -5n + 2$**
19. −2, 3, 8, 13, ... **$a_n = 5n - 7$**
20. −11, −15, −19, −23, ... **$a_n = -4n - 7$**
21. −0.75, −0.5, −0.25, 0, ... **$a_n = 0.25n - 1$**

مثال 4

22. **المتنزهات الترفيهية** أمضت خديجة وصديقاتها يومًا في إحدى المتنزهات الترفيهية. في الساعة الأولى، ركبن لعبتين. وبعد ساعتين، ركبن 4 ألعاب. ثم ركبن 6 ألعاب بعد 3 ساعات.

a. اكتب دالة لتمثيل المتتالية الحسابية. **$a(n) = 2n$**

b. مثّل الدالة بيانيًا وحدد المجال. **انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

23. **استخدام النماذج** يوضح الجدول مقدار ما يتقاضاه ماجد من وظيفة مشرف مخزن الألواح الخشبية.

طول قطع ألواح خشبية متاس 4×2 بالقدم الخطية	10	20	30	40	50	60	70
المبلغ المدفوع في العمولة (AED)	8	16	24	32	40	48	56

a. اكتب دالة لتمثيل عمولة ماجد. **$a(n) = 0.80n$**

b. مثّل الدالة بيانيًا وحدد المجال. **انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	المهمة	خيار اليومين	
AL مبتدئ	8–23, 32, 34, 36–55	37–40 , فردي 9–23	32, 34, 36, 41–55 , زوجي 8–22
OL أساسي	24–32, 34, 36–55, فردي 9–23	8–23, 37–40	24–32, 34, 36, 41–55
BL متقدّم	24–49، (اختياري: 50–55)		

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 7-1 للتحقق من الاستيعاب.

استخدم المخطط في أسفل هذه الصفحة لتخصيص مهام لطلابك.

تنبيه للتمرين

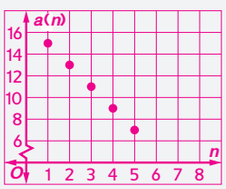
ورق التمثيل البياني سيحتاج الطلاب إلى ورق تمثيل بياني للإجابة عن التمارين 5–7, 18–21, 22–23, 50–55.

تدريس الممارسات الرياضية

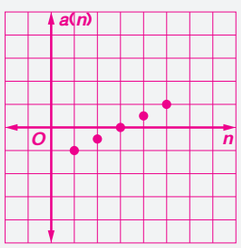
التمثيل يستطيع الطلاب المتفوقون في الرياضيات تطبيق معلوماتهم في الرياضيات لحل المشكلات التي تنشأ في مكان العمل. في التمرين 23، شجّع الطلاب على اختبار الدالة عن طريق التعويض.

إجابات إضافية

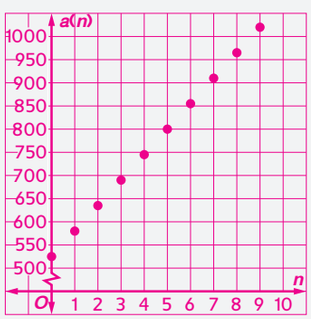
5.



6.



7.



CH03.indb 193 8/20/2016 1:57:35 AM

تدريس الممارسات الرياضية

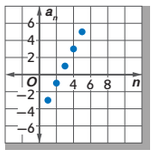
المثابرة يبدأ الطلاب المتفوقون في الرياضيات بشرح معنى المسألة لأنفسهم ويبحثون عن نقاط البدء لحلها. في التمرين 33، ذكّر الطلاب بأن المتتالية حسابية. شجعهم على تطبيق تعريف المتتالية الحسابية.

34. الإجابة النموذجية: مجال الدالة الموصوفة بواسطة $Ax + By = C$ هو مجموعة تضم جميع الأعداد الحقيقية، والمدى إما أن يكون مجموعة تضم جميع الأعداد الحقيقية أو مجموعة تضم عددًا واحدًا فقط عندما يكون التمثيل البياني مستقيمًا أفقيًا.

بالنسبة للمتتالية الحسابية، فإن المجال هو مجموعة تضم جميع أعداد العد. المدى سيكون مجموعة منفصلة لا نهائية من الأعداد الحقيقية إذا كان $d \neq 0$. إذا كان $d \neq 0$، فسيكون المدى $\{a_1\}$.

B

24. التمثيل البياني هو تمثيل لمتتالية حسابية.



a. اذكر الحدود الخمسة الأولى. $-3, -1, 1, 3, 5$

b. اكتب الصيغة الخاصة بالحد n. $a_n = 2n - 5$

c. اكتب الدالة. $f(n) = 2n - 5$

25. **الجرائد** تتقاضى إحدى الجرائد المحلية الرسوم بحسب عدد الكلمات الموجودة في الإعلان. اكتب دالة لتمثيل تكاليف الإعلان. $f(n) = 0.25n + 5$

الإعلان في صحيفة الاتحاد	
AED 7.50 كلمات 10	AED 10.00 كلمة 20
AED 8.75 كلمة 15	AED 11.25 كلمة 25

26. الحد الرابع للمتتالية الحسابية هو 8. إذا كان الفرق المشترك يساوي 2، فما هو الحد الأول؟ 2

27. الفرق المشترك للمتتالية الحسابية يساوي 5−. إذا كان a_{12} يساوي 22، فما هي قيمة a_1؟ 77

28. الحدود الأربعة الأولى للمتتالية الحسابية هي 4, 12, 20, 28. أي حدود المتتالية هو 36−؟ 9

29. **السيارات** قراءة عداد المسافة في سيارة جمال هي 24,521 ميلاً. فإذا كان جمال يقود مسافة 45 ميلاً يوميًا، فكم ستبلغ قراءة العداد في 25 يومًا؟ 25,646

30. **الكتب السنوية** يعمل فريق عمل الكتب السنوية على تفريغ صندوق الكتب السنوية للمدرسة. تمثل المتتالية الحسابية ...248, 259, 270, 281 إجمالي وزن الصندوق بالأوقية كلما تم إخراج كتاب من الصندوق.

a. اكتب دالة لتمثيل هذه المتتالية. $f(n) = -11n + 292$

b. حدد وزن كل كتاب. 11 oz

c. إذا بلغ وزن الصندوق 11 أونصة على الأقل وهو فارغ و292 وهو ممتلئ، فكم عدد الكتب التي كانت في الصندوق؟ 25

C

31. **الرياضة** للتدريب لسباق المارائون القادم، تخطط نسرين للركض مسافة 3 أميال يوميًا في الأسبوع الأول ثم زيادة المسافة اليومية بنحو نصف ميل في كل أسبوع من الأسابيع التالية.

a. اكتب معادلة لتمثيل الحد n للمتتالية. $A_n = 2.5 + 0.5n$

b. في حالة استمرار النمط، ففي أي أسبوع ستركض 10 أميال في اليوم الواحد؟

c. هل من المعقول التفكير أن هذا النمط سيستمر إلى ما لا نهاية؟ اشرح.

الإجابة النموذجية: لا؛ فعدد الأميال التي سيتم ركضها يوميًا سيصبح في النهاية غير معقول.

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

32. **مسألة غير محددة الإجابة** ابتكر متتالية حسابية ذات فرق مشترك مقداره 10−

الإجابة النموذجية: ... ,28− ,18− ,8− ,2

33. **المثابرة في حل المسائل** أوجد قيمة x التي تجعل $x + 8, 4x + 6$ و3x أول ثلاثة حدود للمتتالية الحسابية. 1−

34. **الاستنتاج** قارن وبيّن الفرق بين مجال ومدى الدوال الخطية الموصوفة بواسطة $Ax + By = C$ and $a_n = a_1 + (n - 1)d$.

35. **مسألة تحفيزية** حدد أي متتالية تمثّل متتالية حسابية. اكتب نعم أو لا. اشرح. إذا كانت الإجابة نعم، فأوجد الفرق المشترك والحدود الثلاثة التالية.

a. $2x + 1, 3x + 1, 4x + 1, \ldots$ **انظر الهامش.** **b.** $2x, 4x, 8x, \ldots$ **انظر الهامش.**

36. **الكتابة في الرياضيات** ما أوجه الشبه أو الاختلاف بين الرسومات البيانية للمتتاليات الحسابية والدوال الخطية؟ **انظر الهامش.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

194 | الدرس 3-5 | المتتاليات الحسابية على شكل دوال خطية

CH03.indb 194 8/20/2016 1:57:37 AM

تمرين على الاختبار المعياري

37. إجابة موزعة يقدر سكان ويسترفيل بحوالي 35,000 نسمة. ويزداد عدد السكان سنويًا بنحو 400 نسمة. يمكن تمثيل هذه الزيادة بواسطة الدالة التالية، حيث تمثل n عدد السنوات من الآن، بينما تمثل p عدد السكان.

$$p = 35{,}000 + 400n$$

في أي عدد من الأعوام سيصل عدد سكان ويسترفيل إلى 38200 نسمة تقريبًا؟ **8**

38. ما العلاقة التي تشكّل دالة؟ **D**

A $\{(-5, 6), (4, -3), (2, -1), (4, 2)\}$

B $\{(3, -1), (3, -5), (3, 4), (3, 6)\}$

C $\{(-2, 3), (0, 3), (-2, -1), (-1, 2)\}$

D $\{(-5, 6), (4, -3), (2, -1), (0, 2)\}$

39. اكتب الصيغة الخاص بالحد n للمتتالية الحسابية. **H**

$-7, -4, -1, 2, \ldots$

F $a_n = 3n - 4$

G $a_n = -7n + 10$

H $a_n = 3n - 10$

J $a_n = -7n + 4$

40. الإحصاء استلم الفصل درجات اختبار ACT التالية. ما الفرق بين المتوسط والمنوال في الدرجات؟ **D**

18, 26, 20, 30, 25, 21, 32, 19, 22, 29, 29, 27, 24

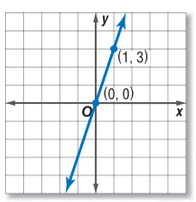
A 1 **C** 3

B 2 **D** 4

مراجعة شاملة

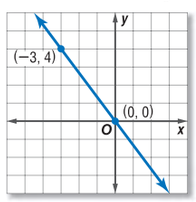
عيّن ثابت التغير لكل تغير طردي. ثم أوجد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط. (الدرس 3-4)

41.



3, 3

42.



$-\frac{4}{3}, -\frac{4}{3}$

أوجد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط. (الدرس 3-3)

43. $(5, 3), (-2, 6)$ $-\frac{3}{7}$

44. $(9, 2), (-3, -1)$ $\frac{1}{4}$

45. $(2, 8), (-2, -4)$ **3**

أوجد حل كل من المعادلات التالية. تحقق من إجابتك. (الدرس 2-3)

46. $5x + 7 = -8$ **−3**

47. $8 = 2 + 3n$ **2**

48. $12 = \frac{c - 6}{2}$ **30**

49. الرياضات أكثر الألعاب الرياضية شيوعًا في مدرسة البنات الثانوية هي كرة السلة والبيسبول. اكتب معادلة واستخدمها لإيجاد الفرق بين عدد الفتيات اللاتي يلعبن كرة السلة وعدد الفتيات اللاتي يلعبن كرة البيسبول. (الدرس 1-2)



كرة السلة
453,000 فتاة



كرة البيسبول
369,000 فتاة

الإجابة النموذجية: $453000 - 84000, 369000 = d$

مراجعة المهارات

مثّل كل نقطة بيانيًا على نفس المستوى الإحداثي. **50–55. انظر الهامش.**

50. $A(2, 5)$

51. $B(-2, 1)$

52. $C(-3, -1)$

53. $D(0, 4)$

54. $F(5, -3)$

55. $G(-5, 0)$

حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4 التقويم

تعيين المصطلح الرياضي اطلب من الطلاب شرح كيفية استخدام الحد الخامس عشر للمتتالية الحسابية $-3, -1, 1, 1, -3, \ldots$.

التقويم التكويني

تحقق من مدى استيعاب الطلاب للدروس 3-4 والدروس 3-5.

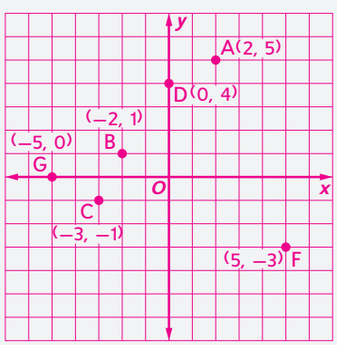
إجابات إضافية

35a. نعم؛ يوجد فرق مشترك؛ $x; 5x + 1, 6x + 1, 7x + 1$.

35b. لا؛ إذا لم يكن $x = 0$، فلن يوجد فرق مشترك.

36. الإجابة النموذجية: إنهما متشابهان من حيث إن التمثيل البياني لحدود المتتالية الحسابية يقع على خط مستقيم. لذلك، يمكن تمثيل المتتالية الحسابية باستخدام دالة خطية. إنهما مختلفان من حيث إن المجال الخاص بالمتتالية الحسابية هو مجموعة الأعداد الطبيعية، بينما المجال الخاص بالدالة الخطية هو جميع الأعداد الطبيعية. لذلك، تُعد المتتاليات الحسابية منفصلة بينما تكون الدوال الخطية متصلة.

50–55.



التعليم المتمايز BL

التوسع أخبر الطلاب بأنك قمت بتطبيق إجراء يحدد متتالية حسابية يكون فيها الحد الرابع هو 27 والحد الثامن هو 59. اطلب من الطلاب إيجاد رقم البداية والفرق المشترك. (تلميح: لنفرض أن الحد الرابع هو الحد الأول مؤقتًا، مما سيؤدي بدوره إلى أن يصبح الحد الثامن هو الحد الخامس.) $a_1 = 3, d = 8$

CH03.indb 195 8/20/2016 1:57:39 AM

1 التركيز

الهدف استقصاء الاستدلال الاستقرائي والاستنتاجي.

نصائح للتدريس

- اطلب من الطلاب شرح أنواع الآراء الموجودة لديهم عند حل مسألة معينة. إذا وجد الطلاب صعوبة في استحضار الأفكار، فاذكر لهم موقفًا. اسألهم كيف سيحلون مسألة تتطلب فتح باب مغلق إذا كان لديهم حلقة مفاتيح تشتمل على 100 مفتاح.
- اشرح للطلاب أن أصل كلمة استقرائي هو استقراً. واستقرأ فعل يعني استدعاء القوة أو التسبب بفعل تأثير معين ، أو للتسبب في تكوّن . بعد أن يقرأ الطلاب وصف الاستدلال الاستقرائي، اطلب منهم الربط بين مبدأ الاستدلال الاستقرائي وتعريف كلمة استقرأ.
- اشرح للطلاب أن أصل كلمة استنتاجي هو استنتج. واستنتج هو فعل يعني الاستنتاج من مبدأ عام. اطلب من الطلاب الربط بين مبدأ الاستدلال الاستنتاجي وتعريف الكلمة استنتج.

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

قسّم الطلاب إلى مجموعات مكونة من ثلاثة أو أربعة طلاب. اطلب من المجموعات مساعدة بعضها البعض لإكمال التمرينين 1 و 2.

اطرح السؤال التالي:

- ما المقصود بالفرضية؟ هي تخمين بناء على معلومات غير كاملة

تمرين اطلب من الطلاب إكمال التمارين 5-3.

3 التقويم

التقويم التكويني

اسأل الطلاب عما إذا كانوا يتنبؤون بالحد التالي في متتالية من الأعداد عن طريق التجربة والخطأ، أم عن طريق تفسير المعطيات المتوفرة باستخدام مجموعة من القواعد.

من الشيء الملموس إلى المجرد

استخدم التمرينين 3 و 4 لسد الفجوة بين استخدام الاستدلال الاستقرائي والاستنتاجي في أحداث معينة واستخدام هذا النوع من الاستدلال لحل المسائل المرتبطة بالمتتاليات الجبرية.

تدريس الممارسات الرياضية

الفرضيات بمقدور الطلاب المتفوقين في الرياضيات فهم واستخدام الفرضيات والتعريفات والنتائج المثبتة سابقًا في إنشاء الفرضيات. في التمرين 5، اطلب من الطلاب أن يعملوا في مجموعات ثنائية لمناقشة استنتاجهم.

التوسع

3-5 مختبر الجبر
الاستدلال الاستقرائي والاستنتاجي

إذا كان خالد يشعر بوعكة صحية، فربما يذهب لزيارة الطبيب. سيطرح عليه الطبيب أسئلة حول ما يشعر به، ومن المحتمل أن يجري بعض الاختبارات الأخرى. وبناءً على أعراضه، يستطيع الطبيب تشخيص مرض خالد. وهذا يُعد مثالاً "للاستدلال الاستقرائي". **الاستدلال الاستقرائي** يستخدم لاستخلاص قاعدة عامة بعد ملاحظة عدة أحداث.

ممارسات رياضية
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.



لاستخدام الاستدلال الاستقرائي:

الخطوة 1 لاحظ عدة أمثلة.

الخطوة 2 ابحث عن نمط.

الخطوة 3 قم بتكوين فرضية.

الخطوة 4 قم بالتحقق من الفرضية.

الخطوة 5 استكشف النتيجة المرجحة.

باستخدام **الاستدلال الاستنتاجي**، تتوصل إلى نتيجة عن طريق قبول الحقائق. نتائج الاختبارات التي طلبها الطبيب قد تدعم التشخيص الأصلي أو تؤدي إلى استنتاج مختلف. وهذا يُعد مثالاً "للاستدلال الاستنتاجي". حيث لا توجد فرضية متضمنة. فكّر في العبارتين أدناه.

1) إذا كان اختبار البكتيريا العقدية إيجابيًا، فهذا معناه أن المريض يعاني من التهاب الحلق.

2) كانت نتيجة اختبار البكتيريا العقدية الذي أجري على خالد إيجابية.

إذا تم قبول هاتين العبارتين بوصفهما حقيقتين، فإن الاستنتاج الواضح هو إصابة خالد ببكتيريا الحلق. وهذا يُعد مثالاً "للاستدلال الاستنتاجي".

تمرينات

1. وضح الفارق بين الاستدلال الاستقرائي والاستنتاجي. ثم أعطِ مثالاً لكل منهما. **1-4. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**
2. عندما يستنتج المحقّق طول قامة المشتبه به من المسافة التي بين آثار الأقدام، فما نوع الاستدلال الذي يستخدمه؟ اشرح.
3. عند دراسة عدد متناهٍ من الحدود في متتالية من الأعداد وتقرر أنه متتالية حسابية، فما نوع الاستدلال الذي تستخدمه؟ اشرح.
4. لنفترض أنك قد وجدت الفارق المشترك لمتتالية حسابية بناءً على تحليل عدد متناه من الحدود، فما نوع الاستدلال الذي تستخدمه لإيجاد الحد رقم 100 في المتتالية؟
5. **المثابرة**

3^1	3^2	3^3	3^4	3^5	3^6	3^7	3^8	3^9
3	9	27	81	243	729	2187	6561	19.683

a. انسخ الجدول ثم أكمله.

b. اكتب متتالية الأعداد ممثلًا الأعداد في خانة الآحاد. **3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, 3, ...**

c. أوجد العدد الموجود في منزلة الآحاد للقيمة 3^{100}. اشرح استنتاجك . اذكر نوع استنتاجك الذي استخدمته.

انظر ملحق إجابات الوحدة 3.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

CH03.indb 196 8/20/2016 1:57:39 AM

3-6 العلاقات التناسبية وغير التناسبية

السابق: فهمتَ المتتاليات الحسابية وقمت بربطها بالدوال الخطية.

الحالي: 1 اكتب معادلة لعلاقة تناسبية.
2 اكتب معادلة لعلاقة غير تناسبية.

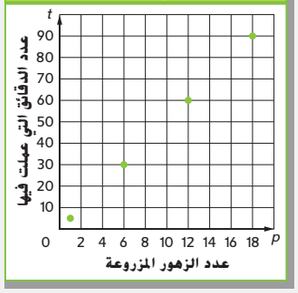
لماذا؟ تزرع فاطمة مسطحات من الزهور. ويوضح الجدول عدد الزهور التي زرعتها ومقدار الفترة التي عملتها في الحديقة.

عدد الزهور المزروعة (p)	18	12	6	1
عدد دقائق العمل (t)	90	60	30	5

العلاقة بين الزهور المزروعة والفترة التي عملتها فاطمة بالدقائق يمكن تمثيلها بيانيًا. لنفترض أن p تمثل عدد الزهور المزروعة. ولنفترض أيضًا أن t تمثل عدد الدقائق التي عملتها فاطمة.

عند تمثيل الأزواج المرتبة بيانيًا، فإنها تشكل نمطًا خطيًا. ويمكن وصف هذا النمط بواسطة معادلة.

زرع الزهور



ممارسات رياضية
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.
إيجاد البنية والاستفادة منها.

1 العلاقات التناسبية

إذا كانت العلاقة بين المجال ومدى العلاقة خطية، فمن الممكن وصف العلاقة بمعادلة خطية. إذا كانت المعادلة من الصيغة $y = kx$ فإن العلاقة تكون تناسبية. وفي العلاقة التناسبية، سيمر التمثيل البياني بالنقطة (0, 0). لذا، التغيّرات الطردية هي علاقات تناسبية.

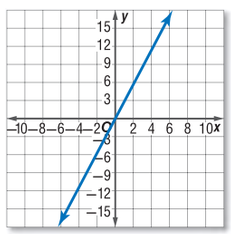
المفهوم الأساسي العلاقة التناسبية

الشرح تكون العلاقة تناسبية إذا كانت معادلتها من الصيغة $y = kx, k \neq 0$. حيث يمر التمثيل البياني بالنقطة (0, 0).

مثال $y = 3x$

x	0	1	2	3	4
y	0	3	6	9	12

تكون نسبة قيمة x إلى قيمة y ثابتة عندما $x \neq 0$.



العلاقات التناسبية مفيدة عند تحليل بيانات من الحياة اليومية. ويمكن وصف النمط باستخدام الجدول والتمثيل البياني والمعادلة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 3-6 فهم المتتاليات الحسابية وربطها بالدوال الخطية.

الدرس 3-6 كتابة معادلة لعلاقة تناسبية. كتابة معادلة لعلاقة غير تناسبية.

الدرس 3-6 كتابة المعادلات الخطية بعدة صيغ وتمثيلها بيانيًا.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم الدرس "**لماذا؟**".

اطرح السؤال التالي:

- إذا تم توسيع النمط الخطي، فهل تكون النقطة (0, 0) جزءًا من هذا النمط؟ نعم
- هل توجد معادلة من الصيغة $t = kp$ تصف العلاقة؟ نعم، $t = 5p$.
- وفقًا لإجابتك على السؤال السابق، هل تعتقد أنه قد توجد طريقة للتنبؤ بعدد الدقائق التي سيستغرقها زرع 65 زهرة؟ نعم، استبدل 65 في المعادلة $t = 5p$ للحصول على $t = 5(65)$. سيستغرق ذلك 325 دقيقة.

CH03.indb 197 8/20/2016 1:57:40 AM

التقويم التكويني

استخدم تمارين "التمرين الموجه" بعد كل مثال لتحديد مدى فهم الطلاب للمفاهيم.

1 العلاقات التناسبية

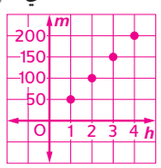
مثال 1 يوضح كيفية كتابة معادلة لمسألة من الحياة اليومية، مع توفر جدول بيانات.

مثال إضافي

1 الطاقة يوضح الجدول عدد الأميال التي تم قطعها في كل ساعة من القيادة.

الساعات	1	2	3	4
الأميال	50	100	150	200

a. مثّل البيانات بيانيًا. ما الذي يمكنك استنتاجه من النمط حول العلاقة بين عدد ساعات القيادة h وعدد الأميال التي تم قطعها m؟



توجد علاقة خطية بين ساعات القيادة والأميال المقطوعة.

b. اكتب معادلة لوصف هذه العلاقة. $m = 50h$

c. استخدم هذه المعادلة للتنبؤ بعدد الأميال التي تم قطعها في 8 ساعات من القيادة. 400 ميل

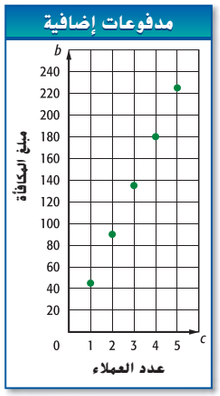
تدريس الممارسات الرياضية

البنية يدقق الطلاب المتفوقون رياضيًا للتفريق بين النمط أو البنية. في المثال 1b، وضّح للطلاب أنهم بحاجة إلى فحص الأنماط في كلٍ من المتغيرات المستقلة والتابعة.

مثال 1 من الحياة اليومية العلاقات التناسبية

دفع مكافأة خالد هو مدرب شخصي يعمل في صالة ألعاب رياضية. بالإضافة إلى راتبه، يتلقى مكافأة عن كل عميل يشرف على تدريبه.

عدد العملاء	1	2	3	4	5
دفع المكافأة (AED)	45	90	135	180	225



a. مثّل البيانات بيانيًا. ما الذي يمكنك استنتاجه من النمط حول العلاقة بين عدد العملاء ودفع المكافأة؟

يظهر التمثيل البياني علاقة خطية بين عدد العملاء ودفع المكافأة. يمر التمثيل البياني أيضًا بالنقطة (0, 0) لأنه عندما يشرف خالد على تدريب 0 من العملاء، فإنه لن يتلقى أي مكافأة. لذا فإن العلاقة تناسبية.

b. اكتب معادلة لوصف هذه العلاقة.

ابحث عن نمط يمكن وصفه في معادلة.

عدد العملاء	1	2	3	4	5
دفع المكافأة (AED)	45	90	135	180	225

1+ 1+ 1+ 1+

45+ 45+ 45+ 45+

الفارق بين القيم الخاصة بعدد العملاء c هو 1. الفارق في قيم المكافأة المدفوعة b هي 45. هذا يفترض أن قيمة k هي $\frac{45}{1}$ أو 45. لذا فإن المعادلة هي $b = 45c$. يمكنك التحقق من هذه المعادلة بالتعويض عن القيم بـ c داخل المعادلة.

تحقق إذا كانت $c = 1$، فإن $b = 45(1)$ أو 45. ✓
إذا كانت $c = 5$، فإن $b = 45(5)$ أو 225. ✓

c. استخدم هذه المعادلة للتنبؤ بمقدار مكافأة خالد في حالة إشرافه على تدريب 8 عملاء.

المعادلة الأصلية $b = 45c$
$c = 8$ أو $= 45(8)$ 360

سيتلقى خالد مكافأة قدرها 360 AED في حالة إشرافه على تدريب 8 عملاء.



رابط من الحياة اليومية

زاد الارتياد على أندية اللياقة البدنية بشكل مطرد على مدى السنوات الخمس عشرة الماضية. وتتراوح أعمار الأعضاء ما بين 15 إلى 34 عامًا في المتوسط.

المصدر: International Health, Raquet, and Sportsclub Association

نصيحة دراسية

البنية ابحث عن نمط يوضح معدل ثابت للتغير بين الحدود.

تمرين موجه

1. جمعية خيرية يتبرع فريق كرة قدم بالمال إلى إحدى الجمعيات الخيرية المحلية عن كل هدف يحرزه.

عدد الأهداف	1	2	3	4	5
التبرع (AED)	75	150	225	300	375

A. مثّل البيانات بيانيًا. ما الذي يمكنك استنتاجه من النمط حول العلاقة بين عدد الأهداف والمال المتبرع به؟ **انظر الهامش.**

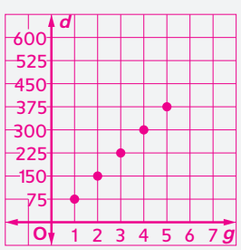
B. اكتب معادلة لوصف هذه العلاقة. $d = 75g$

C. استخدم هذه المعادلة للتنبؤ بمقدار المال الذي سيتم التبرع به مقابل 12 هدف. **900 AED**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابة إضافية (تمرين موجه)

1A. العلاقة (0, 0) يوضح التمثيل البياني نمطًا خطيًا ويمر بالنقطة تناسبية.



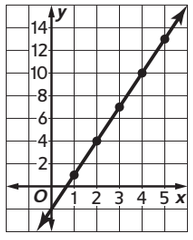
CH03.indb 198 8/20/2016 1:57:42 AM

1 العلاقات غير التناسبية

مثال 2 يوضح كيفية كتابة معادلة في صورة ترميز دالة، مع توفر تمثيل بياني للعلاقة.

مثال إضافي

2 اكتب معادلة في صورة ترميز دالة للتمثيل البياني.



$f(x) = 3x - 2$

التركيز على محتوى الرياضيات

التمثيلات البيانية التمثيل البياني لعلاقة يتم تمثيلها بواسطة $y = ax$ سيكون موازيًا للتمثيل البياني للعلاقات الممثلة بواسطة $y = ax + b$ و $y = ax - b$.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

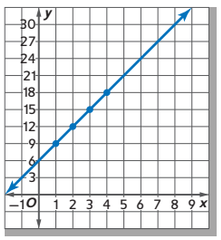
نظام إجابة الطلاب

أعدّ اختبارًا يوفر للطلاب العديد من العلاقات واسألهم عن كل علاقة من العلاقات هل هي تناسبية أم غير تناسبية. اطلب من الطلاب الإجابة بالرقم "1" للعلاقات التناسبية وبالرقم "2" للعلاقات غير التناسبية.

2 العلاقات غير التناسبية يمكن أن تمثل بعض المعادلات الخطية علاقة غير تناسبية. إذا كانت نسبة قيمة x إلى قيمة y مختلفة للأزواج المرتبة المحددة الموجودة على المستقيم، فإن المعادلة تكون غير تناسبية ولن يمر التمثيل البياني بالنقطة (0, 0).

مثال 2 العلاقات غير التناسبية

اكتب معادلة في صورة ترميز دالة للتمثيل البياني.



الفهم طلب منك كتابة معادلة للعلاقة المُمَثَّلة بيانيًا في صورة ترميز دالة.

التخطيط أوجد الفارق بين قيم x والفارق بين قيم y.

الحل حدد نقاطًا من التمثيل البياني وضعها في جدول.

x	1	2	3	4
y	9	12	15	18

+1 +1 +1 فوق الجدول، +3 +3 +3 تحت الجدول

لاحظ أن $\frac{1}{9} \neq \frac{2}{12} \neq \frac{3}{15} \neq \frac{4}{18}$

الفارق بين قيم x هو 1، بينما الفارق بين قيم y هو 3. هذا يفترض أن $y = 3x$ أو $f(x) = 3x$.

إذا كان $x = 1$، إذًا $y = 3(1)$ أو 3. لكن قيمة y بالنسبة إلى $x = 1$ هي 9. هيا بنا نجرّب بعض القيم الأخرى لنرى هل يمكننا اكتشاف نمط معين.

x	1	2	3	4
$3x$	3	6	9	12
y	9	12	15	18

y أكبر دائمًا بمقدار 6 عن $3x$.

هذا النمط يوضح أنه ينبغي إضافة 6 إلى أحد طرفي المعادلة. بالتالي، المعادلة هي $y = 3x + 6$ أو $f(x) = 3x + 6$.

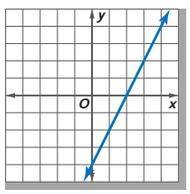
تحقق قارن الأزواج المرتبة في الجدول بالتمثيل البياني. النقاط متوافقة. ✓

نصيحة دراسية

التمثيل البياني للمستقيمات إضافة قيمة إلى طرف واحد بالمعادلة أو طرحها منه $y = ax$ سيتسبب في إزاحة بطول المحور الرأسي y للتمثيل البياني للخط.

تمرين موجه

2. اكتب معادلة في صورة ترميز الدالة للعلاقة الموضحة في الجدول.



A.

x	1	2	3	4
y	3	2	1	0

$y = -x + 4$ أو $f(x) = -x + 4$

B. اكتب معادلة في صورة ترميز الدالة للتمثيل البياني.

$y = 2x - 4; f(x) = 2x - 4$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التعليم المتمايز OL AL

إذا يحتاج الطلاب إلى تمثيل محسوس،

عندئذ وفّر للمجموعات لوحة عرض. اطلب من المجموعات رسم شبكة إحداثيات مقاس 10 × 10 على لوحة العرض لديهم. ثم اطلب من نصف المجموعات رسم تمثيل بياني لعلاقة تناسبية واطلب من النصف الآخر تمثيلاً بيانيًا لعلاقة غير تناسبية. ثم اطلب من المجموعات شرح نوع التمثيل البياني الذي يمثله المثال الخاص بهم.

CH03.indb 199 8/20/2016 1:57:43 AM

التحقق من فهمك

مثال 1

1. **الهندسة الرياضية** يوضح الجدول محيط مربع بأضلاع لها طول محدد.

طول الضلع (in.)	1	2	3	4	5
المحيط (in.)	4	8	12	12	20

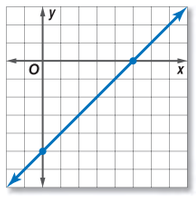
a. مثّل البيانات بيانيًا. **انظر الهامش.**

b. اكتب معادلة لوصف العلاقة. $y = 4x$

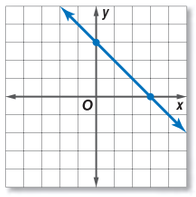
c. ما الاستنتاجات الممكن استخلاصها بخصوص العلاقة بين الضلع والمحيط؟
المحيط هو طول الضلع مضروبًا في 4.

مثال 2

اكتب معادلة في صورة ترميز دالة لكل علاقة.

2. 

$f(x) = x - 5$

3. 

$f(x) = -x + 3$

التمرين وحل المسائل

مثال 1

4. **البنية** يوضح الجدول الصفحات المقروءة من كتب مصورة.

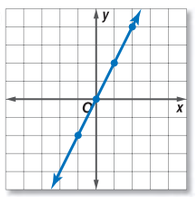
الكتب المقروءة	1	2	3	4	5
الصفحات المقروءة	35	70	105	140	175

a. مثّل البيانات بيانيًا. **انظر الهامش.**

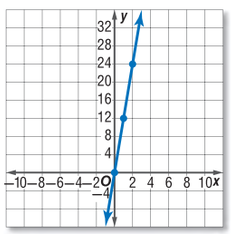
b. اكتب معادلة لوصف العلاقة. $y = 35x$

c. أوجد عدد الصفحات المقروءة في حالة قراءة 8 كتب مصورة. **280**

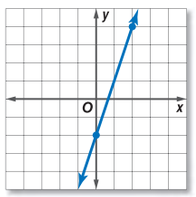
اكتب معادلة في صورة ترميز دالة لكل علاقة.

5. 

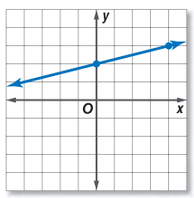
$f(x) = 2x$

6. 

$f(x) = 12x$

7. 

$f(x) = 3x - 2$

8. 

$f(x) = \frac{1}{4}x + 2$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 3-1 للتحقق من الاستيعاب.

استخدم المخطط في أسفل هذه الصفحة لتخصيص مهام لطلابك.

تنبيه للتمرين

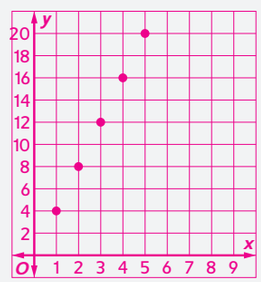
ورق تمثيل بياني سيحتاج الطلاب إلى ورق تمثيل بياني لتمثيل المعادلات بيانيًا في التمارين 35-33, 13, 4, 1.

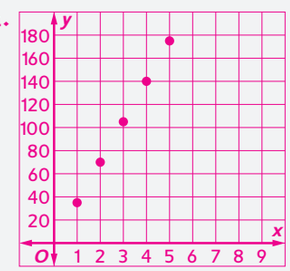
تدريس الممارسات الرياضية

البنية يبحث الطلاب المتفوقون رياضيًا بعناية عن الأنماط. شجّع الطلاب على استخدام الجداول لتنظيم عملهم.

النقد يستوعب الطلاب المتفوقون في الرياضيات التعريفات ويستخدمونها. بالنسبة إلى التمرين 14، ذكّر الطلاب بأن معادلات العلاقات التناسبية تكون بالصيغة $y = kx$.

إجابات إضافية

1a. 

4a. 

17. $f(n) = 3n + 2$ هي الدالة ذات الصلة الخاصة بالمتتالية الحسابية 14, 11, 8, 5 ... ولكنها غير تناسبية. يمر الخط بالنقطة (1, 5) و(2, 8) ولا يمر بالنقطة (0, 0).

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	المهمة	خيار اليومين	
AL مبتدئ	4-8, 14, 15, 17-35	5, 7, 19-22	4-8, زوجي, 14, 15, 17, 18, 23-35
OL أساسي	5, 7, 9-15, 17-35	4-8, 19-22	9-15, 17, 18, 23-35
BL متقدّم	9-29, (اختياري: 30-35)		

CH03.indb 200 8/20/2016 1:57:45 AM

B **حدد الدالة ذات الصلة لكل متتالية حسابية. ثم حدد ما إذا كانت الدالة *تناسبية* أم غير *تناسبية*. اشرح.**

9. 0, 3, 6, ...

10. −4, 0, 4, ... **$f(n) = 4n - 8$؛ غير تناسبية؛ التمثيل البياني للمستقيم لا يمر بالنقطة (0, 0)**

11. البولينج تلعب خديجة البولينج مع صديقاتها. ويوضح الجدول أسعار إيجار زوج من الأحذية وممارسة لعبة البولينج. اكتب معادلة لتمثيل السعر الإجمالي y إذا سددت خديجة تكلفة x من المباريات.

مباريات البولينج الملعوبة	السعر الإجمالي (AED)
2	7.00
4	11.50
6	16.00
8	20.50

$y = 2.25x + 2.50$

12. تساقط الثلوج يوضح الجدول أدناه إجمالي تساقط الثلوج كل ساعة من إحدى العواصف الثلجية في فصل الشتاء.

ساعة	1	2	3	4
حجم تساقط الثلج بالبوصة	1.65	3.30	4.95	6.60

a. اكتب معادلة تناسب البيانات الواردة في الجدول. **$a_n = 1.65n$**

b. صف العلاقة بين الساعة وحجم تساقط الثلج بالبوصة. **العلاقة تناسبية.**

$f(n) = 3n - 3.9$؛ غير تناسبية؛ الدالة لا تصف تغيرًا طرديًا.

13. جمع التبرعات يريد فريق مدرسة الفجيرة الخيري بيع قمصان في متجر الكتب لهذا العرض الربيعي. ويتم تمثيل تكلفة طلب القمصان بألوان مدرستهم بالدرهم الإماراتي بواسطة المعادلة $C = 2t + 3$.

a. صمم جدولاً بالقيم التي تمثل هذه العلاقة. **انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

b. أعد كتابة المعادلة في صورة ترميز دالة. **$C(t) = 2t + 3$**

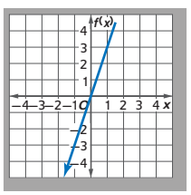
c. مثّل الدالة بيانيًا. **انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

d. صف العلاقة بين عدد القمصان والتكلفة. **هذه العلاقة غير تناسبية.**

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

C **14. التعليق** يعتقد ماجد أن $f(x)$ و$g(x)$ كلاهما تناسبيان. بينما تعتقد منى أنهما غير تناسبيين. فأي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

x	$g(x)$
−2	−7
−1	−4
0	−1
1	2
2	5



14. لا هذا ولا ذاك؛ فالتمثيل البياني يمثل $f(x) = 3x$ والجدول يمثل $g(x) = 3x - 1$. بما أن $g(x)$ لا تمر بنقطة الأصل، فهي ليست تناسبية. رغم ذلك، فإن $f(x)$ تناسبية

15. الإجابة النموذجية: 4, 7, 10, 13؛ أُضيف فارقًا مشتركًا من 3؛ $a_n = 3n + 1$

15. مسألة غير محددة الإجابة ابتكر متتالية حسابية يكون الحد الأول فيها هو 4. اشرح النمط الذي استخدمته. اكتب معادلة تمثل متتاليتك.

16. مسألة تحفيزية صف كيف يمكن استخدام الاستدلال الاستقرائي لكتابة معادلة من أحد الأنماط.

الإجابة النموذجية: بمجرد التعرف على النمط، يمكنك إيجاد قاعدة عامة يمكن كتابتها كتعبير جبري.

17. الاستنتاج **المثال المضاد** هو حالة خاصة توضح أن العبارة خاطئة. اذكر مثالاً مضادًا للعبارة التالية. الدالة ذات الصلة الخاصة بإحدى المتتاليات الحسابية هي دائمًا تناسبية. اشرح استنتاجك. **انظر الهامش.**

18. الكتابة في الرياضيات قارن وبيّن الفرق بين العلاقات التناسبية والعلاقات غير التناسبية. **انظر الهامش.**

إجابة إضافية

18. الإجابة النموذجية: في العلاقة التناسبية، تكون نسبة $\frac{y}{x}$ هي نفسها لكل زوج مرتب في الخط الذي يكون فيه $x \neq 0$. ومع ذلك، ليست هذه هي الحالة في العلاقة غير التناسبية. يمكن تمثيل كلتيهما بمعادلة خطية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH03.indb 201 8/20/2016 1:57:46 AM

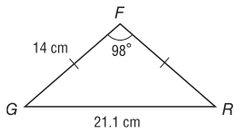
تمرين على الاختبار المعياري

19. ما ميل المستقيم المحتوي على النقطة (5−،1−) وله نفس التقاطع مع المحور الرأسي y بما أن $2x - y = 9$؟ **D**

A -9 **C** 2

B -7 **D** 4

20. إجابة قصيرة $\triangle FGR$ هو مثلث متساوي الساقين. ما قياس $\angle G$؟ **41°**



21. يودع علي 25 AED كل أسبوع في حسابه الادخاري من وظيفة الدوام الجزئي. فإذا كان لديه 350 AED في حسابه الادخاري الآن، فكم سيكون رصيده في غضون 12 أسبوعًا؟ **H**

F 600 AED **H** 650 AED

G 625 AED **J** 675 AED

22. الهندسة الرياضية يريد عمر وعبد الله بناء نظام بكرة عن طريق ربط أحد طرفي الحبل على منزلهم الشجري البالغ طوله 8 أقدام، وتثبيت الطرف الآخر على الأرض بعيدًا عن قاعدة المنزل الشجري بمسافة 28 قدم. ما الطول، إلى أقرب قدم، اللازم للحبل؟ **D**

A 26 *ft* **C** 28 *ft*

B 27 *ft* **D** 29 *ft*

مراجعة شاملة

أوجد الحدود الثلاثة التالية في كل متتالية. (الدرس 3-5)

23. 3, 13, 23, 33, ... **43, 53, 63**

24. $-2, -1.4, -0.8, -0.2, \ldots$ **0.4, 1, 1.6**

25. $\frac{3}{4}, \frac{7}{8}, 1, \frac{9}{8}, \ldots$ $\frac{5}{4}, \frac{11}{8}, \frac{3}{2}$

افترض أن y يتغير طرديًا مثل x. فاكتب معادلة تغير طردي تربط بين x و y. ثم قم بحلها. (الدرس 3-4)

26. إذا كان $y = 45$ عندما $x = 9$. فأوجد y عندما $x = 7$ **$y = 5x$, 35**

27. إذا كان $y = -7$ عندما $x = -1$. فأوجد x عندما $y = -84$ **$y = 7x$, −12**

28. علم الوراثة قرابة $\frac{2}{25}$ من المجتمع الإحصائي الذكوري في العالم لا يستطيعون التمييز بين اللونين الأحمر والأخضر. في حالة وجود 14 ولد في الصف التاسع لا يستطيعون التمييز بين اللونين الأحمر والأخضر، فكم عدد الأولاد في الصف التاسع إجمالاً؟ اكتب معادلة وحلها لمعرفة الإجابة. (الدرس 2-2) **$14 = \frac{2}{25}b$; 175 ولدًا**

29. الهندسة الرياضية حجم V مخروط يساوي ثلث حاصل ضرب π، مربع نصف قطر r للقاعدة والارتفاع h. (الدرس 1-2)

a. اكتب الصيغة الخاصة بحجم المخروط. **$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$**

b. أوجد حجم المخروط إذا كان r هو 10 سنتيمترات و h هو 30 سنتيمتر. **حوالي 3142 cm^3**

مراجعة المهارات

حل كل معادلة لإيجاد قيمة y.

30. $3x = y + 7$ **$y = 3x - 7$**

31. $2y = 6x - 10$ **$y = 3x - 5$**

32. $9y + 2x = 12$ **$y = -\frac{2}{9}x + \frac{4}{3}$**

مثِّل كل معادلة بيانيًا. **33–35. انظر الهامش.**

33. $y = x - 8$

34. $x - y = -4$

35. $2x + 4y = 8$

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

4 التقويم

بطاقة التحقق من استيعاب الطلاب

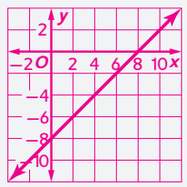
على شبكة إحداثيات مقاس 10 × 10، اطلب من الطلاب رسم خط يتضمن العدد الصحيح للتقاطعات مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y. اطلب منهم كتابة معادلة في صورة ترميز دالة للعلاقة.

التقويم التكويني

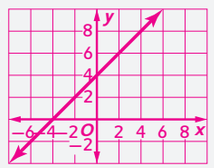
تحقق من مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم في الدرس 3-6.

إجابات إضافية

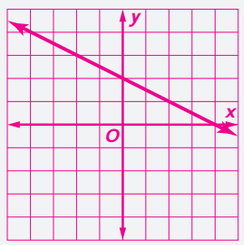
33.



34.



35.



التعليم المتمايز BL

لتوسع اكتب 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 على اللوح. اطلب من الطلاب إيجاد مجموع أول 10 أعداد صحيحة ثم استخدام الاستدلال الاستقرائي لإيجاد مجموع أول 100 عدد صحيح موجب.

(تلميح: المجموع) $5 + (6 + 4) + (7 + 3) + (8 + 2) + (9 + 1) + 10 = 55$؛ 5050

3 دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

مفاهيم أساسية

تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا (الدرس 3-1)

- الصيغة القياسية للمعادلة الخطية هي $Ax + By = C$. حيث $A \geq 0$ و A , B **ليس** كلاهما صفر. و A, B، و C هم أعداد صحيحة عاملها المشترك الأكبر هو 1.

حل المعادلات الخطية بواسطة التمثيل البياني (الدرس 3-2)

- قيم x بالنسبة للمعادلة $f(x) = 0$ تُسمى أصفار الدالة f. يقع صفر الدالة عند التقاطع مع المحور الأفقي x من التمثيل البياني للدالة.

معدل التغير الميل (3-3)

إذا كان x متغيرًا مستقلاً و y متغيرًا تابعًا، فإن معدل التغير يساوي $\frac{\text{التغير في } y}{\text{التغير في } x}$.

- ميل المستقيم هو نسبة التغير الرأسي إلى التغير الأفقي.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

التغير الطردي (الدرس 3-4)

- يوصف التغير الطردي بمعادلة صيغتها $y = kx$، حيث $k \neq 0$.

المتتالية الحسابية (الدرس 3-5)

- يتم التعبير عن الحد n a_n لمتتالية حسابية مع الحد الأول a_1 والفارق المشترك d بواسطة $a_n = a_1 + (n - 1)d$، حيث n هو عدد صحيح موجب.

العلاقات التناسبية وغير التناسبية (الدرس 3-6)

- في العلاقة التناسبية، سيمر التمثيل البياني بالنقطة (0, 0).
- وفي العلاقة الغير تناسبية، لن يمر التمثيل البياني بالنقطة (0, 0)

مطوياتي خريطة المفاهيم

تأكد من تدوين المفاهيم الأساسية في مطويتك.



المفردات الأساسية

المتتالية الحسابية (sequence) (ص 189)

الدالة الخطية (linear function) (ص 163)

الفرق المشترك (common difference) (ص 189)

معدل التغير (rate of change) (ص 172)

الثابت (constant) (ص 155)

الجذر (root) (ص 163)

ثابت التغير (constant of variation) (ص 182)

المتتالية (sequence) (ص 189)

الاستدلال الاستنتاجي (deductive reasoning) (ص 196)

الميل (slope) (ص 174)

التغير الطردي (direct variation) (ص 182)

الصيغة التياسية (standard form) (ص 155)

الاستدلال الاستقرائي (inductive reasoning) (ص 196)

حدود المتتالية (terms of the sequence) (ص 189)

المعادلة الخطية (linear equation) (ص 155)

التقاطع مع المحور الأفقي (x-intercept) (ص 156) *x*

التقاطع مع المحور الرأسي y (y-intercept) (ص 156)

صفر الدالة (zero of a function) (ص 163)

مراجعة المفردات

حدد ما إذا كانت كل جملة صواب أم خطأ . إذا كانت خاطئة، فعوّض الكلمة أو العدد الذي تحته خط لجعلها جملة صحيحة.

1. الإحداثي x للنقطة التي يتقاطع عندها التمثيل البياني للمعادلة مع المحور الأفقي x هو التقاطع مع المحور الأفقي x. **صواب**
2. المعادلة الخطية هي معادلة لإحدى الخطوط. **صواب**
3. الفرق بين الحدود المتعاقبة لمتتالية حسابية هو ثابت التغير. **خطأ؛ الفارق المشترك**
4. الصيغة المنتظمة لمعادلة خطية هي $Ax + By = C$. **خطأ؛ الصيغة القياسية**
5. قيم xبالنسبة للمعادلة $f(x) = 0$ تُسمى أصفارالدالة f. **صواب**
6. يمكن استخدام أي نقطتين على مستقيم غير رأسي لتحديد الميل. **صواب**
7. ميل المستقيم $y = 5$ هو 5. **خطأ؛ 0**
8. يمر التمثيل البياني لأي معادلة تغير طردي بالنقطة (0, 1). **خطأ؛ (0, 0)**
9. النسبة التي تصف، في المتوسط، مقدار تغير كمية معينة بالارتباط بالتغير في كمية أخرى هي معدل التغير. **صواب**
10. في المعادلة الخطية $4x + 3y = 12$، الحد الثابت هو 12. **صواب**

مطوياتي منظم الدراسة

مطويات® دينا زايك

اطلب من الطلاب إلقاء نظرةٍ على الوحدة ليتحققوا إن كانوا قد أدرجوا أمثلةً ضمن مطوياتهم عن كل درسٍ من دروس الوحدة. اقترح على الطلاب أن يبقوا مطوياتهم في المتناول أثناء إتمام الدليل الدراسي وصفحات المراجعة. وضح أن مطوياتهم يمكن أن تكون وسيلة للمراجعة السريعة عند الدراسة استعدادًا لاختبار الوحدة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH03.indb 203 8/20/2016 1:57:48 AM

3 دليل الدراسة والمراجعة يُتبع

مراجعة درس بدرس

3-1 تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا

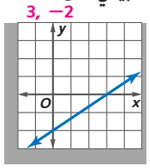
أوجد التقاطع مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y للتمثيل البياني لكل دالة خطية.

11.

x	y
−8	0
−4	3
0	6
4	9
8	12

−8, 6

12. **3, −2**



مثّل كل معادلة بيانيًا. **13–16. انظر الهامش.**

13. $y = -x + 2$
14. $x + 5y = 4$
15. $2x - 3y = 6$
16. $5x + 2y = 10$

17. **الصوت** تُقدّر مسافة d انتقال الموجات الصوتية بالكيلومترات عبر المياه بواسطة $d = 1.6t$، حيث t هي الزمن بالثواني. **انظر الهامش.**

a. صمم جدولًا بالقيم ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

b. استخدم التمثيل البياني لتقدير مقدار المسافة التي يمكن أن ينتقلها الصوت عبر المياه في 7 ثوانٍ. **حوالي 11 km**

مثال 1

مثّل بيانيًا $3x - y = 4$ باستخدام التقاطعات مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y.

أوجد التقاطع مع المحور الأفقي x.

$3x - y = 4$

افترض أن $y = 0$. $3x - 0 = 4$

$3x = 4$

$x = \frac{4}{3}$

أوجد التقاطع مع المحور الرأسي y.

$3x - y = 4$

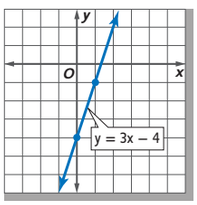
افترض أن $x = 0$. $3(0) - y = 4$

$-y = 4$

$y = -4$

التقاطع مع المحور الأفقي x: $\frac{4}{3}$

التقاطع مع المحور الرأسي y: -4



يتقاطع التمثيل البياني مع المحور الأفقي x عند $\left(\frac{4}{3}, 0\right)$ والمحور الرأسي y عند $(0, -4)$.

عيّن هذه النقاط. ثم ارسم مستقيمًا بينهما.

3-2 حل المعادلات الخطية عن طريق التمثيل البياني

أوجد جذر كل معادلة.

18. $0 = 2x + 8$ **−4**
19. $0 = 4x - 24$ **6**
20. $3x - 5 = 0$ $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$
21. $6x + 3 = 0$ $-\frac{1}{2}$

حل كل معادلة فيما يلي عن طريق التمثيل البياني.

22. $0 = 16 - 8x$ **2**
23. $0 = 21 + 3x$ **−7**
24. $-4x - 28 = 0$ **−7**
25. $25x - 225 = 0$ **9**

26. **جمع التبرعات** يبيع فصل سعيد عبوات الفشار لجمع أموال للقيام برحلة على مستوى الفصل. وقد جمع فصل سعيد 85 AED من بيع الفشار، مع العلم بأنهم باعوا العبوة الواحدة مقابل 1 AED. الدالة $y = x - 85$ تمثل الأرباح y لكل عبوة فشار تم بيعها x. أوجد الصفر، وصف ما يعنيه في هذا الموقف. **انظر الهامش.**

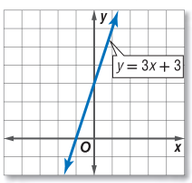
مثال 2

حل $3x + 1 = -2$ بواسطة التمثيل البياني.

الخطوة الأولى هي إيجاد الدالة ذات الصلة.

$3x + 1 = -2$	**المعادلة الأصلية**
$3x + 1 + 2 = -2 + 2$	**اضف 2 إلى كل طرف**
$3x + 3 = 0$	**حوّل لأبسط صورة**

الدالة ذات الصلة هي $y = 3x + 3$



يتقاطع التمثيل البياني مع المحور الأفقي x عند -1.

إذًا، الحل هو -1.

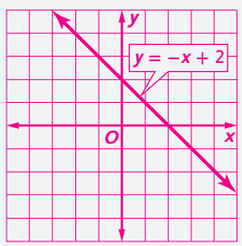
McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

مراجعة درس بدرس

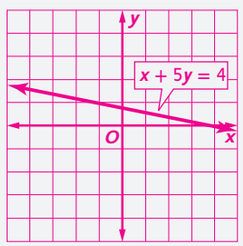
التدخل التقويمي إذا لم تكن الأمثلة التي تم إعطاؤها كافية لمراجعة الموضوعات التي تغطيها الأسئلة، فذكّر الطلاب بأن مراجع الدروس تخبرهم بمواضع مراجعة ذلك الموضوع في كتبهم الدراسية.

إجابات إضافية

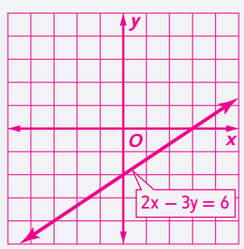
13.



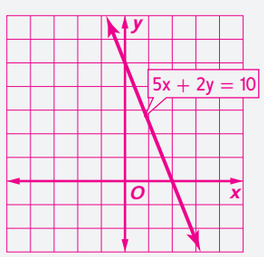
14.



15.



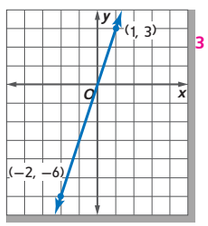
16.



CH03.indb 204 8/20/2016 1:57:50 AM

3-3 معدل التغير والميل

أوجد معدل التغير الممثل في كل جدول أو تمثيل بياني.

27. 

28.

x	y
−2	−3
0	−3
4	−3
12	−3

0

أوجد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط. **غير محدد**

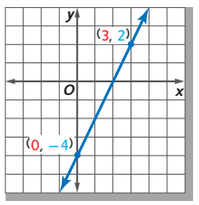
29. (0, 5), (6, 2) $-\frac{1}{2}$

30. (−6, 4), (−6, −2)

31. **الصور** انخفض متوسط تكلفة الصور عبر الإنترنت من 0.50 AED لكل عملية طباعة إلى 0.15 AED لكل عملية طباعة بين عامي 2002 و2009. أوجد متوسط معدل التغير في التكلفة. اشرح المقصود من ذلك.

مثال 3

أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين (0، −4) و(3، 2).



فلنفترض أن $(x_1, y_1) = (0, -4)$ و$(x_2, y_2) = (3, 2)$.

صيغة الميل $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{2 - (-4)}{3 - 0}$ $x_1 = 0, x_2 = 3, y_1 = -4, y_2 = 2$

$= \frac{6}{3}$ أو 2 حوّل لأبسط صورة

31. 0.05−؛ متوسط الانخفاض في التكلفة مقداره 0.05 AED لكل عام

3-4 التغير الطردي

مثّل كل معادلة بيانيًا. **32–34. انظر الهامش.**

32. $y = x$

33. $y = \frac{4}{3}x$

34. $y = -2x$

افترض أن y يتغير طرديًا مع x. اكتب معادلة تغير طردي تربط بين x وy. ثم قم بحلها.

35. إذا كان $y = 15$ عندما $x = 2$. فأوجد y عندما $x = 8$.

36. إذا كان $y = -6$ عندما يكون $x = 9$. فأوجد قيمة x عندما يكون $y = -3$.

37. إذا كان $y = 4$ عندما $x = -4$. فأوجد y عندما $x = 7$.

38. **الوظائف** افترض أنك تربح 127 AED نظير العمل لمدة 20 ساعة.

a. اكتب معادلة تغير طردي تربط بين ما تربحه وعدد ساعات العمل. $y = 6.35x$

b. ما المبلغ الذي ستربحه نظير العمل لمدة 35 ساعة؟ 222.25 AED

35. $y = 7.5x; y = 60$

36. $y = -\frac{2}{3}x; x = 4\frac{1}{2}$ **37. $y = -x; y = -7$**

مثال 4

بافتراض أن y يتغير طرديًا مع x، و$y = -24$ عندما $x = 8$.

a. اكتب معادلة تغير طردي تربط بين x وy.

معادلة التغير الطردي $y = kx$

عوّض بـ −24 عن y وبـ 8 عن x $-24 = k(8)$

اقسم كل طرف على 8 $\frac{-24}{8} = \frac{k(8)}{8}$

حوّل لأبسط صورة $-3 = k$

لذا، تصبح معادلة التغير الطردي هي $y = -3x$.

b. استخدم معادلة التغير الطردي لإيجاد x عندما يكون $y = -18$.

معادلة التغير الطردي $y = -3x$

عوّض y بـ −18 $-18 = -3x$

اقسم كل طرف على −3 $\frac{-18}{-3} = \frac{-3x}{-3}$

حوّل لأبسط صورة $6 = x$

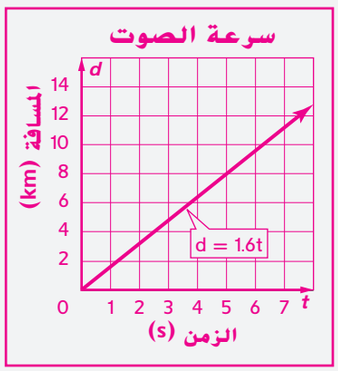
لذا، $x = 6$ عندما $y = -18$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

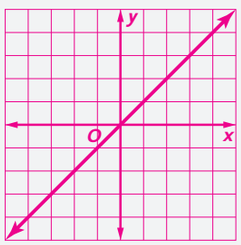
إجابات إضافية

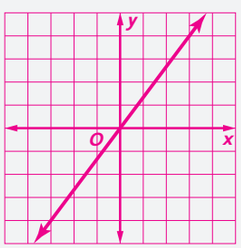
17a.

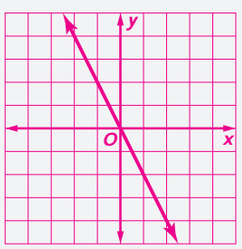
d	t
0	0
1.6	1
3.2	2
4.8	3
6.4	4
8	5



26. 85؛ بمجرد أن يبيعوا 85 علبة من الفشار، سيربحون استثمارهم الأولي.

32. 

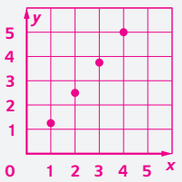
33. 

34. 

CH03.indb 205 8/20/2016 1:57:52 AM

إجابات إضافية

45a.



45b. $f(x) = 1.25x$

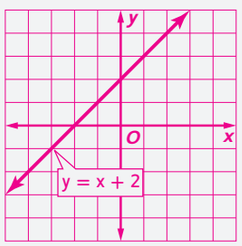
45c. AED 7.50

إجابات إضافية (تمرين على الاختبار)

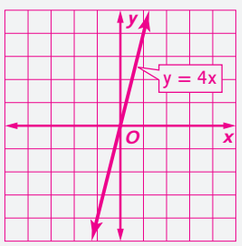
1a. المتغير المستقل: C، المتغير التابع: K؛ تعتمد درجة حرارة كلفين على درجة الحرارة المئوية.

1b. التقاطع مع C: $(-273, 0)$؛ $-273°C$ تساوي $0°K$؛ التقاطع مع K: $(0, 273)$؛ $0°C$ تساوي $273°K$.

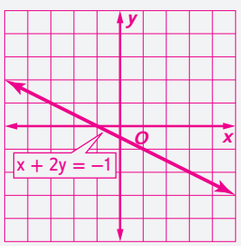
2.



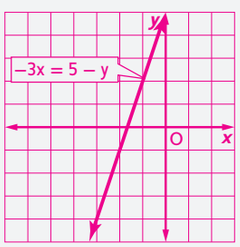
3.



4.



5.



3-5 المتتاليات الحسابية على شكل دوال خطية

أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية حسابية.

39. 6, 11, 16, 21, ... **26, 31, 36**

40. 1.4, 1.2, 1.0, ... **0.8, 0.6, 0.4**

اكتب معادلة للحد النوني n لكل متتالية حسابية.

41. $a_1 = 6, d = 5$ $a_n = 5n + 1$

42. 28, 25, 22, 19, ... $a_n = -3n + 31$

43. $a_n = 4820n$; 15 s

43. **العلوم** يوضح الجدول مسافة انتقال الصوت في المياه. اكتب معادلة لهذه المتتالية. ثم أوجد الزمن اللازم لانتقال الصوت مسافة 72.300 قدم.

الزمن (s)	1	2	3	4
المسافة (ft)	4,820	9,640	14,460	19,280

مثال 5

أوجد الحدود الثلاثة التالية للمتتالية الحسابية

10, 23, 36, 49, ...

أوجد الفرق المشترك.

49 36 23 10

+13 +13 +13

إذًا، $d = 13$.

أضف 13 إلى الحد الأخير للمتتالية. استمر في إضافة 13 حتى يتم إيجاد الثلاثة حدود التالية.

88 75 62 49

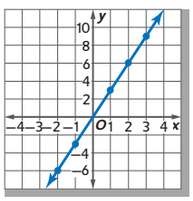
+13 +13 +13

الثلاثة حدود التالية هي 62 و75 و88.

3-6 العلاقات التناسبية وغير التناسبية

44. اكتب معادلة في صورة ترميز دالة لهذه العلاقة.

$f(x) = 3x$



45. **تحليل الجداول** يبين الجدول تكلفة قطف الفراولة في مزرعة.

عدد الأرطال	1	2	3	4
إجمالي التكلفة (AED)	1.25	2.50	3.75	5.00

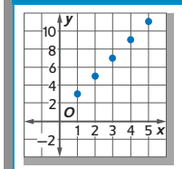
a. مثّل البيانات بيانيًا. **a-c. انظر الهامش.**

b. اكتب معادلة في صورة ترميز دالة لوصف هذه العلاقة.

c. ما مقدار تكلفة قطف 6 أرطال من الفراولة؟

مثال 5

اكتب معادلة في صورة ترميز دالة لهذه العلاقة.



صمم جدولاً للأزواج المرتبة لعدة نقاط على التمثيل البياني.

x	1	2	3	4	5
y	3	5	7	9	11

الفارق في قيم y هو ضعف الفارق في قيم x. هذا يفترض أن $y = 2x$. وعلى الرغم من ذلك، فإن $2(1) \neq 3$. قارن بين قيم y وقيم $2x$.

x	1	2	3	4	5
$2x$	2	4	6	8	10
y	3	5	7	9	11

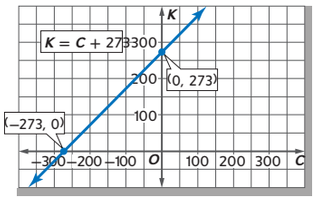
الفارق بين y و$2x$ هو دائمًا 1. لذا فإن المعادلة هي $y = 2x + 1$. ما دام أن العلاقة هي أيضًا دالة، فمن الممكن كتابتها في صورة $f(x) = 2x + 1$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

CH03.indb 206 8/20/2016 1:57:54 AM

3 تمرين على الاختبار

1. **درجة الحرارة** معادلة تحويل درجة الحرارة المئوية C إلى درجة الحرارة بالكيلفن K موضحة أدناه.



a. **اذكر المتغيرات المستقلة والتابعة. اشرح.** انظر الهامش.

b. **حدد تقاطعات C وK وصف ما المقصود بالتقاطعات في هذه الحالة.** انظر الهامش.

مثّل كل معادلة بيانيًا. 2–5. انظر الهامش.

2. $y = x + 2$
3. $y = 4x$
4. $x + 2y = -1$
5. $-3x = 5 - y$

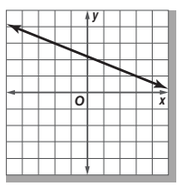
حل كل معادلة فيما يلي عن طريق التمثيل البياني.

6. $4x + 2 = 0$ $-\frac{1}{2}$
7. $0 = 6 - 3x$ 2
8. $5x + 2 = -3$ −1
9. $12x = 4x + 16$ 2

أوجد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط.

10. $(5, 8), (-3, 7)$ $\frac{1}{8}$
11. $(5, -2), (3, -2)$ 0
12. $(-4, 7), (8, -1)$ $-\frac{2}{3}$
13. $(6, -3), (6, 4)$ **غير محدد**

14. **الاختيار من متعدد** ما ميل الدالة الخطية الموضح في التمثيل البياني؟ B



A $-\frac{5}{2}$
C $\frac{2}{5}$
B $-\frac{2}{5}$
D $\frac{5}{2}$

افترض أن y يتغير طرديًا مع x. فاكتب معادلة تغير طردي تربط بين x وy. ثم قم بحلها.

15. إذا كان $y = 6$ عندما يكون $x = 9$. فأوجد قيمة x عندما $y = 12$.

16. عندما يكون $x = 8$, $y = -8$. ما قيمة x عندما يكون $y = -6$؟

17. إذا كان $y = -5$ عندما يكون $x = -2$. فما قيمة y عندما يكون $x = 14$؟

18. إذا كان $y = 2$ عندما يكون $x = -12$. فأوجد قيمة y عندما يكون $x = -4$.

15–18. انظر الهامش.

19. **علم الأحياء** يتغير عدد باينتات الدم في جسم الإنسان طرديًا مع وزن الشخص. فالشخص الذي يزن 120 رطلاً يحتوي جسمه على حوالي 8.4 باينتات من الدم.

a. اكتب معادلة تربط بين الوزن وكمية الدم في جسم الشخص ثم مثّلها بيانيًا.

b. تنبأ بوزن الشخص الذي يحتوي جسمه على 12 باينتًا من الدم. 171 lbs

19a. $y = 0.07w$؛ انظر ملحق إجابات الوحدة 3 للاطلاع على المستقيم البياني.

أوجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية حسابية.

20. $0, -15, -30, -45, -60, \ldots$ **−75, −90, −105**

21. $5, 8, 11, 14, \ldots$ **17, 20, 23**

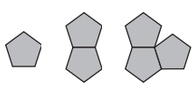
حدد أي متتالية تمثّل متتالية حسابية. إذا كان الأمر كذلك، فحدد الفارق المشترك.

22. $-40, -32, -24, -16, \ldots$ **نعم؛ 8**

23. $0.75, 1.5, 3, 6, 12, \ldots$ **لا**

24. $5, 17, 29, 41, \ldots$ **نعم؛ 12**

25. **الاختيار من متعدد** في كل شكل، يتشارك ضلع واحد فقط في كل شكل خماسي منتظم مع شكل خماسي آخر. طول كل ضلع هو سنتيمتر واحد. في حالة استمرار النمط، فما هو محيط الشكل الذي يحتوي على 6 أشكال خماسية؟ H



F 30 cm
G 25 cm
H 20 cm
J 15 cm

إجابات إضافية

15. $y = \frac{2}{3}x$; $x = 18$
16. $y = -x$; $x = 6$
17. $y = \frac{5}{2}x$; $y = 35$
18. $y = -\frac{1}{6}x$; $y = \frac{2}{3}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH03.indb 207 8/20/2016 1:57:56 AM

1 التركيز

الهدف استخدام إستراتيجية قراءة المسألة لحل مسائل نموذج الاختبار.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطرح السؤال التالي:

- لماذا تتصفح تقريرًا أو مقالة أو تقرأهما بسرعة؟ الإجابة النموذجية: للحصول على فكرة حول ما يتحدث عنه التقرير أو المقالة
- لماذا قد تقرأ تقريرًا أو مقالة على نحو أكثر بطئًا؟ الإجابة النموذجية: لإيجاد التفاصيل
- كيف يمكنك الجمع بين هاتين الإستراتيجيتين عند قراءة تقرير أو مقالة؟ الإجابة النموذجية: ربما تقرأ المقالة أو التقرير بسرعة لتدوين الأفكار الرئيسية باختصار، ثم تقرأها مرة أخرى على نحو أكثر بطئًا لتدوين التفاصيل.

3 الإعداد للاختبارات المعيارية



قراءة المسائل الرياضية

أول خطوة لحل أي مسألة رياضية هي قراءة المسألة. عند قراءة مسألة رياضية للحصول على المعلومات اللازمة لحلها، فمن المفيد استخدام إستراتيجيات القراءة الخاصة.

إستراتيجيات قراءة المسائل الرياضية

الخطوة 1

اقرأ المسألة سريعًا لتفهمها بشكل عام.

- **اسأل نفسك:** "ما الذي أعرفه؟" "ما الذي أحتاج إلى إيجاده؟"
- **فكرّ:** "هل توجد معطيات كافية لحل المسألة؟ هل توجد معطيات إضافية؟"
- **استخدم قلم التحديد لإبراز المعطيات المهمة:** إذا كان مسموحًا لك بالكتابة في كراسة الاختبار، فضع خطًا تحت المعطيات المهمة أو أبرزها باستخدام قلم التحديد. اشطب أي معطيات لا تحتاج إليها.

الخطوة 2

أعد قراءة المسألة لتحديد الحقائق ذات الصلة.

- **التحليل:** حدد كيفية ارتباط الحقائق.
- **الكلمات الأساسية:** ابحث عن الكلمات الأساسية لحل المسألة.
- **المفردات:** قم بتحديد الحدود الرياضية. تدبّر المفاهيم وكيفية ارتباطها.
- **التخطيط:** ضع خطة لحل المسألة.
- **التقدير:** قدّر الإجابة سريعًا.

الخطوة 3

قم بتحديد أي إجابات خاطئة بشكل واضح.

- **استبعد:** استبعد أي خيارات تختلف بدرجة كبيرة عن تقديرك.
- **وحدات القياس:** قم بتحديد الخيارات التي تعتبر إجابات ممكنة بناءً على وحدات القياس في هذا السؤال. على سبيل المثال، إذا كان السؤال يسأل عن مساحة، فستفيد فقط الأجوبة بالوحدات المربعة.

الخطوة 4

راجع المسألة بعد حلها.

التحقق: تأكد من أنك قد أجبت على السؤال.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH03.indb 208 8/20/2016 1:57:57 AM

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. حدد ما تريد معرفته. ثم استخدم المعطيات الواردة في المسألة لحلها.

استأجر كل من جمال وعمر وسيف وخالد سيارة للقيام برحلة على الطريق. يتم تمثيل تكلفة استئجار السيارة بالدالة $C = 12.5 + 21d$. حيث إن C هي إجمالي تكلفة استئجار السيارة لمدة d من الأيام. ماذا يمثل ميل الدالة؟

A عدد الأشخاص
B التكلفة لكل يوم
C عدد الأيام
D الأميال لكل جالون

اقرأ المسألة بعناية. عدد الأشخاص الذاهبون في الرحلة ليست معلومة مطلوبة. بل مطلوب منك معرفة ماذا يمثل ميل الدالة.

الميل هو نسبة. الكلمة "لكل" في الإجابتين B وD تعني أن كلاهما نسبة. ولأنّ الخيارين A وC ليسا نسبتين، فاستبعدهما.

تقول المسألة إن C تمثل تكلفة استئجار السيارة. وبالتالي فإن الميل لا يمكنه تمثيل عدد الأميال لكل غالون للسيارة. لكن الميل يجب أن يمثل التكلفة لكل يوم.

الإجابة الصحيحة هي B.

تمرينات

أقرأ كُل مسألة. حدد ما تريد معرفته. ثم استخدم المعطيات الواردة في المسألة لحلها.

1. ما المقصود بالتقاطع مع المحور الأفقي x في سياق الوضع الموضح أدناه؟ **A**



A مقدار الوقت اللازم لتصريف حوض الاستحمام
B عدد الجالونات في الحوض عند سحب سدادة التصريف
C عدد الجالونات في الحوض بعد xمن الدقائق
D كمية المياه التي تم تصريفها كل دقيقة

2. كمية الأموال التي تم جمعها بواسطة مشروع غسيل السيارات الخيري يتغيّر طرديًا مع عدد السيارات التي تم غسلها. فعندما تم غسل 11 سيارة، تم جمع 79.75 AED. كم عدد السيارات الواجب غسلها لجمع 174.00 AED؟ **J**

F 10 سيارات
G 16 سيارة
H 22 سيارة
J 24 سيارة

3. الدالة $C = 25 + 0.45(x - 450)$ تمثل تكلفة فاتورة الهاتف الخلوي الشهرية، عند استهلاك x من الدقائق. ما العبارة التي تمثل على أفضل نحو صيغة تكلفة الفاتورة؟ **C**

A تتكون التكلفة من رسوم ثابتة قدرها 0.45 AED و25 AED لكل دقيقة مستهلكة بعد تجاوز 450 دقيقة.

B تتكون التكلفة من رسوم ثابتة قدرها 450 AED و0.45 AED لكل دقيقة مستهلكة بعد تجاوز 25 دقيقة.

C تتكون التكلفة من رسوم ثابتة قدرها 25 AED و0.45 AED لكل دقيقة مستهلكة بعد تجاوز 450 دقيقة.

D تتكون التكلفة من رسوم ثابتة قدرها 25 AED و0.45 AED لكل دقيقة مستهلكة.

مثال إضافي

يملأ زايد حوض السمك بالماء. يتم تحديد كمية الماء في حوض السمك بالقاعدة $G(t) = 2.5 + 3t$. حيث $G(t)$ هو العدد الإجمالي لجالونات الماء في حوض السمك و t هو الزمن بالدقائق. ما الذي يمثله ميل الدالة؟ **C**

A العدد الإجمالي لجالونات الماء
B عدد جالونات الماء بعد 3 دقائق
C عدد الجالونات لكل دقيقة
D عدد الدقائق لكل جالون

3 التقويم

استخدم التمارين 1-3 لتقييم استيعاب الطلاب.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH03.indb 209 8/20/2016 1:57:57 AM

3 تمرين على الاختبار المعياري

تراكمي، من الوحدة 1 إلى الوحدة 3

اختيار من متعدّد

اقرأ كُل سؤال. ثمّ سجّل إجابتك الصحيحة في ورقة الإجابة التي يقدمها لك المعلم أو في ورقة أخرى.

1. يشتري ماجد كابل حاسوب مقابل 15.49 AED. إذا كان معدل الضريبة على المبيعات في الإمارة التي يسكنها هو 5.25٪. فما التكلفة الإجمالية للشراء؟ **B**

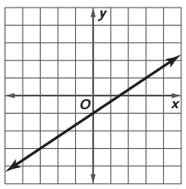
A 16.42 AED
C 15.73 AED
B 16.30 AED
D 15.62 AED

2. ما قيمة التعبير أدناه؟ **H**

$$3^2 + 5^3 - 2^5$$

F 14
H 102
G 34
J 166

3. ما ميل الدالة الخطية المُمثَّلة بيانيًا أدناه؟ **C**



A $-\frac{1}{3}$
C $\frac{2}{3}$
B $\frac{1}{2}$
D $\frac{3}{2}$

4. أوجد معدل التغير للدالة الخطية المُمَثَّلة في الجدول. **G**

ساعات العمل	1	2	3	4
المال المكتسب (AED)	5.50	11.00	16.50	22.00

F زيادة 6.50/h AED
G زيادة 5.50/h AED
H نقصان 5.50/h AED
J نقصان 6.50/h AED

5. بافتراض أن y يتغير طرديًا مع x. و $y = 14$ عندما $x = 4$. ما قيمة yعندما $x = 9$؟ **D**

A 25.5
C 29.5
B 27.5
D 31.5

6. اكتب معادلة للحد n للمتتالية الحسابية الموضحة أدناه. **J**

$-2, 1, 4, 7, 10, 13, \ldots$

F $a_n = 2n - 1$
H $a_n = 3n + 2$
G $a_n = 2n + 4$
J $a_n = 3n - 5$

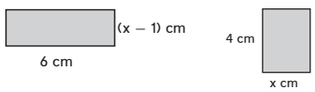
7. يوضح الجدول الرسوم التي يتقاضاها فني كهرباء نظير قيامه بمهام لساعات عمل مختلفة.

عدد الساعات (n)	رسوم العمل (c)
1	60 AED
2	85 AED
3	110 AED
4	135 AED

ما الدالة التي تمثل هذا الوضع؟ **A**

A C(n) = 25n + 35
C C(n) = 35n + 25
B C(n) = 25n + 30
D C(n) = 35n + 40

8. أوجد قيمة x بحيث يكون للأشكال المساحة ذاتها. **F**



F 3
H 5
G 4
J 6

9. يوضح الجدول إجمالي كمية الأمطار أثناء هبوب العاصفة. اكتب صيغة لإيجاد كمية الأمطار التي ستسقط بعد ساعة محددة. **B**

ساعات (h)	1	2	3	4
بوصات (n)	0.45	9.9	1.35	1.8

A h = 0.45n
C h = 0.9n
B n = 0.45h
D h = 1.8n

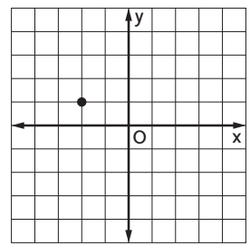
نصيحة عند حل الاختبار

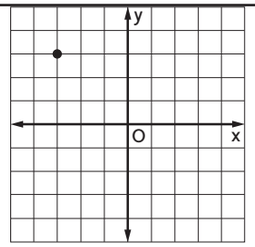
السؤال 3 يمكنك استبعاد الإجابات غير المعقولة لعناصر الاختبار من متعدد. يميل المستقيم للأعلى من اليسار لليمين. لذا فإن الميل إيجابي. يمكن استبعاد خيار الإجابة A.

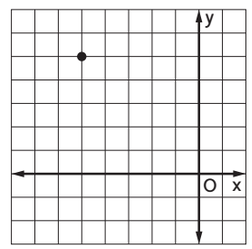
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

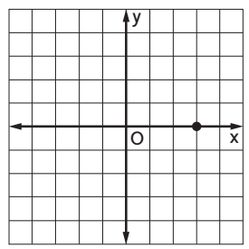
CH03.indb 210 8/20/2016 1:57:58 AM

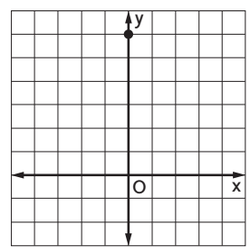
الاستعداد للوحدة 3

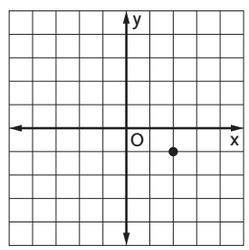
1. 

2. 

3. 

4. 

5. 

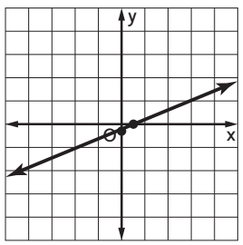
6. 

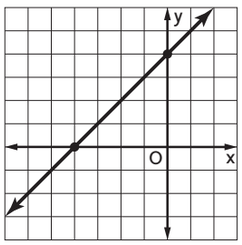
الاستكشاف 3-1

1. الإجابة النموذجية: بالنسبة إلى كل من الخطوط التي تميل لأعلى والخطوط التي تميل لأسفل، يكون المجال والمدى جميعه أعدادًا حقيقية، ويوجد تقاطع واحد مع المحور الأفقي *x* وتقاطع واحد مع المحور الرأسي *y*، ولا يوجد حد أدنى أو أقصى للنقاط. ويتميز التمثيل البياني بعدم التماثل. بالنسبة إلى الخطوط التي تميل لأعلى، تكون قيم الدالة سالبة إلى يسار التقاطع مع المحور الأفقي *x* وموجبة إلى اليمين. بالنسبة إلى الخطوط التي تميل لأسفل، تكون قيم الدالة موجبة إلى يسار التقاطع مع المحور الأفقي *x* وسالبة إلى اليمين. بالنسبة إلى الخطوط التي تميل لأعلى، تزداد الدالة في المجال بأكمله. بالنسبة إلى الخطوط التي تميل لأسفل، تقل الدالة في المجال بأكمله. بالنسبة إلى الخطوط التي تميل لأعلى، كلما قل *x*، قل *y* وكلما ازداد x ازداد *y*. بالنسبة إلى الخطوط التي تميل لأسفل، كلما قل *x* ازداد *y* وكلما ازداد *x* قل *y*.

2. الإجابة النموذجية: المجال هو جميع الأعداد الحقيقية. المدى هو قيمة سالبة واحدة بدلاً من قيمة موجبة. السلوك النهائي هو نفسه. لا يزال لا يوجد تقاطع مع المحور الأفقي *x*. التقاطع الوحيد مع المحور الرأسي *y* هو قيمة سالبة بدلاً من قيمة موجبة. لا يوجد حد أدنى أو أقصى للنقاط. تكون كل قيم الدالة سالبة بدلاً من موجبة. الدالة ثابتة في المجال بأكمله. يظل التمثيل البياني متماثلاً مع أي خط رأسي.

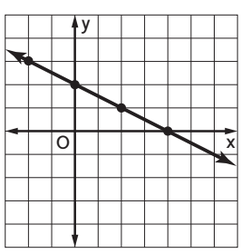
الدرس 3-1

7. 

8. 

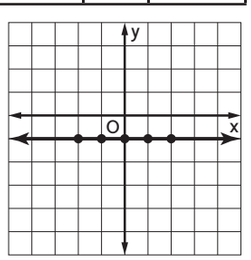
9.

x	$y = 2 - \frac{x}{2}$	y	(x, y)
-4	$y = 2 - \frac{(-4)}{2}$	4	$(-4, 4)$
-2	$y = 2 - \frac{(-2)}{2}$	3	$(-2, 3)$
0	$y = 2 - \frac{0}{2}$	2	$(0, 2)$
2	$y = 2 - \frac{2}{2}$	1	$(2, 1)$
4	$y = 2 - \frac{4}{2}$	0	$(4, 0)$



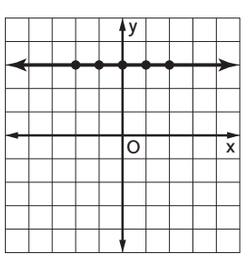
10.

x	$-3 + 2y = -5$	y	(x, y)
-2	$-3 + 2y = -5$	-1	$(-2, -1)$
-1	$-3 + 2y = -5$	-1	$(-1, -1)$
0	$-3 + 2y = -5$	-1	$(0, -1)$
1	$-3 + 2y = -5$	-1	$(1, -1)$
2	$-3 + 2y = -5$	-1	$(2, -1)$



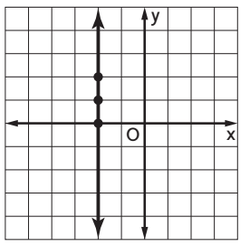
11.

x	$y = 3$	y	(x, y)
-2	$y = 3$	3	$(-2, 3)$
-1	$y = 3$	3	$(-1, 3)$
0	$y = 3$	3	$(0, 3)$
1	$y = 3$	3	$(1, 3)$
2	$y = 3$	3	$(2, 3)$



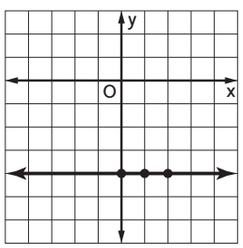
CH03.indb 1 8/20/2016 1:58:00 AM

.29



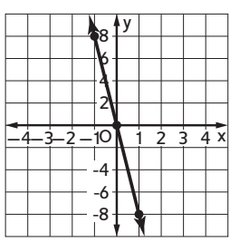
x	y
−2	0
−2	1
−2	2

.30



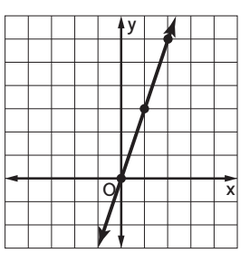
x	y
0	−4
1	−4
2	−4

.31



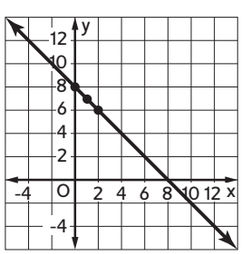
x	y
−1	8
0	0
1	−8

.32



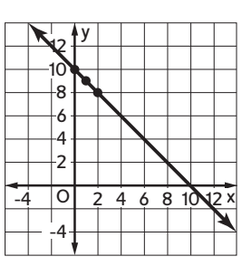
x	y
0	0
1	3
2	6

.33



x	y
0	8
1	7
2	6

.34

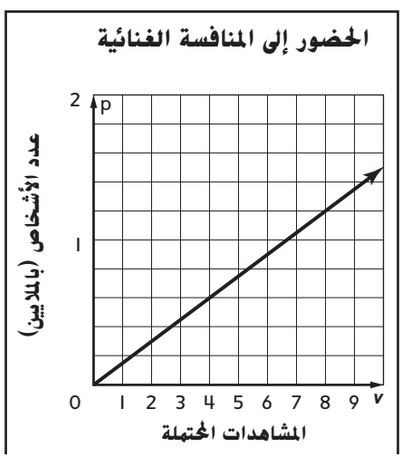


x	y
0	10
1	9
2	8

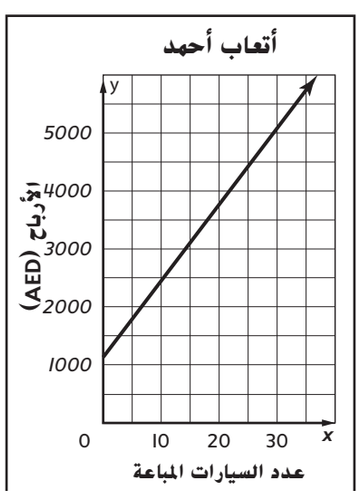
.35a

(v, p)	p	$p = 0.15v$	v
(0, 0)	0	$p = 0.15(0)$	0
(2, 0.3)	0.3	$p = 0.15(2)$	2
(4, 0.6)	0.6	$p = 0.15(4)$	4
(6, 0.9)	0.9	$p = 0.15(6)$	6
(8, 1.2)	1.2	$p = 0.15(8)$	8
(10, 1.5)	1.5	$p = 0.15(10)$	10

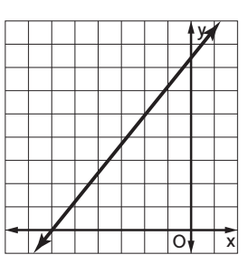
.35b



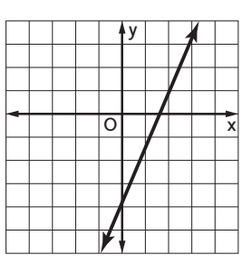
.42a



.43

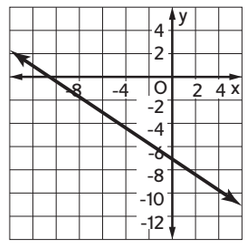


.44

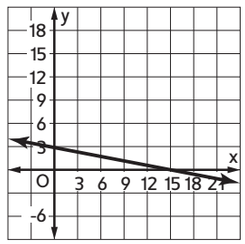


CH03.indb 2 8/20/2016 1:58:00 AM

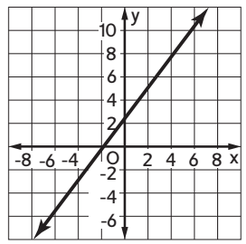
45.



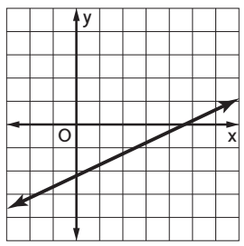
46.



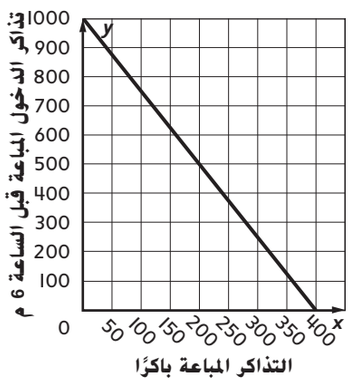
47.



48.

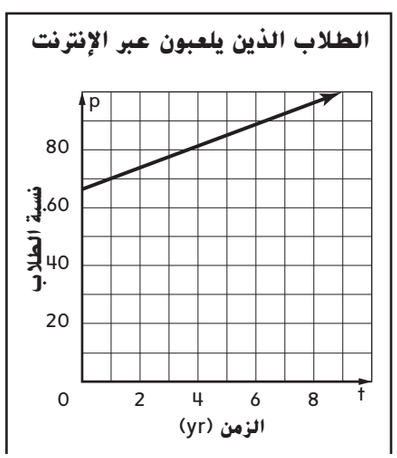


50b.

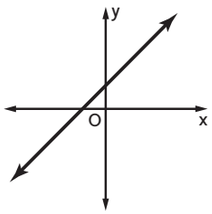


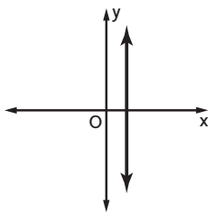
50c. 1000 ;400؛ يمثل التقاطع مع المحور الأفقي *x* عدد تذاكر الدخول التي تم بيعها قبل الساعة 6 مساءً حيث لا يتم بيع تذاكر دخول بعد الساعة 6 مساءً. يمثل التقاطع مع المحور الرأسي *y* عدد تذاكر الدخول التي تم بيعها بعد الساعة 6 مساءً حيث لا يتم بيع تذاكر دخول بعد الساعة 6 مساءً.

57a.

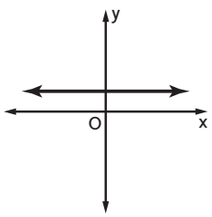


58a. الإجابة النموذجية:
التقاطع مع المحور الأفقي *x* والمحور الرأسي *y* التقاطع مع المحور الأفقي *x*، لا يوجد تقاطع مع المحور الرأسي *y*





لا يوجد تقاطع مع المحور الأفقي *x*، يوجد تقاطع مع المحور الرأسي *y*



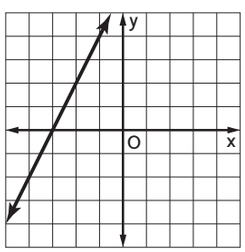
لا يمكن رسم خطوط مع تقاطعين مع المحور الأفقي *x* أو مع تقاطعين مع المحور الرأسي *y*

60. الإجابة النموذجية: التمثيل البياني الأول عبارة عن مجموعة نقاط غير متصلة. التمثيل البياني الثاني عبارة عن خط. نقاط التمثيل البياني الأول هي نقاط على الخط في التمثيل البياني الثاني.

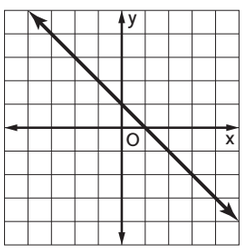
64. الإجابة النموذجية: لإيجاد تقاطع مع المحور الأفقي *x*، افترض أن $y = 0$ وحل المعادلة لإيجاد *x*. لإيجاد تقاطع مع المحور الرأسي *y*، افترض أن $x = 0$ وحل المعادلة لإيجاد *y*. لتمثيل معظم المعادلات الخطية بيانيًا، ارسم التقاطع مع المحور الأفقي *x* والتقاطع مع المحور الرأسي *y* وقم بتوصيل النقاط لتشكيل خط. توجد طريقة أخرى لتمثيل المعادلة بيانيًا وهي اختيار أي قيمة في المجال وإنشاء أزواج مرتبة. ارسم مخطط الأزواج المرتبة وقم بتوصيل النقاط لتشكيل خط.

الدرس 3-2

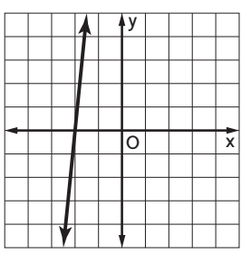
38.



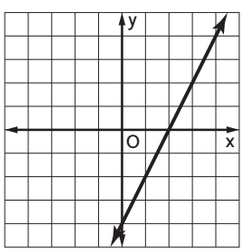
39.



40.

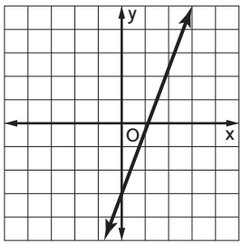


41.

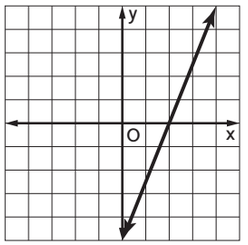


CH03.indb 3 8/20/2016 1:58:01 AM

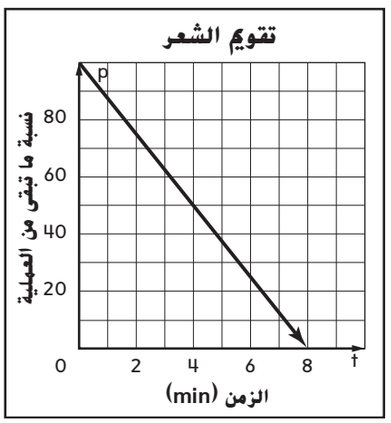
42.



43.

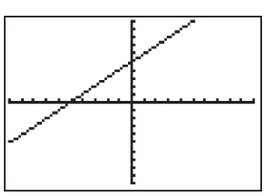


44b.



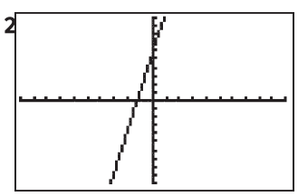
التوسع 2-3

1.



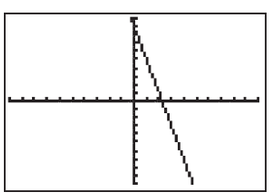
[−10, 10] scl: 1 فى
[−10, 10] scl: 1

2



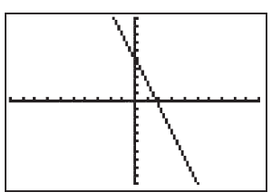
[−10, 10] scl: فى
[−10, 10] scl: 1

3.



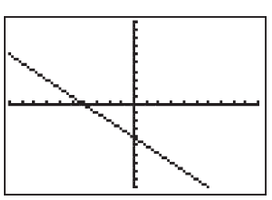
[−10, 10] scl: 1 فى
[−10, 10] scl: 1

4.



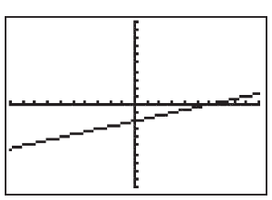
[−10, 10] scl: 1 فى
[−10, 10] scl: 1

5.



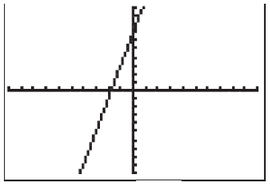
[−10, 10] scl: 1 فى
[−10, 10] scl: 1

6.



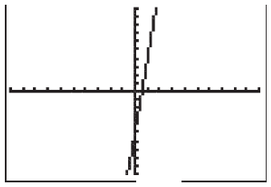
[−10, 10] scl: 1 فى
[−10, 10] scl: 1

7.



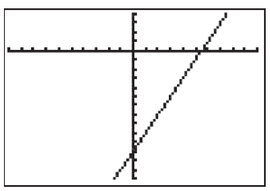
[−10, 10] scl: 1 فى
[−10, 10] scl: 1

8.



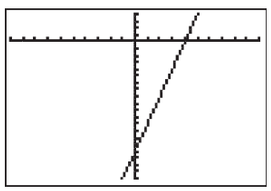
[−10, 10] scl: 1 فى
[−10, 10] scl: 1

9.



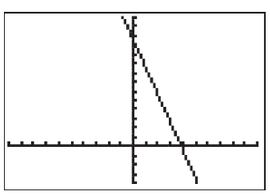
[−10, 10] scl: 1 فى
[−5, 5] scl: 1

10.



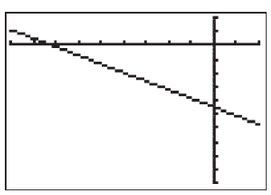
[−10, 10] scl: 1 فى
[−20, 5] scl: 1

11.



[−10, 10] scl: 1 فى
[−5, 15] scl: 1

12.



[−36, 8] scl: 4 فى
[−20, 4] scl: 2

الدرس 3-3

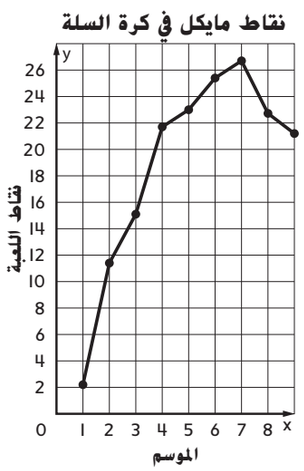
20. نعم؛ تتغير كل من قيمة المحور الأفقي *x* وقيمة المحور الرأسي *y* بمعدل ثابت.

21. لا؛ قيم المحور الأفقي *x* لا تزداد بمعدل ثابت.

22. لا؛ قيم المحور الرأسي *y* لا تقل بمعدل ثابت.

23. نعم؛ تتغير كل من قيم المحور الأفقي *x* وقيم المحور الرأسي *y* بمعدل ثابت.

47a.



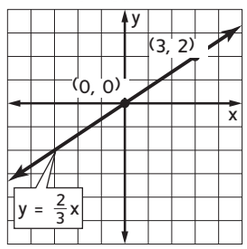
47b. من الموسم 1 إلى الموسم 2؛ هذا هو الجزء الأكثر انحدارًا في التمثيل البياني.

47c. معدل التغير كان شديدًا جدًا أو أكثر انحدارًا في السنوات الأربع الأولى، ثم قلّ في المواسم الثلاثة التالية. وكان سالبًا وأكثر انحدارًا في الموسمين الأخيرين.

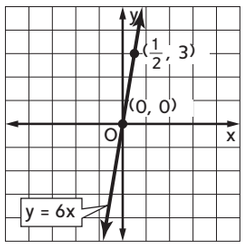
CH03.indb 4 8/20/2016 1:58:01 AM

الدرس 3-4 (تمرين موجه)

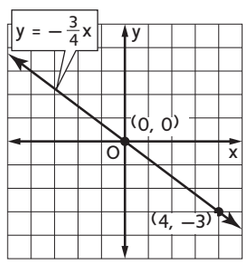
2A.



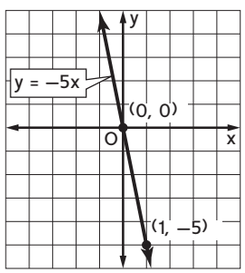
2B.



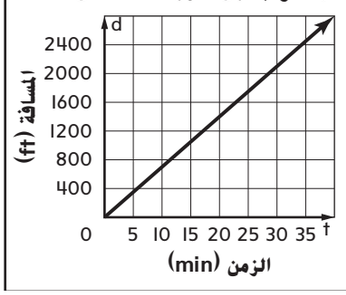
2C.



2D.

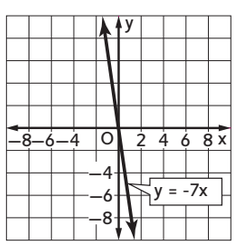


ارتفاع بالون الهواء الساخن

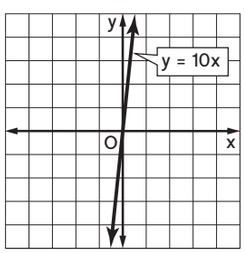


الدرس 3-4

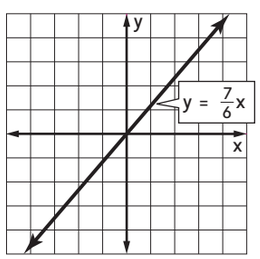
16.



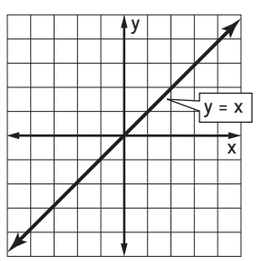
17.



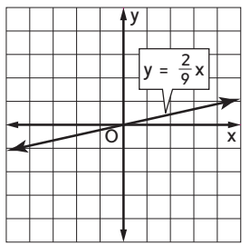
18.



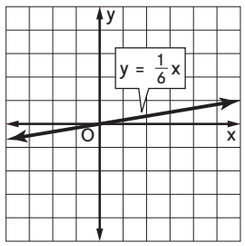
19.



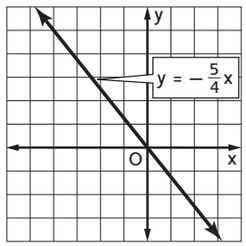
20.



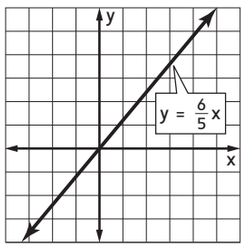
21.



22.

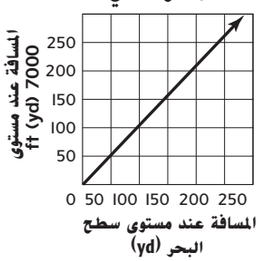


23.

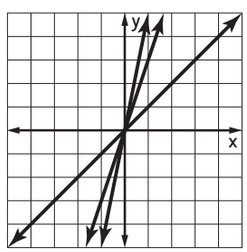


28a.

مسافة كرة الجولف عند الارتفاع العالي



41a.

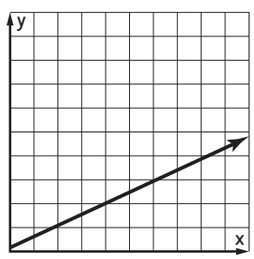


41b. الإجابة النموذجية: لكل من ثابت التغير والميل ومعدل التغير لأي تمثيل بياني القيمة نفسها.

41c. الإجابة النموذجية: أوجد القيمة المطلقة لـ k في كل معادلة. للقيمة المطلقة ذات القيمة الأكبر $|k|$ التمثيل البياني الأكثر انحدارًا.

46. إنهما متساويان؛ في $y = kx$، ثابت التغير هو k. يمر التمثيل البياني بالنقطة $(0, 0)$ و$(1, k)$، لذا يكون الميل هو k.

47.

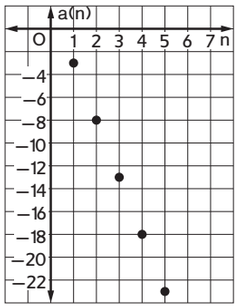


الإجابة النموذجية: $y = 0.50x$
يمثل تكلفة x تفاحة.
معدل التغير 0.50 هو تكلفة كل تفاحة.

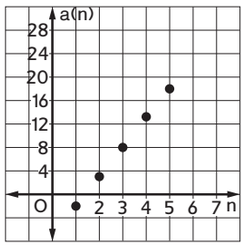
CH03.indb 5 8/20/2016 1:58:02 AM

الدرس 3-5

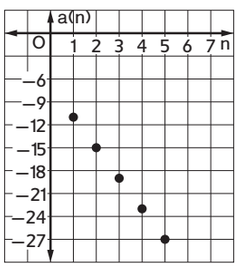
18.



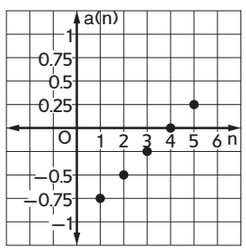
19.



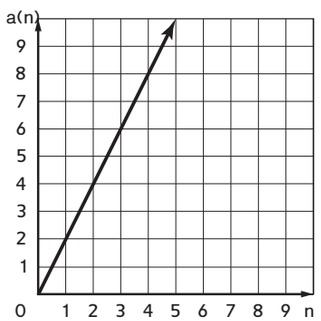
20.



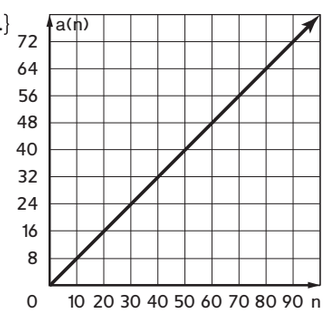
21.



22b.



23b. $D = \{10, 20, 30, 40, ...\}$



التوسع 3-5

1. الإجابة النموذجية: يستخدم الاستدلال الاستقرائي أمثلة أو تجارب سابقة لوضع استنتاجات؛ ويستخدم الاستدلال الاستنتاجي قواعد لوضع الاستنتاجات. يُعد النظر إلى نمط الأعداد لتحديد العدد التالي مثالاً على الاستدلال الاستقرائي. يُعد استخدام القاعدة $A = \ell w$ وطول مستطيل وعرضه لإيجاد مساحة مستطيل مثالاً على الاستدلال الاستنتاجي.
2. الاستدلال الاستنتاجي؛ يطبق الاستنتاج قاعدة عامة عن الارتفاع على حالة معينة.
3. الاستدلال الاستقرائي؛ إنك تلاحظ أزواجًا معينة من الحدود وتكتشف فرقًا مشتركًا، وتستنتج أن الفرق المشترك ينطبق على المتتالية بشكل عام.
4. الاستدلال الاستنتاجي؛ عندما تستخدم القاعدة العامة لإيجاد الحد n وتطبقها على حد معين في متتالية معينة.

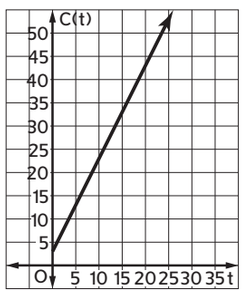
5c. 1؛ العدد 100 يقبل القسمة على 4. وفقًا للنمط، جميع القوى الأسية التي تقبل القسمة على 4 تشتمل على الرقم "1" في خانة الآحاد؛ استدلال استقرائي.

الدرس 3-6

13a. الإجابة النموذجية:

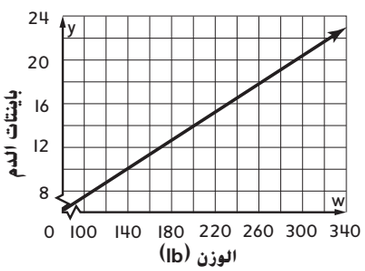
عدد القمصان المطلوبة	5	10	15	20	25
التكلفة (AED)	13	23	33	43	53

13c.



تمرين على الاختبار

19a.



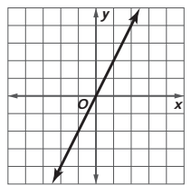
CH03.indb 6 8/20/2016 1:58:03 AM

الإجابة المختصرة/الإجابة الموزعة

سجّل إجاباتك في ورقة الإجابة التي يقدمها لك المعلم أو في ورقة أخرى.

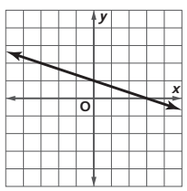
10. المقياس على الخريطة 1.5 بوصة = 6 أميال. إذا كانت هناك مدينتان تبعدان عن بعضهما مسافة 4 بوصة على الخريطة، فما مقدار المسافة الفعلية بينهما؟ **16 ميل**

11. اكتب معادلة تغير طردي لتمثيل التمثيل البياني أدناه.
$y = 2x$



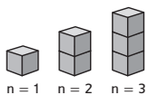
12. اشترت موزة سيارة بسعر 18.500 AED وانخفضت قيمتها بشكل خطي. بعد 3 أعوام، وصلت قيمتها إلى 14.150 AED. فما مقدار الانخفاض السنوي في السعر؟ **1450 AED**

13. الإجابة الموزعة استخدم التمثيل البياني لتحديد حل للمعادلة $-\frac{1}{3}x + 1 = 0$؟ **3**



14. اكتب تعبيرًا يمثل مساحة السطح الإجمالية (بما في ذلك القمة والقاع) لأحد الأبراج لعدد n من المكعبات كل منها طول جانبه s. (لا تدرج الأوجه المواجهة لبعضها البعض.)

$(4n + 2)s^2$



15. الإجابة الموزعة هناك 120 عضوًا في مجلس نواب ولاية نورث كارولينا. وهذا العدد يزيد بنحو 70 عن عدد الأعضاء في مجلس شيوخ ولاية نورث كارولينا. فكم عدد أعضاء مجلس شيوخ ولاية نورث كارلينا؟ **50**

الإجابة الموسعة

سجّل إجاباتك على ورقة. اكتب الحل هنا.

16. كان منطاد الهواء الساخن على ارتفاع 60 قدمًا فوق سطح الأرض عندما بدأ في الصعود. وارتفع المنطاد بمعدل 15 قدمًا في الدقيقة.

a. صمم جدولاً يوضح ارتفاع المنطاد بعد ارتفاعه لمدة 1 و2 و3 و4 دقائق. **75 قدمًا، 90 قدمًا، 105 قدمًا، 120 قدمًا**

b. افترض أن t تمثل المدة بالدقائق منذ بدء المنطاد في الارتفاع. اكتب معادلة جبرية لمتتالية يمكن استخدامها لإيجاد ارتفاع، h، المنطاد بعد t من الدقائق.
$h = 60 + 15t$

c. استخدم معادلتك من الجزء b لإيجاد ارتفاع، بالأقدام، المنطاد بعد ارتفاعه لمدة 8 دقائق. **180 قدمًا**

هل تحتاج إلى مساعدة؟

إذا أخطأت في السؤال...	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
فاذهب إلى الدرس...	2-7	1-2	3-3	3-3	3-3	3-4	3-4	3-5	3-6	2-4	3-4	2-6	3-2	0-10	2-1	3-5

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH03.indb 211 8/20/2016 1:57:59 AM

4 معادلات الدوال الخطية



مشروع الوحدة

التحدث بلغة الإحصاءات

يستخدم الطلاب ما تعلموا عن الانحدار الخطي لاستكمال مشروع.

يتناول مشروع هذه الوحدة المعرفة المدنية بالإضافة إلى العديد من المهارات المحددة الضرورية لنجاح الطلاب وفقًا لإطار التعلم في القرن 21.

المفردات الرئيسية قدم المفردات الرئيسية في الوحدة باستخدام الطريقة المعتادة أدناه.

عرّف: صيغة تقاطع الميل هي معادلة للصيغة $y = mx + b$. حيث إن m هو الميل و b هو التقاطع مع المحور الرأسي y.

مثال: $y = 3x + 5$ بها ميل بمقدار 3 وتقاطع مع المحور الرأسي عند 5. y

اسأل: هل الميل بالطرف الأيمن أم الطرف الأيسر للمعادلة؟ الطرف الأيمن

السابق

- قمت بتمثيل الدوال الخطية بيانيًا.

الحالي

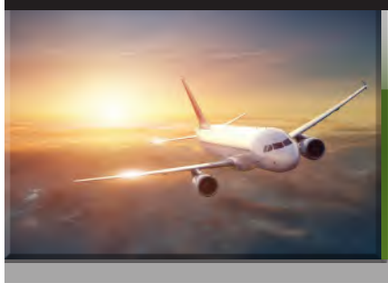
- في هذه الوحدة، سوف:
  - تكتب معادلات خطية وتمثلها بيانيًا بأشكال مختلفة.
  - تستخدم مخططات انتشار بيانية وخطوط مواءمة. وتكتب المعادلات ذات خطوط المواءمة الأفضل باستخدام الانحدار الخطي.
  - تعمل على إيجاد الدوال الخطية العكسية.

لماذا؟

- **السفر** يتغير عدد الرحلات التي يقوم بها الناس من عام لآخر. وتظهر أنماط تتعلق بهذا الخصوص من البيانات السنوية. ويمكن تطبيق معدل التغير على هذه البيانات لتحديد نموذج خطي. ويمكن استخدام هذا النموذج للتنبؤ بعدد الرحلات التي ستتم في السنوات القادمة.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH04.indb 212 8/19/2016 8:30:02 PM



4 معادلات الدوال الخطية

الاستعداد للوحدة 4 213

الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيلات البيانية استقصاء صيغة تقاطع الميل 215

4-1 **تمثيل المعادلات بيانيًا بصيغة الميل والتقاطع** 216

التوسع: مختبر تقنية التمثيلات البيانية عائلة الرسوم البيانية الخطية 224

4-2 **كتابة المعادلات بصيغة الميل والتقاطع** 226

4-3 **كتابة المعادلات بصيغة الميل والتقاطع** 233

4-4 **المستقيمات المتوازية والمتعامدة** 239

■ **اختبار منتصف الوحدة** 246

4-5 **مخططات الانتشار البياني ومستقيمات المواءمة** 247

التوسع: مختبر الجبر الارتباط والسببية 254

4-6 **الانحدار ومستقيمات المواءمة الوسيطة** 255

4-7 **الدوال الخطية العكسية** 263

التوسع: مختبر الجبر رسم المعكوسات 271

التقويم

■ **دليل الدراسة والمراجعة** 272

■ **تمرين على الاختبار** 277

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** 278

■ **تمرين على الوحدات المعيارية، الوحدات 1-4** 280

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 1_TE_718282_fm.indb 21 8/20/2016 2:17:30 AM

السؤال الأساسي

- لماذا تُستخدم الرياضيات لتمثيل مواقف من الحياة اليومية؟

الإجابة النموذجية: من أجل دراسة الاتجاهات وتقديم التوقعات وفهم الظواهر في الطبيعة

الاستعداد لهذه الوحدة

تحديد مدى الاستعداد | لديك خياران للتحقق من المهارات اللازمة.

1 خيار الكتاب المدرسي أجب عن التمرين السريع أدناه. ارجع إلى المراجعة السريعة للحصول على المساعدة.

تمرين سريع

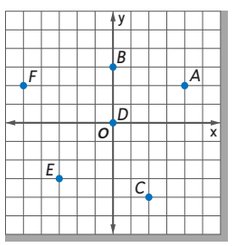
أوجد قيمة $3a^2 - 2ab + c$ **للقيم المذكورة.**

1. $a = 2, b = 1, c = 5$ 13
2. $a = -3, b = -2, c = 3$ 18
3. $a = -1, b = 0, c = 11$ 14
4. $a = 5, b = -3, c = -9$ 96
5. **استئجار سيارة** تتحدد تكلفة استئجار سيارة بالمعادلة $0.3y + 49x$ لنفترض أن x يمثل عدد أيام الاستئجار، ولنفترض أن y يمثل عدد الأميال المقطوعة. فأوجد تكلفة الاستئجار لمدة خمسة أيام لمسافة مقطوعة تبلغ 125 ميلًا. 282.50 AED

أوجد حل كل معادلة لإيجاد قيمة المتغير المذكور.

6. $x + y = 5$ لإيجاد قيمة y $y = 5 - x$
7. $2x - 4y = 6$ لإيجاد قيمة x $x = 3 + 2y$
8. $y - 2 = x + 3$ لإيجاد قيمة y $y = x + 5$
9. $4x - 3y = 12$ لإيجاد قيمة x $x = \frac{3}{4}y + 3$
10. **الهندسة** تتمثل صيغة إيجاد محيط المستطيل في $P = 2w + 2\ell$؛ حيث يمثل w العرض ويمثل ℓ الطول. أوجد حل ما يلي للوصول إلى قيمة w. $w = \frac{P}{2} - \ell$

اكتب الزوج المرتب لكل نقطة فيما يلي.



11. A (4, 2)
12. B (0, 3)
13. C (2, −4)
14. D (0, 0)
15. E (−3, −3)
16. F (−5, 2)

مراجعة سريعة

مثال 1 (يُستخدم في الدروس 4-1 وحتى 4-7)

أوجد قيمة $2(m - n)^2 + 3p$ **إذا كان** $m = 5$ **و** $n = 2$ **و** $p = -3$

$2(m - n)^2 + 3p$	التعبير الأصلي
$= 2(5 - 2)^2 + 3(-3)$	عوّض.
$= 2(3)^2 + 3(-3)$	اطرح.
$= 2(9) + 3(-3)$	أوجد قيمة الأس.
$= 18 + (-9)$	اضرب.
$= 9$	اجمع.

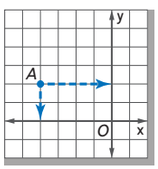
مثال 2 (يُستخدم في الدروس 4-1 وحتى 4-3)

أوجد حل $5x + 15y = 9$ **لإيجاد قيمة** x.

$5x + 15y = 9$	المعادلة الأصلية
$5x + 15y - 15y = 9 - 15y$	اطرح 15y من كل طرف من المعادلة.
$5x = 9 - 15y$	حوّل لأبسط صورة.
$\frac{5x}{5} = \frac{9 - 15y}{5}$	اقسم كل طرف على 5.
$x = \frac{9}{5} - 3y$	حوّل لأبسط صورة.

مثال 3 (يُستخدم في الدروس 4-1 وحتى 4-7)

اكتب الزوج المرتب للنقطة A.



الخطوة 1 ابدأ عند النقطة A.

الخطوة 2 تابع عبر خط رأسي وصولاً للمحور الأفقي x. والإحداثي x يساوي −4.

الخطوة 3 تابع عبر خط أفقي وصولاً للمحور الرأسي y. والإحداثي y يساوي 2.

إن الزوج المرتب للنقطة A يساوي $(-4, 2)$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH04.indb 213 8/19/2016 8:30:03 PM

مطوياتي منظم الدراسة

مطويات® دينا زايك

التركيز بينما يقرأ الطلاب ويدرسون هذه الوحدة، يجب أن يعرضوا أمثلة ويكتبوا ملاحظات عن الدوال الخطية والعلاقة بينها.

التدريس اطلب من الطلاب عمل المطويات وتسميتها كما هو موضح. يجب أن يسمي الطلاب الجيوب الثلاثة الأولى بعنوانين من عناوين الدرس لكل جيب. يجب تسمية الجيب الرابع بعنوان الدرس الأخير. يجب على الطلاب كتابة المفردات على بطاقة فهرسة لكل درس. على الجزء الخلفي من البطاقة، يكتب الطلاب تعريفات المفردات. بعد ذلك، توضع البطاقات في الجيب المناسب. يمكن استخدام بطاقات الفهرسة كبطاقات تعليمية ليختبر الطلاب بعضهم البعض.

متى تُستخدم شجع الطلاب على الإضافة إلى المطويات بينما يتقدمون في دراسة الوحدة مع استخدامها للمراجعة من أجل اختبار الوحدة.

بدء هذه الوحدة

سوف تتعرف على عدة مفاهيم ومهارات ومفردات جديدة خلال دراستك للوحدة 4. للاستعداد، حدد المصطلحات المهمة ونظّم مواردك. ويمكنك الرجوع إلى الوحدة 0 لمراجعة المهارات اللازمة.

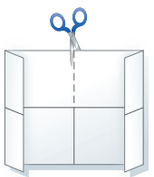
المطويات منظم الدراسة

الدوال الخطية اصنع هذه المطوية لمساعدتك على ترتيب ملاحظاتك المتعلقة بالوحدة 4 حول الدوال الخطية. ابدأ بورقة واحدة مقاسها 11 في 17 بوصة.

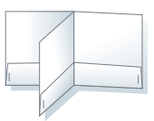
1 **اطوِ** كل طرف من الورقة للداخل بمقدار بوصتين تقريبًا.



2 **اطوِ** بامتداد العرض والطول. ابسط الورقة بعد ذلك. اقطع بطول خط الطي من الأعلى حتى المركز.



3 **اطوِ** الثنيتين العلويتين للأسفل. ثم اطوهما من المنتصف وأدرهما لعمل مجلد. ثبّت الثنيات بالدبابيس لأسفل لعمل جيوب.



4 **سمِّ** الجهة الأمامية بعنوان هذا الوحدة.



مفردات جديدة

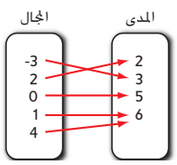
صيغة الميل والتقاطع (slope-intercept form)	ص 216
الاستكمال الخارجي الخطي (linear extrapolation)	ص 228
صيغة النقطة والميل (point-slope form)	ص 233
المستقيمات المتوازية (parallel lines)	ص 239
المستقيمات المتعامدة (perpendicular lines)	ص 240
مخطط الانتشار البياني (scatter plot)	ص 247
خط المواءمة (line of fit)	ص 248
الاستكمال الداخلي الخطي (linear interpolation)	ص 249
خط المواءمة الأفضل (best-fit line)	ص 255
الانحدار الخطي (linear regression)	ص 255
معامل الارتباط (correlation coefficient)	ص 255
خط المواءمة الوسيطة (median-fit line)	ص 258
العلاقة العكسية (inverse relation)	ص 263
الدالة العكسية (inverse function)	ص 264

مراجعة المفردات

المعامل (coefficient) العامل العددي للحد

الدالة (function) علاقة يقترن فيها كل عنصر في المجال بعنصر واحد آخر تمامًا في المدى

النسبة (ratio) مقارنة بين عددين من خلال القسمة



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH04.indb 214 8/19/2016 8:30:05 PM

الاستكشاف

4-1 استقصاء صيغة الميل والتقاطع

مختبر تقنية التمثيل البياني

إعداد التجربة



- اثقب فتحة صغيرة في إحدى الزوايا العلوية لكيس ساندوتشات بلاستيكي. علّق الكيس من طرف مستشعر القوة.
- وصّل مستشعر القوة بجهاز جمع البيانات الخاص بك.

النشاط جمع البيانات

الخطوة 1 استخدم المستشعر لجمع بيانات الوزن حال عدم وجود حلقات في الكيس. سجّل زوج البيانات في الحاسبة.

الخطوة 2 ضع حلقة واحدة في الكيس البلاستيكي. انتظر حتى يتوقف الكيس عن التأرجح، ثم قِس الوزن وسجّله.

الخطوة 3 كرر التجربة، مع إضافة أعداد مختلفة من الحلقات إلى الكيس. وفي كل مرة، سجّل عدد الحلقات والوزن.

تحليل النتائج

1. يحتوي المجال على قيم المتغير المستقل، وهو عدد الحلقات. ويحتوي المدى على قيم المتغير التابع، وهو الوزن. استخدم حاسبة التمثيل البيانية لإنشاء مخطط انتشار بياني (تمثيل بياني بالنقاط المبعثرة) باستخدام الأزواج المرتبة (الحلقات والوزن). **راجع عمل التلاميذ.**
2. اكتب جملة تصف النقاط الموجودة على التمثيل البياني. **الإجابة النموذجية: النمط هنا خطّي.**
3. صِف موضع النقطة على التمثيل البياني الذي يمثل التجربة بدون وجود حلقات في الكيس. **هذا هو التقاطع مع المحور الرأسي *y*.**
4. يمكن إيجاد معدل التغير باستخدام الصيغة الخاصة بالميل.

$$\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{\text{التغير في الوزن}}{\text{التغير في عدد الحلقات}}$$

راجع عمل التلاميذ. الإجابة النموذجية: 0.025

أوجد معدل التغير في الوزن عند إضافة المزيد من الحلقات.

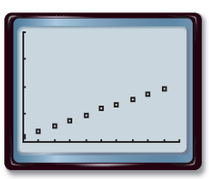
5. اشرح كيفية توضيح معدل التغير على التمثيل البياني. **يمثل الميل معدل التغير.**
6. **الإجابة النموذجية: التمثيل البياني هو نفس التمثيل الموضح، إلا أنه مُزاح للأعلى بحيث يكون التقاطع مع المحور الرأسي *y* عند (0, 0.8).**
7. **الإجابة النموذجية: يشتمل التمثيل البياني على نفس التقاطع مع المحور الرأسي *y*، لكن معدل التغير يكون أكبر.**

تكوين فرضية

يبين التمثيل البياني عينة بيانات من تجربة الحلقات.
صِف التمثيل البياني لكل حالة.

6. كيس مُعلّق يزن 0.8 نيوتن حين يكون فارغًا ويزيد وزنه بمعدل العينة
7. كيس يحتوي على نفس الوزن حين يكون فارغًا كما في العينة ويزيد وزنه بمعدل أسرع
8. كيس يحتوي على نفس الوزن حين يكون فارغًا كما في العينة ويزيد وزنه بمعدل أبطأ

الإجابة النموذجية: يشتمل التمثيل البياني على نفس التقاطع مع المحور الرأسي *y*، لكن معدل التغير يكون أقل.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

الهدف استخدام حاسبة تمثيل بياني لجمع البيانات واستقصاء صيغة تقاطع الميل.

المواد الخاصة بكل مجموعة

- حاسبة التمثيل البياني
- CBL أو جهاز آخر لجمع البيانات ومستشعر القوة
- حقيبة شطائر بلاستيكية
- غسالات

نصيحة تدريسية

وضّح للطلاب ميزات جهاز جمع البيانات واشرح لهم كيفية وزن الغسالات. حث الطلاب على تسجيل بياناتهم بدقة. سيتعذر على الطالب رؤية النمط في حالة حدوث تسجيل واحد غير دقيق.

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

اطلب من الطلاب العمل في مجموعات من طالبين أو ثلاثة طلاب والمزج بين القدرات. اطلب من المجموعات استكمال النشاط والتمارين 5-1. في الخطوة 1 من النشاط، اقترح أن يدخل الطلاب عدد الغسالات في L1 وأوزان كل منها في L2. في التمرين 3، أشر إلى أن الوزن الذي لا يقابله غسالات هو وزن الحقيبة.

تمرين اطلب من الطلاب استكمال التمارين من 6 إلى 8.

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمرين 4 لتقييم مدى قدرة الطلاب على حساب معدل التغير تقييمًا صحيحًا. استخدم التمرين 7 لتقييم مدى فهم الطلاب أن معدل التغير هو ميل الخط الرابط بين النقاط.

من الملموس إلى المجرد

- اسأل الطلاب ماذا سيكون شكل التمثيل البياني إذا كان للحقيبة نفس الوزن عندما تكون فارغة مثل العينة وزيادة وزنها بمعدل أكثر بطأ. الإجابة النموذجية: نفس التقاطع مع المحور الرأسي *y* ولكن معدل التغير سيكون أقل
- اسأل ماذا سيكون شكل التمثيل البياني إذا كان الميل قريبًا من 0. الإجابة النموذجية: النمط الخطي الذي يكون قريبًا من الأفقي

CH04.indb 215 8/19/2016 8:30:07 PM

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 1-4 إيجاد معدلات التغير والميول.

الدرس 1-4 كتابة وتمثيل المعادلات الخطية بيانيًا بصيغة تقاطع الميل. تمثيل نموذج للبيانات من الحياة اليومية من خلال معادلات بصيغة تقاطع الميل.

بعد الدرس 1-4 كتابة معادلة لخط في ضوء نقطتين أو نقطة والميل بصيغة تقاطع الميل.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** من الدرس.

اسأل:

- كم عدد الأغاني التي قد تكون لدى جميل على مشغل الوسائط الرقمية الخاص به بعد شهرين؟ 560
- كم عدد الأغاني التي يمكن أن تكون لديه بعد أربعة أشهر؟ 620
- هل سيكون للتمثيل البياني للمعادلة $y = 30x + 500$ ميل إيجابي أو سلبي؟ إيجابي

4-1 تمثيل المعادلات بيانيًا بصيغة الميل والتقاطع

السابق:
- أوجدتَ معدلات التغير والميول.

الحالي:
1. تكتب المعادلات الخطية وتمثلها بيانيًا في صيغة الميل والتقاطع.
2. تمثّل نموذجًا للبيانات الواقعية مع معادلات بصيغة الميل والتقاطع.

لماذا؟
- يمتلك زايد 500 أغنية على مُشغّل الوسائط الرقمي الخاص به. وهو منضم إلى نادٍ موسيقيّ يسمح له بتنزيل 30 أغنية في الشهر مقابل رسم شهري. ويتم تمثيل عدد الأغاني التي يمكن لزايد امتلاكها في نهاية الأمر على المُشغل الخاص به إذا لم يحذف أي أغنية من خلال المعادلة $y = 30x + 500$



مفردات جديدة

صيغة الميل والتقاطع (slope-intercept form)

دالة ثابتة (constant)

ممارسات رياضية

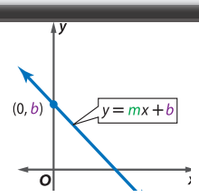
التفكير بطريقة تجريدية وكميّة.

البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عنه.

1 صيغة الميل والتقاطع في المعادلة التي تأخذ الصورة $y = mx + b$، حيث يمثل m الميل ويمثل b نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y. تكون في **صيغة الميل والتقاطع**. ويُسمى المتغيران m و b باسم معلمات المعادلة. ويترتب على تغيير أي قيمة من القيمتين إلى تغيير شكل التمثيل البياني للمعادلة.

مفهوم أساسي صيغة الميل والتقاطع

الشرح إن صيغة الميل والتقاطع لمعادلة خطية هي $y = mx + b$، حيث يشير الحرف m إلى الميل و b إلى التقاطع مع المحور الرأسي y.



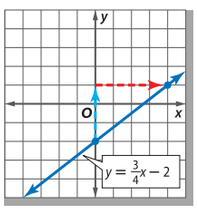
مثال $y = mx + b$

$y = 2x + 6$

التقاطع مع المحور الرأسي y — الميل

مثال 1 كتابة معادلة وتمثيلها بيانيًا

اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع للخط ذي الميل بقيمة $\frac{3}{4}$ والتقاطع مع المحور الرأسي y بقيمة 2-. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.



$y = mx + b$ — صيغة الميل والتقاطع

$y = \frac{3}{4}x + (-2)$ — عوّض m بـ $\frac{3}{4}$ واستبدل b بـ 2-.

$y = \frac{3}{4}x - 2$ — حوّل لأبسط صورة.

الآن، مثّل المعادلة بيانيًا.

الخطوة 1 عيّن نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y (0, 2-).

الخطوة 2 الميل هو $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{3}{4}$. من النقطة (0, 2-)، تحرك صعودًا بمقدار 3 وحدات ثم يمينًا بمقدار 4 وحدات. عيّن النقطة.

الخطوة 3 ارسم مستقيمًا يمر عبر النقطتين.

تمرين موجه

اكتب معادلة لمستقيم بصيغة الميل والتقاطع بحسب الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y المحددين. ثم مثّل المعادلة بيانيًا. 1A–1B. انظر ملحق إجابات الوحدة 4 المتعلق بالتمثيلات البيانية.

1A. الميل: $-\frac{1}{2}$، التقاطع مع المحور الرأسي y: 3 $y = -3x - 8$

1B. الميل: 3-، التقاطع مع المحور الرأسي y: 8- $y = -\frac{1}{3}x + 3$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH04.indb 216 8/19/2016 8:30:09 PM

عندما لا تُكتب المعادلة بصيغة الميل والتقاطع، فقد يكون من الأسهل إعادة كتابتها قبل تمثيلها بيانيًا.

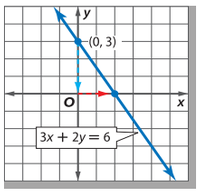
مثال 2 تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا

مثِّل بيانيًا $3x + 2y = 6$.

أعد كتابة المعادلة بصيغة الميل والتقاطع.

$3x + 2y = 6$	المعادلة الأصلية
$3x + 2y - 3x = 6 - 3x$	اطرح $3x$ من كل طرف في المعادلة.
$2y = 6 - 3x$	حوِّل لأبسط صورة.
$2y = -3x + 6$	$6 - 3x = 6 + (-3x)$ أو $-3x + 6$
$\frac{2y}{2} = \frac{-3x + 6}{2}$	اقسم كل طرف على 2.
$y = -\frac{3}{2}x + 3$	صيغة الميل والتقاطع

الآن، مثِّل المعادلة بيانيًا. ويكون الميل $-\frac{3}{2}$، في حين تكون قيمة التقاطع مع المحور الرأسي y هي 3.



الخطوة 1 عيّن نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y $(0, 3)$.

الخطوة 2 الميل هو $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = -\frac{3}{2}$، من النقطة $(0, 3)$، تحرك نزولاً بمقدار 3 وحدات، ثم يمينًا بمقدار وحدتين. عيّن النقطة.

الخطوة 3 ارسم مستقيمًا يمر عبر النقطتين.

تمرين موجه

مثِّل كل معادلة بيانيًا. 2A–2B. انظر ملحق إجابات الوحدة 4.

2A. $3x - 4y = 12$

2B. $-2x + 5y = 10$

نصيحة دراسية

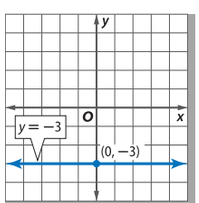
العدّ والاتجاه

عند عدّ التغير الرأسي والتغير الأفقي، فقد يقترن رمز السالب بالقيمة الموجودة في البسط أو المقام. فإذا ارتبط رمز السالب بالبسط، فابدأ بالعد نزولاً لإيجاد التغير الرأسي. وإذا ارتبطت بالمقام، فقم بالعدّ نحو اليسار عند عدّ التغير الأفقي. وسيكون الخط الناتج هو نفسه.

باستثناء التمثيل البياني الذي يمثل المعادلة $y = 0$، والذي يقع على المحور الأفقي x، فإن قيمة ميل الخطوط الأفقية تبلغ 0. وهي تمثيلات بيانية **لدوال ثابتة**، والتي يمكن كتابتها في صيغة الميل والتقاطع لتكون $y = 0x + b$ أو $y = b$، حيث يمثل الحرف b أي رقم. ولا تقطع الدوال الثابتة المحور الأفقي x. ومجالها يكون جميع الأرقام الحقيقية، ومداها هو b.

مثال 3 تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا

مثِّل بيانيًا $y = -3$.



الخطوة 1 عيّن نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y $(0, -3)$.

الخطوة 2 الميل هو 0. ارسم مستقيمًا يمر بالنقاط ذات الإحداثي y عند -3.

تمرين موجه

مثِّل كل معادلة بيانيًا. 3A–3B. انظر ملحق إجابات الوحدة 4.

3A. $y = 5$

3B. $2y = 1$

ليس للمستقيمات الرأسية أي ميل. لذا، فلا يمكن تمثيل معادلات المستقيمات الرأسية في صيغة الميل والتقاطع.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

1 صيغة تقاطع الميل

مثال 1 يوضح كيفية كتابة معادلة خطية وتمثيلها بيانيًا في ضوء الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y. **مثال 2** يوضح كيفية إعادة كتابة معادلة خطية بصيغة تقاطع الميل من أجل تمثيلها بيانيًا. **مثال 3** يوضح كيفية تمثيل معادلة خطية مع ميل مقداره 0 بيانيًا. **مثال 4** يوضح كيفية كتابة معادلة بصيغة تقاطع الميل لخط على تمثيل بياني.

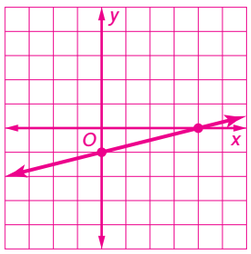
التقويم التكويني

استخدم التمارين الموجهة بعد كل مثال لتحديد مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 اكتب معادلة بصيغة تقاطع الميل للخط ذي الميل بقيمة $\frac{1}{4}$ وتقاطع مع المحور الرأسي y بمقدار -1.

ثم مثِّل المعادلة بيانيًا. $y = \frac{1}{4}x - 1$



2 مثِّل بيانيًا $5x + 4y = 8$ (انظر الهامش السفلي للاطلاع على التمثيل البياني.)

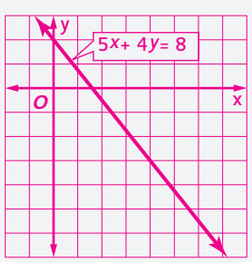
3 مثِّل بيانيًا $y = -7$ (انظر الهامش السفلي للاطلاع على التمثيل البياني.)

انتبه!

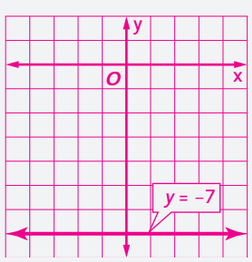
منع الأخطاء **ذكّر الطلاب بأن** b يمكن أن يكون سالبًا، لذلك لا تكون للمعادلات دائمًا ثوابت موجبة.

إجابات إضافية (أمثلة إضافية)

2.



3.

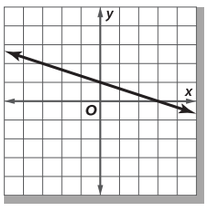


CH04.indb 217 8/19/2016 8:30:11 PM

هناك أوقات سيُطلب منك فيها كتابة معادلة عند إعطائك تمثيلاً بيانيًا. وللقيام بهذا، حدد نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y واستخدم التغير الرأسي والتغير الأفقي لإيجاد نقطة أخرى على التمثيل البياني. ثم اكتب المعادلة بصيغة الميل والتقاطع.

مثال على الاختبار المعياري 4 اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع

أي مما يلي يعد معادلة في صيغة الميل والتقاطع للمستقيم الموضح؟



A $y = -3x + 1$

B $y = -3x + 3$

C $y = -\frac{1}{3}x + 1$

D $y = -\frac{1}{3}x + 3$

قراءة فقرة الاختبار

يتعين عليك إيجاد الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y الخاص بالخط لكتابة المعادلة.

حَل فقرة الاختبار

الخطوة 1 يقطع الخط المحور الرأسي y عند النقطة $(0, 1)$. إذًا فقيمة نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y هي 1. وتكون الإجابة إما A أو C.

الخطوة 2 للوصول من النقطة $(0, 1)$ إلى النقطة $(3, 0)$. تحرّك نزولاً بمقدار وحدة واحدة ثم يمينًا بمقدار 3 وحدات. وتكون قيمة الميل $-\frac{1}{3}$.

الخطوة 3 اكتب المعادلة.

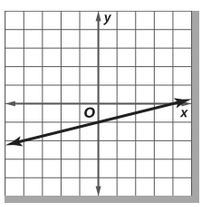
$$y = mx + b$$
$$y = -\frac{1}{3}x + 1$$

التحقق يمر التمثيل البياني أيضًا عبر النقطة $(-3, 2)$. إذا كانت المعادلة صحيحة، فيجب أن يكون هذا حلاً.

$$y = -\frac{1}{3}x + 1$$
$$2 \stackrel{?}{=} -\frac{1}{3}(-3) + 1$$
$$2 \stackrel{?}{=} 1 + 1$$
$$2 = 2 \checkmark$$

الإجابة هي C.

تمرين موجه



4. أي مما يلي يعد معادلة في صيغة الميل والتقاطع للخط الموضح؟ **F**

F $y = \frac{1}{4}x - 1$

G $y = \frac{1}{4}x + 4$

H $y = 4x - 1$

J $y = 4x + 4$

الربط بالحياة اليومية

استبعاد الخيارات

حلل التمثيل البياني لتحديد الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y. بعد ذلك، يمكنك توفير الوقت من خلال استبعاد خيارات الإجابات التي لا تطابق التمثيل البياني.

2 تمثيل نموذج لبيانات من الحياة اليومية

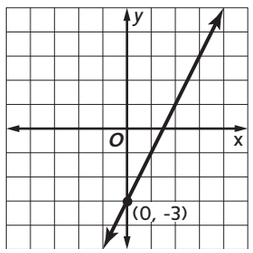
يمكن تمثيل نموذج لبيانات من الحياة اليومية باستخدام معادلة خطية إذا كان هناك معدل تغير ثابت. ويمثل معدل التغير الميل. ويكون التقاطع مع المحور الرأسي y هو النقطة حيث تكون قيمة المتغير المستقل تساوي 0.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال إضافي

4 تمرين على الاختبار المعياري أي مما يلي يعد معادلة بصيغة تقاطع الميل للخط الموضح في التمثيل البياني؟

B



A $y = \frac{1}{2}x + 3$

B $y = 2x - 3$

C $y = \frac{1}{2}x + 3$

D $y = -2x - 3$

التركيز على محتوى الرياضيات

صيغة تقاطع الميل صيغة تقاطع الميل لمعادلة خطية هي $y = mx + b$ المحور b في الصيغة يمثل التقاطع مع المحور الرأسي y للتمثيل البياني، والإحداثي y للنقطة حيث يعبر المحور الرأسي y. ويمثل m ميل الخط.

2 وضع نماذج للبيانات من الحياة اليومية

مثال 5 يوضح كيفية وضع نماذج للبيانات من الحياة اليومية باستخدام معادلة بصيغة تقاطع الميل ثم استخدام تلك المعادلة لحل المسألة.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوحة البيضاء التفاعلية اكتب شبكة إحداثيات على اللوحة. ارسم خطًا على الشبكة واطلب من الطلاب كتابة معادلة الخط بصيغة تقاطع الميل. ثم اسحب مزيدًا من الخطوط من مواقع أخرى على اللوحة واطلب من الطلاب مرة أخرى كتابة معادلة الخط. ناقش كيف تكون المعادلات متشابهة ومختلفة.

نصائح للمعلمين الجدد

المتغيرات التابعة ذكّر الطلاب بأن y هو المتغير التابع لأنه يعتمد على التغيرات في x.

CH04.indb 218 8/19/2016 8:30:13 PM



ربط من الحياة اليومية

افترض أن حوالي 2.6 مليون طالب تنافسوا في رياضات المدارس الثانوية في عام 1997. ثم افترض أن عدد الطلاب المتنافسين في رياضات المدارس الثانوية قد ازداد بمتوسط 0.06 مليون كل عام منذ عام 1997.

المصدر: الاتحاد الوطني لرابطات المدارس الثانوية

مثال 5 من الحياة اليومية كتابة معادلة خطية وتمثيلها بيانيًا

الرياضة استخدم المعلومات الموضحة على اليمين رياضات المدارس الثانوية.

a. اكتب معادلة خطية لإيجاد عدد الطلاب المشتركين في رياضات المدارس الثانوية بعد عام 1997.

الشرح

المقدار في البداية | مضافًا إلى | عدد السنوات | مضروبًا في | معدل التغير | يساوي | عدد الطلاب المتنافسين

المتغيرات

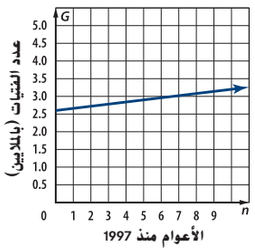
لنفترض أن G = عدد الطلاب المتنافسين. لنفترض أن n = عدد السنوات منذ عام 1997.

المعادلة

$$G = 2.6 + n \times 0.06$$

المعادلة هي $G = 0.06n + 2.6$

b. مثّل المعادلة بيانيًا.



يقع التقاطع مع المحور الرأسي y عند بداية البيانات. إذًا، يمر التمثيل البياني عبر النقطة (0, 2.6).

يكون معدل التغير هو الميل، إذًا فإن الميل يساوي 0.06.

c. قدّر عدد الطلاب المتنافسين في عام 2017.

العام 2017 يلي العام 1997 بمقدار 20 عامًا.

اكتب المعادلة. $G = 0.06n + 2.6$

عوّض n بالعدد 20. $= 0.06(20) + 2.6$

حوّل لأبسط صورة. $= 3.8$

سيكون هناك قرابة 3.8 ملايين طالب ينافسون في رياضات المدارس الثانوية في 2017.

تمرين موجه

5. جمع التبرعات يبيع داعمو الفريق شطائر بسعر 5 AED للشطيرة. وقد اشتروا مكونات بقيمة 1,160 AED.

A. اكتب معادلة للربح P الذي حققوه من بيع n من الشطائر. $P = 5n - 1{,}160$

B. مثّل المعادلة بيانيًا. **انظر الهامش.**

C. أوجد الربح الإجمالي في حالة بيع 1,400 شطيرة. **5,840 AED**

التحقّق من فهمك

مثال 1

اكتب معادلة لمستقيم ما بصيغة الميل والتقاطع باستخدام الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y المحددين. ثم مثّل المعادلة بيانيًا. 1–4. انظر ملحق إجابات الوحدة 4.

1) الميل: 2، التقاطع مع المحور الرأسي y: 4

2. الميل: 5−، التقاطع مع المحور الرأسي y: 3

3. الميل: $\frac{3}{4}$، التقاطع مع المحور الرأسي y: 1−

4. الميل: $-\frac{5}{7}$ ، التقاطع مع المحور الرأسي y: $-\frac{2}{3}$

الأمثلة 2-3

مثّل كل معادلة بيانيًا. 10–5. انظر ملحق إجابات الوحدة 4.

5. $-4x + y = 2$

6. $2x + y = -6$

7. $-3x + 7y = 21$

8. $6x - 4y = 16$

9. $y = -1$

10. $15y = 3$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

التعليم المتمايز AL

إذا وجد بعض الطلاب صعوبة في فهم المسائل الكلامية لأنهم لا يستوعبون ما الذي تحاول المسألة إيصاله.

عندئذ يكون في بعض الأحيان من السهل على هؤلاء الطلاب تمثيل صورة لمعلومات معطاة بيانيًا أو رسمها قبل كتابة المعادلة. بالنسبة للمثال الإضافي 5، قد ترغب في أن تطلب من الطلاب إجراء الجزء b أولاً باستخدام نقطة البدء ومعدل التغير لتحديد النقاط الأخرى على التمثيل البياني. ثم اطلب من الطلاب كتابة المعادلة التي تصف الخط المشكل.

مثال إضافي

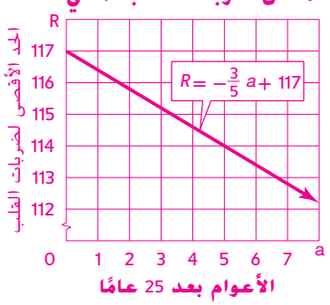
5 الصحة الحد الأقصى المثالي لمعدل ضربات القلب للشخص البالغ من العمر 25 عامًا الذي يمارس التمارين الرياضية لحرق الدهون هو 117 نبضة في الدقيقة الواحدة. بالنسبة لكل خمس سنوات بعد سن 25 عامًا، ينخفض هذا المعدل المثالي ثلاث نبضات لكل دقيقة.

a. اكتب معادلة خطية لإيجاد الحد الأقصى المثالي لمعدل ضربات القلب لأي شخص يزيد عمره عن 25 عامًا ويمارس التمارين الرياضية لحرق الدهون.

$R = -\frac{3}{5}a + 117$، حيث إن R هو الحد الأقصى المثالي لمعدل ضربات القلب للشخص البالغ من العمر 25 عامًا وa هو عدد السنوات بعد 25 عامًا

b. مثّل المعادلة بيانيًا.

معدل ضربات القلب المثالي

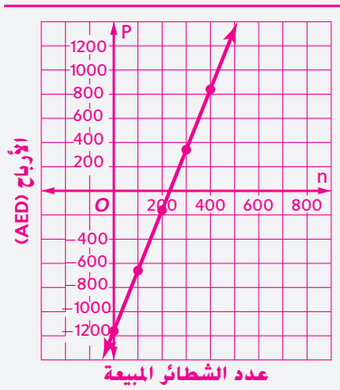


c. أوجد الحد الأقصى المثالي لمعدل ضربات القلب لشخص يبلغ من العمر 55 عامًا ويمارس التمارين الرياضية لحرق الدهون.

99 نبضة في الدقيقة

إجابة إضافية (تمرين موجه)

5B.



CH04.indb 219 8/19/2016 8:30:14 PM

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-16 للتحقق من مدى استيعاب الطلاب.

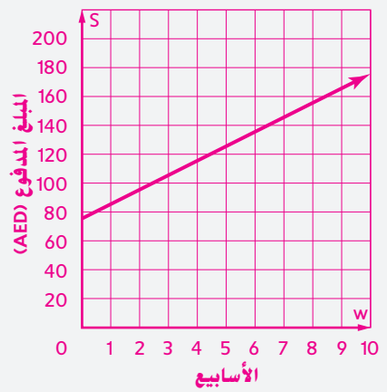
استخدم المخطط أسفل الصفحة لتخصيص الواجبات التي ستكلف الطلاب بها.

تدريس الممارسات الرياضية

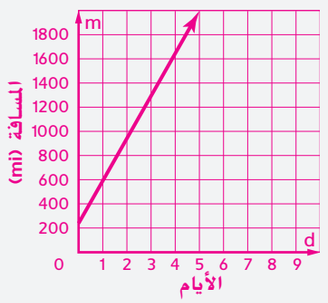
الاستنتاج يستوعب الطلاب المتفوقين في الرياضيات الكميات وعلاقاتها في مواقف المسائل. شجع الطلاب على البدء بتحديد المتغيرات المستقلة والتابعة.

إجابات إضافية

15b.

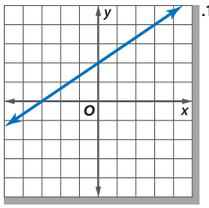


16b.

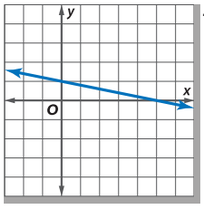


مثال 4 **اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع لكل تمثيل بياني موضح.**

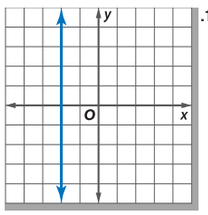
11. $y = \frac{2}{3}x + 2$



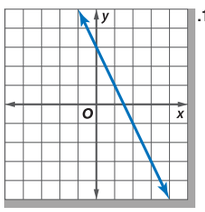
12. $y = -\frac{1}{5}x + 1$



13. غير ممكن



14. $y = -2x + 3$



مثال 5



15. المعرفة المالية يشتري محمد نظامًا صوتيًا مجسمًا جديدًا لسيارته باستخدام نظام الشراء بالدفع مقدمًا.

a. اكتب معادلة للمبلغ الإجمالي S الذي دفعه بعد w من الأسابيع. $S = 10w + 75$

b. مثّل المعادلة بيانيًا. **انظر الهامش.**

c. أوجد المبلغ الذي سيكون محمد قد دفعه بعد 8 أسابيع. 155 AED

16. الاستنتاج تقود مريم سيارتها من بيتها في ميامي بولاية فلوريدا إلى بيت جدتها في مدينة نيويورك. وفي اليوم الأول، ستقطع مسافة 240 ميلاً حتى أورلاندو بفلوريدا لتُقل قريبتها. ثم ستسافران مسافة 350 ميلاً كل يوم.

a. اكتب معادلة تمثل إجمالي عدد الأميال m التي قطعتها مريم، إذا كان d يمثل عدد الأيام بعد أن تُقل قريبتها. $m = 350d + 240$

b. مثّل المعادلة بيانيًا. **انظر الهامش.**

c. كم ستستغرق الرحلة التي ستقطعها إذا كان طولها الإجمالي هو 1,343 ميلًا؟ **حوالي 4 أيام**

التمرين وحل المسائل

المثال 1 **اكتب معادلة لمستقيم ما بصيغة الميل والتقاطع باستخدام الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y المحددين. ثم مثّل المعادلة بيانيًا. 17–22. انظر ملحق إجابات الوحدة 4.**

17. الميل: 5، التقاطع مع المحور الرأسي y: 8

18. الميل: 3، التقاطع مع المحور الرأسي y: 10

19. الميل: 4−، التقاطع مع المحور الرأسي y: 6

20. الميل: 2−، التقاطع مع المحور الرأسي y: 8

21. الميل: 3، التقاطع مع المحور الرأسي y: 4−

22. الميل: 4، التقاطع مع المحور الرأسي y: 6−

المثالان 2-3 **مثّل كل معادلة بيانيًا. 23–32. انظر ملحق إجابات الوحدة 4.**

23. $-3x + y = 6$

24. $-5x + y = 1$

25. $-2x + y = -4$

26. $y = 7x - 7$

27. $5x + 2y = 8$

28. $4x + 9y = 27$

29. $y = 7$

30. $y = -\frac{2}{3}$

31. $21 = 7y$

32. $3y - 6 = 2x$

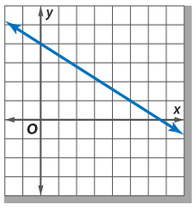
McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

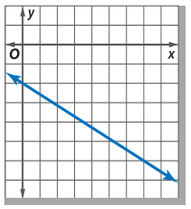
المستوى	الواجب	خيار اليومين (centralize)	
AL مبتدئ	17–37, 62, 63, 65–83	17–37, عدد فردي, 67–70	18–36, عدد زوجي, 62, 63, 65, 66, 71–83
OL أساسي	17–49, عدد فردي, 50, 51, 53–57 عدد, 58–63, 65–83, فردي	17–37, 67–70	38–63, 65, 66, 71–83
BL متقدم	38–79, (اختياري: 80–83)		

CH04.indb 220 8/19/2016 8:30:16 PM

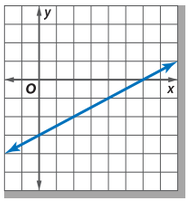
مثال 4 **اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع لكل تمثيل بياني موضح.**

33. 

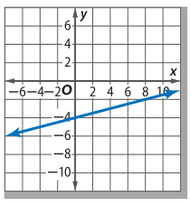
$y = -\frac{1}{5}x + 4$

34. 

$y = -\frac{4}{7}x - 2$

35. 

$y = \frac{1}{2}x - 3$

36. 

$y = \frac{1}{4}x - 4$

مثال 5

37 **خراف البحر** في عام 1991، استوطن 1,267 خروفًا بحريًا مياه ولاية فلوريدا. وتزايد تعداد هذه الخراف بمعدل 123 خروفًا كل عام.

a. اكتب معادلة لتعداد خراف البحر، P، في عدد السنوات t منذ 1991. $P = 1{,}267 + 123t$

b. مثّل هذه المعادلة بيانيًا. **انظر الهامش.**

c. في 2006، خرجت خراف البحر من قائمة فلوريدا للأنواع المعرضة للانقراض. ماذا كان تعداد خراف البحر في عام 2006؟ **3,112 خروف بحر**

B **اكتب معادلة لمستقيم ما بصيغة الميل والتقاطع باستخدام الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y المحددين. 38–43. انظر الهامش.**

38. الميل: $\frac{1}{2}$، التقاطع مع المحور الرأسي y: -3

39. الميل: $\frac{2}{3}$، التقاطع مع المحور الرأسي y: -5

40. الميل: $-\frac{5}{6}$، التقاطع مع المحور الرأسي y: 5

41. الميل: $-\frac{3}{7}$، التقاطع مع المحور الرأسي y: 2

42. الميل: 1، التقاطع مع المحور الرأسي y: 4

43. الميل: 0، التقاطع مع المحور الرأسي y: 5

مثّل كل معادلة بيانيًا. 44–49. انظر ملحق إجابات الوحدة 4.

44. $y = \frac{3}{4}x - 2$

45. $y = \frac{5}{3}x + 4$

46. $3x + 8y = 32$

47. $5x - 6y = 36$

48. $-4x + \frac{1}{2}y = -1$

49. $3x - \frac{1}{4}y = 2$

50. **السفر** تفرض شركة تأجير رسمًا تبلغ قيمته 8 AED في الساعة لتأجير دراجة جبلية بالإضافة إلى رسم بقيمة 5 AED مقابل الخوذة.

a. اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع لإجمالي تكلفة التأجير C لخوذة ودراجة لمدة t من الساعات. $C = 8t + 5$

b. مثّل المعادلة بيانيًا. **انظر الهامش.**

c. كم ستكون التكلفة مقابل خوذتين ودراجتين لمدة 8 ساعات؟ **138 AED**

51. **الاستنتاج** بالنسبة لسكان إلينوي، فمتوسط مصاريف الدراسة في جامعة شيكاغو الحكومية هو 157 دولارًا لكل ساعة معتمدة. وتُكلف الرسوم 218 دولارًا في العام.

a. اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع لمصاريف الدراسة T مقابل c من الساعات المعتمدة. $T = 157c + 218$

b. أوجد التكلفة التي يدفعها طالب يدرس 32 ساعة معتمدة. **5,242 دولارًا**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التعليم المتمايز BL OL

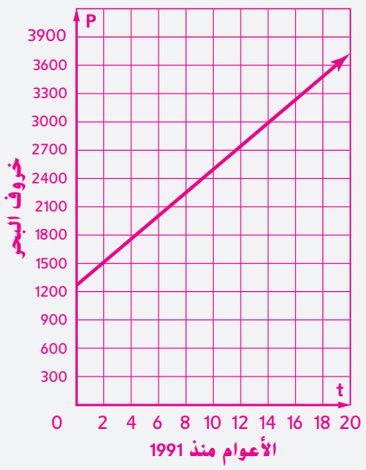
التوسّع اكتب $2y = 8 - 3x$ و $2y = 8 + 3x$ على اللوحة. ذكّر الطلاب بأن هذه المعادلات بالصيغة القياسية للمعادلة الخاصة بالخط. ثُم اطلب من الطلاب أن يحددوا أوجه الشبه والاختلاف بين هذه المعادلات. بعد ذلك، اطلب منهم أن يذكروا أوجه الشبه والاختلاف بين التمثيلات البيانية لهاتين المعادلتين. معاملات المحور x هي معكوسات جمعية؛ ومعاملات المحور y هي نفسها، والمعامل الثابت بعد رمز يساوي في كل معادلة هو نفسه. الميول، $-\frac{3}{2}$ و $\frac{3}{2}$ معكوسات جمعية لبعضها البعض؛ ولديها نفس التقاطع مع المحور الرأسي y، 4.

تنبيه التمرين

ورق التمثيل البياني تتطلب التمارين 1–10، 15–32، 37، 44–49، 50، 58، 62 استخدام ورق التمثيل البياني.

إجابات إضافية

37b.



38. $y = \frac{1}{2}x - 3$

39. $y = \frac{2}{3}x - 5$

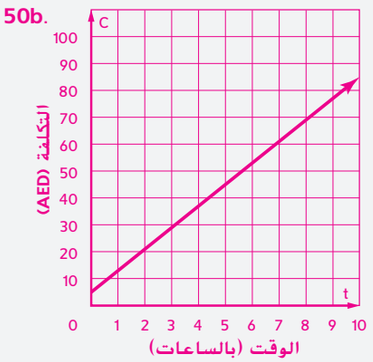
40. $y = -\frac{5}{6}x + 5$

41. $y = -\frac{3}{7}x + 2$

42. $y = x + 4$

43. $y = 5$

50b.



CH04.indb 221 8/19/2016 8:30:17 PM

اكتب معادلة لمستقيم ما بصيغة الميل والتقاطع باستخدام الميل والتقاطع مع المحور الرأسي *y* المحددين. 52–55. انظر الهامش.

52. الميل: 1−. التقاطع مع المحور الرأسي *y*: 0

53. الميل: 0.5. التقاطع مع المحور الرأسي *y*: 7.5

54. الميل: 0. التقاطع مع المحور الرأسي *y*: 7

55. الميل: 1.5−. التقاطع مع المحور الرأسي *y*: 0.25−

56. اكتب معادلة لمستقيم أفقي يمر بالمحور الرأسي *y* عند النقطة (0, 5−). $y = -5$

57. اكتب معادلة لمستقيم يمر عبر نقطة الأصل وله ميل بقيمة 3. $y = 3x$

58. درجة الحرارة انخفضت درجة الحرارة بشكل سريع أثناء الليل. فقد بدأت عند 80°F، ثم بمعدل 3° في الدقيقة.

a. ارسم تمثيلاً بيانيًا يمثل هذا الانخفاض من 0 إلى 8 دقائق. **انظر الهامش.**

b. اكتب معادلة تصف هذه الحالة. صِف معنى كل متغير وكذلك الميل والتقاطع مع المحور الرأسي **y**. **انظر الهامش.**

59. اللياقة البدنية راجع المعلومات على اليسار.



a. اكتب معادلة تمثل تكلفة *C* العضوية لعدد *m* من الشهور. $C = 45m + 145$

b. ما الذي يمثله الميل؟

c. ما الذي يمثله التقاطع مع التكلفة *C*؟ **رسم البدء**

d. ما تكلفة عضوية عامين؟ **1,225 درهمًا**

59b. التكلفة الشهرية للحفاظ على العضوية

60. المجلات بدأت مجلة شبابية عملها مع بيع 500,000 نسخة من إصداراتها في عامها الأول. ومنذ ذلك الحين، تزايد عدد النسخ المَبيعة بمتوسط 33,388 نسخة كل عام.

a. اكتب معادلة تمثل عدد النسخ المبيعة *c* بعد عدد *t* من الأعوام. $c = 33{,}388t + 500{,}000$

b. ما الذي يمثله الميل؟ **الزيادة في عدد النسخ المبيعة كل عام**

c. ما الذي يمثله التقاطع مع التكلفة *C*؟ **عدد النسخ المبيعة في العام الأول**

d. إذا بدأت المجلة في الصدور في عام 1994، واستمرت الزيادة على هذا المنوال، ففي أي عام سيصل عدد النسخ المبيعة إلى 3,000,000؟ **2019**

61. الهواتف الذكية باعت شركة اتصالات 3,305 هواتف ذكية في العام الأول من الإنتاج. فافترض أنهم يتوقعون بيع 25 هاتفًا يوميًا في المتوسط.

a. اكتب معادلة بعدد الهواتف الذكية *P* المبيعة بعد عدد *t* من الأعوام من العام الأول للإنتاج، مع افتراض أن عدد أيام العام يبلغ 365 يومًا. $P = 9{,}125t + 3{,}305$

b. إذا استمرت المبيعات بهذا المعدل، فكم عدد الأعوام اللازمة لتبيع الشركة 100,000 هاتف؟ **12 عامًا**

مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

62. مسألة غير محددة الإجابة الإجابة ارسم تمثيلاً بيانيًا يمثل دالة خطية واقعية واكتب معادلة لهذا التمثيل البياني. صِف ما الذي يمثله التمثيل البياني. **انظر ملحق إجابات الوحدة 4.**

63. الاستنتاج حدد ما إذا كان من الممكن كتابة معادلة لمستقيم رأسي بصيغة الميل والتقاطع. اشرح استنتاجك. **لا؛ لأن مستقيمات الرأسي لا يكون به أي ميل، ولا يمكن كتابته بصيغة الميل والتقاطع.**

64. التحدي لخّص السمات التي تشترك فيها التمثيلات البيانية $y = 2x + 3$، و $y = 4x + 3$، و $y = -x + 3$، و $y = -10x + 3$. **الإجابة النموذجية: كل التمثيلات البيانية الأربعة هي لمستقيم تمر بالمحور الرأسي *y* عند النقطة 3.**

65. الانتظام إذا تم تقديم معادلة في صيغة قياسية، فاشرح كيفية تحديد معدل التغير. **انظر الهامش.**

66. الكتابة في الرياضيات اشرح كيف ستستخدم تقاطعًا مع المحور الرأسي *y* وميلاً محددين للتنبؤ بقيمة *y* الموافقة لقيمة *x* محددة بدون التمثيل البياني. **انظر الهامش.**

إجابات إضافية

52. $y = -x$

53. $y = 0.5x + 7.5$

54. $y = 7$

55. $y = -1.5x - 0.25$

CH04.indb 222 8/19/2016 8:30:19 PM

تمرين على الاختبار المعياري

67. متجر موسيقيّ يمتلك عدد x من الأقراص المضغوطة في مخزونه. فإذا تم بيع 350 قرصًا، وإضافة $3y$ للمخزون، فأي تعبير يمثل عدد الأقراص المضغوطة في المخزون؟ **B**

A $350 + 3y - x$
C $x + 350 + 3y$
B $x - 350 + 3y$
D $3y - 350 - x$

68. **الاحتمالية** يبين الجدول التالي نتيجة استطلاع عن الأنشطة المفضلة. فما احتمالية أن يكون النشاط المفضل لأحد الطلاب هو الألعاب الرياضية أو نادي المسرح؟ **H**

نشاط غير مدرسي	الطلاب
نادي الفنون	24
الفرقة الموسيقية	134
الكورال الغنائي	37
نادي المسرح	46
فرقة التقليد الساخر	19
جريدة المدرسة	26
الألعاب الرياضية	314

F $\frac{3}{8}$ **G** $\frac{4}{9}$ **H** $\frac{3}{5}$ **J** $\frac{2}{3}$

69. تتطلب وصفة لشراب فاكهة أوقيتين من عصير البرتقال لكل 8 أوقيات من عصير الليمون.

فإذا استخدمت أمينة 64 أوقية من عصير الليمون، فأي نسبة يمكنها استخدامها لإيجاد قيمة x، وهو عدد أوقيات عصير البرتقال اللازمة؟ **C**

A $\frac{2}{x} = \frac{64}{6}$
C $\frac{2}{8} = \frac{x}{64}$
B $\frac{8}{x} = \frac{64}{2}$
D $\frac{6}{2} = \frac{x}{64}$

70. **الاستجابة الموسّعة** يبين الجدول التالي نتائج حملة جمع طعام معلّب. وقد تم جمع 1,225 عبوة، وجمع فصل الصف الثاني عشر عبوات أكثر بمقدار 55 عبوة مما جمعه فصل الصف العاشر. فكم عدد العبوات التي جمعها كل من فصلي الصف العاشر والصف الثاني عشر بشكل منفرد؟ اكتب الحل هنا. **انظر الهامش.**

الصف	العبوات
9	340
10	x
11	280
12	y

مراجعة شاملة

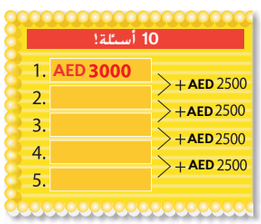
حدد الدالة ذات الصلة لكل متتالية حسابية. ثم حدد ما إذا كانت الدالة *تناسبية* أم غير *تناسبية*. (الدرس 3-6) **71–74. انظر الهامش.**

71. 3, 7, 11, ...
72. 8, 6, 4, ...
73. 0, 3, 6, ...
74. 1, 2, 3, ...

75. **برامج الألعاب** يربح المتسابقون في برنامج للألعاب أموالًا من خلال الإجابة عن 10 أسئلة. (الدرس 3-5)

a. أوجد قيمة السؤال العاشر. **25,500**

b. إذا تمت الإجابة عن كل الأسئلة على نحو صحيح، فكم ستكون الأرباح؟ **142,500**



افترض أن y يتغير طرديًا مثل x. فاكتب معادلة تغير طردي تربط بين x و y. ثم قم بحلها. (الدرس 3-4)

76. إذا كان $y = 10$ عندما يكون $x = 5$، فأوجد قيمة y عندما يكون $x = 6$. **$y = 2x$; 12**

77. إذا كان $y = -16$ عندما يكون $x = 4$، فأوجد قيمة x عندما يكون $y = 20$. **$y = -4x$; −5**

78. إذا كان $y = 6$ عندما يكون $x = 18$، فأوجد قيمة y عندما يكون $x = -12$. **$y = \frac{1}{3}x$; −4**

79. إذا كان $y = 12$ عندما يكون $x = 15$، فأوجد قيمة x عندما يكون $y = -6$. **$y = 0.8x$; −7.5**

مراجعة المهارات

أوجد الميل للمستقيم المار عبر كل زوج من النقاط.

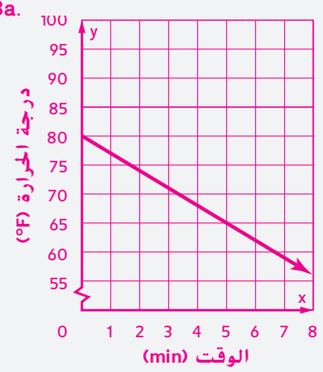
80. (2, 3), (9, 7) $\frac{4}{7}$
81. (−3, 6), (2, 4) $-\frac{2}{5}$
82. (2, 6), (−1, 3) **1**
83. (−3, 3), (1, 3) **0**

4 التقويم

تعيين المصطلح الرياضي اطلب من الطلاب تلخيص كيفية رسم التمثيل البياني لمعادلة دون إيجاد النقاط التي تحقق المعادلة.

إجابات إضافية

58a.



58b. $y = -3x + 80$؛ يمثل y درجة الحرارة، x يمثل الوقت المنقضي، والميل يمثل التغير في درجة الحرارة لكل دقيقة والتقاطع مع المحور الرأسي y يمثل درجة الحرارة عندما بدأت درجة الحرارة في الانخفاض.

65. الإجابة النموذجية: افترض أن معامل y ليس 0. سيتعين علينا أولاً إعادة كتابة المعادلة بصيغة تقاطع الميل. معدل التغير هو أيضًا الميل، لذا فإن معامل المتغير x هو معدل التغير.

66. الإجابة النموذجية: إذا كان الميل هو m والتقاطع مع المحور الرأسي y هو b، فاستبدل قيمة x المعطاة لـ x في $y = mx + b$ ثم بسّطها.

70. جمع فصل الصف العاشر 275 وجمع فصل الصف الثاني عشر 330. أولاً وجدت أن العدد الإجمالي للعلب التي جمعها فصل الصف العاشر وفصل الصف الثاني عشر هو $1225 - (340 + 280)$ أو 605. ثم، إذا كان x هو عدد العلب التي جمعها فصل الصف العاشر، فعندئذ جمع فصل الصف الثاني عشر $x + 55$ علبة. ومجموعها الإجمالي هو 605.
الصف العاشر $= x$ والصف الثاني عشر $= x + 55$،
$x + x + 55 = 605, x = 275$،
الصف العاشر $= 275$، الصف الثاني عشر $= 330$

71. $a_n = 4n - 1$؛ غير تناسبي، ولا يحتوي على $(0, 0)$

72. $a_n = -2n + 10$؛ غير تناسبي، ولا يحتوي على $(0, 0)$

73. $a_n = 3n - 3$؛ غير تناسبي، ولا يحتوي على $(0, 0)$

74. $a_n = n$؛ تناسبي، ويحتوي على $(0, 0)$

تدريس الممارسات الرياضية

الانتظام يبحث الطلاب المتفوقون في الرياضيات عن الأساليب العامة. في التمرين 65، حثّ الطلاب على إلقاء نظرة على المسائل التي قاموا بحلها من أجل صياغة عبارة عامة.

CH04.indb 223 8/19/2016 8:30:22 PM

4-1 مختبر تقنية التمثيلات البيانية: عائلة التمثيلات البيانية الخطية

1 التركيز

الهدف استخدام حاسبة التمثيل البياني لاستكشاف مجموعات الدوال الخطية.

المواد الخاصة بكل طالب

- حاسبة التمثيل البياني

نصيحة تدريسية

تتمتع حاسبة التمثيل البياني بالقدرة على إظهار التمثيلات البيانية بشكل مختلف على الشاشة. الرمز الموجود قبل كل إدخال Y= يوضح كيف سيظهر الخط. ظلل الرمز واضغط على ENTER بشكل متكرر حتى يظهر نوع الخط الذي تريده.

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

اطلب من الطلاب العمل في مجموعات من طالبين أو ثلاثة طلاب والمزج بين القدرات. اطلب من المجموعات استكمال الأنشطة 3-1 والتمارين 9-1.

- إذا لزم الأمر، ذكّر الطلاب بكيفية إدخال المعادلات في قائمة Y=. أشر إلى أنه بتظليل رمز = والضغط على ENTER، سوف تظل معادلة في القائمة ولكنها لا تظهر على الشاشة.
- نافذة العرض القياسية هي شاشة بمقاس [10, 10−] في [10, 10−] مزودة بـ **XScl** و **YScl** من 1. ويُحدد هذا الخيار بالضغط على ZOOM 6.
- قبل بدء النشاط 1، تأكد من أن الطلاب قد مسحوا أو أخفوا أي معادلات في قائمة Y= بخلاف تلك المعادلات التي يرغبون في تمثيلها بيانيًا.

تمرين اطلب من الطلاب استكمال التمارين من 16-10.

تدريس الممارسات الرياضية

البنية يدقق الطلاب المتفوقون في الرياضيات للتفريق بين النمط أو البنية. وضّح للطلاب أن كل نشاط يركز على معامل محدد في المعادلة الخطية.

ترتبط أية عائلة من البشر بالميلاد والزواج. وغالبًا ما يتشارك الأفراد في العائلات بعض السمات. والتمثيلات البيانية الموجودة في عائلة واحدة تتشارك في سمة واحدة على الأقل.

فالتمثيلات البيانية في العائلة الخطية كلها عبارة عن مستقيمات، وأبسط تمثيل بياني في العائلة هو صاحب الدالة الأصلية المتمثلة في $y = x$.

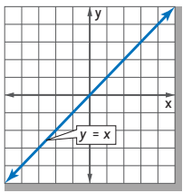
وتُعرف هذه الدالة الأصلية كذلك باسم **الدالة المحايدة**.

ويحتوي تمثيلها البياني على كل النقاط ذات الإحداثيين (a, a).

ومجالها ومداها يعدان جميعًا أرقامًا حقيقية.

يمكنك استخدام حاسبة التمثيل البياني للاستقصاء عن كيفية تأثير تغيير المعلمتين m و b في المعادلة $y = mx + b$ على التمثيلات البيانية في عائلة الدوال الخطية.

التمثيل البياني الأصلي
الدالة المحايدة



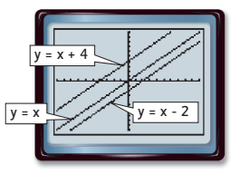
ممارسات رياضية
إيجاد البنية والاستفادة منها.

نشاط 1 تغيير b في $y = mx + b$

مثِّل كلاً من $y = x$ و $y = x + 4$ و $y = x - 2$ في نافذة العرض القياسية.

أدخل المعادلات في قائمة Y= لتكون في صورة Y1 و Y2 و Y3. ثم مثِّل المعادلات بيانيًا.

خطوات العملية على الحاسبة: Y= X,T,θ,n ENTER X,T,θ,n + 4 ENTER X,T,θ,n − 2 ENTER ZOOM 6



[-10, 10] scl: 1 في [-10, 10] scl: 1

1A. كيف تتم مقارنة أشكال الميل في التمثيلات البيانية؟ **لها نفس الميل.**

1B. قارن التمثيل البياني لـ $y = x + 4$ بالتمثيل البياني لـ $y = x$. كيف يمكنك الحصول على التمثيل البياني لـ $y = x + 4$ من التمثيل البياني لـ $y = x$؟ **قم بإزاحة التمثيل البياني لـ $y = x$ لأعلى بمقدار 4 وحدات.**

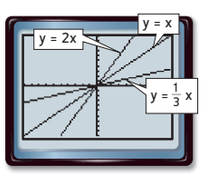
1C. كيف يمكنك الحصول على التمثيل البياني لـ $y = x - 2$ من التمثيل البياني لـ $y = x$؟ **قم بإزاحة التمثيل البياني لـ $y = x$ نزولاً بمقدار وحدتين.**

تغيير نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y. b. يؤدي إلى تحويل أو نقل الدالة الخطية لأعلى أو أسفل المحور الرأسي y. تغيير m في $y = mx + b$ يؤثر على التمثيلات البيانية بطريقة مختلفة. أولاً، استقصِ عن القيم الموجبة لـ m.

نشاط 2 تغيير m في $y = mx + b$، بقيم موجبة

مثِّل كلاً من $y = x$ و $y = 2x$ و $y = \frac{1}{3}x$ في نافذة العرض القياسية.

أدخل المعادلات في قائمة Y= ومثِّلها بيانيًا.



[-10, 10] scl: 1 في [-10, 10] scl: 1

2A. كيف تتم مقارنة أشكال التقاطع مع المحور الرأسي y في التمثيلات البيانية؟
لها نفس التقاطع مع المحور الرأسي y.

2B. قارن التمثيل البياني الذي يمثل $y = 2x$ بالتمثيل البياني الذي يمثل $y = x$.
التمثيل البياني الذي يمثل $y = 2x$ هو أكثر ميلاً من التمثيل البياني الذي يمثل $y = x$.

2C. أيهما أكثر ميلًا، التمثيل البياني الذي يمثل $y = \frac{1}{3}x$ أم التمثيل البياني الذي يمثل $y = x$؟
التمثيل البياني الذي يمثل $y = x$ أكثر ميلاً.

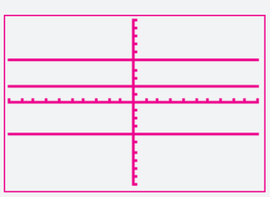
هل يؤثر تغيير m إلى قيمة سالبة على التمثيل البياني بطريقة تختلف عن تغييره إلى قيمة موجبة؟

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

إجابات إضافية

11. قيمة m توضح مدى انحدار التمثيل البياني مقارنة بالتمثيل البياني لـ $y = x$ وقيمة b توضح كم عدد الوحدات الأعلى من أو الأقل من $y = x$ التي سيكون عليها التمثيل البياني.

12. التمثيلات البيانية كلها خطوط أفقية. إنها جميعًا متوازية. وهي تقطع المحور الرأسي y عند نقاط مختلفة.

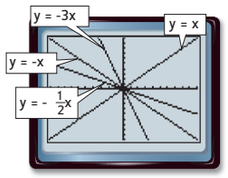


[-10, 10] scl: 1 by [-10, 10] scl: 1

CH04.indb 224 8/19/2016 8:30:25 PM

نشاط 3 تغيير m في $y = mx + b$، بقيم سالبة

مثِّل كلاً من $y = x$ و $y = -x$ و $y = -3x$ و $y = -\frac{1}{2}x$ بيانيًا في نافذة العرض القياسية.



[-10, 10] scl: 1 في [-10, 10] scl: 1

أدخل المعادلات في قائمة Y= ومثِّلها بيانيًا.

3A. كيف تختلف التمثيلات البيانية ذات قيم m السالبة عن التمثيلات البيانية ذات قيم m الموجبة؟

3B. قارن التمثيلات البيانية التي تمثل كلاً من $y = -x$ و $y = -3x$ و $y = -\frac{1}{2}x$. أيها أكثر ميلاً؟
$y = -3x$

تحليل النتائج

3A. التمثيلات البيانية ذات قيم m السالبة تميل نزولاً من اليسار إلى اليمين. أما التمثيلات البيانية ذات قيم m الموجبة تميل صعودًا من اليسار إلى اليمين.

فهم طبيعة المسائل والمثابرة في الحل **مثِّل كل مجموعة من المعادلات بيانيًا على نفس الشاشة.**

صِف أوجه الشبه أو الاختلاف. **1–6. انظر ملحق إجابات الوحدة 4.**

1. $y = 2x$
   $y = 2x + 3$
   $y = 2x - 7$

2. $y = x + 1$
   $y = 2x + 1$
   $y = \frac{1}{4}x + 1$

3. $y = x + 4$
   $y = \frac{2}{3}x + 4$
   $y = \frac{3}{4}x + 4$

4. $y = 0.5x + 2$
   $y = 0.5x - 5$
   $y = 0.5x + 4$

5. $y = -2x - 2$
   $y = -4.2x - 2$
   $y = -\frac{1}{3}x - 2$

6. $y = 3x$
   $y = 3x + 6$
   $y = 3x - 7$

7. تتسم عائلات التمثيلات البيانية بسمات مشتركة. فما المشترك بين التمثيلات البيانية لكل المعادلات في صيغة $y = mx + b$؟ **كلها تمثل مستقيمات غير رأسية.**

8. كيف تؤثر قيمة b على التمثيل البياني الذي يمثل $y = mx + b$؟ **تحدد قيمة b التقاطع مع المحور الرأسي y.**

9. ما نتيجة تغيير قيمة m على التمثيل البياني الذي يمثل $y = mx + b$ إذا كان m قيمة موجبة؟ **9. تغيير قيمة m يؤدي إلى تغيير ميل التمثيل البياني. فإذا كانت قيمة m موجبة، فحينها كلما زادت قيمة m، زاد ميل التمثيل البياني.**

10. كيف يمكنك تحديد التمثيل البياني الأكثر ميلاً من خلال فحص المعادلات التالية؟
$y = 3x, y = -4x - 7, y = \frac{1}{2}x + 4$
10. التمثيل البياني الذي يمثل $y = -4x - 7$ هو أكثر ميلاً لأن قيمة m المطلقة هي الأكبر.

11. اشرح كيف تساعدك معرفة تأثيرات m و b على وضع التمثيل البياني الخاص بمعادلة. **انظر الحاشية.**

12. يمكن للمعادلة $y = k$ أن تكون أيضًا تمثيلاً بيانيًا أصليًا. مثِّل $y = 5$ و $y = 2$ و $y = -4$ بيانيًا على نفس الشاشة. صِف أوجه الشبه أو الاختلاف بين التمثيلات البيانية. **انظر الحاشية.**

امتداد

يمكن أيضًا تحديد الدوال غير الخطية على أساس عائلة من التمثيلات البيانية. مثِّل كل مجموعة من المعادلات التالية بيانيًا على نفس الشاشة. صِف أوجه الشبه أو الاختلاف. **13–15 انظر الحاشية.**

13. $y = x^2$
    $y = -3x^2$
    $y = (-3x)^2$

14. $y = x^2$
    $y = x^2 + 3$
    $y = (x - 2)^2$

15. $y = x^2$
    $y = 2x^2 + 4$
    $y = (3x)^2 - 5$

16. صِف أوجه الشبه والاختلاف في فئات الدوال $f(x) = x^2 + c$ و $f(x) = (x + c)^2$، حيث c هو أي رقم حقيقي. **انظر الحاشية.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3 التقويم

التقويم التكويني

اطلب من الطلاب تلخيص ما يتعلق بعائلة المتوسطات الحسابية للتمثيلات البيانية.

- استخدم التمرين 1 لتقييم مدى استيعاب الطلاب لكيفية تأثير b على التمثيلات البيانية في عائلة من الدوال الخطية.
- استخدم التمرين 3 والتمرين 5 لتقييم مدى استيعاب الطلاب لكيفية تأثير m على التمثيلات البيانية في عائلة من الدوال الخطية.

من الملموس إلى المجرد

أسأل: كيف يمكن رسم التمثيل البياني لـ $y = mx + b$ من التمثيل البياني $y = mx$؟

الإجابة النموذجية: قم بنقل التمثيل البياني لـ $y = mx$ إلى أعلى b وحدات إذا كان b موجبًا وإلى أسفل $|b|$ وحدات إذا كان b سالبًا.

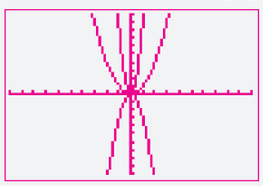
تدريس الممارسات الرياضية

الاستنتاج المنطقي والمثابرة

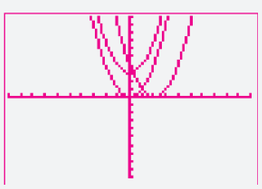
يفكر الطلاب المتفوقون في الرياضيات في المسائل التناظرية من أجل التوصل إلى رؤية واضحة حول الحل. في التمارين 6–1، شجع الطلاب على تغيير نافذة العرض في حاسبة التمثيل البياني الخاصة بهم للحصول على المعلومات التي يحتاجونها.

إجابات إضافية

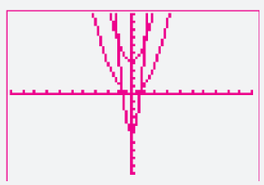
13. للتمثيلات البيانية نفس التقاطع مع المحور الرأسي y ولكن مع اختلاف العرض.


[-10, 10] scl: 1 by [-10, 10] scl: 1

14. حالات العرض لكل مجموعة هي نفسها، ولكن لكل تمثيل بياني تقاطع مختلف مع المحور الرأسي y.


[-10, 10] scl: 1 by [-10, 10] scl: 1

15. للتمثيلات البيانية عرض مختلف وكذلك تقاطع مختلف مع المحور الرأسي y.


[-10, 10] scl: 1 by [-10, 10] scl: 1

16. في التمثيل البياني لـ $f(x) = x^2 + c$، يشبه التمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$، ولكن مع تحويله عموديًا بمقدار $|c|$ وحدات. في التمثيل البياني لـ $f(x) = (x + c)^2$، يشبه التمثيل البياني لـ $f(x) = x^2$، ولكن مع تحويله أفقيًا بمقدار $|c|$ وحدة.

CH04.indb 225 8/19/2016 8:30:27 PM

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 2-4 تمثيل الخطوط بيانيًا في ضوء الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y.

الدرس 2-4 كتابة معادلة لخط ما بصيغة تقاطع الميل في ضوء معرفة الميل ونقطة واحدة أو نقطتين.

بعد الدرس 2-4 كتابة وتمثيل المعادلات الخطية بيانيًا بصيغة تقاطع الميل.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** من الدرس.

اسأل:

- ما النقطتان اللتان ستوجدان على التمثيل البياني للبيانات؟ (2006, 1.6) و(2009, 2.2)
- كيف يمكنك إيجاد ميل أحد الخطوط الذي من شأنه أن يمثل نموذجًا للبيانات؟

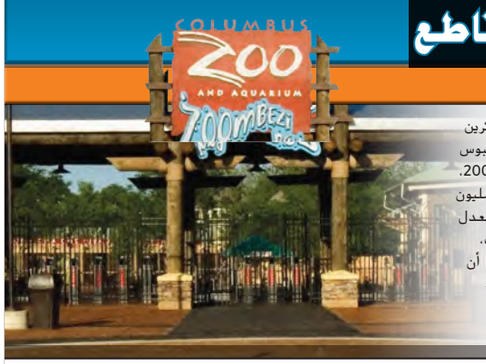
$$\frac{2.2-1.6}{2009-2006}=\frac{0.6}{3}=0.2$$

- كيف يمكنك استخدام المعادلة التي تمثل نموذجًا لهذا الموقف لتوقع الحضور في حديقة الحيوانات في أي عام معين؟

استبدل العام بـ x، ثم أوجد حل y.

الدرس 2-4

4-2 كتابة المعادلات بصيغة الميل والتقاطع



السابق

- قمت بتمثيل مستقيمات بيانيًا باستخدام الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y.

الحالي

1 تكتب معادلة لمستقيم ما بصيغة الميل والتقاطع باستخدام الميل ونقطة واحدة.

2 تكتب معادلة لمستقيم ما بصيغة الميل والتقاطع باستخدام نقطتين محددتين.

لماذا؟

- في عام 2006، كان عدد الزائرين لحديقة حيوان وأسماك كولومبوس حوالي 1.6 مليون زائر. وفي 2009، بلغ عدد الزائرين حوالي 2.2 مليون زائر. ويمكنك إيجاد متوسط معدل التغير لهذه البيانات. بعد ذلك، يمكنك كتابة معادلة من شأنها أن تمثل متوسط الزائرين لحديقة الحيوان هذه في عام محدد.

مفردات جديدة

قيد (constraint)

استكمال خارجي خطي (linear extrapolation)

ممارسات رياضية

صياغة فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

مراعاة الدقة.

1 كتابة معادلة باستخدام ميل ونقطة محددين

يوضح المثال التالي كيفية كتابة معادلة لمستقيم ما إذا تم منحك ميلاً ونقطة بخلاف نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y.

مثال 1 كتابة معادلة باستخدام ميل ونقطة محددين

اكتب معادلة للمستقيم الذي يمر عبر النقطة (2, 1) بميل مقداره 3.

لقد تم تحديد الميل فقط وليس التقاطع مع المحور الرأسي y.

الخطوة 1 أوجد التقاطع مع المحور الرأسي y.

صيغة الميل والتقاطع	$y = mx + b$
عوّض m بـ 3، و y بـ 1، و x بـ 2.	$1 = 3(2) + b$
حوّل لأبسط صورة.	$1 = 6 + b$
اطرح 6 من طرفي المعادلة.	$1 - 6 = 6 + b - 6$
حوّل لأبسط صورة.	$-5 = b$

الخطوة 2 المعادلة بصيغة الميل والتقاطع.

صيغة الميل والتقاطع	$y = mx + b$
عوّض m بـ 3 و b بـ -5.	$y = 3x - 5$

إذًا، فمعادلة المستقيم هي $y = 3x - 5$

تمرين موجه

اكتب معادلة لمستقيم يمر بنقطة محددة وله ميل محدد.

1A. (−2, 5)، الميل 3 $y = 3x + 11$

1B. (−7, 4)، الميل −1 $y = -x - 3$

2 كتابة معادلة باستخدام نقطتين محددتين

إذا تم منحك نقطتين يمر بهما مستقيم ما، فيمكنك استخدامهما لإيجاد الميل أولاً. وبعد ذلك، يمكنك اتباع الخطوات الواردة في المثال 1 لكتابة المعادلة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH04.indb 226 8/19/2016 8:30:30 PM

1 كتابة معادلة باستخدام ميل ونقطة محددين

مثال 1 يوضح كيفية كتابة معادلة لخط في ضوء ميل ونقطة محددين على الخط.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الموجهة بعد كل مثال لتحديد مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 اكتب معادلة للخط الذي يمر عبر النقطة $(2, -3)$ بميل مقداره $\frac{1}{2}$. $y = \frac{1}{2}x - 4$

2 كتابة معادلة باستخدام نقطتين محددتين

مثال 2 يوضح كيفية كتابة معادلة لخط في ضوء أي نقطتين محددتين على الخط. **مثال 3** يوضح كيفية حل مسألة من الحياة اليومية عن طريق كتابة معادلة لخط في ضوء نقطتين محددتين على الخط. **المثال 4** يوضح كيفية استخدام معادلة خطية لتوقع قيم خاصة بمسألة من الحياة اليومية.

مثال إضافي

2 اكتب معادلة للخط الذي يمر عبر كل زوج من النقاط.

a. $(-3, -4), (-2, -8)$
$y = -4x - 16$

b. $(6, -2), (3, 4)$
$y = -2x + 10$

مثال 2 كتابة معادلة باستخدام نقطتين محددتين

اكتب معادلة للمستقيم الذي يمر عبر كل زوج من النقاط.

a. $(3, 1)$ و $(2, 4)$

الخطوة 1 أوجد ميل المستقيم الذي يحتوي على النقطتين المحددتين.

صيغة الميل: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$(x_1, y_1) = (3, 1)$ و $(x_2, y_2) = (2, 4)$: $= \frac{4 - 1}{2 - 3}$

حوّل لأبسط صورة: $= \frac{3}{-1}$ أو -3

الخطوة 2 استخدم أيًا من النقطتين لإيجاد نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y.

صيغة الميل والتقاطع: $y = mx + b$

عوّض m بـ -3، و x بـ 2، و y بـ 4: $4 = (-3)(2) + b$

حوّل لأبسط صورة: $4 = -6 + b$

اطرح -6 من طرفي المعادلة: $4 - (-6) = -6 + b - (-6)$

حوّل لأبسط صورة: $10 = b$

الخطوة 3 اكتب المعادلة بصيغة الميل والتقاطع.

صيغة الميل والتقاطع: $y = mx + b$

عوّض m بـ -3 و b بـ 10: $y = -3x + 10$

إذًا، فالمعادلة تكون $y = -3x + 10$.

b. $(-2, -4)$ و $(-5, -6)$

الخطوة 1 أوجد ميل المستقيم الذي يحتوي على النقطتين المحددتين.

صيغة الميل: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$(x_1, y_1) = (-4, -2)$ و $(x_2, y_2) = (-5, -6)$: $= \frac{-6 - (-2)}{-5 - (-4)}$

حوّل لأبسط صورة: $= \frac{-4}{-1}$ 4

الخطوة 2 استخدم أيًا من النقطتين لإيجاد نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y.

صيغة الميل والتقاطع: $y = mx + b$

عوّض m بـ 4، و x بـ -4، و y بـ -2: $-2 = 4(-4) + b$

حوّل لأبسط صورة: $-2 = -16 + b$

اطرح -16 من طرفي المعادلة: $-2 - (-16) = -16 + b - (-16)$

حوّل لأبسط صورة: $14 = b$

الخطوة 3 اكتب المعادلة بصيغة الميل والتقاطع.

صيغة الميل والتقاطع: $y = mx + b$

عوّض m بـ 4 و b بـ 14: $y = 4x + 14$

إذًا، فالمعادلة تكون $y = 4x + 14$.

تمرين موجه

اكتب معادلة للمستقيم الذي يمر عبر كل زوج من النقاط.

2A. $(-1, 12), (4, -8)$ $y = -4x + 8$

2B. $(5, -8), (-7, 0)$ $y = -\frac{2}{3}x - \frac{14}{3}$

نصيحة دراسية

اختيار نقطة مع وجود نقطتين على مستقيم ما. يمكنك تحديد أي منهما لتصبح (x_1, y_1). احرص على الالتزام بالاتساق طوال حل المسألة.

نصيحة دراسية

الميل إذا كانت قيمتا الإحداثيين (x_1, y_1) سلبيتين، فتأكد من وضع كلٍ من علامات السالب وعلامات الطرح الموجودة في صيغة الميل في الحسبان.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

التسجيل الصوتي اطلب من الطلاب تسجيل تفسير لما يمثله كُل عدد بإحدى المعادلات بصيغة تقاطع الميل في موقف من الحياة اليومية. ويمكن إعادة تشغيل هذا التسجيل كمراجعة قبل بدء حل الواجب أو الاختبار.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH04.indb 227 8/19/2016 8:30:32 PM

التركيز على محتوى الرياضيات

صيغة تقاطع الميل عندما تكون إحداثيات نقطتين على أحد الخطوط فقط معروفة، استخدم النقطتين لإيجاد الميل. استبدل الميل وقيم إحدى النقاط بـ $y = mx + b$ وأوجد حل b، التقاطع مع المحور الرأسي y.

أمثلة إضافية

3 **الاقتصاد** خلال عام واحد، كانت التكلفة التي تحملها مالك مقابل البنزين العادي الخاص بالخدمة الذاتية هي AED 3.20 في الأول من يونيو و AED 3.42 في الأول من يوليو. اكتب معادلة خطية لتوقع التكلفة التي يتحملها مالك للبنزين في الأول من أي شهر أثناء العام، باستخدام 1 ليمثل شهر يناير. $y = 0.22x + 1.88$

4 **الاقتصاد** يستخدم مالك في المتوسط 25 جالونًا من البنزين في الشهر. وخصص AED 100 للبنزين في أكتوبر. استخدم معادلة التوقع في المثال الإضافي 3 لتحديد ما إذا كان مالك يحتاج إلى زيادة الميزانية. اشرح. إذا زادت أسعار البنزين بنفس المعدل، سوف تبلغ تكلفة الجالون AED 4.8 في أكتوبر. تبلغ تكلفة 25 جالونًا بهذا السعر AED 102. لذلك سيحتاج مالك إلى إضافة درهمين على الأقل إلى الميزانية.

تدريس الممارسات الرياضية

الدقة الطلاب المتفوقون في الرياضيات يعبرون عن الإجابات العددية بدرجة من الدقة مناسبة لسياق المسألة. ناقش متى تكون التقديرات مناسبة ومتى تتطلب المسائل إجابات أكثر دقة.

في الرياضيات، **القيد** هو شرط يجب أن يفي به الحل. ويمكن النظر للمعادلات على أنها قيود في حالة حل المسائل. وتفي حلول المعادلة بقيود المسألة.

مثال 3 من الحياة اليومية استخدام صيغة الميل والتقاطع

رحلات الطيران **يبين الجدول التالي عدد رحلات الطيران الداخلي في الولايات المتحدة في الفترة من 2004 حتى 2008. اكتب معادلة يمكن استخدامها للتنبؤ بعدد رحلات الطيران إذا استمرت في التناقص بنفس المعدل.**

العام	رحلات الطيران (بالملايين)
2004	9.97
2005	10.04
2006	9.71
2007	9.84
2008	9.37

الفهم أنت تعرف عدد رحلات الطيران في الفترة من 2004-2008.

التخطيط لنفترض أن x يمثل عدد الأعوام منذ العام 2000، ولنفترض أن y يمثل عدد رحلات الطيران. فاكتب معادلة للمستقيم الذي يمر عبر النقطة (4, 9.97) والنقطة (8, 9.37).

الحل أوجد الميل.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$ صيغة الميل

$$= \frac{9.37 - 9.97}{8 - 4}$$ لنفترض أن $(x_1, y_1) = (4, 9.97)$ وأن $(x_2, y_2) = (8, 9.37)$.

$$= -\frac{0.6}{4} \quad -0.15$$ حوّل لأبسط صورة.

استخدم (8, 9.37) لإيجاد التقاطع مع المحور الرأسي y الخاص بالمستقيم.

$y = mx + b$ صيغة الميل والتقاطع

$9.37 = -0.15(8) + b$ عوّض y بـ 9.37، m بـ −0.15، وx بـ 8.

$9.37 = -1.2 + b$ حوّل لأبسط صورة.

$10.57 = b$ اجمع 2.1 على طرفي المعادلة.

اكتب المعادلة باستخدام $m = -0.15$ و$b = 10.57$.

$y = mx + b$ صيغة الميل والتقاطع

$y = -0.15x + 10.57$ عوّض m بـ −0.15 وb بـ 75.01

التحقق تحقق من نتيجتك باستخدام إحداثيات النقطة الأخرى.

$y = -0.15x + 10.57$ المعادلة الأصلية

$9.97 \stackrel{?}{=} -0.15(4) + 10.57$ عوّض y بـ 9.9 وx بـ 4.

$9.97 = 9.97$ ✓ حوّل لأبسط صورة.

تمرين موجه

3. المعرفة المالية بالإضافة إلى راتب أحمد الأسبوعي، فهو يكسب AED 16 مقابل كل عملية توصيل. والأسبوع الماضي، قام بـ 5 عمليات توصيل، وإجمالي مكسبه كان AED 215. اكتب معادلة خطية لإيجاد إجمالي مكسب أحمد الأسبوعي T إذا كان يقوم بعدد d من عمليات التوصيل.

$T = 16d + 135$

مهن في حياتنا

الطاقم الأرضي

تشمل مسئوليات الطاقم الأرضي التابع للخطوط الجوية التحقق من التذاكر، ومساعدة الركاب في تحميل أمتعتهم، والتأكد من تحميل الحقائب بصورة سليمة وآمنة. وعادةً ما تتطلب هذه المهنة الحصول على دبلومة مدرسة ثانوية أو شهادة تطوير التعليم العام.

المصدر: وظائف الخطوط الجوية

يمكنك استخدام معادلة خطية لوضع تنبؤات عن القيم التي تكون خارج نطاق البيانات. ويُطلق على هذه العملية اسم **الاستكمال الخارجي الخطي**.

مثال 4 من الحياة اليومية التنبؤ من خلال صيغة الميل والتقاطع

رحلات الطيران قدّر عدد رحلات الطيران الداخلي في عام 2020.

$y = -0.15x + 10.57$ المعادلة الأصلية

$-0.15(20) + 10.57 =$ أو 7.57 ملايين عوّض x بـ 20.

تمرين موجه

4. المال استخدم المعادلة الموجودة في التمرين الموجه 3 للتنبؤ بالمبلغ المالي الذي سيجنيه أحمد في أسبوع إذا أتم 8 عمليات توصيل. AED 263

نصيحة في حل المسائل

الدقة إن تحديد ما إذا كانت الإجابة منطقية هو أمر مفيد عندما تكون الإجابة الدقيقة غير ضرورية.

التعليم المتمايز OL AL

إذا اختلط الأمر على الطلاب عند تعلّم أكثر من طريقة لكتابة معادلة خطية،

عندئذ اطلب من هؤلاء الطلاب استخدام تعريف الميل لاشتقاق صيغة تقاطع الميل لمعادلة. يمكن استخدام نفس هذا النهج في الدرس 3-4 بشأن صيغة نقطة الميل لمعادلة. ويكون أداء المتعلم الذي يتسم بالتفكير المنطقي هو الأفضل عند ربط مفاهيم جديدة بالمفاهيم التي تم تعلمها بالفعل.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH04.indb 228 8/19/2016 8:30:34 PM

التحقّق من فهمك

مثال 1 **اكتب معادلة تمثل المستقيم الذي يمر بالنقطة المحددة ويتمتع بالميل المحدد.**

1. (3, −3)، الميل 3 $y = 3x - 12$
2. (2, 4)، الميل 2 $y = 2x$
3. (1, 5)، الميل −1 $y = -x + 6$
4. (−6, 4)، الميل −2 $y = -2x - 2$

مثال 2 **اكتب معادلة للمستقيم الذي يمر عبر كل زوج من النقاط.**

5. (4, −3), (2, 3) $y = -3x + 9$
6. (−7, −3), (−3, 5) $y = 2x + 11$
7. (−1, 3), (0, 8) $y = 5x + 8$
8. (−2, 6), (0, 0) $y = -3x$



المثالان 3, 4

9. **التجديف في الأنهار السريعة** عشرة أشخاص من مجموعة شبابية محلية ذهبوا إلى شركة بلاك هيلز لرحلات التجديف في الأنهار السريعة لحجز رحلة تجديف ليوم واحد. ودفعت المجموعة 425 AED.
   a. اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع لإيجاد التكلفة الإجمالية C للأشخاص p. $C = 35p + 75$
   b. كم ستكلف الرحلة لـ 15 شخصًا؟ 600 AED

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **اكتب معادلة تمثل المستقيم الذي يمر بالنقطة المحددة ويتمتع بالميل المحدد.**

10. (3, 1)، الميل 2 $y = 2x - 5$
11. (−1, 4)، الميل −1 $y = -x + 3$
12. (1, 0)، الميل 1 $y = x - 1$
13. (7, 1)، الميل 8 $y = 8x - 55$
14. (2, 5)، الميل −2 $y = -2x + 9$
15. (2, 6)، الميل 2 $y = 2x + 2$

مثال 2 **اكتب معادلة للمستقيم الذي يمر عبر كل زوج من النقاط.**

16. (9, −2), (4, 3) $y = -x + 7$
17. (−2, 5), (5, −2) $y = -x + 3$
18. (−5, 3), (0, −7) $y = -2x - 7$
19. (3, 5), (2, −2) $y = 7x - 16$
20. (−1, −3), (−2, 3) $y = -6x - 9$
21. (−2, −4), (2, 4) $y = 2x$

المثالان 3, 4

22. **النمذجة** يقود محمود سيارة بوحدة تحكم عن بعد على سرعة ثابتة. وقد قام بتشغيل المؤقت عندما كانت السيارة على بعد 5 أقدام. وبعد ثانيتين، أصبحت السيارة على بعد 35 قدمًا.
   a. اكتب معادلة خطية لإيجاد المسافة d بين السيارة ومحمود. $d = 15t + 5$
   b. قدّر المسافة التي قطعتها السيارة بعد 10 ثوانٍ. 155 ft

23. **حائق الحيوان** ارجع إلى بداية الدرس.
   a. اكتب معادلة خطية لإيجاد عدد الزائرين (بالملايين) y بعد عدد x من الأعوام. لنفترض أن x هو عدد الأعوام منذ العام 2000. $y = 0.2x + 0.4$
   b. قدّر عدد زائري حديقة الحيوان في عام 2020. 4.4 ملايين

24. **الكتب** في عام 1904، كانت تكلفة القاموس 30 سنتًا. ومن حينها ارتفعت تكلفة القاموس بمتوسط 6 سنتات في العام.
   a. اكتب معادلة خطية لإيجاد تكلفة C شراء قاموس بعد عدد y من الأعوام من عام 1904. $C = 30 + 6y$
   b. إذا استمر الأمر على هذا المنوال، فكم ستكون تكلفة القاموس في العام 2020؟ 7.26 AED

B **اكتب معادلة تمثل المستقيم الذي يمر بالنقطة المحددة ويتمتع بالميل المحدد.**

25. (4, 2)، الميل $\frac{1}{2}$ $y = \frac{1}{2}x$
26. (3, −2)، الميل $\frac{1}{3}$ $y = \frac{1}{4}x - 3$
27. (6, 4)، الميل $-\frac{3}{4}$ $y = -\frac{3}{4}x + 8\frac{1}{2}$
28. (2, −3)، الميل $\frac{2}{3}$ $y = \frac{2}{3}x - 4\frac{1}{3}$
29. (2, −2)، الميل $\frac{2}{7}$ $y = \frac{2}{3}x - 2\frac{4}{7}$
30. (−4, −2)، الميل $-\frac{3}{5}$ $y = -\frac{3}{5}x - 4\frac{2}{5}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	10–24, 47, 49–77	عدد فردي 11–23, 53–56	عدد زوجي 10–24, 47, 49–52, 57–77
OL أساسي	عدد فردي 11–31 عدد فردي 32, 33–39, 40–47, 49–77	10–24, 53–56	25–47, 49–52, 57–77
BL متقدم	(اختياري: 27–77) 17–52		

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 9-1 للتحقق من مدى استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل الصفحة لتخصيص الواجبات التي ستكلف الطلاب بها.

نصائح للمعلمين الجدد

الاستنتاج المنطقي ذكّر الطلاب بأن معامل x يمثل الميل فقط عندما تكون المعادلة بصيغة تقاطع الميل. وضّح باستخدام مثال مكون من معادلتين، معادلة ليست بصيغة تقاطع الميل ومعادلة بصيغة تقاطع الميل.

تدريس الممارسات الرياضية

وضع النماذج يمكن للطلاب المتفوقين في الرياضيات تحليل العلاقات رياضيًا للوصل إلى الاستنتاجات. في التمرين 22، شجع الطلاب على البدء بربط حركة السيارة بكيفية تمثيل ذلك رياضيًا.

انتبه!

المفاهيم الخاطئة لدى الطلاب ذكّر الطلاب بأن x و y في معادلة ما يمثلان أي زوجين من قيم x و y التي تحقق المعادلة. وإحداثيات النقطة المحددة هي زوج واحد من هذه القيم.

تأكد من أن الطلاب يفهمون أنه في حين يمكن استخدام نقطتين لكتابة معادلة، تنطوي معادلات التوقع من الحياة اليومية على نقاط بيانات أكثر.

CH04.indb 229 8/19/2016 8:30:37 PM

تنبيه التمرين

ورق التمثيل البياني سيحتاج الطلاب إلى ورق تمثيل بياني في التمارين 31, 45, 46, 57–62, 65.

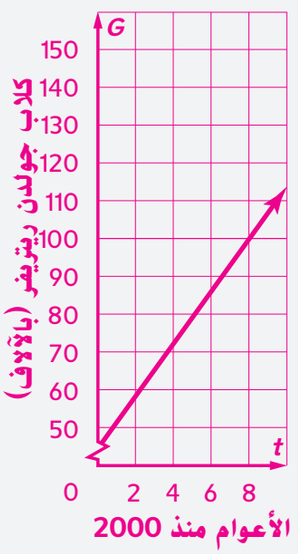
تدريس الممارسات الرياضية

الاستنتاج المنطقي يبدأ الطلاب المتفوقون في الرياضيات بشرح معنى المسألة لأنفسهم. في التمرين 43، يجب أن يدرك الطلاب أنه نظرًا لأن النفايات تقل كل عام، فإن ميل الدالة يكون سالبًا.

الفرضيات يتمتع الطلاب المتفوقون في الرياضيات بالقدرة على تحليل المواقف عن طريق تقسيمها إلى حالات. في التمرين 52، شجع الطلاب على ذكر جميع توافيق المعلومات التي يمكن استخدامها لكتابة معادلة لأحد الخطوط.

إجابات إضافية

31b.



38. لا؛ التعويض عن 3 و1− في x وy، على التوالي، يؤدي إلى معادلة غير صحيحة.

39. نعم؛ التعويض عن 6 و2− في x و y، على التوالي، يؤدي إلى معادلة صحيحة.

31. **الكلاب** في عام 2001، كان هناك قرابة 56.1 ألف كلب من نوع جولدن ريتريفر (كلب الصيد الذهبي) مسجلين في الولايات المتحدة. وفي 2002، بلغ عدد الكلاب 62.5 ألفًا.

a. اكتب معادلة خطية لإيجاد عدد آلاف كلاب الجولدن ريتريفر G التي سيتم تسجيلها في العام t، بحيث يكون $t = 0$ هو العام 2000. $G = 6.4t + 49.7$

b. مثّل المعادلة بيانيًا. **انظر الحاشية.**

c. قدّر عدد كلاب الجولدن ريتريفر التي من المتوقع تسجيلها في عام 2017. 158,500

32. **عضويات النادي الرياضي** يعرض مركز ترفيهي محلي عضوية سنوية مقابل 265 AED. ويوفر المركز فصول رياضية هوائية في مقابل 5 AED إضافية للفصل الواحد.

a. اكتب معادلة تمثل التكلفة الإجمالية للعضوية. $y = 5x + 265$

b. أنفقت أميرة 600 AED في أحد الأعوام. فكم عدد فصول الرياضات الهوائية التي حضرتها؟ 47 فصلاً

33. **الاشتراك** تقدم إحدى المجلات اشتراكًا عبر الإنترنت يسمح لك باستعراض مقالات مؤرشفة تصل إلى 25 مقالاً بالمجان. ولاستعراض 30 مقالاً مؤرشفًا، عليك دفع 49.15 AED. ولاستعراض 33 مقالاً مؤرشفًا، عليك دفع 57.40 AED.

a. فما تكلفة كل مقال مؤرشف تدفع مقابله رسمًا؟ 2.75 AED

b. ما تكلفة الاشتراك في المجلة؟ 35.40 AED

اكتب معادلة للمستقيم الذي يمر عبر النقاط المحددة.

34. (5, −2), (7, 1) $y = 1\frac{1}{2}x - 9\frac{1}{2}$

35. (5, −3), (2, 5) $y = -2\frac{2}{3}x + 10\frac{1}{3}$

36. $\left(\frac{5}{4}, 1\right), \left(-\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$ $y = \frac{1}{6}x + \frac{19}{24}$

37. $\left(\frac{5}{12}, -1\right), \left(-\frac{3}{4}, \frac{1}{6}\right)$ $y = -x - \frac{7}{12}$

حدد ما إذا كانت النقاط المحددة موجودة على المستقيم أم لا. اشرح لِمَ أو لِمَ لا؟

38. (3, −1)؛ $y = \frac{1}{3}x + 5$

39. (6, −2)؛ $y = \frac{1}{2}x - 5$ **انظر الحاشية.**

38–39. انظر الحاشية.

فيما يتعلق بالتمارين 40-42، حدد أي معادلة تمثل كل حالة بالشكل الأفضل. اشرح معنى كل متغير.

A	B	C
$y = -\frac{1}{3}x + 72$	$y = 2x + 225$	$y = 8x + 4$

40. **الحفلات الموسيقية** تكلف تذاكر حضور حفل موسيقي 8 AED للتذكرة بالإضافة إلى رسم معالجة بقيمة 4 AED لكل طلب.

41. **جمع التبرعات** يمتلك فصل في العام الدراسي الأول 225 AED. ويبيع الوحدة تذاكر سحب بسعر درهمين للتذكرة لجمع الأموال اللازمة للقيام برحلة ميدانية.

42. **حمامات السباحة** يبلغ مستوى الماء الحالي في حمام سباحة في مدينة توكسون بولاية أريزونا 6 أقدام. ومعدل التبخر هو $\frac{1}{3}$ بوصة في اليوم.

43. **فهم طبيعة الأمر** طبّقت إحدى الجهات المصنعة برنامجًا لتقليل النفايات. وفي عام 1998، أرسلت هذه الجهة 946 طنًا من النفايات إلى مواقع دفن النفايات. وفي كل عام بعد ذلك، قللت الجهة نفاياتها بمتوسط 28.4 طنًا.

a. فكم طنًا تم إرسالها إلى مواقع دفن النفايات في عام 2010؟ 605.2

b. في أي عام سيستحيل استمرار الأمر على هذه الوتيرة؟ اشرح.

44. **جمع الدوال** فتح والدا طالبة في الكلية حسابًا لها بوديعة 5,000 AED. وأضافا ودائع تلقائية بمبلغ 100 AED إلى الحساب كل أسبوع. $B(t) = 4{,}400 - 150t$ ؛ **المبلغ المتبقي في الحساب في الوقت t**

a. اكتب دالة $d(t)$ للتعبير عن المبلغ المالي الموجود في الحساب بعد عدد t من الأسابيع من تاريخ الإيداع الأولي. $d(t) = 5{,}000 + 100t$

b. تخطط هذه الطالبة لإنفاق 600 AED في الأسبوع الأول و 250 AED في كل أسبوع من الأسابيع التالية نظير الغرفة والمعيشة ونفقات أخرى. اكتب دالة $w(t)$ للتعبير عن مبلغ المال المأخوذ من الحساب كل أسبوع. $w(t) = 600 + 250t$

c. أوجد $B(t) = d(t) - w(t)$. ما الذي تمثله هذه الدالة الجديدة؟

d. هل ستنفد أموال الطالبة؟ إذا كان سيحدث هذا، فمتى ذلك؟ نعم؛ في غضون 29 أسبوعًا تقريبًا

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH04.indb 230 8/19/2016 8:30:39 PM

45. تذاكر الحفلة الموسيقية راشد يشتري تذاكر لحفلة موسيقية عبر الإنترنت. وهناك رسم معالجة لكل طلب، وتكلفة التذكرة الواحدة تبلغ 52 AED. وقد طلب راشد 5 تذاكر وكانت التكلفة 275 AED.

c–b. انظر ملحق إجابات الوحدة 4.

a. حدد رسم المعالجة. اكتب معادلة خطية لتمثيل التكلفة الإجمالية C نظير التذاكر t .

15 AED؛ $C = 52t + 15$

b. ارسم جدولاً بالقيم لثلاثة أعداد أخرى على الأقل من التذاكر.

c. مثّل هذه المعادلة بيانيًا. تنبأ بتكلفة 8 تذاكر.

46. الموسيقى يقدم متجر موسيقى عضوية لنادي المشترين المعتادين. وتُكلّف العضوية 22 AED في العام. وبعدها يمكن للعضو أن يشترى أقراصًا مضغوطة بسعرٍ مخفّض.
فإذا اشترى أحد الأعضاء 17 قرصًا مضغوطًا في عامٍ واحد، فستكون التكلفة 111.25 AED.

a. حدد تكلفة كل قرص مضغوط بالنسبة للعضو. **5.25 AED**

b. اكتب معادلة خطية لتمثيل التكلفة الإجمالية y لعضوية عام واحد، إذا تم شراء عدد x من الأقراص المضغوطة. **$y = 5.25x + 22$**

c. مثّل هذه المعادلة بيانيًا. **انظر ملحق إجابات الوحدة 4.**

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

47. تحليل الخطأ تكتب كل من خديجة وأسماء معادلة للمستقيم المار بالنقطتين $(-2, 3)$ و $(4, 6)$. فهل كل منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

خديجة

$m = \frac{4 - (-2)}{6 - 3} = \frac{6}{3}$ أو 2

$y = mx + b$

$-2 = 2(3) + b$

$-2 = 6 + b$

$-8 = b$

$y = 2x - 8$

أسماء

$m = \frac{4 - (-2)}{6 - 3} = \frac{6}{3}$ أو 2

$y = mx + b$

$6 = 2(4) + b$

$6 = 8 + b$

$-2 = b$

$y = 2x - 2$

خديجة هي من تكون على صواب؛ حيث غيرت تيس الإحداثيين x و y الموجودين على النقطة التي أدخلتها في الخطوة 3.

48. مسألة تحفيزية افترض أن النقاط الثلاث $(3, 7)$ و $(1, -6)$ و $(9, p)$ المتعلقة بالمستقيم، ثم عوّض كلاً من x و y على نفس المستقيم. فأوجد قيمة p واشرح الخطوات التي اتبعتها. **بـ 9 و p على التوالي لإيجاد قيمة p.**

11؛ استخدم النقطتين الأوليين لإيجاد المعادلة

49. الاستنتاج افترض أن الصيغة القياسية لمعادلة خطية هي، $Ax + By = C$.

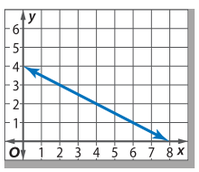
a. أعد كتابة المعادلة بصيغة الميل والتقاطع. **$y = -\frac{A}{B}x + \frac{C}{B}$**

b. ما الميل؟ **الميل $= -\frac{A}{B}$**

c. ما التقاطع مع المحور الرأسي y؟ **التقاطع مع المحور الرأسي $y = \frac{C}{B}$**

d. هل هذا صحيح بالنسبة لجميع القيم الحقيقية لكل من A وB وC؟ **لا، $B \neq 0$.**

50. مسألة غير محددة الإجابة ابتكر موقفًا واقعيًا يتوافق مع التمثيل البياني الموجود على اليمين. حدد الكميتين وصِف العلاقة الدالية بينهما. اكتب معادلة لتمثيل هذه العلاقة واشرح معنى الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y.



انظر ملحق إجابات الوحدة 4.

51. الكتابة في الرياضيات تعد المعادلات الخطية مفيدة في التنبؤ بالأحداث المستقبلية. صِف بعض العوامل في مواقف واقعية قد تؤثر على موثوقية التمثيل البياني في وضع أي تنبؤات. **انظر ملحق إجابات الوحدة 4.**

52. الفرضيات ما المعلومات اللازمة لكتابة معادلة لمستقيم ما؟ اشرح. **أنت بحاجة إلى معرفة الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y الخاصين بالمستقيم، أو ميل نقطة أخرى على المستقيم وإحداثييها، أو إحداثيات نقطتين على المستقيم.**

انتبه!

تحليل الخطأ بالنسبة للتمرين 47، يجب أن يرى الطلاب أن مريم وأسماء قد فعلتا شيئًا ما مختلفًا في المعادلة التي كتبتاها تحت $y = mx + b$ اشرح للطلاب أنه من المهم الحفاظ على تحديد قيم x، y بشكل صحيح.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4 التقويم

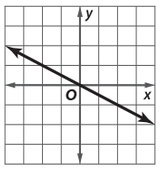
أخبار الأمس اطلب من الطلاب كتابة كيف ساعدهم درس الأمس في كتابة معادلات بصيغة تقاطع الميل اليوم.

التقويم التكويني

تحقق من مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم الواردة في الدرس 1-4 والدرس 2-4.

تمرين على الاختبار المعياري

53. أي معادلة تمثل التمثيل البياني بالشكل الأفضل؟ **D**

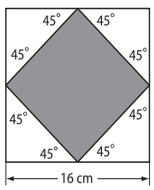


A $y = 2x$
B $y = -2x$
C $y = \frac{1}{2}x$
D $y = -\frac{1}{2}x$

54. يستفيد مصطفى بخصم للموظفين قيمته 12%. فإذا اشترى شيئًا ثمنه 335 AED في المتجر. فما قيمة الخصم الذي سيحصل عليه مع التقريب إلى أقرب درهم؟ **J**

F 3 AED
G 4 AED
H 30 AED
J 43 AED

55. الهندسة تم التوصيل بين نقاط منتصف أربعة أضلاع مربع كبير لتكوين مربع أصغر حجمًا. فما مساحة المربع الأصغر حجمًا؟ **B**



A 64 cm^2
B 128 cm^2
C 248 cm^2
D 256 cm^2

56. إجابة قصيرة إذا كان $\frac{5(x+4)}{2} + 7 = 37$. فما قيمة $3x - 9$؟ **15**

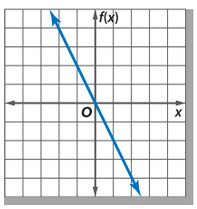
مراجعة شاملة

مثّل كل معادلة بيانيًا. (الدرس 4-1) **57–62. انظر ملحق إجابات الوحدة 4.**

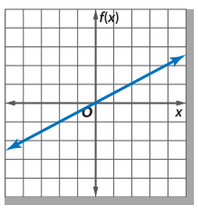
57. $y = 3x + 2$
58. $y = -4x + 2$
59. $3y = 2x + 6$
60. $y = \frac{1}{2}x + 6$
61. $3x + y = -1$
62. $2x + 3y = 6$

اكتب معادلة في صورة تسمية دالة لكل علاقة. (الدرس 3-6)

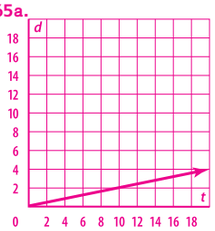
63. $f(x) = -2x$



64. $f(x) = \frac{1}{2}x$



65a.



65. **الأرصاد الجوية** المسافة d بالأميال التي يقطعها صوت الرعد في عدد t من الثواني تحددها المعادلة $d = 0.21t$. (الدرس 3-4)

a. مثّل المعادلة بيانيًا.

b. استخدم التمثيل البياني لتقدير المدة المستغرقة لسماع صوت الرعد القادم من عاصفة على بعد 3 أميال.

حوالي 14 ثانية

أوجد حل كل من المعادلات التالية. تحقق من إجابتك. (الدرس 2-3)

66. $-5t - 2.2 = -2.9$ **0.14**
67. $-5.5a - 43.9 = 77.1$ **−22**
68. $4.2r + 7.14 = 12.6$ **1.3**
69. $-14 - \frac{n}{9} = 9$ **−207**
70. $\frac{-8b - (-9)}{-10} = 17$ **22.375**
71. $9.5x + 11 - 7.5x = 14$ **1.5**

مراجعة المهارات

أوجد قيمة r بحيث يكون للمستقيم المار بكل زوج من النقاط الميل المحدد.

72. (6, −2), (r, −6), $m = 4$ **5**
73. (8, 10), (r, 4), $m = 6$ **7**
74. (7, −10), (r, 4), $m = -3$ **$2\frac{1}{3}$**
75. (6, 2), (9, r), $m = -1$ **−1**
76. (9, r), (6, 3), $m = -\frac{1}{3}$ **2**
77. (5, r), (2, −3), $m = \frac{4}{3}$ **1**

التعليم المتمايز BL OL

التوسّع اكتب (3, 4) و(5, 4) على اللوحة. اطلب من الطلاب إيجاد b والتقاطع مع المحور الرأسي y للخط من خلال هاتين النقطتين. بعد أن ينتهوا من ذلك، اكتب (3, 5) و(3, 4) على اللوحة واطلب منهم إيجاد b للخط عبر هاتين النقطتين واطلب منهم أن يشرحوا ذلك. $b = 4$؛ لا يوجد تقاطع مع المحور الرأسي y لأن هاتين النقطتين تقعان على خط رأسي

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH04.indb 232 8/19/2016 8:30:46 PM

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 4-3 كتابة معادلات خطية في ضوء استخدام إما نقطة واحدة محددة بالإضافة إلى الميل أو نقطتين .

الدرس 4-3 كتابة المعادلات بصيغة نقطة الميل. كتابة معادلات خطية بصيغ مختلفة

بعد الدرس 4-3 استخدام خطوط الملاءمة على مخططات الانتشار لتقديم توقعات وتقييمها.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** من الدرس.

اسأل:

- ما ميل التمثيل البياني للمعادلة $y = 3000x + 2.00$؟ **3000**
- ما النقطة الواحدة على التمثيل البياني لهذا الخط؟ **الإجابة النموذجية: (0, 200)**
- اكتب معادلة ترتبط بالميل والنقطة التي أعطيتها وأي نقطة (x, y) على الخط. **الإجابة النموذجية:** $\frac{y - 200}{x - 0} = 3000$

4-3 كتابة المعادلات بصيغة النقطة والميل

السابق
- كتبت معادلات خطية في ضوء استخدام إما نقطة واحدة محددة بالإضافة إلى الميل أو باستخدام نقطتين.

الحالي
1. تكتب معادلات لمستقيمات في صيغة النقطة والميل.
2. تكتب معادلات خطية في صيغ مختلفة.

لماذا؟
- لدى معظم المجتمعات الإنسانية أماكن لرعاية الجراء والهررة حديثة الولادة، فضلاً عن الحيوانات المصابة أو المريضة. وأثناء الربيع والصيف، يمكن لملجأ كبير أن يؤوي 3,000 حيوان في منازل كل شهر.

فإذا تمكّن ملجأ من إيواء 200 حيوان في أماكن للرعاية في بداية فصل الربيع، فيمكن تمثيل عدد الحيوانات الموجودة في هذه الأماكن في نهاية فصل الصيف من خلال المعادلة $y = 3{,}000x + 200$، حيث يشير الحرف x إلى عدد الشهور والحرف y إلى عدد الحيوانات.

مفردات جديدة
صيغة النقطة والميل (point-slope form)

ممارسات رياضية
التفكير بطريقة تجريدية وكميّة.

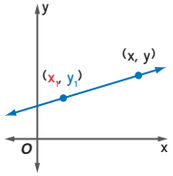
1 صيغة النقطة والميل

يمكن كتابة معادلة لمستقيم ما في **صيغة النقطة والميل** عندما تُعطى الإحداثيات المتعلقة بنقطة واحدة معروفة على خطٍ ما بالإضافة إلى ميل ذلك المستقيم.

مفهوم أساسي صيغة النقطة والميل

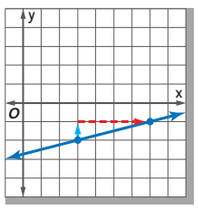
الشرح المعادلة الخطية $y - y_1 = m(x - x_1)$ مكتوبة بصيغة النقطة والميل، حيث تشير (x_1, y_1) إلى نقطة محددة على مستقيم غير رأسي وبشير m إلى ميل المستقيم.

الرموز $y - y_1 = m(x - x_1)$



مثال 1 كتابة معادلة وتمثيلها بيانيًا بصيغة النقطة والميل

اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم الذي يمر عبر النقطة $(3, -2)$ بميل مقداره $\frac{1}{4}$. ثم مثِّل المعادلة بيانيًا.



صيغة النقطة والميل $y - y_1 = m(x - x_1)$

$(x_1, y_1) = (3, -2), m = \frac{1}{4}$ $y - (-2) = \frac{1}{4}(x - 3)$

حوّل لأبسط صورة. $y + 2 = \frac{1}{4}(x - 3)$

عيّن النقطة عند $(3, -2)$ واستخدم الميل لإيجاد نقطة أخرى على المستقيم. ارسم مستقيمًا يمر عبر النقطتين.

تمرين موجه **راجع الوحدة 4. ملحق الإجابات المتعلق بالتمثيلات البيانية.**

1. اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم الذي يمر عبر النقطة $(2, -1)$ بميل مقداره -6. ثم مثِّل المعادلة بيانيًا. $y - 1 = -6(x + 2)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH04.indb 233 8/19/2016 8:30:50 PM

1 صيغة نقطة الميل

مثال 1 يوضح كيفية كتابة معادلة بصيغة نقطة الميل في حالة معرفة الميل ونقطة محددة على الخط.

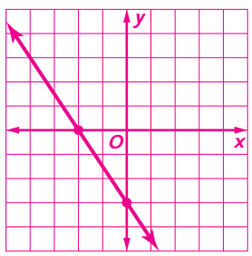
التقويم التكويني

استخدم تمارين "تمرين موجه" بعد كل مثال لتحديد مدى فهم الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 اكتب معادلة بصيغة نقطة الميل للخط الذي يمر عبر $(-2, 0)$ بميل مقداره $-\frac{3}{2}$ ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

$y = -\frac{3}{2}(x + 2)$



2 صيغ المعادلات الخطية

مثال 2 يوضح كيفية كتابة معادلة بصيغة قياسية في ضوء إعطاء معادلة بصيغة نقطة الميل.

مثال 3 يوضح كيفية كتابة معادلة بصيغة تقاطع الميل في ضوء إعطاء معادلة بصيغة نقطة الميل.

مثال 4 يوضح كيفية استخدام صيغة نقطة الميل لكتابة معادلة للخط الذي يشكل طرفًا في شكل هندسي.

انتبه!

منع الأخطاء أكّد على أنه في الصيغة القياسية، تكون A وB وC أعدادًا صحيحة. مثال 2 هو تمرين على الوسائل التعليمية الجبرية.

2 صيغ المعادلات الخطية

إذا أعطيت الميل وإحداثيات نقطة أو نقطتين، فيمكنك كتابة معادلة خطية بالطرق التالية.

ملخص المفاهيم كتابة المعادلات

من خلال تحديد الميل ونقطة واحدة	من خلال تحديد نقطتين
الخطوة 1 ستبدل قيمة m وافترض أن إحداثيي كلٍ من x و y هما (x_1, y_1). أو عوّض قيمة m و x و y من خلال صيغة تقاطع الميل وقم بالحل لإيجاد قيمة b.	**الخطوة 1** أوجد الميل.
الخطوة 2 أعد كتابة المعادلة بالصيغة المطلوبة.	**الخطوة 2** اختر إحدى النقطتين لاستخدامها.
	الخطوة 3 اتبع خطوات كتابة معادلة باستخدام الميل ونقطة واحدة.

نصيحة دراسية

الميل يظل ميل المستقيم بلا تغيير بطول المستقيم. ويمكنك الانتقال نحو أي من الاتجاهين بطول المستقيم باستخدام نفس التغير الرأسي على التغير الأفقي وستنتهي دومًا عند نقطة ما على المستقيم.

مراجعة المفردات

الصيغة القياسية لمعادلة خطية $Ax + By = C$، حيث يكون $A \geq 0$، و A و B ليسا كليهما صفرًا، و A و B و C أعداد صحيحة بعامل مشترك أكبر بقيمة 1

مثال 2 الصيغة القياسية

اكتب $y - 1 = -\frac{2}{3}(x - 5)$ بالصيغة القياسية.

$y - 1 = -\frac{2}{3}(x - 5)$	المعادلة الأصلية
$3(y - 1) = 3\left(-\frac{2}{3}\right)(x - 5)$	اضرب كل طرف في 3 للتخلص من الكسر.
$3(y - 1) = -2(x - 5)$	حوّل لأبسط صورة.
$3y - 3 = -2x + 10$	خاصية التوزيع
$3y = -2x + 13$	اجمع 3 إلى كل طرف.
$2x + 3y = 13$	اجمع $2x$ إلى كل طرف.

تمرين موجه

2. اكتب $y - 1 = 7(x + 5)$ بالصيغة القياسية. $7x - y = -36$

لإيجاد نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y لمعادلة ما، أعد كتابة المعادلة بصيغة الميل والتقاطع.

مثال 3 صيغة الميل والتقاطع

اكتب $y + 3 = \frac{3}{2}(x + 1)$ بصيغة الميل والتقاطع.

$y + 3 = \frac{3}{2}(x + 1)$	المعادلة الأصلية
$y + 3 = \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$	خاصية التوزيع
$y = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$	اطرح 3 من كل طرف.

تمرين موجه

3. اكتب $y + 6 = -3(x - 4)$ بصيغة الميل والتقاطع. $y = -3x + 6$

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوحة البيضاء التفاعلية ارسم مستوى إحداثيًا على اللوحة. عيّن نقطتين على المستوى واطلب من الطلاب إيجاد المعادلة للخط الذي يمر عبر هاتين النقطتين. ثم اسحب النقطتين إلى مواقع أخرى على المستوى وكرر العملية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH04.indb 234 8/19/2016 8:30:53 PM

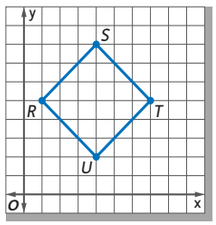
يمكن أن تكون القدرة على استخدام صيغ متنوعة من المعادلات الخطية أمرًا مفيدًا في موضوعات أخرى كذلك.

نصيحة دراسية

الميول في المربعات يكون للأضلاع المتقابلة غير الرأسية للمربع ميول متساوية. وإذا لم تتوفر إحداثيات أحد رؤوس التقاطع، فاستخدم الميل الخاص بالضلع المقابل.

مثال 4 صيغة النقطة والميل والصيغة القياسية

الهندسة **يوضح الشكل المربع *RSTU*.**



a. اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم الذي يحتوي على الضلع $\overline{TU}$.

الخطوة 1 أوجد ميل الضلع $\overline{TU}$.

صيغة الميل $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{5 - 2}{7 - 4}$ أو 1 $(x_1, y_1) = (4, 2)$ و $(x_2, y_2) = (7, 5)$

الخطوة 2 يمكنك تحديد أي من النقطتين لتكون (x_1, y_1) في صيغة النقطة والميل.

صيغة النقطة والميل $y - y_1 = m(x - x_1)$

$(x_1, y_1) = (4, 2)$ $y - 2 = 1(x - 4)$

$(x_1, y_1) = (7, 5)$ $y - 5 = 1(x - 7)$

b. اكتب معادلة بالصيغة القياسية للمستقيم نفسه.

$y - 5 = 1(x - 7)$	المعادلة الأصلية $y - 2 = 1(x - 4)$
$y - 5 = 1x - 7$	خاصية التوزيع $y - 2 = 1x - 4$
$y = 1x - 2$	اجمع إلى كل طرف. $y = 1x - 2$
$-1x + y = -2$	اطرح $1x$ من كل طرف. $-1x + y = -2$
$x - y = 2$	اضرب كل طرف في -1. $x - y = 2$

تمرين موجه $y - 8 = -1(x - 4)$ أو $y - 5 = -1(x - 7)$

4A. اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم الذي يحتوي على الضلع $\overline{ST}$.

4B. اكتب معادلة بالصيغة القياسية للمستقيم الذي يحتوي على الضلع $\overline{ST}$. $x + y = 12$

التحقق من فهمك

مثال 1 **اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم الذي يمر عبر النقطة المحددة مع الميل المُتدَّم. ثم مثِّل المعادلة بيانيًا.** 1-3. **انظر ملحق إجابات الوحدة 4.**

1. $(-2, 5)$. الميل -6
2. $(-2, -8)$. الميل $\frac{5}{6}$
3. $(4, 3)$. الميل $-\frac{1}{2}$
7. $y = 4x + 34$
8. $y = -\frac{3}{4}x + \frac{13}{4}$

مثال 2 **اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية.**

4. $y + 2 = \frac{7}{8}(x - 3)$ $7x - 8y = 37$
5. $y + 7 = -5(x + 3)$ $5x + y = -22$
6. $y + 2 = \frac{5}{3}(x + 6)$ $5x - 3y = -24$

مثال 3 **اكتب كل معادلة بصيغة الميل والتقاطع.**

7. $y - 10 = 4(x + 6)$
8. $y - 7 = -\frac{3}{4}(x + 5)$
9. $y - 9 = x + 4$ $y = x + 13$

التعليم المتمايز OL AL

إذا واجه الطلاب صعوبة في تذكر ما إذا كان خط عمودي أو خط أفقي ينطوي على ميل بمقدار 0.

عندئذ أخبرهم أن الكلمة أفقي تنطوي على الحرف ف لتذكرهم بـ 0. الخط الأفقي ينطوي على ميل بمقدار 0. حفّز الطلاب على ابتكار عبارة جذابة لمساعدتهم على تذكر الصيغ المختلفة لمعادلة خطية.

التركيز على محتوى الرياضيات

صيغة نقطة الميل يمكنك اشتقاق صيغة نقطة الميل لمعادلة خط ما باستخدام صيغة الميل.

صيغة الميل $m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$

$m(x - x_1) = y - y_1$ اضرب كل طرف في $(x - x_1)$.

حل $y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - y_1$

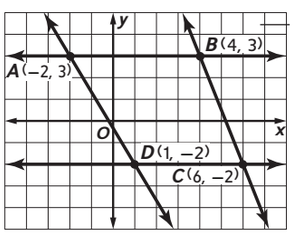
أمثلة إضافية

2 اكتب $y = \frac{3}{4}x - 5$ بالصيغة القياسية. $3x - 4y = 20$

3 اكتب $y - 5 = \frac{4}{3}(x - 3)$ بصيغة تقاطع الميل.

$y = \frac{4}{3}x + 1$

4 **الهندسة** يوضح الشكل شبه المنحرف *ABCD* مع القواعد $\overline{AB}$ و$\overline{CD}$.



a. اكتب معادلة بصيغة نقطة الميل للخط الذي يحتوي على الطرف $\overline{BC}$.

$y - 3 = -\frac{5}{2}(x - 4)$ أو

$y + 2 = -\frac{5}{2}(x - 6)$

b. اكتب معادلة بصيغة قياسية لنفس الخط. $5x + 2y = 26$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

CH04.indb 235 8/19/2016 8:30:55 PM

تمرين 3

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-10 للتحقق من مدى استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط في أسفل هذه الصفحة لتخصيص الواجبات التي ستكلف الطلاب بها.

تنبيه التمرين

ورق تمثيل البياني سيحتاج الطلاب إلى ورق تمثيل بياني في التمارين 3-1 و18-11.

تدريس الممارسات الرياضية

الاستنتاج يفصل الطلاب المتفوقون في الرياضيات المعلومات عن سياقها لتمثيلها بالرموز. في التمرين 36، يحتاج الطلاب إلى فصل الميل عن السياق.

التفكير الناقد يبرر الطلاب المتفوقون في الرياضيات استنتاجاتهم. وفي التمرين 50، قد يبرر الطلاب استنتاجهم بالتمثيل البياني أو التمثيل الجبري.

إجابات إضافية

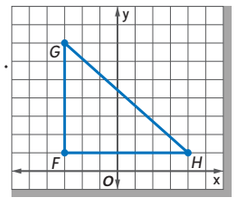
11–18. انظر ملحق إجابات الوحدة 4 المتعلق بالتمثيلات البيانية.

11. $y - 3 = 7(x - 5)$
12. $y + 1 = -3(x - 2)$
13. $y + 3 = -1(x + 6)$
14. $y - 6 = 0$
15. $y - 11 = \frac{4}{3}(x + 2)$
16. $y + 8 = -\frac{5}{8}(x + 6)$
17. $y + 9 = \frac{7}{5}(x + 2)$
18. $y = 0$

51. الإجابة النموذجية: أنفقت مريم 14 AED للذهاب إلى المتنزه الترفيهي وركوب المهور. والسعر الذي دفعته تضمن الدخول. تبلغ تكلفة 5 جولات ركوب المهر درهمين لكل جولة؛ $y - 14 = 2(x - 5)$، $-2x + y = 4$، $y = 2x + 4$.

52. $y = -\frac{15}{74}x - \frac{4}{7}$؛ $m = -\frac{15}{7}$؛ $-\frac{4}{15}$؛ $-\frac{7}{4}$

مثال 4 **10. الهندسة** استخدم المثلث القائم الزاوية FGH.



a. اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم الذي يحتوي على الضلع $\overline{GH}$.
$y - 7 = -\frac{6}{7}(x + 3)$

b. اكتب الصيغة القياسية للمستقيم الذي يحتوي على الضلع $\overline{GH}$.
$6x + 7y = 31$

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم الذي يمر عبر كل نقطة باستخدام الميل المحدد. ثم مثِّل المعادلة بيانيًا. 11–18. انظر الحاشية.**

11. $(5, 3)$. $m = 7$
12. $(2, -1)$، $m = -3$
13. $(-6, -3)$، $m = -1$
14. $(-7, 6)$، $m = 0$
15. $(-2, 11)$، $m = \frac{4}{3}$
16. $(-6, -8)$، $m = -\frac{5}{8}$
17. $(-2, -9)$، $m = -\frac{7}{5}$
18. مستقيم أفقي، $(-6, 0)$

مثال 2 **اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية.**

19. $y - 10 = 2(x - 8)$ $2x - y = 6$
20. $y - 6 = -3(x + 2)$ $3x + y = 0$
21. $y - 9 = -6(x + 9)$ $6x + y = -45$
22. $y + 4 = \frac{2}{3}(x + 7)$ $2x - 3y = -2$
23. $y + 7 = \frac{9}{10}(x + 3)$ $9x - 10y = 43$
24. $y + 7 = -\frac{3}{2}(x + 1)$ $3x + 2y = -17$
25. $2y + 3 = -\frac{1}{3}(x - 2)$ $x + 6y = -7$
26. $4y - 5x = 3(4x - 2y + 1)$ $17x - 10y = -3$

مثال 3 **اكتب كل معادلة بصيغة الميل والتقاطع.**

27. $y - 6 = -2(x - 7)$ $y = -2x + 20$
28. $y - 11 = 3(x + 4)$ $y = 3x + 23$
29. $y + 5 = -6(x + 7)$ $y = -6x - 47$
30. $y - 1 = \frac{4}{5}(x + 5)$ $y = \frac{4}{5}x + 5$
31. $y + 2 = \frac{1}{6}(x - 4)$ $y = \frac{1}{6}x - \frac{8}{3}$
32. $y + 6 = -\frac{3}{4}(x + 8)$ $y = -\frac{3}{4}x - 12$
33. $y + 3 = -\frac{1}{3}(2x + 6)$ $y = -\frac{2}{3}x - 5$
34. $y + 4 = 3(3x + 3)$ $y = 9x + 5$

مثال 4 35 **تأجير الأفلام** عدد النسخ المستأجرة من فيلم في كشك لأفلام الفيديو تناقص بمعدل ثابت مقداره 5 نسخ أسبوعيًا. وفي الأسبوع السادس بعد طرح الفيلم، تم استئجار 4 نسخ من الفيلم. فكم عدد النسخ التي تم استئجارها خلال الأسبوع الثاني؟ **24 نسخة**

B 36. **الاستنتاج** شركة تعرض اشتراكًا متميزًا في قنوات فضائية مشفرة مقابل 39.95 AED في الشهر بالإضافة إلى رسم تثبيت للقنوات لمرة واحدة. ويبلغ إجمالي تكلفة تثبيت الخدمة والاستفادة من 6 أشهر من هذه الخدمة 264.70 AED.

a. اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل لإيجاد السعر الإجمالي y مقابل أي عددٍ x من الشهور. (إرشاد: النقطة (6, 264.70) **هي حل للمعادلة.**) $y - 264.70 = 39.95(x - 6)$

b. اكتب المعادلة بصيغة الميل والتقاطع. $y = 39.95x + 25$

c. ما رسم تثبيت الخدمة؟ **25 AED**

اكتب معادلة للمستقيم الموصوف بصيغة قياسية. 37. $x + y = 6$ 38. $3x + 4y = 0$

37. عبر النقطة (7 ,-1) و (8, −2)

38. عبر النقطة (3 ,−4) مع تقاطع مع المحور الرأسي y بقيمة 0

39. بالتقاطع مع المحور الرأسي x عند 4 والتقاطع مع المحور الرأسي y عند 5 $5x + 4y = 20$

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	11–35, 49–52, 54–75	11–35 عدد فردي, 55–58	12–34 عدد زوجي, 49–52, 54, 59–75
OL أساسي	11–35 عدد فردي, 36, 37, 39, 40–52, 54–75	11–35, 55–58	36–52, 54, 59–75
BL متقدم	(اختياري: 27–57) 17–63		

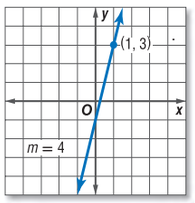
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH04.indb 236 8/19/2016 8:30:58 PM

C اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل لكل مستقيم.

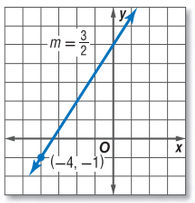
44. $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

40.



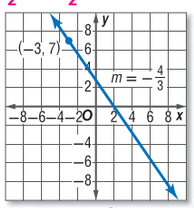
$y - 3 = 4(x - 1)$

41.



$y + 1 = \frac{3}{2}(x + 4)$

42.



$y - 7 = -\frac{4}{3}(x + 3)$

اكتب كل معادلة في صيغة الميل والتقاطع.

43 $y + \frac{3}{5} = x - \frac{2}{5}$ $y = x - 1$ 44. $y - \frac{7}{2} = \frac{1}{2}(x - 4)$ 45. $y + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}\left(x + \frac{2}{5}\right)$ $y = \frac{5}{6}x$

46. اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل وبصيغة الميل والتقاطع وبالصيغة القياسية لمستقيم يمر عبر النقطة $(-2, 8)$ بميل مقداره $\frac{8}{5}$. $y - 8 = \frac{8}{5}(x + 2)$؛ $y = \frac{8}{5}x + \frac{56}{5}$؛ $8x - 5y = -56$

47. المستقيم ℓ يمر عبر النقطة $(-9, 4)$ مع ميل مقداره $\frac{4}{7}$. اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل وبصيغة الميل والتقاطع وبالصيغة القياسية للمستقيم ℓ. $y - 4 = \frac{4}{7}(x + 9)$؛ $y = \frac{4}{7}x + \frac{64}{7}$؛ $4x - 7y = -64$

48. **المناخ** يبلغ الضغط الجوي 598 مليمترًا زئبقيًا (mmHg) عند ارتفاع يبلغ 1.8 كيلومتر وبقيمة 577 مليمترًا من الزئبق على ارتفاع 2.1 كيلومتر. $f(x) = -70x + 724$

a. اكتب صيغة للضغط الجوي كدالة للارتفاع.

b. ما قيمة الارتفاع إذا كان الضغط هو 657 مليمترًا زئبقيًا؟ 0.96 km

50. **إيمان؛ فالنقطة $f(x)$ والنقطة $g(x)$ لهما نفس الميل. ولكن، التقاطع مع المحور الأفقي x والتقاطع مع المحور الرأسي y مختلفان.**

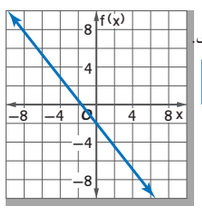
مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

49. **أي مما يلي لا ينسجم مع المجموعة؟** حدد المعادلة التي لا تنسجم مع المجموعة. اشرح استنتاجك.
$y = 3x + 2$ صيغة الميل والتقاطع ليست؛ $y + 4 = 3(x + 1)$

$y - 8 = 3(x - 2)$	$y + 4 = 3(x + 1)$	$y + 1 = 3(x + 1)$	$y - 5 = 3(x - 1)$

50. **التعليق** تظن إيمان أن $f(x)$ و $f(x)$ لهما نفس الميل. ولكن لهما تقاطعات مختلفة. وتظن مريم أن $f(x)$ و $f(x)$ تصفان نفس المستقيم. فهل كل منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

التمثيل البياني الذي يمثل $g(x)$ هو المستقيم الذي يمر عبر النقطة $(-7, 3)$ والنقطة $(4, -6)$.



51. **مسألة غير محددة الإجابة** صف سيناريو من واقع الحياة يتمتع بمعدل تغير ثابت وقيمة y مقابل قيمة x محددة. مثّل هذا الموقف باستخدام معادلة في صيغة النقطة والميل ومعادلة بالصيغة القياسية ومعادلة بصيغة الميل والتقاطع. **انظر الحاشية.**

52. **الاستنتاج** اكتب معادلة للمستقيم الذي يمر عبر النقطة $(8, -4)$ والنقطة $(-7, 3)$. فما الميل؟ وأين يتقاطع المستقيم مع المحور الأفقي x؟ وأين يتقاطع مع المحور الرأسي y؟ **انظر الحاشية.**

53. **مسألة تحفيزية** اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم الذي يمر عبر النقطتين (f, g) و (h, j).
الإجابة النموذجية: $y - g = \frac{j - g}{h - f}(x - f)$

54. **الكتابة في الرياضيات** لماذا تمثّل المعادلات الخطية بأكثر من صيغة؟ **انظر الحاشية.**

انتبه!

تحليل الخطأ بالنسبة للتمرين 50. اقترح على الطلاب تحديد نقطتين على $g(x)$ ورسم الخط. يجب بعد ذلك أن يروا أن تقاطعات $f(x)$ و $g(x)$ مختلفة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

237

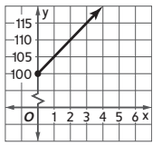
CH04.indb 237 8/19/2016 8:31:00 PM

التقويم 4

تعيين المصطلح الرياضي جهّز حقيبتي ورق تحتويان على قطع من الورق. سوف تحتوي حقيبة على القيمة الخاصة بالميل على كل قصاصة من الورق؛ وسوف تحتوي الحقيبة الأخرى على زوج مرتب المنظم على كل قصاصة من الورق. اطلب من الطلاب تحديد ميل وزوج مرتب أو زوجين مرتبين. اطلب من الطلاب كتابة معادلات بالصيغ الثلاث التي نوقشت في هذا الدرس.

تمرين على الاختبار المعياري

55. أي عبارة يدعمها التمثيل البياني بقوة؟ **B**



A تمتلك AED 100 وتنفق AED 5 أسبوعيًا.

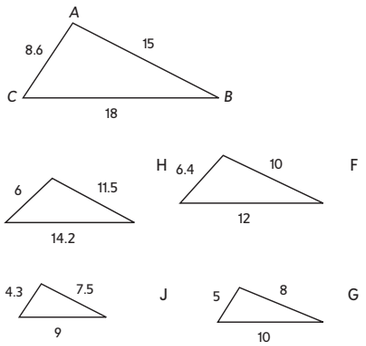
B تمتلك AED 100 وتدخر AED 5 أسبوعيًا.

C تحتاج AED 100 لشراء مشغل أسطوانات جديد.

D تحتاج AED 100 لشراء مشغل أسطوانات جديد وتنفق AED 5 أسبوعيًا.

56. إجابة قصيرة يقدم متجر لعملائه شهادة هدايا بقيمة AED 5 مقابل كل AED 75 ينفقونها. فكم ينبغي على العميل أن ينفق لربح شهادات هدايا بقيمة AED 35؟ **AED 525**

57. الهندسة أي مثلث يشابه المثلث $\triangle ABC$؟ **J**



58. في فصل يتألف من 25 طالبًا، 6 منهم بعيون زرقاء، و15 منهم بشعر بني، و3 منهم بعيون زرقاء وشعر بني. فكم عدد الطلاب الذين ليسوا بعيون زرقاء ولا شعر بني؟ **B**

A 4 **C** 10
B 7 **D** 22

مراجعة شاملة

اكتب معادلة للمستقيم الذي يمر عبر كل زوج من النقاط. (الدرس 2-4)

59. (4, 2)، (−2, −4) $y = x - 2$

60. (3, −2)، (6, 4) $y = 2x - 8$

61. (−1, 3)، (2, −3) $y = -2x + 1$

62. (2, −2)، (3, 2) $y = 4x - 10$

63. (7, −2)، (−4, −2) $y = -2$

64. (0, 5)، (−3, 5) $y = 5$

اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع للمستقيم ذي الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y المحددين. (الدرس 1-4)

65. الميل: 2−، التقاطع مع المحور الرأسي y: 6
$y = -2x + 6$

66. الميل: 3. التقاطع مع المحور الرأسي y: 5−
$y = 3x - 5$

67. الميل: $\frac{1}{2}$. التقاطع مع المحور الرأسي y: 3
$y = \frac{2}{2}x + 3$

68. الميل: $-\frac{3}{5}$. التقاطع مع المحور الرأسي y: 21
$y = -\frac{3}{5}x + 12$

69. الميل: 0. التقاطع مع المحور الرأسي y: 3 $y = 3$

70. الميل: 1−. التقاطع مع المحور الرأسي y: 0
$y = -x$

71. يحتوي مسرح كورال جيبلز أكتورز على 7 صفوف من المقاعد في قسم الأوركسترا.ويشكل عدد المقاعد في الصفوف متتالية حسابية، كما هو مبين في الجدول.وفي ليلة الافتتاح، بيعت 368 تذكرة لقسم الأوركسترا. فهل بيعت تذاكر أكثر مما لدى هذا القسم من مقاعد؟ (الدرس 5-3)

نعم، فهناك 364 متعدًا فقط.

الصفوف	عدد المقاعد
7	76
6	68
5	60

مراجعة المهارات

أوجد حل كل معادلة أو صيغة للمتغير المحدد.

72. $y = mx + b$, $m = \frac{y - b}{x}$
لإيجاد m

73. $v = r + at$, $a = \frac{v - r}{t}$
لإيجاد a

74. $km + 5x = 6y$, $m = \frac{6y - 5x}{k}$
لإيجاد m

75. $4b - 5 = -t$, $b = \frac{-t + 5}{4}$
لإيجاد b

التعليم المتمايز BL OL

التوسّع اكتب $4x + 3y = 8$ على اللوحة. اطلب من الطلاب إعادة كتابة المعادلة بصيغة تقاطع الميل. اطلب من الطلاب تعيين الميل ثم صياغة استنتاج عن العلاقة بين الميل وقيمة A وB عند كتابة معادلة بالصيغة القياسية $Ax + By = C$

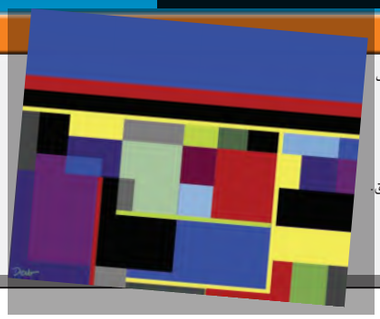
يكون الميل: $-\frac{4}{3}$؛ $y = -\frac{4}{3}x + \frac{8}{3}$؛ $m = -\frac{A}{B}$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH04.indb 238 8/19/2016 8:31:03 PM

4-4 المستقيمات المتوازية والمتعامدة

السابق	الحالي	لماذا؟
• كتبتَ المعادلات بصيغة النقطة والميل.	1 تكتب معادلة عن المستقيم الذي يمر بنقطة محددة، بحيث يكون موازيًا لمستقيم محدد. 2 تكتب معادلة عن المستقيم الذي يمر بنقطة محددة، بحيث يكون متعامدًا على خط محدد.	• لاحظ المربعات والمستطيلات والمستقيمات في القطعة الفنية الموضحة على اليسار. ويتقاطع بعض المستقيمات لتكون زوايا قائمة. ولا تتقاطع مستقيمات أخرى على الإطلاق.



مفردات جديدة

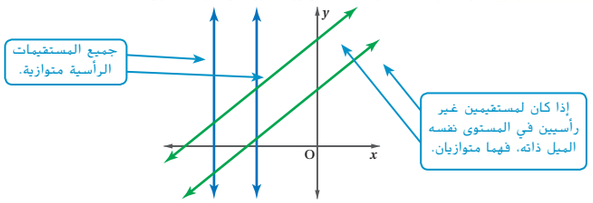
المستقيمات المتوازية (parallel lines)

المستقيمات المتعامدة (perpendicular lines)

ممارسات رياضية

استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.

1 المستقيمات المتوازية المستقيمات التي تكون في المستوى نفسه، التي لا تتقاطع تُسمى **المستقيمات المتوازية**. وتتمتع المستقيمات المتوازية غير الرأسية بالميل نفسه.



ويمكنك كتابة معادلة عن مستقيم موازٍ لمستقيم محدد إذا علمت نقطة على المستقيم ومعادلة لهذا المستقيم المحدد. أولًا، أوجد ميل المستقيم المحدد. ثم، عوّض النقطة المقدمة والميل من المستقيم المحدد في صيغة النقطة والميل.

مثال 1 المستقيم المتوازي عبر نقطة محددة

اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع للمستقيم الذي يمر بالنقطة (5 ,3−) ويتوازى مع التمثيل البياني الذي يمثل $y = 2x - 4$

الخطوة 1 ميل المستقيم مع المعادلة $y = 2x - 4$ هو 2. المستقيم المتوازي مع $y = 2x - 4$ له الميل ذاته، 2.

الخطوة 2 أوجد المعادلة ذات صيغة الميل والتقاطع.

$y - y_1 = m(x - x_1)$	صيغة النقطة والميل
$y - 5 = 2[x - (-3)]$	عوّض m بـ 2 واستبدل (x_1, y_1) بـ $(-3, 5)$.
$y - 5 = 2(x + 3)$	حوّل لأبسط صورة.
$y - 5 = 2x + 6$	خاصية التوزيع
$y - 5 + 5 = 2x + 6 + 5$	اجمع 5 إلى كل طرف.
$y = 2x + 11$	اكتب المعادلة بصيغة الميل والتقاطع.

تمرين موجه

1. اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للخط الذي يمر بالنقطة (4 ,1−) ويوازي التمثيل البياني الذي يمثل $y = \frac{1}{4}x + 7$. $y + 1 = \frac{1}{4}(x - 4)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 4-4 كتابة المعادلات الخطية بصيغة نقطة الميل.

الدرس 4-4 كتابة معادلة للخط الذي يمر بنقطة محددة، بحيث يكون موازيًا لخط محدد. كتابة معادلة لخط يمر عبر نقطة معينة، ويتعامد مع خط معين.

بعد الدرس 4-4 تحديد وتمثيل القيمة المطلقة والدوال الخطوية بيانيًا.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** من الدرس.

اسأل:

- كيف تصف العلاقة بين الخطوط العمودية في الصورة المبينة؟ متوازية مع بعضها البعض. لا تنطوي على ميل.
- كيف تصف العلاقة بين الخطوط الأفقية في الصورة؟ متوازية مع بعضها البعض. لها نفس الميل.

CH04.indb 239 8/19/2016 8:31:07 PM

1 الخطوط المتوازية

مثال 1 يوضح كيفية كتابة صيغة تقاطع الميل لمعادلة لخط يمر عبر نقطة معينة ويكون موازيًا لخط معين.

التقويم التكويني

استخدم تمارين "تمرين موجه" بعد كل مثال لتحديد مدى فهم الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 اكتب معادلة بصيغة تقاطع الميل للخط الذي يمر عبر $(4, -2)$ ويكون متوازيًا مع التمثيل البياني الذي يمثل $y = \frac{1}{2}x - 7$

$y = \frac{1}{2}x - 4$

2 الخطوط المتعامدة

مثال 2 يوضح كيفية تحديد ما إذا كان قطاعان من الخطوط في موقف من الحياة اليومية متعامدين أو متوازيين.

مثال 3 يوضح كيفية تحديد ما إذا كانت التمثيلات البيانية لمعادلات معينة متوازية أو متعامدة. **مثال 4** يوضح كيفية كتابة معادلة بصيغة تقاطع الميل لخط متعامد مع خط معين إذا علمت بنقطة على الخط إلى جانب معادلة لهذا الخط المحدد.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

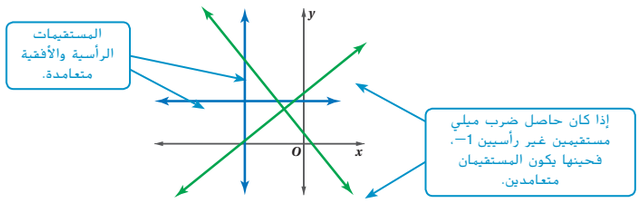
اللوحة البيضاء التفاعلية أعط الطلاب معادلة لخط ونقطة ليست على الخط. اطلب من أحد الطلاب أن يوضح ويفسر كيفية إيجاد خط متوازٍ مع خط معين يمر عبر تلك النقطة. اطلب من طالب ثانٍ أن يوضح ويفسر كيفية إيجاد خط متعامد مع الخط المعين الذي يمر عبر تلك النقطة.

مراجعة المفردات

المعكوسات المقابلة

المعكوس المقابل الذي يمثل $\frac{a}{b}$ هو $-\frac{b}{a}$. وحاصل ضربهما هو -1.

2 المستقيمات المتعامدة المستقيمات التي تتقاطع بزوايا قائمة تُسمى **المستقيمات المتعامدة**. وتعد ميول المستقيمات المتعامدة غير الرأسية معكوسات مقابلة. وبالتالي، فإذا كان ميل خط يساوي 4، فميل المستقيم المتعامد عليه يكون $-\frac{1}{4}$.

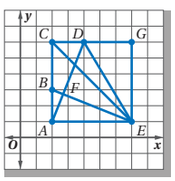


يمكنك استخدام الميل لتحديد ما إذا كان المستقيمان متعامدين.

مثال 2 من الحياة اليومية ميل المستقيمات المتعامدة

التصميم **يظهر تصميم شعار جديد لإحدى الشركات على مستوى إحداثي.**

a. هل الزاوية $\angle DFE$ زاوية قائمة في الشعار؟



إذا كان المستقيمان $\overline{BE}$ و $\overline{AD}$ متعامدين. فحينها تكون الزاوية $\angle DFE$ قائمة. أوجد ميل كل من المستقيمين $\overline{BE}$ و $\overline{AD}$.

ميل المستقيم $\overline{BE}$: $m = \frac{1-3}{7-2}$ أو $-\frac{2}{5}$

ميل المستقيم $\overline{AD}$: $m = \frac{6-1}{4-2}$ أو $\frac{5}{2}$

تكون القطع المستقيمة متعامدة لأن $-\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = -1$. ولهذا، فالزاوية $\angle DFE$ هي زاوية قائمة.

b. هل كل زوج من الأضلاع المتقابلة متوازٍ؟

إذا كان هناك زوج من الجوانب المتقابلة متوازيًا. فحينها سيكون لهما نفس الميل.

ميل المستقيم $\overline{AC}$: $m = \frac{6-1}{2-2}$ أو غير محدد

حيث إن المستقيمين $\overline{AC}$ و $\overline{GE}$ موازيان للمحور الرأسي y. فهما رأسيان ولهذا فإنهما متوازيان.

ميل المستقيم $\overline{CG}$: $m = \frac{6-6}{7-2}$ أو 0

حيث إن المستقيمين $\overline{CG}$ و $\overline{AE}$ موازيان للمحور الأفقي x. فهما أفقيان ولهذا فإنهما متوازيان.

2. ميل المستقيم $\overline{QR} = \frac{6}{5}$ ؛ وميل المستقيم $\overline{ST} = \frac{1}{5}$؛ إذًا فالعارضتان ليستا متعامدتين حيث إن حاصل ضرب ميل كل منهما لا يساوي -1.

تمرين موجه

2. البناء في خطط بناء بيت شجرة، تتمتع العارضة التي يمثلها المستقيم $\overline{QR}$ بنقطتي النهاية Q(−6, 2) وR(−1, 8). والعارضة الواصلة التي يمثلها المستقيم $\overline{ST}$ لها نقطتا نهاية تتمثلان في S(−3, 6) وT(−8, 5). فهل هاتان العارضتان متعامدتان؟ اشرح.

يمكنك تحديد ما إذا كان التمثيلان البيانيان لمعادلتين خطيتين متوازيين أو متعامدين من خلال مقارنة ميل المستقيمين.



ربط من الحياة اليومية

بالرغم من بناء البيوت الشجرية عادةً للأغراض الترفيهية، فإنها صُممت في الأصل كطريقة لتوفير الحماية من الحيوانات البرية ومن التعداد السكاني الكثيف ومن تهديدات أخرى.

المصدر: *The Treehouse Book*

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

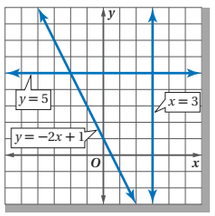
التركيز على محتوى الرياضيات

الخطوط المتوازية والمتعامدة جميع الخطوط الرأسية تكون متوازية وجميع الخطوط الأفقية تكون متوازية. تكون جميع الخطوط الرأسية متعامدة على جميع الخطوط الأفقية، وبالتالي، تكون جميع الخطوط الأفقية متعامدة على جميع الخطوط الرأسية. يكون الخطان غير الرأسيين متوازيين إذا كان لهما نفس الميل. يكونان متعامدان إذا كان ناتج ضرب ميلهما هو -1.

CH04.indb 240 8/19/2016 8:31:12 PM

مثال 3 المستقيمات المتوازية أو المتعامدة

حدد ما إذا كانت التمثيلات البيانية التي تمثل $y = 5$ و $x = 3$ و $y = -2x + 1$ متوازية أم متعامدة. اشرح.



مثّل كل خط بيانيًا على مستوى إحداثي.

من التمثيل البياني، يمكنك رؤية أن $y = 5$ موازٍ للمحور الأفقي x وأن $x = 3$ موازٍ للمحور الرأسي y. ولهذا فهما متعامدان. ولا يتوازى أيّ من المستقيمات مع الآخر.

تمرين موجه

$y = 3x - 4$ و $6x - 2y = -2$
متوازيان لأن لهما الميل نفسه بقيمة 3 . ولا يتعامد أي من المستقيمات على الآخر.

3. حدد ما إذا كانت التمثيلات البيانية التي تمثل $6x - 2y = -2$ و $y = 3x - 4$ و $y = 4$ متوازية أم متعامدة. اشرح.

يمكنك كتابة معادلة عن خط متعامد على خط محدد إذا علمت بنقطة على المستقيم إلى جانب معادلة لهذا المستقيم المحدد.

مثال 4 المستقيم المتعامد عبر نقطة محددة

اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع للخط الذي يمر بالنقطة $(-4, 6)$ ويتعامد على التمثيل البياني الذي يمثل $2x + 3y = 12$

الخطوة 1 أوجد ميل المستقيم المحدد من خلال حل المعادلة لإيجاد قيمة y.

$2x + 3y = 12$ — المعادلة الأصلية

$2x - 2x + 3y = -2x + 12$ — من كل طرف x اطرح 2.

$3y = -2x + 12$ — حوّل لأبسط صورة.

$\frac{3y}{3} = \frac{-2x + 12}{3}$ — اقسم كل طرف على 3.

$y = -\frac{2}{3}x + 4$ — حوّل لأبسط صورة.

الميل هو $-\frac{2}{3}$.

الخطوة 2 ميل المستقيم المتعامد هو المعكوس المقابل لـ $-\frac{2}{3}$ أو $\frac{3}{2}$. أوجد معادلة المستقيم المتعامد.

$y - y_1 = m(x - x_1)$ — صيغة النقطة والميل

$y - 6 = \frac{3}{2}[x - (-4)]$ — $(x_1, y_1) = (-4, 6)$ و $m = \frac{3}{2}$

$y - 6 = \frac{3}{2}(x + 4)$ — حوّل لأبسط صورة.

$y - 6 = \frac{3}{2}x + 6$ — خاصية التوزيع

$y - 6 + 6 = \frac{3}{2}x + 6 + 6$ — اجمع 6 إلى كل طرف.

$y = \frac{3}{2}x + 12$ — حوّل لأبسط صورة.

تمرين موجه

4. اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع للخط الذي يمر بالنقطة $(4, 7)$ ويتعامد على التمثيل البياني الذي يمثل $y = \frac{2}{3}x - 1$ **$y = -\frac{3}{2}x + 13$**

نصيحة دراسية

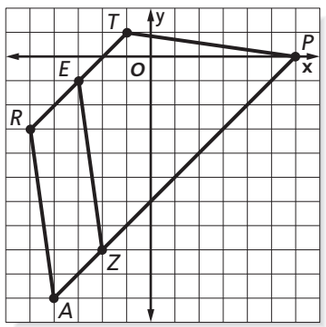
الأدوات مثّل المعادلة المحددة بيانيًا على شبكة إحداثية وعيّن النقطة المحددة. وباستخدام مسطرة، ارسم خطًا متعامدًا على المستقيم المحدد الذي يمر بالنقطة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

أمثلة إضافية

2 الهندسة ارتفاع شبه المنحرف هو طول قطاع متعامدًا على كلتا القاعدتين. في شبه المنحرف $ARTP$، يكون $\overline{AP}$ و $\overline{RT}$ هما القاعدتان.

a. هل يمكن استخدام $\overline{EZ}$ لقياس ارتفاع شبه المنحرف؟ اشرح.



لا، حيث إن ميل $\overline{RT}$ هو 1، وميل $\overline{EZ}$ هو -7. حيث إن $1(-7) \neq -1$، فإن $\overline{EZ}$ ليس متعامدًا مع $\overline{RT}$. لذا، لا يمكن استخدامه لقياس ارتفاع $ARTP$.

b. هل القاعدتان متوازيتان؟ نعم، فلكل منهما ميل بمقدار 1.

3 حدد ما إذا كانت التمثيلات البيانية لـ $3x + y = 12$ و $y = \frac{1}{3}x + 2$ و $2x - 6y = -5$ متوازية أو متعامدة. اشرح.

$y = \frac{1}{3}x + 2$ يكون متوازيًا مع $2x - 6y = -5$ لأن ميولهما متساوية. $x + 3y = 12$ يكون متعامدًا معهما لأن ناتج ضرب ميولهما، $\frac{1}{3}$ و-3، هو -1.

4 اكتب معادلة بصيغة تقاطع الميل للخط الذي يمر بالنقطة $(4, -1)$ ويكون متعامدًا على التمثيل البياني لـ $7x - 2y = 3$

$y = -\frac{2}{7}x + \frac{1}{7}$

التعليم المتمايز AL

تصور حركي قد يكون الطلاب على دراية بالمصطلحين متوازي ومتعامد. ومع ذلك، قبل تناول الأمثلة، قد ترغب في أن يستخدم الطلاب المساطر لرسم خطوط متوازية ومتعامدة على ورق تمثيل بياني.

تدريس الممارسات الرياضية

الأدوات يفكر الطلاب المتفوقون في الرياضيات في أدوات مثل المسطرة أو المنقلة أو التكنولوجيا لحل المسألة. شجع الطلاب على الاحتفاظ بالأدوات في مكان مناسب لاستخدامها أثناء استكمال الواجبات.

CH04.indb 241 8/19/2016 8:31:14 PM

انتبه!

منع الأخطاء شجع الطلاب على فهم العملية المستخدمة بدلاً من التقنية. على سبيل المثال، ماذا يفهمون من المعلومات المعطاة؟ ماذا يعرفون عن الخطوط المتعامدة؟ ماذا يحتاجون إلى معرفته لكتابة معادلة جديدة؟

نصائح للمعلمين الجدد

مفهوم هندسي تتوقف حقيقة أن الخطين غير الرأسيين يكونان متعامدين فقط إذا كان ناتج ضرب ميل كل منهما هو 1− على اعتبارات المثلثات المتشابهة. ويجب توضيح هذا للطلاب، مع زيادة التأكيد على أنهم سيتعلمون المفهوم في الهندسة.

تدريس الممارسات الرياضية

الدقة يستخدم الطلاب المتفوقون في الرياضيات تعريفات واضحة في مناقشاتهم مع الآخرين وفي استنتاجهم الشخصي. في التمرين 4، وضّح للطلاب أن التعريفات الواضحة سوف تكون لها أهمية خاصة في دراسة الهندسة.

3 تمرين

التقويم التكويني

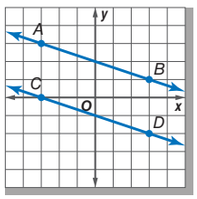
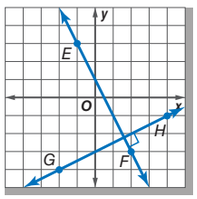
استخدم التمارين 1-10 للتحقق من مدى استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل الصفحة التالية لتخصيص الواجبات التي ستكلف الطلاب بها..

إجابة إضافية

4. حيث إن $\overline{EH}$ و $\overline{FG}$ متوازيان مع المحور الرأسي y، فإنهما يكونان متوازيين. حيث إن $\overline{EF}$ و $\overline{HG}$ متوازيان مع المحور الأفقي x فإنهما متوازيان ويكون $\overline{EH}$ متعامدًا مع $\overline{EF}$ و$\overline{HG}$ وبالمثل $\overline{FG}$ ، يكون متعامدًا مع $\overline{EF}$ و$\overline{HG}$ يكون ميل $\overline{EG}$ هو 1− وميل $\overline{FH}$ هو 1. حيث إن الميول هي المعكوسات المقابلة، $\overline{FH}$ $\overline{EG}$. رباعي الأضلاع هو مربع.

ملخّص المفاهيم المستقيمات المتوازية والمتعامدة

	المستقيمات المتوازية	المستقيمات المتعامدة
الشرح	إذا كان لمستقيمين غير رأسيين نفس الميل، فإنهما يكونان متوازيين.	يكون المستقيمان غير الرأسيين متعامدين إذا كان حاصل ضرب ميل كلٍ منهما هو 1−.
الرموز	$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$	$\overleftrightarrow{EF} \perp \overleftrightarrow{GH}$
النماذج		

القراءة في الرياضيات
المستقيمات المتوازية والمتعامدة يتمثل الرمز الخاص بالتوازي في ∥. بينما الرمز الخاص بالتعامد هو ⊥.

3. ميل المستقيم $\overline{AC} = \frac{1-7}{-2-5}$ أو $\frac{6}{7}$ ؛ في حين أن ميل المستقيم $\overline{BD}$ $\frac{-3-4}{3-(-3)}$ أو $-\frac{7}{6}$؛ إذًا فالمساران متعامدان.

5. $y = -2x$ والتمثيلان البيانيان الآخران متعامدان؛ وميل كل منها هو معكوس مقابل؛ لذا فإن $2y = x$ و $4y = 2x + 4$ متوازيان، ولهما ميلان متساويانً.

التحقق من فهمك

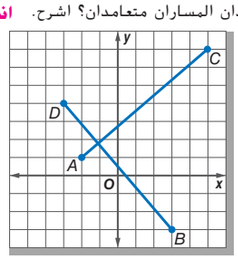
مثال 1 **اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع للخط الذي يمر بالنقطة المحددة ويتوازى مع التمثيل البياني الذي يمثل المعادلة المحددة.**

1. $(-1, 2)$, $y = \frac{1}{2}x - 3$ $y = \frac{1}{2}x + 2\frac{1}{2}$

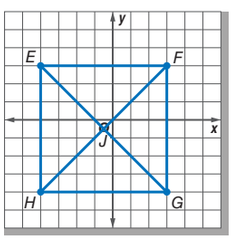
2. $(0, 4)$, $y = -4x + 5$ $y = -4x + 4$

مثال 2

3. **الحدائق** حديقة على شكل رباعي أضلاع برؤوس بقيمة A(−2, 1) و B(−3, 3) و C(5, 7) و D(−3, 4). وهناك مساران يمثلهما المستقيمان $\overline{AC}$ و $\overline{BD}$ يقطعان الحديقة. فهل هذان المساران متعامدان؟ اشرح. **انظر الحاشية.**



4. **الدقة** المربع هو شكل رباعي الأضلاع له ضلعان متقابلان متوازيان، وضلعان متتابعان متعامدان، وقطراه متعامدان. حدد ما إذا كان رباعي الأضلاع هذا مربعًا أم لا. اشرح.



مثال 3 **حدد ما إذا كانت التمثيلات البيانية للمعادلات التالية *متوازية* أم *متعامدة*. اشرح.**

5 $y = -2x$, $2y = x$, $4y = 2x + 4$

6. $y = \frac{1}{2}x$, $3y = x$, $y = -\frac{1}{2}x$

6. ليست متوازية ولا متعامدة، ولا يتساوى أي ميل مع الآخر كما لا تتساوى المعكوسات المتقابلة.

مثال 4 **اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع للخط الذي يمر بالنقطة المحددة ويتعامد على التمثيل البياني للمعادلة.**

7. $(-2, 3)$, $y = -\frac{1}{2}x - 4$ $y = 2x + 7$

8. $(-1, 4)$, $y = 3x + 5$ $y = -\frac{1}{3}x + 3\frac{2}{3}$

9. $(2, 3)$, $2x + 3y = 4$ $y = \frac{3}{2}x$

10. $(3, 6)$, $3x - 4y = -2$ $y = -\frac{4}{3}x + 10$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

CH04.indb 242 8/19/2016 8:31:20 PM

التمرين وحل المسائل

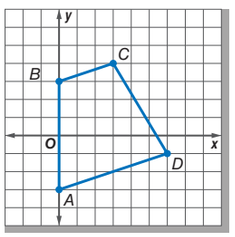
مثال 1 اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع للخط الذي يمر بالنقطة المحددة ويتوازى مع التمثيل البياني الذي يمثل المعادلة المحددة.

11. $(3,-2)$, $y = x + 4$ **12.** $(4,-3)$, $y = 3x - 5$ **13.** $(0, 2)$, $y = -5x + 8$

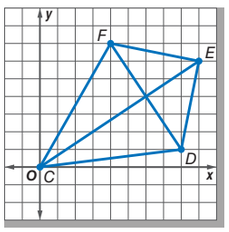
14. $(-4, 2)$, $y = -\frac{1}{2}x + 6$ **15.** (-23), $y = -\frac{3}{4}x + 4$ **16.** $(9, 12)$, $y = 13x - 4$

مثال 2

17. الهندسة شبه المنحرف هو شكل رباعي الأضلاع له زوج واحد تمامًا من الأضلاع المتوازية المتقابلة. فهل الشكل ABCD هو شبه منحرف؟ اشرح استنتاجك. **انظر الحاشية.**



18. الهندسة الشكل CDEF عبارة عن طائرة ورقية. فهل قطرا الطائرة الورقية متعامدان؟ اشرح استنتاجك.



19. حدد ما إذا كان التمثيلان البيانيان اللذان يمثلان $y = -6x + 4$ و $y = \frac{1}{6}x$ متعامدين. اشرح. **نعم؛ فمقدارا الميل هما -6 و $\frac{1}{6}$.**

20. الخرائط على إحدى الخرائط، يمر طريق إلموود درايف بالنقطة $R(4,-11)$ والنقطة $S(0,-9)$ ويمر طريق تايلور بالنقطة $J(6,-2)$ والنقطة $K(4,-5)$. فإذا كان الطريقان عبارة عن مستقيمين مستقيمين، فهل يكونان متعامدين؟ اشرح. **لا؛ فمقدارا الميل هما $-\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{2}$.**

مثال 3 **المثابرة حدد ما إذا كانت التمثيلات البيانية للمعادلات التالية *متوازية* أم *متعامدة*. اشرح.**

21. $2x - 8y = -24$. $4x + y = -2$. $x - 4y = 4$ **متعامدتان؛ في حين أن $2x - 8y = -24$ و $4x + y = -2$ متوازيتان. كل المستقيمات متوازية**

22. $3x - 9y = 9$, $3y = x + 12$, $2x - 6y = 12$

مثال 4 **اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع للخط الذي يمر بالنقطة المحددة ويتعامد على التمثيل البياني للمعادلة. 23–28 انظر الحاشية.**

23. $(-3, -2)$ $y = -2x + 4$ **24.** $(-5, 2)$, $y = \frac{1}{2}x - 3$ **25.** $(-4, 5)$ $y = \frac{1}{3}x + 6$

26. $(2, 6)$ $y = -\frac{1}{4}x + 3$ **27.** $(3, 8)$, $y = 5x - 3$ **28.** $(4, -2)$ $y = 3x + 5$

B **اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع لخط متعامد على التمثيل البياني للمعادلة التي تمر بنقطة التقاطع مع المحور الأفقي x لهذا المستقيم. 29–31 انظر الحاشية.**

29. $y = -\frac{1}{2}x - 4$ **30.** $y = \frac{2}{3}x - 6$ **31.** $y = 5x + 3$

32. اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع للخط المتعامد على التمثيل البياني الذي يمثل $3x + 2y = 8$ ويمر بنقطة التقاطع مع المحور الرأسي y لهذا المستقيم. $y = \frac{2}{3}x + 4$

حدد ما إذا كانت التمثيلات البيانية لكل زوج من المعادلات التالية *متوازية* أم *متعامدة* أم *ليست أيًا منهما*.

33. $y = 4x + 3$, $4x + y = 3$ **ليست أيًا منهما**

34. $y = -2x$, $2x + y = 3$ **متوازية**

35. $3x + 5y = 10$, $5x - 3y = -6$ **متعامدة**

36. $-3x + 4y = 8$, $-4x + 3y = -6$ **ليست أيًا منهما**

37. $2x + 5y = 15$, $3x + 5y = 15$ **ليست أيًا منهما**

38. $2x + 7y = -35$, $4x + 14y = -42$ **متوازية**

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	11–28, 45–73	11–27, عدد فردي, 49–52	12–28, عدد زوجي, 45–48, 53–73
OL أساسي	11–37, عدد فردي, 39–43, 45–73	11–28, 49–52	29–43, 45–48, 53–73
BL متقدم	29–69, (اختياري: 70–73)		

تنبيه التمرين

ورق تمثيل بياني بالنسبة إلى التمارين 43, 46, 70-73، سيحتاج الطلاب إلى ورق تمثيل بياني.

تدريس الممارسات الرياضية

المثابرة يحلل الطلاب المتفوقون في الرياضيات المعطيات والأهداف. في التمرينين 21 و22، بيّن للطلاب أنه نظرًا لوجود ثلاث معادلات، سوف يحتاجون إلى تحليل جميع أزواج الخطوط المحتملة الثلاثة.

إجابات إضافية

17. نعم؛ الخط الذي يحتوي على $\overline{AD}$ والخط الذي يحتوي على $\overline{BC}$ لهما نفس الميل، $\frac{1}{3}$. وبالتالي، فإن زوج من الأضلاع يكون متوازيًا. ميل $\overline{AB}$ غير محدد وميل $\overline{CD}$ هو $-\frac{5}{3}$.

23. $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

24. $y = -2x - 8$

25. $y = -3x - 7$

26. $y = 4x - 2$

27. $y = -\frac{1}{5}x + 8\frac{3}{5}$

28. $y = -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$

29. $y = 2x + 16$

30. $y = -\frac{3}{2}x + \frac{27}{2}$

31. $y = -\frac{1}{5}x - \frac{3}{25}$

18. $y = x - 5$

12. $y = 3x - 15$

13. $y = -5x + 2$

14. $y = -\frac{1}{2}x$

15. $y = -\frac{3}{4}x + 1\frac{1}{2}$

16. $y = 13x - 105$

18. **ميل المستقيم $\overline{CE}$ هو $\frac{2}{3}$ وميل المستقيم $\overline{DF}$ هو $-\frac{3}{2}$. القطران متعامدان لأن ميلهما معكوسان مقابلان.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التمثيلات المتعددة

في التمرين **43**، يستخدم الطلاب تمثيلاً بيانيًا في المستوى الإحداثي والتحليل لمقارنة متوازيات الأضلاع والمستطيلات.

39. اكتب معادلة للخط الموازي للتمثيل البياني الذي يمثل $y = 7x - 3$ ويمر بنقطة الأصل. $y = 7x$

40. الحفريات رسم علماء يحفرون بحثًا عن حفريات ديناصور خريطة للموقع على مستوى إحداثي. فإذا كانت هناك عظمة واحدة تمتد من النقطة $(8, -5)$ إلى النقطة $(10, -1)$ وعظمة ثانية تمتد من النقطة $(-3, -10)$ إلى النقطة $(-5, -6)$، فهل هاتان العظمتان متوازيتان؟ اشرح.

41. علم الآثار في أطلال إحدى الحضارات القديمة، عثر عالم آثار على إناء فخاري عند النقطة $(6, 2)$ فضلاً عن أدوات زينة للشعر عند النقطة $(4, -1)$. وعُثر على عمود أحد طرفيه عند النقطة $(10, 7)$ والطرف الآخر عند النقطة $(12, 14)$. فهل هذا العمود متعامد على المستقيم الممتد من الإناء الفخاري إلى أدوات الزينة؟ اشرح.

C **42. التمثيلات** حتى يتسنى لمريم إعداد تصميم على الحاسوب، ينبغي عليها إدخال إحداثيات النقاط على التصميم. وكانت لإحدى القطع المستقيمة التي رسمتها نقطتا نهاية هما $(1, -2)$ و $(3, 4)$. وتتمثل الإحداثيات الأخرى التي أدخلتها مريم في النقطتين $(2, -7)$ و $(8, -3)$. فهل يمكن لهاتين النقطتين أن تكونا رؤوسًا لمستطيل؟ اشرح. **انظر الحاشية.**

43. تمثيلات متعددة في هذه المسألة، ستستكشف المستقيمات المتوازية والمتعامدة. **a–c. انظر ملحق إجابات الوحدة 4.**

a. بيانيًا مثّل النقاط $A(-3, 3)$، و $B(3, 5)$ و $C(-4, 0)$ بيانيًا على مستوى إحداثي.

b. تحليليًا حدد إحداثيات نقطة رابعة D ستؤدي إلى تكوين متوازي أضلاع. اشرح استنتاجك.

c. تحليليًا ما العدد الأدنى من النقاط التي يمكن تحريكها لتحويل متوازي الأضلاع إلى مستطيل؟ صِف أي النقاط يلزم تحريكها، واشرح السبب.

41. نعم؛ فميل المستقيم المار بنقطة أدوات زينة الشعر وبنقطة الإناء الفخاري هو $-\frac{7}{2}$. ومقدار ميل المستقيم المار بنقطتي نهاية العمود هو $\frac{2}{7}$، لذا فالمستقيمان متعامدان.

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

44. مسألة تحفيزية إذا كان المستقيم المار بالنقطة $(-2, 4)$ والنقطة $(d, 5)$ موازيًا للتمثيل البياني الذي يمثل $y = 3x + 4$، فما قيمة d؟ 25

45. الاستنتاج المنطقي أي الميزات الأساسية في التمثيلين البيانيين اللذين يمثلان مستقيمين متوازيين متماثلة، وأيها مختلفة؟ أي الميزات الأساسية في التمثيلين البيانيين اللذين يمثلان مستقيمين متعامدين متماثلة، وأيها مختلفة؟ **انظر الحاشية.**

46. مسألة غير محددة الإجابة مثّل بيانيًا مستقيماً متوازيًا مع $y = 2x - 1$ وخطًا آخر متعامدًا عليها. **انظر الحاشية.**

مثال 3 **47. التعليق** تحاول كل من كارمن وأميرة إيجاد معادلة لخط يتعامد على التمثيل البياني الذي يمثل $y = \frac{1}{3}x + 2$ ويمر بالنقطة $(5, -3)$. فهل كل منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

كارمن

$y - 5 = -3[x - (-3)]$

$y - 5 = -3(x + 3)$

$y = -3x - 9 + 5$

$y = -3x - 4$

أميرة

$y - 5 = 3[x - (-3)]$

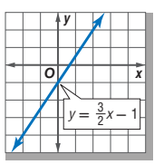
$y - 5 = 3(x + 3)$

$y = 3x + 9 + 5$

$y = 3x + 14$

47. كارمن هي من تكون على صواب، فقد حددت بشكل صحيح ميل المستقيم المتعامد.

48. الكتابة في الرياضيات وضح كيف يمكنك تحديد ما إذا كان المستقيمان متوازيين أم متعامدين. اكتب معادلة للتمثيل البياني الذي يتوازى مع المستقيم الموضح ومعادلة للتمثيل البياني المتعامد على المستقيم نفسه. اشرح استنتاجك. **انظر ملحق إجابات الوحدة 4.**



McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

CH04.indb 244 8/19/2016 8:31:26 PM

تمرين على الاختبار المعياري

51. أي معادلة تطابق البيانات الموجودة في الجدول على النحو الأفضل؟ B

x	y
1	5
2	7
3	9
4	11

A $y = x + 4$
B $y = 2x + 3$
C $y = 7$
D $y = 4x - 5$

52. إجابة قصيرة يملأ أحمد حمام السباحة الخاص به سعة 6000 جالون بمعدل ثابت. وبعد 4 ساعات، أصبح الحمام يحتوي على 800 جالون. فكم عدد الساعات الإجمالي الذي سيستغرقه ملء حمام السباحة بالكامل؟ **30 ساعة**

49. أيّ مما يلي يُعد تفسيرًا جبريًا للعبارة التالية؟ B
5 أصغر من ناتج قسمة عدد ما و8

A $5 - \frac{n}{8}$
B $\frac{n}{8} - 5$
C $5 - \frac{8}{n}$
D $\frac{8}{n} - 5$

50. خط ستتوازى فيه نقطتان مع خط له ميل بمقدار $\frac{3}{4}$؟ F

F (0, 5) و (−4, 2)
G (0, 2) و (−4, 1)
H (0, 0) و (0, −2)
J (0, −2) و (−4, −2)

مراجعة شاملة

اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية. (الدرس 3-4)

53. $y - 13 = 4(x - 2)$ $4x - y = -5$
54. $y - 5 = -2(x + 2)$ $2x + y = 1$
55. $y + 3 = -5(x + 1)$ $5x + y = -8$
56. $y + 7 = \frac{1}{2}(x + 2)$ $x - 2y = 12$
57. $y - 1 = \frac{5}{6}(x - 4)$ $5x - 6y = 14$
58. $y - 2 = -\frac{2}{5}(x - 8)$ $2x + 5y = 26$

59. استئجار القوارب استأجرت فاطمة وصديقاتها قارباً لمدة 3 ساعات ودفعن 45 AED إجمالاً. (الدرس 2-4)
a. اكتب معادلة خطية لإيجاد التكلفة الإجمالية C مقابل استئجار القارب لمدة h من الساعات. $C = 10h + 15$
b. كم ستكون تكلفة استئجار القارب لمدة 8 ساعات؟ 95 AED

اكتب معادلة للخط الذي يمر بكل نقطة باستخدام الميل المحدد. (الدرس 2-4)

60. (5, −2), m = 3 $y = 3x - 17$
61. (−5, 4), m = −5 $y = -5x - 21$
62. (3, 0), m = −2 $y = -2x + 6$
63. (3, 5), m = 2 $y = 2x - 1$
64. (−3, −1), m = −3 $y = -3x - 10$
65. (−2, 4), m = −5 $y = -5x - 6$

حوّل كل تعبير إلى أبسط صورة. وإذا تعذّر ذلك، فاكتب *مُبسّط*. (الدرس 4-1)

66. $13m + m$ $14m$
67. $14a^2 + 13b^2 + 27$ **مبسَّط**
68. $3(x + 2x)$ $9x$

69. المعرفة المالية في سوق المزارعين، يمكن للتجار استئجار طاولة صغيرة مقابل 5 AED وطاولة كبيرة مقابل 8.50 AED. وذات مرة، تم استئجار 25 طاولة صغيرة و10 طاولات كبيرة. وفي مرة أخرى، تم استئجار 35 طاولة صغيرة و12 طاولة كبيرة. (الدرس 2-1)
a. اكتب تعبيرًا جبريًا يوضح المبلغ الإجمالي للأموال التي تم تحصيلها. $(5)25 + (8{,}5)10 + (5)35 + (8{,}5)12$
b. قيّم هذا التعبير. 487 AED

مراجعة المهارات

عبّر عن كل علاقة في صورة تمثيل بياني. ثم حدد المجال والمدى. **73–70 انظر ملحق إجابات الوحدة 4.**

70. {(3, 8), (3, 7), (2, −9), (1, −9), (−5, −3)}
71. {(3, 4), (4, 3), (2, 2), (5, −4), (−4, 5)}
72. {(0, 2), (−5, 1), (0, 6), (−1, 9), (−4, −5)}
73. {(−7, 6), (−3, −4), (4, −5), (−2, 6), (−3, 2)}

التعليم المتمايز OL BL

التوسع اكتب $A(-1, -4)$ و$B(4, 1)$ و$C(1, 4)$ و$D(-1, -4)$ على اللوحة. اطلب من الطلاب تحديد الشكل الهندسي الذي يتم تكوينه إذا قاموا بتوصيل هذه النقاط للحصول على مُضلع. اطلب من الطلاب تبرير استنتاجهم. مستطيل؛ ميل $\overline{AB}$ يكون 1. ميل $\overline{CD}$ يكون 1. لذا فإن $\overline{AB}$ يكون متوازيًا مع $\overline{CD}$. ميل $\overline{AD}$ يكون 1−. ميل $\overline{BC}$ يكون 1−. لذا فإن $\overline{AD}$ يكون متوازيًا مع $\overline{BC}$. هذا يجعل الشكل متوازي أضلاع. نظرًا لأن ميول $\overline{AB}$ و$\overline{BC}$ هي معكوسات ضربية سلبية لبعضها البعض، فإن $\overline{AB}$ و$\overline{BC}$ يكونا متعامدين. هذا يجعل الشكل مستطيلاً. حيث إن طول الأضلاع الأربعة ليس متساويًا، فإن الشكل لا يكون مربعًا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريس الممارسات الرياضية

التفكير الناقد يميز الطلاب المتفوقون في الرياضيات المنطق أو الاستنتاج الصحيح عن ذلك المنطق أو الاستدلال الخاطئ. بالنسبة للتمرين 47، يجب أن يرى الطلاب أن كارمن وأميرة قد استخدمتا ميولاً مختلفة في المعادلة الأولى.

4 التقويم

بطاقة التحقق من استيعاب الطلاب اطلب من الطلاب أن يكتبوا معادلة ويمثلوها بيانيًا بصيغة $Ax + By = C$ اطلب منهم أن يرسموا خطين متوازيين مع هذا الخط وأن يصفوا تلك الخطوط من حيث A وB وC.

التقويم التكويني

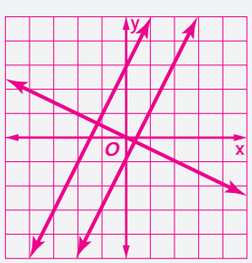
تحقق من مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم الواردة في الدرس 3-4 والدرس 4-4.

إجابات إضافية

42. لا؛ القطاع من (1 ,2−) إلى (3 ,4) ليس متعامدًا مع القطاع من (3 ,4) إلى (8− ,3).

45. الإجابة النموذجية: الخطوط المتوازية: أوجه الشبه: المجال والمدى يُعدان أعدادًا حقيقية، والدوال تزيد أو تنقص على المجال الكلي، والسلوك الطرفي هو نفسه؛ أوجه الاختلاف: التقاطع مع المحور الأفقي x والتقاطع مع المحور الرأسي y مختلفين. الخطوط المتعامدة: أوجه الشبه: المجال والمدى يعدان جميعًا أعدادًا حقيقية؛ أوجه الاختلاف: دالة واحدة تزيد وأخرى تقل على المجال الكلي، حيث إن المحور الأفقي x يقل، والمحور الرأسي y يزيد لدالة ويقل للأخرى وحيث إن المحور الأفقي x يزيد، فإن المحور الرأسي y يزيد لدالة واحدة ويقل للأخرى.

46. الإجابة النموذجية:



CH04.indb 245 8/19/2016 8:31:29 PM

التقويم التكويني

استخدم اختبار منتصف الوحدة لتقييم تقدم الطلاب في النصف الأول من الوحدة..

بالنسبة إلى المسائل التي تمت الإجابة عنها بشكل غير صحيح، اطلب من الطلاب مراجعة الدروس المشار إليها في الأقواس.

مطوياتي منظم الدراسة

مطويات® دينا زايك

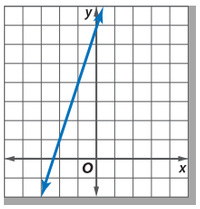
قبل أن يستكمل الطلاب اختبار منتصف الطلاب، شجعهم على مراجعة معلومات الدروس من 1-4 إلى 4-4 في مطوياتهم.

4 اختبار منتصف الوحدة

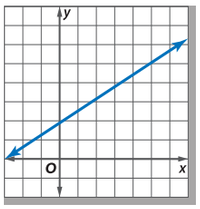
الدروس من 4-1 وحتى 4-4

اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع لكل تمثيل بياني موضح. (الدرس 4-1)

1. $y = 3x + 7$



2. $y = \frac{3}{5}x + 2$



مثّل كل معادلة بيانيًا. (الدرس 4-1) **3-4. انظر ملحق إجابات الوحدة 4.**

3. $y = 2x + 3$
4. $y = \frac{1}{3}x - 2$

5. **التواريخ** اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع لتكلفة الإيجار الإجمالية C نظير استخدام قارب عائم لمدة t من الساعات. (الدروس من 4 إلى 1) $C = 60t + 20$



اكتب معادلة عن المستفيم باستخدام الشروط المحددة. (الدرس 4-2)

6. (2, 5)؛ الميل 3 $y = 3x - 1$
7. (−3, −1)، الميل $\frac{1}{2}$ $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$
8. (−3, 4), (1, 12) $y = 2x + 10$
9. (−1, 6), (2, 4) $y = -\frac{2}{3}x + \frac{16}{3}$
10. (2, 1)، الميل 0 $y = 1$

11. **الاختيار من متعدد** اكتب معادلة تمثل المستفيم الذي يمر عبر النقطة (0, 0) وله ميل مقداره 4−. (الدرس 4-2) C

A $y = x - 4$ C $y = -4x$

B $y = x + 4$ D $y = 4 - x$

12. $y - 4 = 6(x - 1)$ 13. $y + 1 = -3(x + 2)$

اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للخط الذي يمر عبر كل نقطة باستخدام الميل المحدد. (الدرس 4-3)

12. (1, 4), $m = 6$
13. (−2, −1), $m = -3$
14. اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل تمثل المستفيم الذي يمر عبر النقطة (8, 3)، $m = -2$. (الدرس 4-3)
15. اكتب $y + 3 = \frac{1}{2}(x - 5)$ بالصيغة القياسية. (الدرس 4-3)
16. اكتب $y + 4 = -7(x - 3)$ بصيغة الميل والتقاطع. (الدرس 4-3) $y = -7x + 17$

14. $y - 3 = -2(x - 8)$ 15. $x - 2y = 11$

اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية. (الدرس 4-3)

17. $y - 5 = -2(x - 3)$ 18. $y + 4 = \frac{2}{3}(x - 3)$

$2x + y = 11$ $2x - 3y = 18$

اكتب كل معادلة بصيغة الميل والتقاطع. (الدرس 4-3)

19. $y - 3 = 4(x + 3)$ 20. $y + 1 = \frac{1}{2}(x - 8)$

$y = 4x + 15$ $y = \frac{1}{4}x - 5$

21. **الاختيار من متعدد** حدد إذا ما كانت التمثيلات البيانية لهذا الزوج من المعادلات متوازية أم متعامدة أم ليست أيًا منهما. (الدرس 4-4) F

$y = -6x + 8$

$3x + \frac{1}{2}y = -3$

F متوازية

G متعامدة

H ليست أيًا منهما

J المعلومات غير كافية

اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع للخط الذي يمر عبر النقطة المحددة ويتعامد على التمثيل البياني للمعادلة. (الدرس 4-4)

22. (3, −4)؛ $y = -\frac{1}{3}x - 5$ $y = 3x - 13$
23. (0, −3)، $y = -2x + 4$ $y = \frac{1}{2}x - 3$
24. (−4, −5)، $-4x + 5y = -6$ $y = -\frac{5}{4}x - 10$
25. (−1, −4)، $-x - 2y = 0$ $y = 2x - 2$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

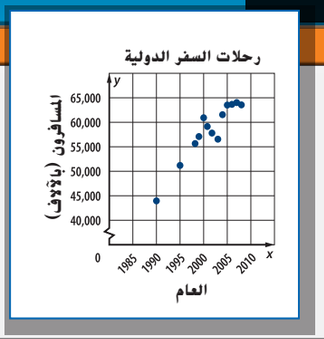
CH04.indb 246 8/19/2016 8:31:31 PM

4-5 مخططات الانتشار البياني ومستقيمات المواءمة

السابق:
- كتبتَ معادلات خطية في ضوء معرفة نقطة محددة إلى جانب الميل.

الحالي:
1 ستقوم باستقصاء العلاقات بين الكميات باستخدام نقاط على مخططات الانتشار البياني أو ما يُعرف أيضًا باسم التمثيلات البيانية بالنقاط المبعثرة.
2 ستستخدم مستقيمات المواءمة لتقديم تنبؤات وتقييمها.

لماذا؟
- يعرض التمثيل البياني عدد الأشخاص في الولايات المتحدة الذين يسافرون إلى بلدان أخرى. ولا تقع جميع النقاط على المستقيم نفسه؛ ولكن قد تكون قادرًا على تمثيل مستقيم قريب من جميع النقاط. ويُظهر هذا المستقيم علاقة خطية بين العام x وعدد المسافرين كل عام y. وبشكل عام، فقد تزايدت معدلات رحلات السفر الدولية.



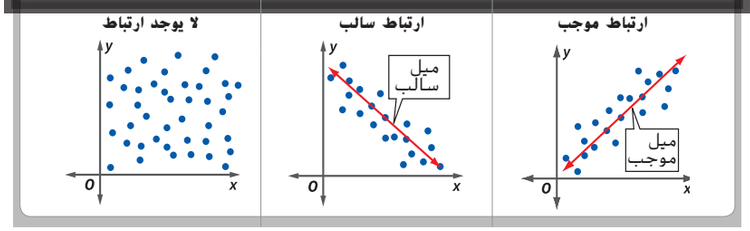
مفردات جديدة
- **بيانات ذات متغيرين (bivariate data)**
- **مخطط انتشار بياني (scatter plot)**
- **مستقيم المواءمة (line of fit)**
- **استكمال داخلي خطي (linear interpolation)**

ممارسات رياضية
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.
استخدام النماذج الرياضية.

1 استقصاء العلاقات باستخدام مخططات الانتشار البياني

يُطلق على البيانات ذات المتغيرين اسم **البيانات ذات المتغيرين**. ويعرض **مخطط الانتشار** البياني (التمثيل البياني بالنقاط المبعثرة) العلاقة بين مجموعة بيانات ذات متغيرين، مع تمثيلها بيانيًا في صورة أزواج مرتبة على مستوى إحداثي. وتُستخدم مخططات الانتشار البياني لاستقصاء العلاقة بين كميتين اثنتين.

ملخص المفاهيم مخططات الانتشار البياني



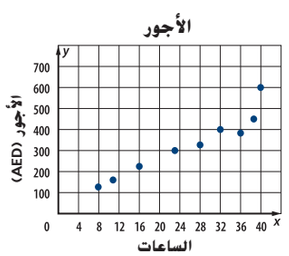
كلما تزايدت قيمة x، تتزايد قيمة y | كلما تناقصت قيمة x، تتناقص قيمة y | لا توجد علاقة بين x و y

مثال 1 من الحياة اليومية تقييم الارتباط

الأجور **حدد أي التمثيلات البيانية توضح ارتباطًا *موجبًا* أو *سالبًا* أو عدم وجود ارتباط. وإذا كان هناك ارتباط موجب أو سالب، فصِف معناه في هذه الحالة.**

يعرض التمثيل البياني ارتباطًا موجبًا.
وكلما ازدادت عدد الساعات المنقضية في العمل، ازدادت الأجور في العادة.

1. موجب، فقد ازداد عدد المسافرين في الأعوام الأخيرة عنها في الأعوام الأولى.



تمرين موجه

1. راجع التمثيل البياني المتعلق بمعدلات السفر الدولية. حدد ما إذا كان التمثيل البياني يُظهر ارتباطًا موجبًا أو سالبًا أو عدم وجود ارتباط. وإذا كان هناك ارتباط موجب أو سالب، فصِف معناه.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 4-5 كتابة معادلات خطية في ضوء نقطة والميل.

الدرس 4-5 استكشاف العلاقات بين الكميات باستخدام نقاط على مخططات الانتشار البياني. استخدام خطوط المواءمة لتقديم توقعات وتقييمها.

بعد الدرس 4-5 كتابة معادلات الخطوط الأفضل ملاءمة وخطوط الملاءمة الوسيطة باستخدام الانحدار الخطي.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** من الدرس.

اسأل:
- هل الخط القريب من كل النقاط له ميل إيجابي أو سلبي؟ إيجابي
- ماذا تفعل لإيجاد معادلة ذلك الخط؟ استخدم نقطتين على الخط لكتابة معادلة.
- ما نوع التمثيل البياني الذي يظهر أن العلاقة بين العام وعدد المسافرين الذين يسافرون إلى بلد آخر يشهد تراجعًا؟ خط بميل سلبي

CH04.indb 247 8/19/2016 8:31:35 PM

1 استكشاف العلاقات باستخدام مخططات الانتشار البياني

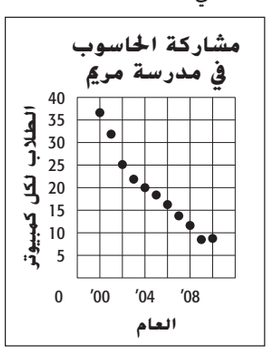
مثال 1 يوضح كيفية تحديد ما إذا كان التمثيل البياني للبيانات من الحياة اليومية يوضح ارتباطًا موجبًا أو ارتباطًا سالبًا أو عدم وجود ارتباط.

التقويم التكويني

استخدم تمارين "تمرين موجه" بعد كل مثال لتحديد مدى فهم الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 التكنولوجيا توضح التمثيلات البيانية متوسط عدد الطلاب لكل كمبيوتر في مدرسة مريم. حدد ما إذا كان التمثيل البياني يوضح ارتباطًا موجبًا أو ارتباطًا سالبًا أو عدم وجود ارتباط. وإذا كان هناك ارتباط موجب أو سالب، فصِف معناه في هذه الحالة.



ارتباط سالب؛ الإجابة النموذجية: في كل عام، يزيد عدد أجهزة الكمبيوتر في مدرسة مريم، الأمر الذي يقلل عدد الطلاب لكل جهاز كمبيوتر.

2 استخدام مستقيمات المواءمة

يمكن أن تعرض مخططات الانتشار البياني ما إذا كان هناك اتجاه عام في مجموعة البيانات. وعندما تقترب نقاط البيانات جميعها من مستقيم ما، فحينها يمكن استخدام **مستقيم مواءمة** أو مستقيم الاتجاه العام لتمثيل هذا الاتجاه.

مفهوم أساسي استخدام دالة خطية لتمثيل البيانات

الخطوة 1 قم بإنشاء مخطط انتشار بياني. حدد ما إذا كانت هناك أية علاقة موجودة في البيانات.

الخطوة 2 ارسم مستقيماً يبدو أنه يمر بالقرب من أغلب نقاط البيانات.

الخطوة 3 استخدم نقطتين في مستقيم المواءمة لكتابة معادلة لهذا المستقيم.

الخطوة 4 استخدم مستقيم المواءمة لتقديم تنبؤات.



ربط من الحياة اليومية

حطم قطار ملاهي كينجدا كا (Kingda Ka) في مدينة ملاهي سيكس فلاجز جريت أدفينتشر (Six Flags Great Adventure) في ولاية نيوجيرسي ثلاثة أرقام قياسية. وهي: أطول قطار ملاهٍ بطول 456 قدمًا، وأسرع قطار ملاهٍ بسرعة 128 ميلاً في الساعة، وأكبر قيمة سقوط عمودي بمقدار 418 قدمًا.

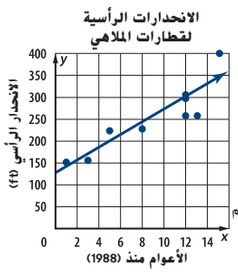
المصدر: Ultimate Roller Coaster

مثال 2 من واقع الحياة كتابة مستقيم مواءمة

قطارات الملاهي يوضح الجدول أكبر تسعة قطارات ملاهٍ عمودية في الولايات المتحدة وعدد الأعوام التي تلي عام 1988، والذي افتتحت فيه هذه القطارات. حدد المتغيرات المستقلة **والتابعة**. هل هناك علاقة تربط بين البيانات؟ وإذا كانت توجد علاقة، فتنبأ بالسقوط العمودي في قطار الملاهي الذي تم بناؤه بعد 30 عامًا من عام 1988.

الأعوام منذ عام 1988	15	13	12	12	12	8	5	3	1
السقوط الرأسي (ft)	400	255	255	230	306	230	225	155	151

المصدر: Ultimate Roller Coaster



الخطوة 1 قم بإنشاء مخطط انتشار بياني.

يتمثل المتغير المستقل في العام، أما المتغير التابع فيتمثل في السقوط الرأسي. وكلما زاد عدد الأعوام، زاد السقوط الرأسي لقطارات الملاهي. وبالتالي، يكون هناك ارتباط موجب بين المتغيرين.

الخطوة 2 ارسم مستقيم مواءمة.

لن يمر أي مستقيم عبر جميع نقاط البيانات. ارسم مستقيماً يمر بالقرب من النقاط. وبذلك، سيظهر مستقيم مواءمة.

الخطوة 3 اكتب صيغة الميل والتقاطع لمعادلة تتعلق بمستقيم المواءمة.

يمر مستقيم المواءمة بالقرب من النقطة (150 ,2) ونقطة البيانات (300 ,12).

أوجد الميل.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad (x_1, y_1) = (2, 150),\ (x_2, y_2) = (12, 300)$$

$$= \frac{300 - 150}{12 - 2}$$

$$= \frac{150}{10} \text{ or } 15$$

استخدم $m = 15$ وإما صيغة النقطة والميل أو صيغة الميل والتقاطع لكتابة معادلة مستقيم المواءمة.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 150 = 15(x - 2)$$

$$y - 150 = 15x - 30$$

$$y = 15x + 120$$

ويعني ميل بمقدار 15 أن السقوط العمودي ازداد بمعدل 15 قدمًا في العام. وللتنبؤ بقيمة السقوط العمودي لقطار الملاهي الذي يتم بناؤه بعد 30 عامًا من عام 1988، عوّض الرمز x بالعدد 30 في المعادلة. وبذلك، يكون السقوط العمودي هو 120 + 15(30) أو 570 قدمًا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التعليم المتمايز OL AL

إذا احتاج الطلاب إلى مزيد من التمارين على وضع مخططات الانتشار وتفسيرها،

عندئذ اطلب منهم وضع مخطط انتشار لأطوالهم (قيم المحور x) وأعمارهم (قيم المحور y) لأول عشرة أعوام من حياتهم. يقدر الطلاب أطوالهم على النحو اللازم، ولكن تحقق من أن التقديرات معقولة. اطلب منهم أن يرسموا خط مواءمة ويكتبوا معادلة بصيغة تقاطع الميل للخط. ثم اطلب منهم مقارنة أطوالهم الحالية بتلك المستنتجة من المعادلات التي كتبوها.

CH04.indb 248 8/19/2016 8:31:37 PM

تمرين موجه انظر ملحق إجابات الوحدة 4.

2. الموسيقى يعرض الجدول قيمة مبيعات الأقراص المدمجة بملايين الدراهم في العام. أنشئ مخطط انتشار بيانيًا وحدد العلاقة الموجودة، وذلك في حالة وجود علاقة.

العام	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
المبيعات	5471	7452	9373	10,520	11,447	11,233	12.044	12.909	13,215

قراءة في الرياضيات

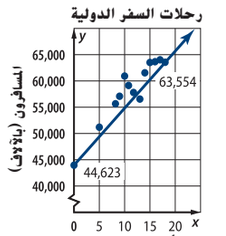
الاستكمال الداخلي والاستكمال الخارجي

الاستكمال الخارجي (Extrapolation) و **الاستكمال الداخلي** (Interpolation)، البادئة اللاتينية *inter* تعني "داخل". بينما تعني البادئة اللاتينية *extra* "خارج".

في الدرس 4-2، تعلمت أنه يتم استخدام الاستكمال الخارجي الخطي للتنبؤ بالقيم التي تكون خارج مدى البيانات. ويمكنك أيضًا استخدام معادلة خطية للتنبؤ بالقيم التي تكون داخل مدى البيانات. ويُطلق على هذا اسم **الاستكمال الداخلي الخطي**.

مثال 3 من الحياة اليومية استخدام الاستكمال الداخلي أو الاستكمال الخارجي

السفر استخدم مخطط الانتشار البياني لإيجاد العدد التقريبي لمسافري الولايات المتحدة إلى دول العالم في عام 1996.



المصدر: المجموعة الإحصائية للولايات المتحدة

الخطوة 1 ارسم مستقيم مواءمة. يجب أن يوجد المستقيم بالقرب من العديد من النقاط قدر الإمكان.

الخطوة 2 اكتب صيغة الميل والتقاطع للمعادلة. ويمر مستقيم المواءمة عبر (0, 44,623) و(18, 63,554).

أوجد الميل.

صيغة الميل
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$(x_1, y_1) = (0, 44{,}623)$, $(x_2, y_2) = (18, 63{,}554)$
$$= \frac{63{,}554 - 44{,}623}{18 - 0}$$
حوّل لأبسط صورة.
$$= \frac{18{,}931}{18}$$

استخدم $m = \frac{18{,}931}{18}$ وإما صيغة النقطة والميل أو صيغة الميل والتقاطع لكتابة معادلة مستقيم المواءمة.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$
$$y - 44{,}623 = \frac{18{,}931}{18}(x - 0)$$
$$y - 44{,}623 = \frac{18{,}931}{18}x$$
$$y = \frac{18{,}931}{18}x + 44{,}623$$

الخطوة 2 أوجد قيمة الدالة المتعلقة بـ $x = 1996 - 1990$ أو 6.

معادلة مستقيم المواءمة الأفضل
$$y = \frac{18{,}931}{18}x + 44{,}623$$
$x = 6$
$$= \frac{18{,}931}{18}(6) + 44{,}623$$
اجمع.
$$= 6310\frac{1}{3} + 44{,}623 \text{ or } 50{,}933\frac{1}{3}$$

في عام 1996، سافر نحو 50,933 ألف أو 50,993,000 شخص من الولايات المتحدة إلى دول العالم.

تمرين موجه

3. الموسيقى **استخدم المعادلة المتعلقة بمستقيم المواءمة لتمثيل البيانات الواردة في التمرين الموجه 2 لتقدير مبيعات الأقراص المدمجة في عام 2015.** **5,715 مليون AED**

2 استخدام خطوط المواءمة

مثال 2 يوضح كيفية رسم مخطط انتشار بياني لبيانات من الحياة اليومية ورسم خط مواءمة ثم كتابة معادلة بصيغة تقاطع الميل لخط مواءمة. **مثال 3** يوضح كيفية استخدام المعادلة لخط المواءمة لتوقع القيم داخل نطاق البيانات الخاصة بموقف من الحياة اليومية.

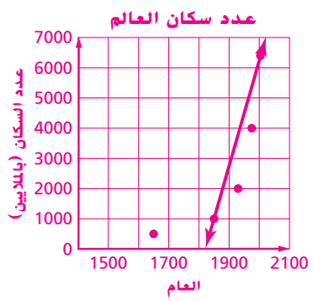
أمثلة إضافية

2 السكان يوضح الجدول النمو السكاني في العالم. حدد المتغيرات المستقلة والتابعة.

أنشئ مخطط انتشار وحدد العلاقة، الموجودة في البيانات، وذلك في حالة وجود علاقة.

العام	السكان (بالمليون)
1650	500
1850	1000
1930	2000
1975	4000
2004	6400

المتغير المستقل: العام؛ المتغير التابع: السكان؛ الارتباط الموجب؛ الإجابة النموذجية:
$y = 35.1x - 63{,}870$



3 استخدم المعادلة لخط المواءمة في المثال 2 للتوقع بعدد السكان في العالم في عام 2025.
7207.5 مليون

التركيز على محتوى الرياضيات

مخطط الانتشار هو تمثيل بياني يتألف من نقاط غير متصلة بخط. يمكن أن توضح هذه النقاط الاتجاهات في العلاقة بين كميتين في مجموعة من البيانات. إذا أظهرت النقاط اتجاهًا خطيًا، فيمكنك رسم خط مواءمة لتمثيل هذا الاتجاه. فور رسم الخط، يمكنك إيجاد معادلة لخط واستخدام تلك المعادلة لتقديم توقعات.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوحة البيضاء التفاعلية وضّح مخطط انتشار على اللوحة. اختر عدة طلاب لرسم الخطوط التي يعتقدون أنها تلائم البيانات. اطلب من الطلاب تفسير لماذا اختاروا رسم هذه الخطوط بعينها.

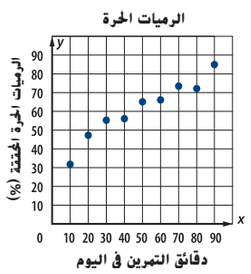
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH04.indb 249 8/19/2016 8:31:39 PM

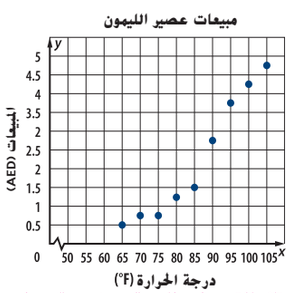
التحقق من فهمك

مثال 1 **حدد ما إذا كان كل تمثيل بياني يوضح ارتباطًا *موجبًا* أو *سالبًا* أو عدم وجود ارتباط. وإذا كان هناك ارتباط موجب أو سالب، فصِف معناه في هذه الحالة.**

1.



2.



1. موجب؛ كلما طالت فترة ممارستك للتمريرات الحرة، صنعت تمريرات حرة أكثر.
2. موجب؛ كلما ارتفعت درجة الحرارة، زادت كمية عصير الليمون الذي تبيعه.

مثال 2 **3. الاستنتاج المنطقي** يعرض الجدول متوسط عمر السيدات عندما تزوجن للمرة الأولى.

العام	العمر
1996	24.8
1997	25.0
1998	25.0
1999	25.1
2000	25.1
2001	25.1
2002	25.3
2003	25.3
2004	25.3
2005	25.5
2006	25.9

المصدر: مكتب الولايات المتحدة للتعداد السكاني

a. أنشئ مخطط انتشار بيانيًا وحدد العلاقة الموجودة في البيانات. وذلك في حالة وجود علاقة. حدد المتغيرات المستقلة والتابعة. **a–b. انظر الهامش.**

b. ارسم مستقيم مواءمة لمخطط الانتشار البياني.

c. اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع لمستقيم المواءمة.
الإجابة النموذجية: باستخدام (24.8, 1996) و(25.9, 2006) والتقريب، $y = 0.11x - 194.8$

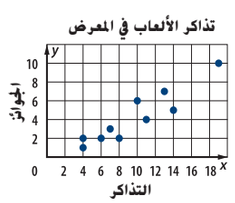
مثال 3 **d.** تنبأ بمتوسط عمر السيدات عندما يتزوجن للمرة الأولى في عام 2016.
الإجابة النموذجية: 27.0

e. هل تظن أن المعادلة يمكن أن تعطي تقديرًا معقولًا للعام 2056؟ اشرح.
نعم، وفقًا للمعادلة، سيكون متوسط العمر 31.4، وهو المرجح.

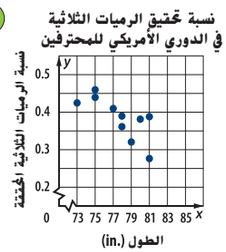
التمرين وحل المسائل

مثال 1 **حدد ما إذا كان كل تمثيل بياني يوضح ارتباطًا *موجبًا* أو *سالبًا* أو عدم وجود ارتباط. وإذا كان هناك ارتباط موجب أو سالب، فصِف معناه في هذه الحالة.**

4.



5



4. موجب؛ كلما اشتريت تذاكر أكثر، زادت عدد الجوائز التي ستفوز بها.
5. سالب؛ كلما كان لاعب كرة السلة أطول، انخفضت نسبة إحرازه للرميات الثلاثية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

انتبه!

المفاهيم الخاطئة لدى الطلاب ذكّر الطلاب بأن التوقعات تكون فقط بنفس مقدار صحة المعادلات المستخدمة لاستنتاجها. وبالتالي، توجد الكثير من التوقعات بمقدار وجود المعادلات التي يمكن كتابتها من أزواج النقاط.

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 3-1 للتحقق من مدى استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط في أسفل هذه الصفحة لتخصيص الواجبات التي ستكلف الطلاب بها.

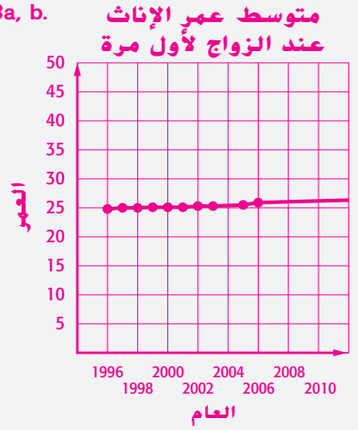
تنبيه التمرين

ورق تمثيل بياني بالنسبة إلى التمارين 3, 10–12, 17, 32–34, 42, 43 سيحتاج الطلاب إلى ورق تمثيل بياني.

القياس بالشريط يتطلب التمرين 12 استخدام قياسًا بالشريط قياس حجم القدم وارتفاعها.

إجابات إضافية

3a, b.



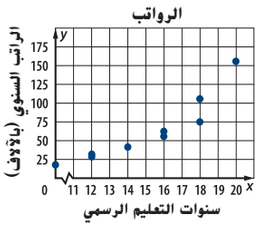
إيجابي؛ المتغير المستقل هو العام والمتغير التابع هو متوسط عمر الإناث عندما تزوجوا لأول مرة.

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

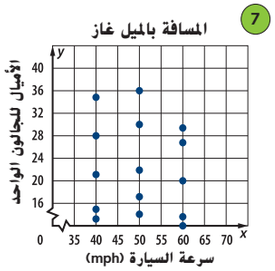
المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	4–9, 13, 14, 16–43	5, 7, 18–21	4–8 عدد زوجي، 13, 14, 16, 17, 22–43
OL أساسي	5, 7, 9–14, 16–43	4–9, 18–21	10–14, 16. 17, 22–43
BL متقدم	41–10 (اختياري: 42. 43)		

CH04.indb 250 8/19/2016 8:31:41 PM

6.



7

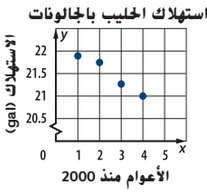


6. موجب؛ كلما زاد عدد أعوام التعليم التمثيلي الذي تلقيته، ارتفع راتبك.

7. لا؛ تعطي السيارات المتنوعة نتائج عديدة مختلفة للغاية بحيث يتعذر معها وجود ارتباط.

المثالان 2-3

8. اللبن ارجع إلى مخطط الانتشار البياني لعدد جالونات الحليب التي يستهلكها كل شخص في عدد سنوات محدد.



a. استخدم النقطتين (21.75 ,2) و(4 ,21) لكتابة صيغة الميل والتقاطع لمعادلة تتعلق بمستقيم المواءمة. $y = -0.375x + 22.5$

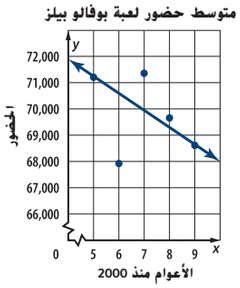
b. تنبأ بمعدل استهلاك الحليب في عام 2020. **حوالي 15 gal**

c. تنبأ في أي عام سيكون معدل استهلاك الحليب 10 جالونات. **2033**

d. هل من المناسب استخدام المعادلة لتقدير معدل استهلاك الحليب لأي عام؟ اشرح.

نعم؛ إذا استمر الاتجاه الحالي، فسيستمر معدل استهلاك الحليب في الانخفاض.

9. كرة القدم استخدم مخطط الانتشار البياني.



a. استخدم النقاط (5, 71,205) و(9, 68,611) لكتابة صيغة الميل والتقاطع لمعادلة تتعلق بمستقيم المواءمة الظاهر في مخطط الانتشار البياني. $y = -648.5x + 74,447.5$

b. تنبأ بمعدل حضور مباراة في عام 2020. **61,478**

c. هل يمكنك استخدام المعادلة لتحديد معدل الحضور في عام معيّن في المستقبل؟ اشرح.

لا؛ معدل الحضور سيتقلب مع متغيرات أخرى، مثل مدى جودة الفريق في ذلك العام.

B **10. الاستنتاج المنطقي** مؤشر كتلة الجسم (BMI) هو مقياس لنسبة الدهون في الجسم باستخدام الطول والوزن. ويتضمن الجدول الموجود على اليمين أطوال وأوزان اثني عشر رجلًا يتمتعون بمؤشر طبيعي لكتلة الجسم.

الارتفاع (in.)	الوزن (lb)
62	115
63	124
65	120
67	134
67	140
68	138
68	144
68	152
69	147
72	155
73	168
73	166

***a–b.* انظر ملحق إجابات الوحدة 4.**

a. أنشئ مخطط انتشار بياني يقارن بين الطول بالبوصة والوزن بالرطل.

b. ارسم مستقيم مواءمة للبيانات.

c. اكتب صيغة الميل والتقاطع لمعادلة خاصة بمستقيم المواءمة.

الإجابة النموذجية: $y = 4.57x - 168.33$

d. تنبأ بالوزن الطبيعي لرجل يبلغ طوله 84 بوصة.

الإجابة النموذجية: 215.6 lb

e. يبلغ وزن رجل 188 رطلاً. استخدم معادلة مستقيم المواءمة للتنبؤ بطول الرجل.

الإجابة النموذجية: حوالي 78 in.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التعليم المتمايز OL BL

التوسّع اكتب (1, 10.1)، (2, 9.8)، (3, 10)، (4, 10.5)، (5, 10.4)، (6, 10.8)، (7, 10.3) على اللوحة. ارسموا، بشكل جماعي، هذه النقاط الخاصة بالبيانات على تمثيلين بيانيين منفصلين. قوموا بإنشاء مقياس على التمثيل البياني الأول بحيث تكون النتيجة مخطط انتشار بدون أي ارتباط. قوموا بإنشاء مقياس على التمثيل البياني الثاني بحيث تكون النتيجة مخطط انتشار مع ارتباط موجب. ناقشوا كيف تُستخدم التمثيلات البيانية لعرض مختلف الاتجاهات.

تدريس الممارسات الرياضية

الاستنتاج المنطقي يبحث الطلاب المتفوقون في الرياضيات عن الانتظام أو الاتجاهات. في التمرينين 3 و10، يجب أن يفحص الطلاب البيانات ويستخدموا مخطط الانتشار لملاحظة الاتجاهات.

نصائح للمعلمين الجدد

الاستنتاج شجّع الطلاب على التفكير في سبب الاتجاهات في المسائل التي يعملون على حلها. ثم اسأل الطلاب كيف تكون المسائل من هذا النوع مهمة في مجالات أخرى كالهندسة والتسويق والإحصاء.

المتابعة

استكشف الطلاب مخططات الانتشار وخطوط الملاءمة.

اسأل:

- متى تُستخدم دالة خطية لتمثيل موقف من الحياة اليومية؟
  الإجابة النموذجية: عندما تنطوي العلاقة التي يتم تمثيلها على معدل تغير ثابت.

CH04.indb 251 8/19/2016 8:31:43 PM

تدريس الممارسات الرياضية

الفرضيات يبرر الطلاب المتفوقون في الرياضيات استنتاجاتهم ويشاركونها مع الآخرين. في التمرين 15، اطلب من الطلاب مناقشة لماذا اختاروا الخط الذي حددوه.

c 11 النافورات يمكن التنبؤ بمدة الثوران التالي لنافورة أولد فيثفول (Old Faithful) باستخدام مدة الثوران الحالي.

المدة (min)	5	4.5	4	3.5	3	2.5	2	1.5
الفترة الزمنية الفاصلة (min)	100	93	82	74	72	70	55	48

a. حدد المتغيرات المستقلة والتابعة. أنشئ مخطط انتشار وحدد العلاقة الموجودة في البيانات، وذلك في حالة وجود علاقة. ارسم مستقيم مواءمة لمخطط الانتشار البياني.

b. افترض أن x تمثل مدة الفترة الزمنية الفاصلة السابقة. وافترض أن y تمثل الوقت بين مرّات الثوران. اكتب صيغة الميل والتقاطع للمعادلة المتعلقة بمستقيم المواءمة. تنبأ بالفترة الزمنية الفاصلة بعد ثوران استمر لمدة 7.5 دقائق.

c. استنبط تقديرًا دقيقًا بشأن استخدام المعادلة للتنبؤ بمدة الثوران التالي. هل من الممكن أن تكون المعادلة نموذجًا مفيدًا؟

11a. المتغير المستقل هو الفاصل الزمني بين حالات الثوران بينما المتغير التابع هو مدة حالات الثوران. وهناك ارتباط موجب بين المتغيرين المستقل والتابع. انظر ملحق إجابات الوحدة 4 المتعلق بالتمثيلات البيانية.

12. **جمع البيانات** استخدم شريط قياس لقياس كل من حجم القدم والطول بالبوصة لعشرة أفراد.

a. سجل بياناتك في جدول.

b. أنشئ مخطط انتشار بيانيًا وارسم مستقيم مواءمة للبيانات.

c. اكتب معادلة لمستقيم المواءمة.

d. ضع فرضية بشأن العلاقة بين حجم القدم والطول.

a–c. راجع عمل التلاميذ.

12d. الإجابة النموذجية: يبدو أن هناك اتجاهًا عامًا سائدًا بأن الأشخاص الأطول لديهم أقدام أكبر.

11b. الإجابة النموذجية باستخدام (2, 55) و (4, 82): $y = 13.5x + 28$؛ الإجابة النموذجية: حوالي 129.25 دقيقة

مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

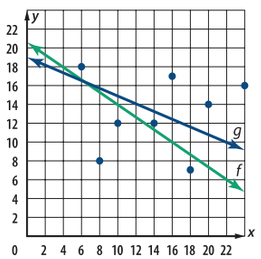
13. **مسألة غير محددة الإجابة** صف موقفًا من واقع الحياة يمكن تمثيله باستخدام مخطط انتشار بياني. حدد ما إذا كان هناك ارتباط موجب أو سالب أو عدم وجود ارتباط. اشرح ما يعنيه هذا الارتباط. **انظر الهامش.**

14. **أي مما يلي لا ينسجم مع المجموعة؟** حلل المواقف التالية وحدد أيها لا ينسجم مع المجموعة. **انظر الهامش.**

الساعات المقضية في العمل ومقدار المال المكتسب	طول أحد الرياضيين واللون المفضل
نبتات تنمو بمعدل 2 سنتيمتر كل أسبوع	عدد الصور المخزنة في الكاميرا وسعة الكاميرا

11c. الإجابة النموذجية: مدة الثوران لا تعتمد على الفاصل الزمني السابق. ولا يمكن التنبؤ بهذا الفاصل إلا من خلال استخدام طول مدة الثوران.

15. **الفرضيات** حدد أي مستقيم مواءمة هو الأفضل لمخطط الانتشار البياني. اشرح استنتاجك. **انظر الهامش.**



16. **الاستنتاج** ما الذي يجعل مخطط الانتشار البياني ومستقيم المواءمة أكثر نفعًا للحصول على تنبؤات دقيقة؟ هل يتنبأ مستقيم المواءمة الدقيق دائمًا بما سيحدث في المستقبل؟ اشرح. **انظر الهامش.**

17. **الكتابة في الرياضيات** أنشئ مخطط انتشار يعرض طول شخص وعمره. اشرح كيف يمكنك استخدام مخطط الانتشار للتنبؤ بعمر شخص محدد طوله. كيف يمكن استخدام المعلومات المأخوذة من مخطط انتشار بياني لتحديد الاتجاهات واتخاذ القرارات؟ **انظر الهامش.**

CH04.indb 252 8/19/2016 8:31:44 PM

تمرين على الاختبار المعياري

18. أي معادلة تصف بالشكل الأفضل العلاقة بين قيمتي x و y في الجدول؟ **B**

x	y
−1	7−
0	−5
2	−1
4	3

A $y = x - 5$
B $y = 2x - 5$
C $y = 3x - 7$
D $y = 4x - 7$

19. الإحصاء جمع السيد هاشم بيانات حول الأطوال ومعدل أطوال الخطوات الواسعة لعينة عشوائية من طلاب المدارس الثانوية. ثمّ أنشأ مخطط انتشار بيانيًا. ما نوع الارتباط الذي لاحظه على الأرجح؟ **F**

F موجب
G ثابت
H سالب
J لا يوجد

20. الهندسة يبلغ قياس غرفة النوم المستطيلة للسيدة آمال 13 قدمًا في 11 قدمًا. وتريد شراء سجادة لغرفة النوم تبلغ تكلفة القدم المربع فيها 2.95 AED، متضمنة الضرائب. فكم ستبلغ تكلفة السجادة؟ **D**

A AED 70.80
B AED 141.60
C AED 145.95
D AED 421.85

21. إجابة قصيرة اشترت نوال عضوية لمدة شهر واحد في أحد مراكز اللياقة البدنية في مقابل 35 AED.
وفي كل مرة تذهب فيها، تستأجر خزانة بظير 0.25 AED. فإذا أنفقت 40.50 AED في مركز اللياقة البدنية هذا الشهر الماضي، فكم عدد الأيام التي ذهبت فيها؟ **22 يومًا**

مراجعة شاملة

حدد ما إذا كانت التمثيلات البيانية لكل زوج من المعادلات التالية *متوازية أم متعامدة أم ليست أيًا منهما*. (الدرس 4-4)

22. $y = -2x + 11$, $y + 2x = 23$ **متوازية**

23. $3y = 2x + 14$, $2x + 3y = 2$ **ليست أيًا منهما**

24. $y = -5x$, $y = 5x - 18$ **ليست أيًا منهما**

25. $y = 3x + 2$, $y = -\frac{1}{3}x - 2$ **متعامدة**

اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية. (الدرس 3-4)

26. $y - 13 = 4(x - 2)$ $4x - y = -5$

27. $y - 5 = -2(x + 2)$ $2x + y = 1$

28. $y + 3 = -5(x + 1)$ $5x + y = -8$

29. $y + 7 = \frac{1}{2}(x + 2)$ $x - 2y = 12$

30. $y - 1 = \frac{5}{6}(x - 4)$ $5x - 6y = 14$

31. $y - 2 = -\frac{2}{5}$ $2x + 5y = 26$

مثّل كل معادلة بيانيًا. (الدرس 1-4) **32–34. انظر الهامش.**

32. $y = 2x + 3$

33. $4x + y = -1$

34. $3x + 4y = 7$

أوجد الميل للمستقيم المار عبر كل زوج من النقاط. (الدرس 3-3)

35. (3, 4), (10, 8) $\frac{4}{7}$

36. (−4, 7), (3, 5) $\frac{2}{7}$

37. (3, 7), (−2, 4) $\frac{3}{5}$

38. (−3, 2), (−3, 4) **غير محدد**

39. (−2, −6), (−1, 10) **16**

40. (1, −5), (−3, −5) **0**

41. القيادة قطعت لمياء بسيارتها مسافة 248 ميلاً في 4 ساعات. بهذا المعدل، كم تبلغ المدة التي ستستغرقها لقطع مسافة إضافية تبلغ 93 ميلاً؟ (الدرس 6-2) **1.5 ساعة**

مراجعة المهارات

عبّر عن كل علاقة في صورة تمثيل بياني. ثم حدد المجال والمدى. **42–43. انظر ملحق إجابات الوحدة 4.**

42. {(4, 5), (5, 4), (−2, −2), (4, −5), (−5, 4)}

43. {(7, 6), (3, 4), (4, 5), (−2, 6), (−3, 2)}

4 التقويم

الكرة البلورية اطلب من الطلاب كتابة كيف يعتقدون أن ما تعلموه اليوم عن خطوط المواءمة سوف يساعدهم في درس الغد فيما يتعلق بإيجاد خط أفضل مواءمة لمجموعة بيانات.

إجابات إضافية

13. الإجابة النموذجية: راتب الشخص وسنوات خبرته؛ يكون هذا ارتباطًا موجبًا لأنه كلما كانت لدى الشخص خبرة أكبر، من المحتمل أن يكون راتبه أعلى.

14. الطول واللون المفضل لا يرتبطان. المواقف الأخرى تنطوي على ارتباط موجب، وهذا الموقف لا ينطوي على أي ارتباط.

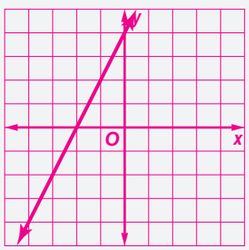
15. ليس أيًا منهما؛ الخط g لديه نفس عدد النقاط أعلى الخط وأسفله. الخط f يكون قريبًا من نقطتين؛ ولكن بالنسبة لباقي البيانات، توجد 3 نقاط أعلى الخط و3 نقاط أسفله.

16. كلما كانت لديك بيانات أكثر، كان لديك مخطط انتشار وخط مواءمة أكثر دقة. لا، يمكن أن تتغير الاتجاهات ويفترض خط المواءمة أن نفس النمط أو الاتجاه سوف يستمر بشكل غير محدود.

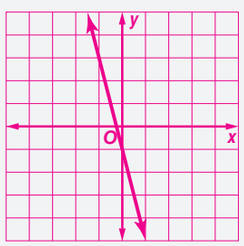
17. الإجابة النموذجية: يمكنك تصور خط لتحديد ما إذا كانت البيانات لديها ارتباط موجب أو سالب. يوضح التمثيل البياني الوارد أدناه أعمار الناس وأطوالهم. لتوقع عمر أحد الأشخاص في ضوء معرفة طوله، اكتب معادلة خطية لخط المواءمة. ثم استبدل طول الشخص وأوجد الحل للعمر المقابل. يمكنك استخدام النمط في مخطط الانتشار لاتخاذ القرارات.



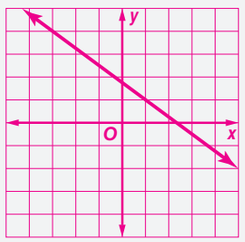
32.



33.



34.



CH04.indb 253 8/19/2016 8:31:47 PM

1 التركيز

الهدف استكشاف أوجه الاختلاف بين الارتباط والسببية.

المواد الخاصة بكل طالب

- ورق تمثيل بياني

وسائل تعليمية يدوية سهلة

تدريس الجبر باستخدام الوسائل التعليمية اليدوية

- ورق تمثيل بياني، صفحة 1

نصائح للتدريس

ذكّر الطلاب بأنهم قد تعرفوا على الارتباط الموجب والارتباط السالب وعدم وجود ارتباط بين المتغيرات. بعض الارتباطات قد تكون متزامنة بحتة أو قد تنطوي على سبب أساسي مشترك. أي أن التغيير في متغير واحد قد يكون السبب في حدوث تغيير في متغير آخر.

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

اقترح على الطلاب العمل في مجموعات من ثلاثة أو أربعة طلاب للسماح بتبادل الأفكار عند الإجابة على الأسئلة المطروحة في النشاط. ومع ذلك، بالنسبة للخطوة 1 من النشاط، اطلب من كل طالب بالمجموعة إعداد التمثيل البياني الخاص به.

- أيمكنك أن تفكر في ناتج ضرب آخر ينطوي على زيادة في المبيعات من عام 2001؟ الإجابات النموذجية: أجهزة الكمبيوتر والمنازل والبنزين والكهرباء
- هل تعتقد أنه من الممكن أن أي ناتج ضرب من هذه قد يرتبط أيضًا بالزيادة في تكاليف التعليم؟ نعم

تمرين اطلب من الطلاب إكمال التمارين 5–1.

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمرينين 3 و4 لتقييم ما إذا كان الطلاب يفهمون أن السببية يمكن تحديدها فقط من البيانات التي تُجمع من تجربة مضبوطة.

من الملموس إلى المجرد

اطلب من الطلاب مراجعة الموقف في التمرين 5. ثم اطلب منهم تصميم تجربة توضح أن الزيادة في مبيعات الآيس كريم ليس من المرجح أن تسبب زيادة في هجمات القرش.

4-5 مختبر الجبر: الارتباط والسببية



ربما تفكر في الذهاب إلى كلية أو مدرسة فنية في المستقبل. ما العوامل التي تتسبب في ارتفاع رسوم التعليم – التكاليف المرتفعة للأبنية أم مرتبات الموظفين المرتفعة، أم مقدار زجاجات المياه المستهلكة؟

لنرى مدى الارتباط بين المياه المعبأة ورسوم التعليم في الكلية. يعرض الجدول متوسط رسوم التعليم في الكليات ورسوم الكليات العامة ومعدل استهلاك الشخص الأمريكي للمياه المعبأة في العام في الفترة من 2003 إلى 2007.

العام	2003	2004	2005	2006	2007
المياه المستهلكة (بالجالون)	21.6	23.2	25.4	27.6	29.3
رسوم التعليم (AED)	4645	5126	5492	5804	6191

المصدر: مجلس الكليات ومجموعة شويق المشروبات

النشاط الارتباط والسببية

اتبع الخطوات لتتعرف على الارتباط والسببية.

الخطوة 1 مثل الأزواج المرتبة (الجالونات، رسوم التعليم) بيانيًا لإنشاء مخطط انتشار بياني. على سبيل المثال، يتمثل أحد الأزواج المرتبة في (21.6, 4645). صِف التمثيل البياني.

الخطوة 2 هل الارتباط موجب أم سالب؟ اشرح. **موجب؛ فكلما زاد مقدار المياه المعبأة المستهلكة في الولايات المتحدة، ارتفع متوسط تكلفة الدراسة في الكلية.**

الخطوة 3 هل تظن أن شرب المزيد من المياه المعبأة يتسبب في زيادة تكاليف التعليم في الكلية؟ اشرح. **لا؛ الإجابة النموذجية: تزايَدَ كل من استهلاك المياه ورسوم التعليم، ولكن لا يُسبب أحدهما الآخر**

الخطوة 4 **السببية** تحدث عند وقوع تغيير في أحد المتغيرات ينتج عنه تغيير في المتغير الآخر. يمكن مراقبة الارتباط بين العديد من المتغيرات، ولكن لا يمكن تحديد السببية إلا من خلال البيانات التي يتم تجميعها من التجربة المراقبة. صف تجربة توضح السببية.
الإجابة النموذجية: حضور الوحدة والمستوى

تمرينات

بالنسبة لكل تمرين، حدد ما إذا كان كل موقف يوضح *ارتباطًا* أم *سببية*. اشرح استنتاجك، بما في ذلك العوامل الأخرى التي قد تكون متضمنة. 1–5. انظر ملحق إجابات الوحدة 4.

1. أظهر استبيان بأن النوم بينما الأضواء قيد التشغيل يرتبط ارتباطًا موجبًا بقصر النظر.
2. أظهرت تجربة مراقبة وجود ارتباط موجب بين عدد مدخني السجائر واحتمالية الإصابة بسرطان الرئة.
3. توصلت عينة عشوائية من الطلاب إلى أن تملُّك هواتف خلوية يرتبط ارتباطًا سالبًا بركوب حافلة المدرسة.
4. أظهرت تجربة مراقبة وجود ارتباط موجب بين عدد ساعات استخدام سماعات الرأس عند الاستماع للموسيقى وبين مستوى فقدان السمع.
5. قرأ أحمد في الجريدة أن هجمات أسماك القرش ترتبط ارتباطًا موجبًا بمبيعات المثلجات شهريًا.

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

CH04.indb 254 8/19/2016 8:31:48 PM

4-6 مستقيمات الانحدار ومستقيمات المواءمة الوسيطة

السابق:
- استخدمتَ مستقيمات المواءمة ومخططات الانتشار البيانية لتقييم الاتجاهات ووضع تنبؤات.

الحالي:
1. ستقوم بكتابة معادلات لمستقيمات المواءمة الأفضل باستخدام الانحدار الخطي.
2. ستقوم بكتابة معادلات لمستقيمات المواءمة الوسيطة.

لماذا؟
- يعرض الجدول إجمالي الحضور للأشخاص بالملايين في معرض ولاية مينيسوتا في الفترة من 2005 حتى 2009. ويمكنك استخدام حاسبة التمثيل البياني لإيجاد معادلة لمستقيم المواءمة الأفضل واستخدامه لوضع تنبؤات حول الحضور المستقبلي في المعرض.



العام	الحضور (بالملايين)
2005	1.633
2006	1.681
2007	1.682
2008	1.693
2009	1.790

مفردات جديدة
- مستقيم المواءمة الأفضل (best-fit line)
- انحدار خطي (linear regression)
- معامل الارتباط (correlation coefficient)
- قيمة متبقية (residual)
- مستقيم مواءمة وسيطة (median-fit line)

ممارسات رياضية
استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.

1 مستقيمات المواءمة الأفضل

لقد تعلمت كيفية إيجاد معادلات مستقيمات المواءمة وكتابتها بنفسك. وتستخدم العديد من الحاسبات خوارزميات معقدة تعمل على إيجاد مستقيم مواءمة أكثر دقة يُطلق عليه اسم **مستقيم المواءمة الأفضل**. ويُطلق على إحدى الخوارزميات اسم **الانحدار الخطي**.

يمكن أن تحسب الحاسبة لديك أيضًا عددًا يطلق عليه اسم **معامل الارتباط**. وسيخبرك هذا العدد ما إذا كان الارتباط موجبًا أم سالبًا ومدى اقتراب المعادلة من تمثيل البيانات ونمذجتها. وكلما كان معامل الارتباط أقرب إلى 1 أو 1−. زاد قرب المعادلة من نمذجة البيانات.

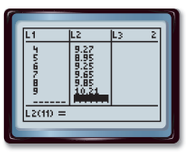
مثال 1 من الحياة اليومية مستقيم المواءمة الأفضل

الأفلام **يعرض الجدول التالي مقدار الأموال التي تحققها الأفلام في الولايات المتحدة. استخدم حاسبة التمثيل البياني لكتابة معادلة لمستقيم المواءمة الأفضل لتلك البيانات.**

العام	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
الدخل (بالمليار AED)	7.48	8.13	9.19	9.35	9.27	8.95	9.25	9.65	9.85	10.21

قبل أن تبدأ، تأكد من أن الإعداد Diagnostic (تشخيص) لديك قيد التشغيل. ويمكنك العثور على ذلك من القائمة CATALOG (كتالوج). اضغط على D ثم قم بالتمرير لأسفل وانقر فوق DiagnosticOn (تشغيل التشخيص). ثمّ اضغط على ENTER.

الخطوة 1 أدخل البيانات بالضغط على STAT و مع تحديد الخيار Edit (تحرير). ولنفترض أن الرقم 0 يمثل العام 2000. أدخل الأعوام منذ عام 2000 في القائمة 1 (L1). وسيمثل ذلك القيم x−. أدخل قيمة الدخل (بالمليار AED) في القائمة 2 (L2). وسيمثل ذلك القيم y−.



الخطوة 2 نفذ عملية الانحدار بالضغط على STAT مع تحديد الخيار CALC. وقم بالتمرير لأسفل إلى LinReg (ax+b) واضغط على ENTER مرتين.



الميل
التقاطع مع المحور الرأسي y
معامل الارتباط

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

التخطيط

قبل الدرس 4-6 استخدمتَ خطوط المواءمة ومخططات الانتشار البيانية لتقييم الاتجاهات ووضع تنبؤات.

الدرس 4-6 اكتب معادلات لخطوط المواءمة الأفضل باستخدام الانحدار الخطي.
اكتب معادلات لخطوط المواءمة الوسيطة.

بعد الدرس 4-6 أوجد منحنى أفضل ملاءمة في صيغة دالة كثيرة الحدود للبيانات.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من التلاميذ قراءة القسم **لماذا؟** من الدرس.

اسأل:
- ما نوع ارتباط البيانات الواردة في الجدول؟ إيجابي
- كيف يمكنك تقدير حضور معرض ولاية مينيسوتا في عام 2012؟ صمم مخطط انتشار للبيانات الواردة في الجدول.. ارسم خطًا يبدو قريبًا لجميع النقاط ثم استخدم نقطتين على ذلك المستقيم لكتابة معادلة. وأخيرًا استبدل 2012 في المعادلة بـ x وحل لإيجاد قيمة y.
- هل هذا هو الخط الوحيد للبيانات؟ لا. يمكن رسم خطوط أخرى ملائمة.

CH04.indb 255 8/19/2016 8:31:52 PM

1 معادلات خطوط المواءمة الأفضل

يوضح المثالان 2–1 كيفية استخدام آلة حاسبة لكتابة معادلة لخط المواءمة الأفضل وكيفية تحليل مخطط القيمة المتبقية القابل للتطبيق لمجموعة من البيانات.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في قسم "تمرين موجه" بعد كل مثال لتحديد مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 الأرباح يوضح الجدول أدناه الأرباح بالساعة لهالة خلال الفترة من 2001 إلى 2007. استخدم حاسبة بيانية لكتابة معادلة لخط المواءمة الأفضل لتلك البيانات. أعطِ اسمًا لمعامل الارتباط. لنفترض أن x هو عدد الأعوام منذ العام 2000.

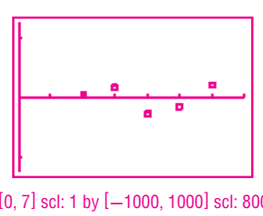
العام	التكلفة	العام	التكلفة
2001	AED 10	2005	AED 15
2002	AED 10.50	2006	AED 15.75
2003	AED 11	2007	AED 16.50
2004	AED 13		

$y = 1.21x + 8.25$; ≈ 0.9801

2 مثّل بيانيًا مخطط القيمة المتبقية وحلله للبيانات مقارنة بالأعوام منذ عام 2000 وتكلفة الإصلاحات.

الأعوام	التكلفة
2	1236
3	1560
4	1423
5	1740
6	2230

يبدو المخطط بأنه ذو نمط منحنٍ، لذا لن يكون خط الانحدار ملائمًا للبيانات بشكل جيد..



[0, 7] scl: 1 by [−1000, 1000] scl: 800

الخطوة 3 اكتب معادلة مستقيم الانحدار من خلال تقريب القيمتين a وb على الشاشة. وكانت الصيغة التي اخترناها للانحدار تتمثل في $ax + b$. لذا تكون المعادلة $y = 0.23x + 8.09$. ويبلغ معامل الارتباط نحو 0.8755، وهو ما يعني أن المعادلة تمثل البيانات بشكل جيد إلى حد ما.

تمرين موجه

اكتب معادلة لمستقيم المواءمة الأفضل للبيانات الموجودة في كل جدول. أعطِ اسمًا لمعامل الارتباط. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة آلاف. ولنفترض أن x هو عدد الأعوام منذ العام 2003.

1A. الهوكي يعرض الجدول عدد الأهداف التي أحرزها مدّافو فريق موستانج هوكي الكبار.

العام	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
الأهداف	30	23	41	35	31	43	33	45

1B. الهوكي يعطي الجدول عددًا من الأهداف التي أحرزها الفريق كل موسم.

العام	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
الأهداف	63	44	55	63	81	85	93	84

نحن نعرف أنه لن تقع جميع النقاط على مستقيم المواءمة الأفضل. ويُطلق على الفرق بين قيمة y المُلاحظَة وقيمة y الخاصة بها التي يتم التنبؤ بها (الموجودة على مستقيم المواءمة الأفضل) اسم **القيمة المتبقية**. وتقيس القيم المتبقية مقدار البيانات المنحرفة عن مستقيم الانحدار.

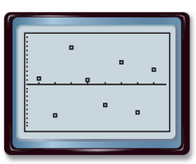
وعند تعيين القيم المتبقية على مخطط انتشار بياني، فإنها يمكن أن تساهم في تقييم مدى وصف مستقيم المواءمة الأفضل للبيانات على نحو جيد. وإذا كان مستقيم المواءمة الأفضل ملائمًا بشكل جيد، فلن يكون هناك نمط في مخطط القيمة المتبقية.

1A. بالنسبة لـ x عند تمثيله الأعوام منذ عام 2003، فإن $y = 1.87x + 28.58$؛ 0.6142

1B. بالنسبة لـ x عند تمثيله الأعوام منذ عام 2003، فإن $y = 5.95x + 50.17$؛ 0.8495

مثال 2 من الحياة اليومية تمثيل وتحليل مخطط القيمة المتبقية

الهوكي مثّل وحلل مخطط القيمة المتبقية لبيانات التمرين الموجه 1A. حدد ما إذا كان مستقيم المواءمة الأفضل يعمل على نمذجة أو تمثيل البيانات جيدًا.



[0, 8] scl: 1 في [−10, 10] scl: 2

بعد حساب مستقيم المواءمة الأفضل في التمرين الموجه 1A، يمكنك الحصول على مخطط القيمة المتبقية للبيانات. قم بتفعيل Plot2 ضمن القائمة STAT PLOT واختر ⋰⋱. استخدم L1 من أجل Xlist وRESID من أجل Ylist. ويمكنك الحصول على RESID بالضغط على 2nd [STAT] وتحديد RESID من قائمة الأسماء. مثّل مخطط الانتشار البياني للقيم المتبقية بالضغط على ZOOM واختيار ZoomStat.

تظهر القيم المتبقية منتشرة عشوائيًا ومرتكزة حول المستقيم $y = 0$. ومن ثمّ، يبدو أن مستقيم المواءمة الأفضل يمثل البيانات جيدًا.

2. يبدو المخطط بأنه ذو نمط منحنٍ، لذا لن يكون مستقيم الانحدار ملائمًا للبيانات جيدًا.



[−5, 10] scl: 2 في [60, 90] scl: 10

تمرين موجه

2. **البطالة** مثّل وحلل مخطط القيمة المتبقية للبيانات التالية التي تقارن بين معدلات التخرج ومعدلات البطالة.

معدل التخرج	82	68	81	64	85	73
معدل البطالة	5.1	4.3	5.5	3.2	4.1	6.9

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

التركيز على محتوى الرياضيات

معادلة لخط المواءمة الأفضل توفر الحاسبة طريقتين لحساب معادلة لخط المواءمة الأفضل:

- LinReg($ax + b$) للانحدار الخطي
- Med-Med لخط المواءمة الوسيطة

تستخدم طريقة الانحدار الخطي طريقة مواءمة بالتربيعات الصغرى لتحديد قيم a وb. وتستخدم هذه الطريقة حساب التفاضل والتكامل الذي يتضمن المسافة التي تبعدها كل نقطة عن خط المواءمة الأفضل. وتحسب طريقة المواءمة الوسيطة متوسطات لإحداثيات نقاط البيانات.

CH04.indb 256 8/19/2016 8:31:56 PM

تكون القيمة المتبقية موجبة عندما تكون القيمة الملاحظَة فوق المستقيم، بينما تكون سالبة عندما تكون القيمة الملاحظَة أسفل المستقيم، وتكون صفرًا عندما تكون هذه القيمة على المستقيم. وتتمثل إحدى طرق القياس الشائعة لمدى جودة المواءمة في جمع المسافات العمودية المربعة من النقاط إلى المستقيم. ويعمل مستقيم المواءمة الأفضل، الذي يُطلق عليه أيضًا اسم مستقيم الانحدار ذي المربعات الأقل، على التقليل من إجمالي عدد المربعات لتلك المسافات.

يمكننا استخدام النقاط الموجودة على مستقيم المواءمة الأفضل لتقدير القيم التي لا تكون موجودة في البيانات. تذكر أنه عندما نقدّر القيم التي تقع بين القيم المعروفة، فهذا يُطلق عليه اسم الاستكمال الداخلي الخطي. وعندما نقدّر عددًا خارج مدى البيانات، فإنه يُطلق عليه اسم الاستكمال الخارجي الخطي.

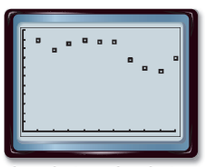
مثال 3 من الحياة اليومية استخدام الاستكمال الداخلي والاستكمال الخارجي

البينت بول **يوضح هذا الجدول النقاط التي حصلت عليها فرق البينت بول العشرة الأوائل في إحدى البطولات. خمِّن عدد النقاط التي حصل عليها الفريق صاحب الترتيب العشرين.**

المرتبة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
النقاط	100	89	96	99	97	98	78	70	64	80

اكتب معادلة لمستقيم المواءمة الأفضل المتعلق بالبيانات. ثمّ استخدم الاستقراء لإيجاد القيمة المفقودة.

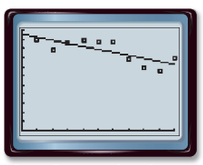
الخطوة 1 أدخل البيانات المأخوذة من الجدول في القوائم. افترض أن التصنيفات تتمثل في القيم x والنقاط تتمثل في القيم y. ثم مثّل مخطط الانتشار البياني.



[0, 110] scl: 10 في [0, 10] scl: 1

الخطوة 2 نفذ الانحدار الخطي باستخدام البيانات الموجودة في القوائم. أوجد معادلة مستقيم المواءمة الأفضل.

تتمثل المعادلة تقريبًا في $y = -3.32x + 105.3$.

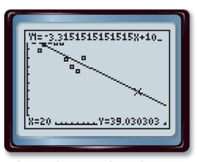


[0, 110] scl: 10 في [0, 10] scl: 1

الخطوة 3 مثّل مستقيم المواءمة الأفضل. اضغط على Y= VARS واختر Statistics (الإحصائيات). من القائمة EQ، اختر RegEQ. ثمّ اضغط على GRAPH.

الخطوة 4 استخدم التمثيل البياني للتنبؤ بالنقاط التي أحرزها الفريق صاحب المرتبة العشرين. قم بتغيير نافذة العرض لتضمين القيمة x المطلوب تقييمها. اضغط على 2nd [CALC] ENTER 20 ENTER لإيجاد ذلك عندما تكون $x = 20$ و$y \approx 39$.

ومن المقدّر أن يكون الفريق في المرتبة العشرين قد حصل على 39 نقطة.



[0, 110] scl: 1 في [0, 25] scl: 1

نصائح للمعلمين الجدد

الحاسبة البيانية تأكد من أن الطلاب يفهمون خطوات العملية على الحاسبة في قائمة STAT. تأكد من أن الطلاب مسحوا قائمتي L1 وL2 قبل إدخال بيانات جديدة. إذا أدخل الطلاب بياناتهم في L3 وL4 بدلاً من L1 و L2، فيجب أن يكتبوا "L3, L4" بعد "LinReg(ax+b)" ثم يضغطوا على ENTER.

معامل الارتباط بالإضافة إلى خاصية DiagnosticOn، تعرض الحاسبة أيضًا قيمًا خاصة بـ r^2 و r. كلما كانت القيمة الخاصة بـ $|r|$ أقرب إلى 1، كانت مواءمة المعادلة للبيانات أفضل.

المثال 3 يوضح كيفية استخدام الآلة الحاسبة ومعادلة لخط مواءمة أفضل للبيانات من أجل تقدير عدد خارج نطاق البيانات.

مثال إضافي

3 **البولينج** يوضح الجدول الوارد أدناه النقاط التي حصل عليها لاعبو البولينج العشرة الأوائل في إحدى البطولات. خمِّن عدد النقاط التي حصل عليها اللاعب صاحب الترتيب الخامس عشر.

الترتيب	النقاط	الترتيب	النقاط
1	210	6	147
2	197	7	144
3	164	8	142
4	158	9	134
5	151	10	132

حوالي 83

التدريس باستخدام التكنولوجيا

تسجيل الفيديو اطلب من الطلاب العمل في ثنائيات لتصميم مقطع فيديو يوضح كيفية إيجاد معادلة انحدار أو خط مواءمة وسيطة. شارك مقاطع الفيديو الخاصة بكل مجموعة مع الوحدة بالكامل.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التعليم المتمايز OL AL

إذا واجه الطلاب صعوبة في تذكر بعض خطوات العملية على الآلات الحاسبة البيانية الخاصة بهم،

إذن اطلب من الطلاب أن يُعدوا بطاقات "خطوات" لكل نشاط يدرسونه يحتاج إلى آلة حاسبة. على سبيل المثال، اطلب منهم أن يسموا عنوان إحدى البطاقات بـ "خط المواءمة الأفضل" ثم يكتبوا خطوات العملية على الحاسبة من أجل استخدام حاسبة الرسوم البيانية الخاصة بهم لإيجاد خط المواءمة الأفضل للبيانات ومعامل الارتباط. يمكن للطلاب الرجوع إلى هذه البطاقات حسب الحاجة إلى أن تثبت الخطوات في الذاكرة. تأكد من إدراج الطلاب بطاقة خاصة بكيفية مسح جميع قوائم البيانات السابقة باستخدام الخطوات التالية على الآلة الحاسبة: 2nd [MEM] 4 ENTER.

CH04.indb 257 8/19/2016 8:31:58 PM

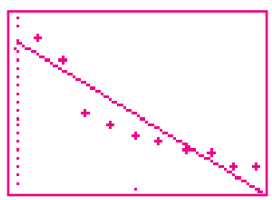
2 معادلات خطوط المواءمة الوسيطة

المثال 4 يوضح كيفية حساب معادلة لخط موائمة وسيطة باستخدام حاسبة بيانية ثم استخدام المعادلة لتوقع القيمة.

مثال إضافي

4 أوجد المعادلة لخط المواءمة الوسيطة ومثّلها بيانيًا بشأن البيانات الواردة عن مسابقة البولينغ في المثال الإضافي 2. ثمّ توقع نقاط اللاعب صاحب المركز العشرين.

$y = -9x + 209.5$; ≈ 30



[0, 22] scl: 1 by [0, 225] scl: 10

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 3-1 للتحقق من الاستيعاب.

استخدم المخطط في أسفل هذه الصفحة لتخصيص مهام الواجب المنزلي التي تكلف بها طلابك..

تمرين موجه

الألعاب عبر الإنترنت **استخدم الاستكمال الداخلي الخطي لتقدير النسبة المئوية للأمريكيين الذين يمارسون ألعابًا عبر الإنترنت بالنسبة للأعمار التالية.**

العمر	50	40	30	20	15
النسبة المئوية	25	29	37	54	81

المصدر: بيو إنترنت والمؤسسة الأمريكية لاستطلاع الأمور الحياتية

3A. 35 عامًا ≈39% **3B.** 18 عامًا ≈64%

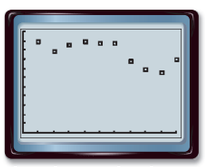
2 مستقيمات المواءمة الوسيطة

يتمثل النوع الثاني من مستقيمات المواءمة، والذي يمكن العثور عليه باستخدام الحاسبة البيانية، في **مستقيم المواءمة الوسيطة**. ويتم حساب معادلة مستقيم المواءمة الأفضل باستخدام متوسطات لإحداثيات نقاط البيانات.

مثال 4 مستقيم المواءمة الوسيطة

البينت بول **أوجد معادلة لمستقيم مواءمة وسيطة للبيانات في المثال 3 وقم بتمثيلها بيانيًا. ثمّ تنبأ بنقاط الفريق صاحب المركز الخامس عشر.**

الخطوة 1 أعد إدخال البيانات إذا لم تكن موجودة في القوائم. امسح القائمة Y= ومثّل مخطط الانتشار البياني.

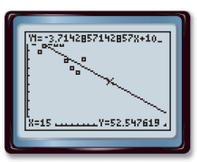


[0, 110] scl: 10 في [0, 10] scl: 1

الخطوة 2 لإيجاد معادلة المواءمة الوسيطة، اضغط على المفتاح STAT وحدد الخيار CALC. قم بالتمرير لأسفل إلى الخيار Med-Med واضغط على ENTER. تمثل القيمة a الميل، بينما تمثل القيمة b التقاطع مع المحور الرأسي y.

تكون معادلة مستقيم المواءمة الوسيطة على نحو $y = -3.71x + 108.26$.

الخطوة 3 انسخ المعادلة إلى القائمة Y= ومثلها بيانيًا. استخدم خيار **القيمة** لإيجاد قيمةy عندما تكون $x = 15$.



[0, 110] scl: 1 في [0, 25] scl: 1

أحرز الفريق في المرتبة الخامسة عشر نحو 53 نقطة.

لاحظ أن المعادلات المخصصة لمستقيم الانحدار ومستقيم المواءمة الوسيطة متشابهة للغاية.

تمرين موجه

4. ≈63%، ≈38%؛ تكون هذه القيم قريبة نسبيًا من تلك الواردة في التمرين الموجه 3A و3B.

4. استخدم البيانات المستقاة من التمرين الموجه 3 ومستقيم مواءمة وسيطة لتقدير أعداد من تتراوح أعمارهم بين 18 عامًا و35 عامًا ممن يمارسون ألعابًا عبر الإنترنت. قارن هذه القيم مع الإجابات التي يتم الحصول عليها من مستقيم الانحدار.

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	4-7, 16-42	5, 7, 19-22	4-6 زوجي، 16-18, 23-42
OL أساسي	5, 7, 9-14, 16-42	7, 19-22-4	8-14, 16-18, 23-42
BL متقدم	8-34 (اختياري: 35-42)		

CH04.indb 258 8/19/2016 8:32:01 PM

التحقق من فهمك

المثالان 1 و2

1. **الآنية الفخارية** لا تزال جامعة حكومية تعمل على تتبع عدد طلاب الفنون الذين يذهبون إلى معرض الآنية الفخارية كل يوم.

اليوم	1	2	3	4	5	6	7
الطلاب	10	15	18	15	13	19	20

a. اكتب معادلة لمستقيم الانحدار وأوجد معامل الارتباط. $y = 1.18x + 11$؛ 0.7181

b. مثّل مخطط القيمة المتبقية وحدد ما إذا كان مستقيم الانحدار يمثل البيانات جيدًا. **انظر الهامش.**

مثال 3

2. **أجهزة الحاسوب** يعرض الجدول التالي النسبة المئوية للأمريكيين الذين يتمتعون باتصال إنترنت واسع النطاق في منازلهم في أحد الأعوام الأخيرة. استخدم الاستكمال الخارجي الخطي ومعادلة انحدار لتقدير نسبة البالغ أعمارهم 60 عامًا ولديهم اتصال واسع النطاق في منازلهم. 29%

العمر	25	30	35	40	45	50
النسبة المئوية	40	42	36	35	36	32

مثال 4

3. **قضاء عطلة** تريد عائلة محمد استئجار منزل على البحيرة يسع ثمانية أشخاص. وتعتمد تكلفة المنزل في الليلة على مدى قربه من المياه.

المسافة من البحيرة (mi)	1.5	1.25	1.0	0.5	0.3	0.0 (مركب معد للسكن)
السعر بالليلة (AED)	140	150	200	250	325	785

a. أوجد معادلة لمستقيم المواءمة الوسيطة ومثلها بيانيًا.

b. ما تقديرك لتكلفة إيجار منزل يبعد عن البحيرة بمسافة 1.75 ميل؟ 78.69 AED

a. $y = -271.88x + 554.48$؛ **انظر الهامش للاطلاع على التمثيل البياني.**

التمرين وحل المسائل

مثال 1

اكتب معادلة لمستقيم الانحدار للبيانات الموجودة في كل جدول. ثم أوجد معامل الارتباط.

4. **ناطحات السحاب** يصنف الجدول أطول عشرة مبانٍ في العالم.

المرتبة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الطوابق	101	88	110	88	88	80	69	102	78	70

$y = -2.75x + 102.53$؛ -0.6071

5. **الموسيقى** يعطي الجدول عدد تجارب الأداء على آلة الكمان التي يجريها فرقة سيمفونية الشباب كل عام منذ عام 2004. ولنفترض أن x هو عدد الأعوام منذ عام 2004.

العام	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
تجارب الأداء	22	19	25	37	32	35	42

$y = 3.54x + 19.68$؛ .5
0.9007

مثال 2

6. **البيع بالتجزئة** يعرض الجدول مبيعات إحدى سلاسل محلات بيع الملابس منذ عام 2004. ولنفترض أن x هو عدد الأعوام منذ عام 2004.

العام	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
المبيعات (بملايين الدراهم)	6.84	7.6	10.9	15.4	17.6	21.2	26.5

a. اكتب معادلة لمستقيم الانحدار. $y = 3.32x + 5.20$

b. مثّل مخطط القيمة المتبقية وحلله. **انظر الهامش.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تنبيه التمرين

ورق رسم بياني بالنسبة للتمارين 39-42، سيحتاج الطلاب إلى ورق رسم بياني.

المتابعة

استكشف الطلاب خطوط المواءمة الأفضل والانحدار الخطي.

اطرح السؤال التالي:

- كيف تستخدم مجموعة من البيانات لتقديم توقعات؟ الإجابة النموذجية: يمكنك إنشاء مخطط انتشار للبيانات وتحديد خط المواءمة الأفضل. يمكنك أيضًا إدخال بيانات في أي آلة حاسبة وإيجاد معادلة خط الانحدار. بعد ذلك، يمكنك استخدام المعادلة لتقدير القيم التي توجد بين القيم المعروفة أو خارج نطاق البيانات.

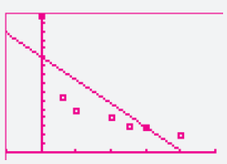
إجابات إضافية

1b. تبدو القيم المتبقية مبعثرة بشكل عشوائي، لذا فإن خط الانحدار يلائم البيانات بشكل معقول.



[2, 11] scl: 2 by [−5, 5]

3a.



[−0.5, 2.5] scl: 1 by [0, 785] scl: 1

6b. تبدو القيم المتبقية مبعثرة بشكل عشوائي، لذا فإن خط الانحدار يلائم البيانات بشكل جيد..



[2, 11] scl: 2 by [−5, 5]

CH04.indb 259 8/19/2016 8:32:02 PM

المثالان 3، 4

7 **ماراثون** يتم عرض عدد المشاركين في ماراثون بوستون كل خمسة أعوام منذ عام 1975. لنفترض أن x هو عدد الأعوام منذ عام 1975.

العام	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2005	2010
المشاركون	2,395	5,417	55,94	9,412	9,416	17,813	20,453	26,735

a. أوجد معادلة لمستقيم المواءمة الوسيطة. $y = 601.44x + 1236.13$

b. وفقًا للمعادلة، كم عدد المشاركين في عام 2003؟ **حوالي 18076**

B

8. **التخييم** يحتفظ أحد المعسكرات بسجل يضم عدد أماكن التخييم المؤجرة خلال الأسبوع الرابع من شهر يوليو لعدة سنوات. لنفترض أن x هو عدد الأعوام منذ العام 2000.

العام	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
المواقع المؤجرة	34	45	42	53	58	47	57	65	59

a. أوجد معادلة لمستقيم الانحدار. $y = 3.07x + 32.71$

b. تنبأ بعدد أماكن التخييم التي سيتم تأجيرها في عام 2012. **حوالي 70 مكانًا للتخييم**

c. تنبأ بعدد أماكن التخييم التي سيتم تأجيرها في عام 2020. **حوالي 94 مكانًا للتخييم**



9. **المثلجات** تواصل إحدى شركات المثلجات حساب عدد أحواض المثلّجات بالشوكولاتة المقدمة إلى كل متجر من متاجر منطقة معينة.

a. أوجد معادلة لمستقيم المواءمة الوسيطة. $y = 0.095x - 94.58$

b. مثّل النقاط ومستقيم المواءمة الوسيطة. **انظر الهامش.**

حجم المتجر (ft^2)	2,100	2,225	3,135	3,569	4,587
الأحواض (بالمئات)	110	102	215	312	265

c. كم عدد الأحواض التي يتم توصيلها إلى متجر تبلغ مساحته 1,500 قدم مربع؛ أو متجر مساحته 5,000 قدم مربع؟ **حوالي 48 حوضًا؛ حوالي 380 حوضًا**

10. **فهم طبيعة المسائل** يوضح الجدول أدناه أسعار ثماني ماركات من البناطيل الجينز الأكثر مبيعًا في أحد المتاجر المتخصصة في بيعها.

الترتيب من حيث المبيعات	1	2	3	4	5	6	7	8
السعر (AED)	43	44	50	61	64	135	108	78

a. أوجد المعادلة المتعلقة بمستقيم الانحدار. $y = 9.8x + 28.79$

b. وفقًا للمعادلة، ماذا يكون سعر زوج من الماركة رقم 12 في قائمة الأكثر مبيعًا؟ 146.39 AED

c. هل هذا تنبؤ معقول؟ اشرح.

11. **معارض الولاية** ارجع إلى بداية الدرس. **a، b.انظر الهامش.**

a. مثّل مخطط انتشار بياني للبيانات، حيث تمثل المعادلة **x = 1** عام **2005**. ثم أوجد المعادلة المتعلقة بمستقيم المواءمة الأفضل ومثلها بيانيًا.

b. مثّل مخطط القيمة المتبقية وحلله.

c. تنبأ بإجمالي عدد الحضور في عام 2020. **حوالي 2.12 مليون شخص**

10c. الإجابة النموذجية: لا؛ فالارتباط الموجود بين الترتيب من حيث المبيعات والسعر ضعيف للغاية بحيث يتعذر معه إجراء أي تنبؤ صحيح.

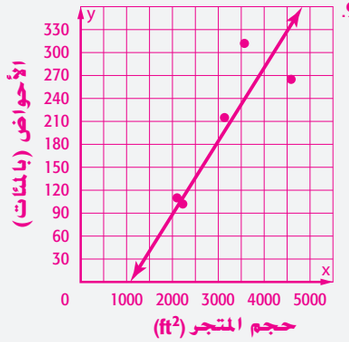
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التعليم المتمايز BL OL

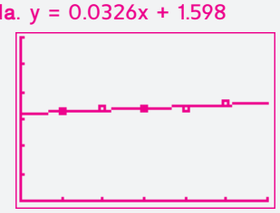
التوسّع ذكّر الطلاب بأن القيم المتطرفة هي النقاط التي تكون بعيدة بشكل كبير عن نقاط البيانات الأخرى. اطلب من الطلاب أن يحددوا ما إذا كانت إزالة القيمة المتطرفة في التمرين 3 تؤثر على التكلفة المقدرة للإيجار على مسافة 1.75 ميل من البحيرة. نعم، تتسبب القيمة المتطرفة (0.0, 785) في تقليل التقدير عما هو عليه الآن. تؤدي إزالة القيمة المتطرفة واستخدام خط المواءمة الوسيطة لنقاط البيانات المتبقية إلى الحصول على تقدير أكثر واقعية للتكلفة البالغ قيمتها 112 AED لليلة لاستئجار منزل يبعد 1.75 ميل عن البحيرة.

إجابات إضافية

9b.



11a. $y = 0.0326x + 1.598$



[0, 6] scl: 1 by [0, 3] scl: 0.5

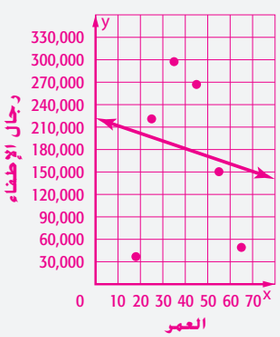
11b. يُعد خط الانحدار ملائمًا بشكل جيد حيث تظهر القيم المتبقية لتكون معظمها على الخط.



[0, 6] scl: 1 by [−2, 2] scl: 1

12a. $y = -841.42x + 223,288$

12b.



CH04.indb 260 8/19/2016 8:32:06 PM

تدريس الممارسات الرياضية

الفرضيات يستخدم الطلاب المتفوقون في الرياضيات الاستدلال الاستقرائي عن البيانات. في التمرين 15، اطلب من الطلاب تحليل كل مجموعة بيانات ثم إيجاد نقاط الشبه وأوجه الاختلاف.

12. رجال الإطفاء يعرض الجدول إحصائيات من إدارة مكافحة الحرائق الأمريكية.

العمر x	عدد رجال الإطفاء y
18	40,919
25	245,516
35	330,516
45	296,665
55	167,087
65	54,559

a. أوجد معادلة لمستقيم المواءمة الوسيطة. **انظر الهامش.**

b. مثّل النقاط ومستقيم المواءمة الوسيطة. **انظر الهامش.**

c. هل يعطي مستقيم المواءمة الوسيطة صورة دقيقة عن عدد رجال الإطفاء؟ أشرح.
لا، الإجابة النموذجية: تعرض النقاط عدم وجود ارتباط خطي؛ لذلك لا يمكن أن يمثل المستقيم البيانات بصورة دقيقة.

13. الألعاب الرياضية يعرض الجدول عدد المشاركين في الألعاب الرياضية للمدارس الثانوية.

العام منذ 1970	35	30	20	10	1
الرياضيون	7,159,904	6,705,223	5,298,671	5,356,913	3,960,932

a. أوجد معادلة لمستقيم الانحدار. $y = 87390.5x + 4018431$

b. وفقًا للمعادلة، كم عدد المشاركين في عام 1988؟ **نحو 5591460**

14. الفنون تم حفظ إحصاء يتعلق بعدد لوحات التمثيل التي تم بيعها في مزادات حسب العام الذي رُسمت فيه. لنفترض أن x هو عدد الأعوام منذ عام 1950.

عام الرسم	1975	1970	1965	1960	1955	1950
لوحات الرسم المبيعة	22	9	21	25	5	8

a. أوجد المعادلة المتعلقة بمستقيم الانحدار الخطي. $y = 0.446x + 9.43$

b. كم عدد لوحات التمثيل المبيعة والتي رُسمت في عام 1961؟ **حوالي 14 لوحة رسم**

c. هل تعطي معادلة الانحدار الخطي نموذجًا دقيقًا للبيانات؟ اشرح لِمَ أو لِمَ لا؟
لا، فمعامل الارتباط هو 0.48، لذا لا يعد النموذج الخطي مواءمة جيدة للبيانات.

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

15. الفرضيات فيما يلي نتائج بطولة العالم للأذبوب الثلجي الفائق لعام 2008.

رجال	النقاط	المرتبة	نساء	النقاط
شون وايت	93.00	1	توراه برايت	96.67
ماسون أجويري	90.33	2	كيلي كلارك	93.00
جاني كوربي	85.33	3	سوكو ياماوكا	85.00
لوكي ميتراني	85.00	4	إيليري هولينجس وورث	79.33
كير ديليون	81.33	5	صوفي رودريجيز	71.00

أوجد معادلة لمستقيم الانحدار لكل نتيجة، ومثلها بيانيًا على نفس المستوى الإحداثي. قارن وبيّن الفرق بين تمثيلات الرجال والسيدات. **انظر ملحق إجابات الوحدة 4.**

16. الاستنتاج فيما يتعلق بأحد مشاريع الوحدة، يتم تقديم الدرجات التي حصل عليها 10 طلاب تم اختيارهم عشوائيًا في الاختبارات الثمانية الأولى للعام الدراسي. اشرح كيف يمكنك إيجاد مستقيم المواءمة الأفضل. هل يمكن استخدامه للتنبؤ بدرجات طلاب آخرين؟ اشرح استنتاجك.
انظر ملحق إجابات الوحدة 4.

17. مسألة غير محددة الإجابة فيما يتعلق بعشرة أشخاص مختلفين، قس أطوالهم وأطوال رؤوسهم من الذقن إلى قمة الرأس. استخدم هذه البيانات لإنشاء معادلة انحدار خطي ومعادلة مواءمة وسيطة. ضع تنبؤًا باستخدام كلتا المعادلتين. **راجع عمل التلاميذ.**

18. الكتابة في الرياضيات ما أوجه الشبه أو الاختلاف بين مستقيمات المواءمة ومستقيمات الانحدار الخطي؟ **انظر ملحق إجابات الوحدة 4.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

261

CH04.indb 261 8/19/2016 8:32:07 PM

4 التقويم

أخبار الأمس اطلب من الطلاب كتابة كيف ساعدهم استقصاء العلاقات باستخدام مخطط الانتشار البياني وخطوط المواءمة في درس الأمس في المواد الجديدة التي درسوها اليوم.

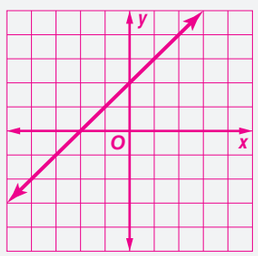
التقويم التكويني

تحقق من مدى استيعاب الطلاب للدرس 1-5 والدرس 6-4.

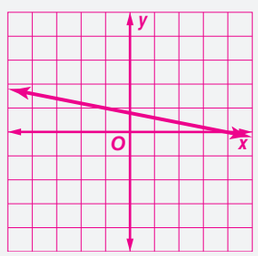
إجابات إضافية

24. نعم؛ الضلعان المتقابلان لهما نفس الميل، لذا فإنهما متوازيان. الضلعان المتتاليان لهما قيم ميل في صورة معكوسات متقابلة، لذا فإنهما متعامدان.

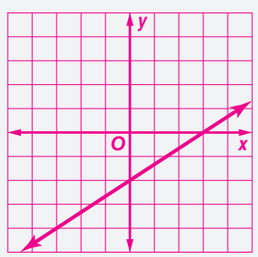
39.



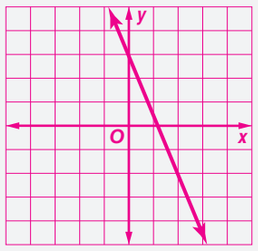
40.



41.



42.



تمرين على الاختبار المعياري

19. الهندسة يضع سمير حافة حول أحد الملصقات. ويمثل الحرف x عرض الملصق؛ بينما يمثل y طول الملصق. فأي معادلة تمثل مقدار الحافة التي سيستخدمها سمير إذا ضاعف الطول والعرض؟ **C**

A $4xy$ **C** $4(x + y)$

B $(x + y)^4$ **D** $16(x + y)$

20. إجابة قصيرة تريد فاطمة أن تركض مسافة 5 أميال بمعدل 9 دقائق للميل الواحد. وبعد 4 أميال، أصبح معدل العدو لديها 9 دقائق و10 ثوانٍ. كم عدد الدقائق التي يفترض أن تُنهي فيها الميل الأخير لتصل إلى هدفها؟

8 min 20 s

21. ما ميل المستقيم الذي يمر بين النقطتين (3, 1) و(1, −3)؟ **H**

F -2 **H** $\frac{1}{2}$

G $-\frac{1}{2}$ **J** 2

22. ما معادلة المستقيم الذي يمر عبر النقطة (0، 1) وله ميل مقداره 3؟ **D**

A $y = 3x - 1$

B $y = 3x - 2$

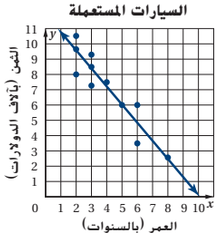
C $y = 3x + 4$

D $y = 3x + 1$

مراجعة شاملة

23. السيارات المستعملة تريد إيمان شراء سيارة مستعملة ذات طراز وسمات معينين. وقد بحثت عن الأسعار لدى تجار وبائعين أصحاب سيارات خاصة وقدمت التمثيل البياني الموضح. (الدرس 5-4)

السيارات المستعملة



a. حدد العلاقة في البيانات. **ارتباط سالب**

b. استخدم مستقيم المواءمة للتنبؤ بسعر سيارة مصنعة منذ 7 أعوام. **3600 AED**

c. هل من المناسب استخدام مستقيم المواءمة هذا للتنبؤ بسعر سيارة مستعملة مصنعة منذ 10 أعوام؟ اشرح. **لا، وفقًا لمستقيم المواءمة سيكون السعر 0 AED.**

24. الهندسة شكل رباعي الأضلاع له جوانب تمثلها المعادلات $y = -2x$ و$2x + y = 6$ و$y = \frac{1}{2}x + 6$ و$x - 2y = 9$. هل الشكل الناتج مستطيل؟ اشرح استنتاجك. (الدروس 4-4) **انظر الهامش.**

اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية. (الدرس 3-4)

25. $y - 2 = 3(x - 1)$ $3x - y = 1$

26. $y - 5 = 6(x + 1)$ $6x - y = -11$

27. $y + 2 = -2(x - 5)$ $2x + y = 8$

28. $y + 3 = \frac{1}{2}(x + 4)$ $x - 2y = 2$

29. $y - 1 = \frac{2}{3}(x + 9)$ $2x - 3y = -21$

30. $y + 3 = -\frac{1}{4}(x + 2)$ $x + 4y = -14$

أوجد الميل للمستقيم المار عبر كل زوج من النقاط. (الدرس 3-3)

غير محدد

31. (3, 4), (10, 8) $\frac{4}{7}$

32. (−4, 7), (3, 5) $-\frac{2}{7}$

33. (3, 7), (−2, 4) $\frac{3}{5}$

34. (−3, 2), (−3, 4)

مراجعة المهارات

إذا كانت $f(x) = x^2 - x + 1$**، فأوجد كل قيمة.**

35. f(−1) **3**

36. f(5) − 3 **18**

37. f(a) $a^2 - a + 1$

38. f(b^2) $b^4 - b^2 + 1$

مثِّل كل معادلة بيانيًا. 39–42. انظر الهامش.

39. $y = x + 2$

40. $x + 5y = 4$

41. $2x - 3y = 6$

42. $5x + 2y = 6$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

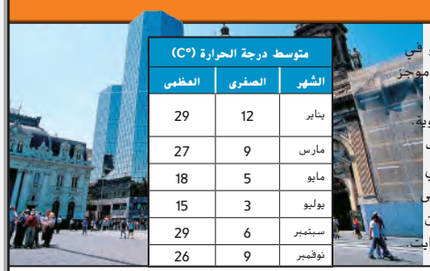
CH04.indb 262 8/19/2016 8:32:10 PM

4-7 الدوال الخطية العكسية

السابق: قمت بتمثيل العلاقات في شكل جداول وتمثيلات بيانية ومخططات.

الحالي: 1 ستقوم بإيجاد معكوس أية علاقة.
2 ستقوم بإيجاد معكوس الدالة الخطية.

لماذا؟ يكتب راندال تقريرًا عن سانتياغو في تشيلي. ويرغب في إدراج تحليل موجز للمناخ. ووجد جدولاً يبين درجات الحرارة المسجلة بالدرجات المئوية. ويعرف أن صيغة تحويل الدرجات الفهرنهايت إلى درجات مئوية هي $C(x) = \frac{5}{9}(x - 32)$. ويحتاج إلى إيجاد الدالة العكسية للتحويل من درجات مئوية إلى درجات فهرنهايت.



متوسط درجة الحرارة (°C)		
الشهر	الصغرى	العظمى
يناير	12	29
مارس	9	27
مايو	5	18
يوليو	3	15
سبتمبر	6	29
نوفمبر	9	26

مفردات جديدة
- علاقة عكسية (inverse relation)
- دالة عكسية (inverse function)

ممارسات رياضية
مراعاة الدقة.

1 العلاقات العكسية

العلاقة العكسية هي مجموعة من الأزواج المرتبة التي يتم الحصول عليها بتبديل الإحداثي x بالإحداثي y لكل زوج مرتب في العلاقة. فإذا كان (5, 3) زوجًا مرتبًا في علاقة، فإن (3, 5) زوج مرتب للعلاقة العكسية.

مفهوم أساسي العلاقات العكسية

الكلمات إذا كان إحدى العلاقات تحتوي على العنصر (a, b)، فإن العلاقة العكسية ستحتوي على العنصر (b, a).

مثال A و B هما علاقات عكسية.

A		B
$(-3, -16)$	→	$(-16, -3)$
$(-1, 4)$	→	$(4, -1)$
$(2, 14)$	→	$(14, 2)$
$(5, 32)$	→	$(32, 5)$

لاحظ أن مجال العلاقة يصبح مدى معكوسها. ومن ناحية أخرى فإن مدى العلاقة يصبح مجال معكوسها.

مثال 1 علاقات عكسية

أوجد معكوس كل علاقة مما يلي.

a. {(4, -10), (7, -19), (-5, 17), (-3, 11)}

لإيجاد المعكوس، بدّل إحداثيات الأزواج المرتبة.

$(4, -10) \rightarrow (-10, 4)$ $(-5, 17) \rightarrow (17, -5)$

$(7, -19) \rightarrow (-19, 7)$ $(-3, 11) \rightarrow (11, -3)$

المعكوس هو $\{(-10, 4), (-19, 7), (17, -5), (11, -3)\}$.

b.

x	−4	−1	5	9
y	−13	−8.5	0.5	6.5

اكتب الإحداثيات بصيغة أزواج مرتبة. ثم بدّل إحداثيات كل زوج.

$(-4, -13) \rightarrow (-13, -4)$ $(5, 0.5) \rightarrow (0.5, 5)$

$(-1, -8.5) \rightarrow (-8.5, -1)$ $(9, 6.5) \rightarrow (6.5, 9)$

المعكوس هو $\{(-13, -4), (-8.5, -1), (0.5, 5), (6.5, 9)\}$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 4-7 قمت بتمثيل في شكل جداول وتمثيلات بيانية ومخططات.

الدرس 4-7 أوجد معكوس أي علاقة. أوجد معكوس أي دالة خطية.

بعد الدرس 4-7 أوجد معكوس أي دالة تربيعية.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من التلاميذ قراءة القسم **لماذا؟** من الدرس.

اسأل:

- ماذا يمثل $C(x)$ و x في سياق الدالة؟ $C(x)$ هي الدرجات المئوية، و x هي درجات فهرنهايت.
- كيف يمكن استخدام المعادلة لتحويل 12° C إلى درجة فهرنهايت؟ الإجابة النموذجية: استبدل $C(x)$ بـ 12 في المعادلة المعطاة ثم حل لإيجاد قيمة x.
- حوّل 12°C إلى درجة فهرنهايت. 53.6° F

CH04.indb 263 8/19/2016 8:32:13 PM

1 العلاقات العكسية

مثال 1 يوضح كيفية إيجاد معكوسات العلاقات. ويوضح **مثال 2** يوضح كيفية تمثيل معكوس علاقة بيانيًا.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في قسم "تمرين موجه" بعد كل مثال لتحديد مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 أوجد معكوس كل علاقة.

a. {(−3, 26), (2, 11), (6, −1), (−1, 20)} {(26, −3), (11, 2), (−1, 6), (20, −1)}

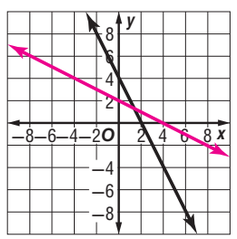
b.

x	y
−4	−3
−2	0
1	4.5
5	10.5

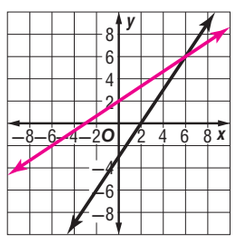
{(−3, −4), (0, −2), (4.5, 1), (10.5, 5)}

2 مثّل بيانيًا معكوس كل علاقة.

a.



b.



تمرين موجه

1A. {(−6, 8), (−15, 11), (9, 3), (0, 6)} {(8, −6), (11, −15), (3, 9), (6, 0)}

1B. {(5, −10), (11, −4), (12, −3), (15, 0)}

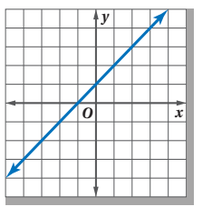
1B.

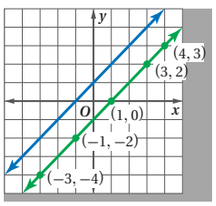
x	−10	−4	−3	0
y	5	11	12	15

يمكن استخدام التمثيلات البيانية للعلاقات لإيجاد العلاقات العكسية وتمثيلها بيانيًا.

مثال 2 تمثيل العلاقات العكسية بيانيًا

مثّل معكوس العلاقة بيانيًا.





يمر التمثيل البياني للعلاقة عبر نقاط هي (3, −4)، و(1, −2)، و(1, 0)، و(3, 2)، و(4, 3). ولإيجاد النقاط التي يمر عبرها التمثيل البياني للمعكوس، بدّل إحداثيات الأزواج المرتبة. ويمر التمثيل البياني للمعكوس عبر نقاط هي (−4, −3)، و(−2, −1)، و(0, 1)، و(2, 3)، و(3, 4). مثّل هذه النقاط بيانيًا ثم ارسم الخط الذي يمر عبرها.

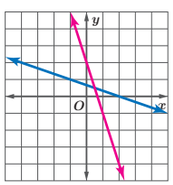
نصيحة دراسية

الدقة هناك نقطتان اثنتان فقط ضروريتان لتمثيل معكوس المستقيم بتمثيل بياني. ولكن ينبغي استخدام نقاط عدة لتجنب الوقوع في مستقيماً محتمل.

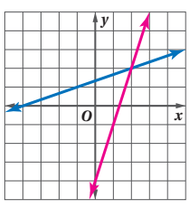
تمرين موجه

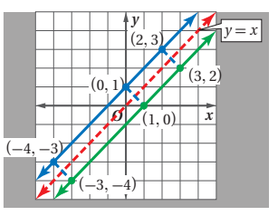
مثّل بيانيًا معكوس كل علاقة مما يلي.

2A.



2B.





توجد على التمثيلات الرسوم البيانية للمثال 2 بالإضافة إلى تمثيل المستقيم $y = x$. لاحظ أن التمثيل البياني للمعكوس هو التمثيل البياني للعلاقة الأصلية التي يمثلها المستقيم $y = x$. وبالنسبة لكل نقطة (x, y) ممثلة على التمثيل البياني للعلاقة الأصلية، تقابلها على التمثيل البياني للمعكوس النقطة (y, x).

2 الدالات العكسية يكون للعلاقة الخطية الموضحة بواسطة دالة **دالة عكسية** والتي يمكن أن تُنشئ أزواجًا مرتبة للعلاقة العكسية. ويمكن كتابة معكوس الدالة الخطية $f(x)$ على هيئة $f^{-1}(x)$ وتُقرأ f معكوس x أو معكوس f لـ x.

تدريس الممارسات الرياضية

الدقة يحسب الطلاب المتفوقون في الرياضيات بدقة وكفاءة. أكد على أن التمثيل البياني الدقيق يضمن دقة النتائج.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

المدونة على مدونة الوحدة الآمنة، اطلب من الطلاب إنشاء موضوع مدونة لعمل قائمة بتطبيقات من الحياة اليومية للدوال العكسية ووصفها.

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

CH04.indb 264 8/19/2016 8:32:16 PM

2 الدوال العكسية

مثال 3 يوضح كيفية إيجاد معكوسات الدوال. ويوضح. **مثال 4** كيفية إيجاد دالة عكسية واستخدامها.

مثال إضافي

3 أوجد معكوس كل دالة مما يلي.

a. $f(x) = -3x + 27$

$f^{-1}(x) = -\frac{1}{3}x + 9$

b. $f(x) = \frac{5}{4}x - 8$

$f^{-1}(x) = \frac{4}{5}x + \frac{32}{5}$

نصائح للمعلمين الجدد

الدوال العكسية إذا كانت $f(x)$ و$g(x)$ دوال عكسية، فعندئذ $f(a) = b$ و$g(b) = a$. ومع ذلك، فإن معكوس هذه العبارة ليس صحيحًا بالضرورة. افترض أن $f(x) = 3x + 9$ و $g(x) = x - 13$ $f(2) = 15$ و$g(15) = 2$، ولكن $f(x)$ و$g(x)$ ليسوا دوالاً عكسية. سوف يستكشف الطلاب هذا الأمر في التمرينين 40 و41.

مفهوم أساسي إيجاد الدوال العكسية

لإيجاد الدالة العكسية $f^{-1}(x)$ للدالة الخطية $f(x)$، أكمل الخطوات التالية.

الخطوة 1 عوّض $f(x)$ بـ y في المعادلة الخاصة بـ $f(x)$.

الخطوة 2 عوّض y و x في المعادلة.

الخطوة 3 حل المعادلة الخاصة بـ y.

الخطوة 4 عوّض y بـ $f^{-1}(x)$ في المعادلة الجديدة.

مثال 3 إيجاد معكوس الدوال الخطية

أوجد معكوس كل دالة مما يلي.

a. $f(x) = 4x - 8$

الخطوة 1

$f(x) = 4x - 8$ — المعادلة الأصلية

$y = 4x - 8$ — عوّض $f(x)$ بـ y.

الخطوة 2

$x = 4y - 8$ — عوّض y و x.

الخطوة 3

$x + 8 = 4y$ — اجمع 8 إلى كل طرف.

$\frac{x + 8}{4} = y$ — اقسم كل طرف على 4.

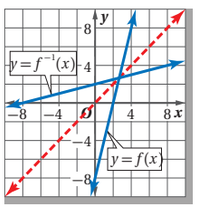
الخطوة 4

$\frac{x + 8}{4} = f^{-1}(x)$ — عوّض y بـ $f^{-1}(x)$.

معكوس $f(x) = 4x - 8$ هو $f^{-1}(x) = \frac{x + 8}{4}$ أو $f^{-1}(x) = \frac{1}{4}x + 2$.

انتبه!
الترميز العدد 1− في $f^{-1}(x)$ ليس أسًا.

تحقق مثّل بيانيًا كلتا الدالتين والمستقيم $y = x$ على نفس المستوى الإحداثي. وسوف تبدو الدالة $f^{-1}(x)$ انعكاسًا للدالة $f(x)$ في المستقيم البياني $y = x$. ✓



b. $f(x) = -\frac{1}{2}x + 11$

الخطوة 1

$f(x) = -\frac{1}{2}x + 11$ — المعادلة الأصلية

$y = -\frac{1}{2}x + 11$ — عوّض $f(x)$ بـ y.

الخطوة 2

$x = -\frac{1}{2}y + 11$ — بدّل y و x.

الخطوة 3

$x - 11 = -\frac{1}{2}y$ — اطرح 11 من كل طرف.

$-2(x - 11) = y$ — اضرب كل طرف في −2.

$-2x + 22 = y$ — خاصية التوزيع

الخطوة 4

$-2x + 22 = f^{-1}(x)$ — عوّض y بـ $f^{-1}(x)$.

معكوس الدالة $f(x) = -\frac{1}{2}x + 11$ هو $f^{-1}(x) = -2x + 22$.

تمرين موجه

3A. $f(x) = 4x - 12$ $f^{-1}(x) = \frac{1}{4}x + 3$

3B. $f(x) = \frac{1}{3}x + 7$ $f^{-1}(x) = 3x - 21$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

265

التعليم المتمايز OL AL

المتعلمون بطريقة النشاط التفاعلي اكتب معادلة لدالة خطية على بطاقة فهرسة. ارسم تمثيلاً بيانيًا للدالة على بطاقة ثانية. وعلى بطاقة ثالثة، أعرض جدولاً للنقاط الخاصة بالدالة. كرر هذه العملية بالنسبة لمعكوس الدالة. ابتكر بطاقات مشابهة لعدة دوال ومعكوساتها. اطلب من الطلاب العمل في مجموعات من طالبين أو ثلاثة. أعط كل مجموعة نسخة من جميع البطاقات. اطلب من المجموعات تقسيم البطاقات عن طريق مطابقة كل معادلة مع تمثيلها البياني وجدولها، ثم مع المعادلة والتمثيل البياني والجدول الخاص بمعكوسها.

CH04.indb 265 8/19/2016 8:32:18 PM

مثال إضافي

4 المبيعات يبيع محمود مستلزمات ورقية ويحقق راتبًا أساسيًا يبلغ AED 2200 كل شهر. كما يكسب 5% عمولة على إجمالي مبيعاته. وإجمالي أرباحه f(x) لشهر جمع فيه AED x لإجمالي المبيعات يبلغ $f(x) = 2200 + 0.05x$

a. أوجد الدالة العكسية.

$f^{-1}(x) = 20x - 44{,}000$

b. ما الذي يمثله x و$f^{-1}(x)$ في سياق الدالة العكسية؟ x يمثل إجمالي أرباح محمود في الشهر، و$f^{-1}(x)$ يمثل إجمالي مبيعاته في الشهر.

c. أوجد إجمالي مبيعات محمود للشهر الأخير إذا كانت أرباحه لذلك الشهر تبلغ AED 3450. AED 25000



ربط من الحياة اليومية

تحل أشهر الشتاء في تشيلي أثناء حلول أشهر الصيف في الولايات المتحدة، ويرجع ذلك إلى وقوع تشيلي في نصف الكرة الجنوبي. ويبلغ متوسط درجة الحرارة المرتفعة اليومية في سانتياغو نحو 60° F خلال الشتاء.

المصدر: خدمة معلومات الطقس العالمية

مثال 4 من الحياة اليومية استخدام دالة عكسية

درجة الحرارة ارجع إلى بداية الدرس. يرغب راندال في تحويل درجات الحرارة من درجات مئوية إلى فهرنهايت.

a. أوجد الدالة العكسية $C^{-1}(x)$.

الخطوة 1

المعادلة الأصلية $C(x) = \frac{5}{9}(x - 32)$

عوّض $C(x)$ بـ y. $y = \frac{5}{9}(x - 32)$

الخطوة 2

عوّض عن y بـ x. $x = \frac{5}{9}(y - 32)$

الخطوة 3

اضرب كل طرف في $\frac{9}{5}$. $\frac{9}{5}x = y - 32$

أضف 32 إلى كل طرف. $\frac{9}{5}x + 32 = y$

الخطوة 4

عوّض y بـ $C^{-1}(x)$. $\frac{9}{5}x + 32 = C^{-1}(x)$

الدالة العكسية لـ $C(x)$ هي $C^{-1}(x) = \frac{9}{5}x + 32$.

b. ماذا يمثل كل من x و$C^{-1}(x)$ في سياق الدالة العكسية؟

x تمثل درجة الحرارة بالدرجة المئوية. $C^{-1}(x)$ تمثل درجة الحرارة بالفهرنهايت.

c. أوجد متوسط درجات الحرارة بالفهرنهايت لشهر يوليو.

يبلغ متوسط درجات الحرارة الصُغرى والعُظمى في شهر يوليو 3° C و15° C على التوالي. لإيجاد متوسط الحد الأدنى لدرجة الحرارة، أوجد $C^{-1}(3)$.

المعادلة الأصلية $C^{-1}(x) = \frac{9}{5}x + 32$

عوّض عن x بـ 3. $C^{-1}(3) = \frac{9}{5}(3) + 32$

حوّل لأبسط صورة. $= 37.4$

لإيجاد متوسط درجات الحرارة العظمى، أوجد $C^{-1}(15)$.

المعادلة الأصلية $C^{-1}(x) = \frac{9}{5}x + 32$

عوّض عن x بـ 15. $C^{-1}(3) = \frac{9}{5}(3) + 32$

حوّل لأبسط صورة. $= 59$

يبلغ متوسط درجات الحرارة العظمى والصغرى في شهر يوليو 37.4° F و59° F على التوالي.

تمرين موجه

4. **استئجار سيارة** تستأجر مي سيارة لمدة يوم. ويمكن التعبير عن التكلفة الإجمالية $C(x)$ بالدراهم بالمعادلة $C(x) = 19.99 + 0.3x$، حيث تمثل x عدد الأميال التي تقطعها.

A. أوجد الدالة العكسية $C^{-1}(x)$. $C^{-1}(x) = \frac{x - 19.99}{0.3}$

B. ماذا يمثل كل من x و$C^{-1}(x)$ في سياق الدالة العكسية؟

x هو إجمالي التكلفة، و$C^{-1}(x)$ هو إجمالي عدد الأميال التي تم قطعها.

C. إذا كانت التكلفة الإجمالية AED 34.99، فكم عدد الأميال التي قطعتها مي؟ 50

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH04.indb 266 8/19/2016 8:32:20 PM

التحقق من فهمك

مثال 1 أوجد معكوس كل علاقة مما يلي.

1. {(4, −15), (−8, −18), (−2, −16.5), (3, −15.25)} {(−15, 4), (−18, −8), (−16.5, −2), (−15.25, 3)}

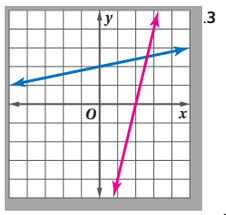
2.

x	−3	0	1	6
y	11.8	3.7	1	−12.5

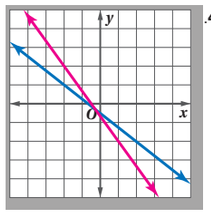
{(11.8, −3), (3.7, 0), (1, 1), (−12.5, 6)}

مثال 2 مثّل بيانيًا معكوس كل علاقة مما يلي.

3.



4.



مثال 3 أوجد معكوس كل دالة مما يلي.

5. $f(x) = -2x + 7$ $f^{-1}(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$

6. $f(x) = \frac{2}{3}x + 6$ $f^{-1}(x) = \frac{3}{2}x - 9$

مثال 4

7. **الاستنتاج** اشترى مصطفى وأخوه تذكرتين موسميتين لحضور مباريات فريق كليفلاند كروسيدرز لهوكي الجليد. ويتطلب عرض باقة التذكرتين إجراء عملية شراء لمرة واحدة لرخصة مقعد شخصي بتكلفة 1200 AED لكلا المقعدين. وتبلغ تكلفة التذكرة 70 AED عن كل مباراة. ويُعبر عن التكلفة $C(x)$، التي تحملها مصطفى بالدولار في الموسم الأول. بالمعادلة $C(x) = 600 + 70x$، حيث تمثل x عدد المباريات التي يحضرها محمد.

a. أوجد الدالة العكسية. $C^{-1}(x) = \frac{1}{70}x - \frac{60}{7}$

b. ماذا يمثل كل من x و$C^{-1}(x)$ في سياق الدالة العكسية؟

b. x هو إجمالي التكلفة التي تحملها مصطفى، و$C^{-1}(x)$ هو عدد المباريات التي حضرها.

c. إذا كانت التكلفة الإجمالية للموسم 950 AED بالنسبة لمصطفى، فكم عدد المباريات التي حضرها؟ 5

التمرين وحل المسائل

مثال 1 أوجد معكوس كل علاقة مما يلي.

8. {(−5, 13), (6, 10.8), (3, 11.4), (−10, 14)} {(13, −5), (10.8, 6), (11.4, 3), (14, −10)}

9. {(−4, −49), (8, 35), (−1, −28), (4, 7)} {(−49, −4), (35, 8), (−28, −1), (7, 4)}

10.

x	y
−8	−36.4
−2	−15.4
1	−4.9
5	9.1
11	30.1

{(−36.4, −8), (−15.4, −2), (−4.9, 1), (9.1, 5), (30.1, 11)}

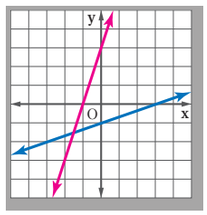
11.

x	y
−3	7.4
−1	4
1	0.6
3	−2.8
5	−6.2

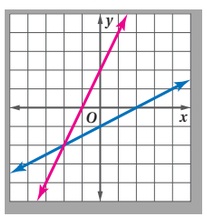
{(7.4, −3), (4, −1), (0.6, 1), (−2.8, 3), (−6.2, 5)}

مثال 2 مثّل بيانيًا معكوس كل علاقة مما يلي.

12.



13.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التمرين 3

التقويم التكويني

استخدم التمارين 7-1 للتحقق من الاستيعاب.

استخدم المخطط في أسفل هذه الصفحة لتخصيص مهام الواجب المنزلي التي تكلف بها طلابك..

تدريس الممارسات الرياضية

الاستدلال يستوعب الطلاب المتفوقون في الرياضيات الكميات وعلاقاتها في المواقف الواردة في المسائل. في التمرين 7، شجّع الطلاب على التفكير في العلاقة بين المتغيرات التابعة والمستقلة في $C(x)$ و$C^{-1}(x)$.

التمثيلات المتعددة

في التمرين 37، يستخدم الطلاب التمثيلات البيانية لاستقصاء مجالات ونطاقات الدوال العكسية.

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	8-21, 40-62	9-21 (فردي)، 44-47	8-20 (زوجي)، 40-43, 48-62
OL أساسي	8-21 (فردي)، 22-37, 40-62	8-21, 44-47	22-37, 40-43, 48-62
BL متقدم	22-56، (اختياري: 57-62)		

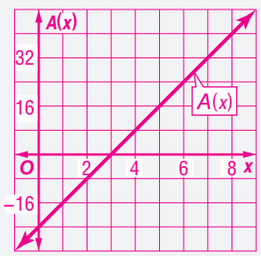
CH04.indb 267 8/19/2016 8:32:22 PM

تدريس الممارسات الرياضية

الأدوات يفكر الطلاب المتفوقون في الرياضيات بالأدوات المتاحة أثناء حل أي مسألة رياضية. في التمارين 31-28، وضّح أن الطلاب يمكنهم إيجاد معكوس كل دالة ثم تحديد تمثيلها البياني أو تمثيل كل دالة بيانيًا يدويًا أو باستخدام التكنولوجيا لمطابقة الدوال ومعكوساتها.

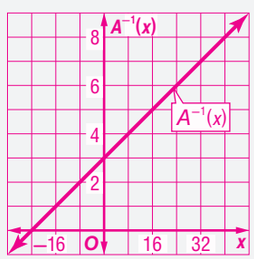
إجابات إضافية

37b.



الإجابة النموذجية: يمثل المجال القيم الممكنة لـ x. يمثل المدى مساحة المستطيل ويجب أن يكون موجبًا. وهذا يعني أن مدى $A(x)$ هو أعداد حقيقية أكبر من 3، ومدى $A(x)$ هو أعداد حقيقية موجبة.

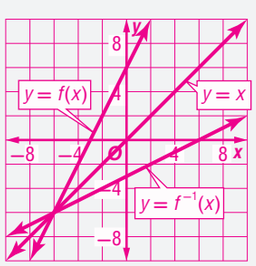
37d.



الإجابة النموذجية: يمثل المجال مساحة المستطيل ويجب أن يكون موجبًا. يمثل المدى القيم المحتملة لـ x في التعبير $x - 3$. وهذا يعني أن مجال $A^{-1}(x)$ هو أعداد حقيقية موجبة، ونطاق $A^{-1}(x)$ هو كل الأعداد الحقيقية الأكبر من 3.

41. أحيانًا: الإجابة النموذجية: $f(x)$ و$g(x)$ ليسوا بحاجة إلى أن يكونوا دوالّ عكسية لـ $f(a) = b$ و$g(b) = a$. على سبيل المثال، إذا كان $f(x) = 2x + 10$. فعندئذ $f(2) = 14$ وإذا كان $g(x) = x - 12$، فعندئذ $g(14) = 2$، ولكن $f(x)$ و$g(x)$ ليست دوال عكسية. ومع ذلك، إذا كان $f(x)$ و$g(x)$ هي دوال عكسية، فعندئذ $f(a) = b$ و$g(b) = a$

42. الإجابة النموذجية:
$f(x) = 2x + 6$, $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - 3$



43. الإجابة النموذجية: قد يتطلب موقف ما تعويض القيم الخاصة بالمتغير التابع في إحدى الدوال. وبإيجاد معكوس الدالة، يصبح المتغير التابع متغيرًا مستقلاً. وهذا يجعل التعويض عملية أكثر سهولة.

مثال 3 **أوجد معكوس كل دالة مما يلي.**

14. $f(x) = 25 + 4x$ $f^{-1}(x) = \frac{1}{4}x - \frac{25}{4}$

15. $f(x) = 17 - \frac{1}{3}x$ $f^{-1}(x) = -3x + 51$

16. $f(x) = 4(x + 17)$ $f^{-1}(x) = \frac{1}{4}x - 17$

17. $f(x) = 12 - 6x$ $f^{-1}(x) = -\frac{1}{6}x + 2$

18. $f(x) = \frac{2}{5}x + 10$ $f^{-1}(x) = \frac{5}{2}x - 25$

19. $f(x) = -16 - \frac{4}{3}x$ $f^{-1}(x) = -\frac{3}{4}x - 12$

مثال 4

20. **التنزيلات** يسمح موقع موسيقي على الإنترنت مزود بخدمة الاشتراكات للأعضاء بتحميل الأغاني مقابل 0.99 AED عن كل أغنية بعد سداد رسم خدمة شهري قدره 3.99 AED. والتكلفة الشهرية الإجمالية $C(x)$ للخدمة بالدراهم يُعبَّر عنها بالمعادلة $C(x) = 0.99x + 3.99$، حيث يمثل x عدد الأغاني التي تم تنزيلها.

a. أوجد الدالة العكسية $C^{-1}(x) = \frac{x - 3.99}{0.99}$

b. ماذا يمثل كل من x و$C^{-1}(x)$ في سياق الدالة العكسية؟

c. إذا كانت الفاتورة الشهرية لأحد الأعضاء 27.75 AED، فكم عدد الأغاني التي قام بتنزيلها؟ 24

21. **تنسيق الحدائق** في بداية كل موسم لجز الأعشاب، يقوم أحمد بتحصيل رسم صيانة قدره 10 AED لمرة واحدة من عملائه. ويتقاضى أحمد من عائلة راشد 35 AED مقابل كل عملية جز للعشب. وإجمالي المبلغ الذي يجمعه من عائلة راشد بالدراهم للموسم هو $C(x) = 10 + 35x$، حيث يمثل x عدد المرات التي يجز فيها أحمد العشب لعائلة راشد.

a. أوجد الدالة العكسية. $C^{-1}(x) = \frac{1}{35}x - \frac{2}{7}$

b. ماذا يمثل كل من x و$C^{-1}(x)$ في سياق الدالة العكسية؟

c. إذا كان إجمالي ما حصّله أحمد من عائلة راشد 780 AED، فكم عدد المرات التي جز فيها العشب من مرجهم؟ 22

21b. x **هو إجمالي التكلفة الشهرية للخدمة، و$C^{-1}(x)$ هو عدد الأغاني التي تم تنزيلها.**

21b. x **هو إجمالي الأموال التي تم تحصيلها من عائلة راشد، و$C^{-1}(x)$ هو عدد المرات التي جز فيها أحمد العشب لدى عائلة راشد.**

B **اكتب معكوس كل معادلة بالترميز $f^{-1}(x)$.**

22. $3y - 12x = -72$ $f^{-1}(x) = \frac{1}{4}x + 6$

23. $x + 5y = 15$ $f^{-1}(x) = 15 - 5x$

24. $-42 + 6y = x$ $f^{-1}(x) = 6x - 42$

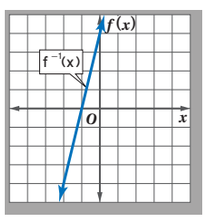
25. $3y + 24 = 2x$ $f^{-1}(x) = \frac{3}{2}x + 12$

26. $-7y + 2x = -28$ $f^{-1}(x) = \frac{7}{2}x - 14$

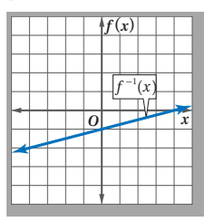
27. $3y - x = 3$ $f^{-1}(x) = 3x - 3$

أدوات صِل كل دالة بالتمثيل البياني لمعكوسها.

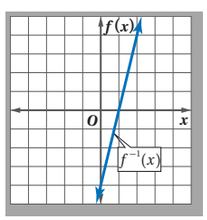
A.



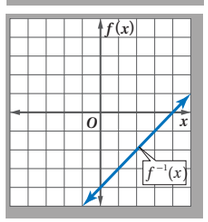
B.



C.



D.



28. $f(x) = x + 4$ D

29. $f(x) = 4x + 4$ B

30. $f(x) = \frac{1}{4}x + 1$ C

31. $f(x) = \frac{1}{4}x - 1$ A

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

CH04.indb 268 8/19/2016 8:32:26 PM

اكتب معادلة للدالة العكسية $f^{-1}(x)$ بحيث تفي بالشروط المحددة.

32. ميل f(x) هو 7؛ يحتوي التمثيل البياني لـــ $f^{-1}(x)$ على النقطة (13, 1) $f^{-1}(x) = \frac{1}{7}x - \frac{6}{7}$

33 يحتوي التمثيل البياني لـــ f(x) على النقاط (3, 6−) و(6, 12) $f^{-1}(x) = \frac{3}{2}x - 12$

34. يحتوي التمثيل البياني لـــ f(x) على النقطة (10, 16)؛ ويحتوي التمثيل البياني لـــ $f^{-1}(x)$ على النقطة (16, 3-) $f^{-1}(x) = 2x - 22$

35. ميل $f(x)$ هو 2 = $f^{-1}(5)$؛ $f^{-1}(x) = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$

C **36. الهواتف المحمولة** تدفع منى أحمد رسومًا شهرية لباقة هاتفها المحمول المشتملة على 700 دقيقة. ويجري احتساب رسوم إضافية لكل دقيقة تستخدمها بعد تجاوز الـــ 700 دقيقة. وخلال الشهر الأول، استخدمت منى أحمد 26 دقيقة إضافية وبلغت قيمة الفاتورة 37.79 AED. وخلال الشهر الثاني، استخدمت 38 دقيقة إضافية وبلغت قيمة الفاتورة 41.39 AED.

a. اكتب دالة تمثل التكلفة الشهرية الإجمالية $C(x)$ لباقة هاتف منى أحمد المحمول، حيث يمثل x عدد الدقائق الإضافية المستخدمة. $C(x) = 0.3x + 29.99$

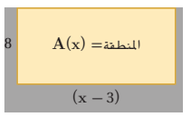
b. أوجد الدالة العكسية. $C^{-1}(x) = \frac{x - 29.99}{0.3}$

c. ماذا يمثل كل من x و$C^{-1}(x)$ في سياق الدالة العكسية؟

d. إذا كانت فاتورة الشهر الثالث 48.89 AED. فكم عدد الدقائق الإضافية التي استخدمتها منى أحمد؟ 63

36c. x هو إجمالي التكلفة الشهرية التي تتحملها منى أحمد، و $C^{-1}(x)$ هو عدد الدقائق الإضافية التي استخدمتها.

37. تمثيلات متعددة ستستكشف مجال الدوال العكسية ومداها في هذه المسألة. **b, d. انظر الهامش.**



a. التمثيل الجبري اكتب دالة لمساحة $A(x)$ للمستطيل الموضح. $A(x) = 8(x - 3)$ أو $A(x) = 8x - 24$

b. التمثيل البياني مثّل بيانيًا الدالة $A(x)$. ووضح مجال الدالة $A(x)$ ومداها في سياق هذه الحالة.

c. التمثيل الجبري اكتب معكوس الدالة $A(x)$. وماذا يمثل كل من x و$A^{-1}(x)$ في سياق هذه الحالة؟

d. التمثيل البياني مثّل بيانيًا الدالة $A^{-1}(x)$. ووضح مجال الدالة $A^{-1}(x)$ ومداها في سياق هذه الحالة.

e. التمثيل المنطقي حدد العلاقة بين الدالتين $A(x)$ و$A^{-1}(x)$ من حيث المجال والمدى.

37c. $A^{-1}(x) = \frac{1}{8}x + 3$؛ **$x$ هو مساحة المستطيل و$A^{-1}(x)$ هو قيمة x في التعبير المتعلق بطول ضلع المستطيل $x - 3$.**

الإجابة النموذجية: مجال $A(x)$ هو مدى $A^{-1}(x)$، ومدى $A(x)$ هو مجال $A^{-1}(x)$.

40. صحيحة؛ الإجابة النموذجية: إذا كانت $f(a) = b$، فإن التمثيل البياني لـــ $f(x)$ يحتوي على النقطة (a, b). وإذا كان $f(x)$ و$g(x)$ معكوسين، فإن التمثيل البياني لـــ $g(x)$ يحتوي على النقطة (b, a). وإذا كانت (b, a) متضمنة في التمثيل البياني لـــ $g(x)$، فإن $g(b) = a$.

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

38. مسألة تحفيزية إذا كانت الدالة $f(x) = 5x + a$ و$f^{-1}(10) = -1$. فأوجد a. 15

39. مسألة تحفيزية إذا كانت الدالة $f(x) = \frac{1}{a}x + 7$ و$f^{-1}(x) = 2x - b$. فأوجد a وb. $a = 2, b = 14$

الفرضيات حدّد ما إذا كانت العبارات التالية صحيحة *أحيانًا أو دائمًا* أو غير صحيحة *أبدًا*. اشرح استنتاجك. 41–43. انظر الهامش.

40. إذا كانت $f(x)$ و$g(x)$ دالتين عكسيتين، فإن الدالة $f(a) = b$ والدالة $g(b) = a$.

41. إذا كانت $f(a) = b$ و$g(b) = a$، فإن $f(x)$ و$g(x)$ دالتان عكسيتان.

42. مسألة غير محددة الإجابة اذكر مثالاً على دالة ومعكوسها. وتحقق من أن كلتا الدالتين عكسيتان عن طريق التمثيل البياني للدالتين والمستقيم البياني $y = x$ على نفس المستوى الإحداثي.

43. الكتابة في الرياضيات اشرح السبب وراء أنه قد يكون من المفيد إيجاد معكوس الدالة.

تدريس الممارسات الرياضية

الفرضيات يكوّن الطلاب المتفوقون في الرياضيات فرضيات ويبنون تسلسلاً منطقيًا للعبارات لاستكشاف حقيقة فرضياتهم. في التمرينين 40 و41، أكد على أن الطلاب بحاجة إلى تقديم أسباب رياضية لاستنتاجاتهم.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH04.indb 269 8/19/2016 8:32:29 PM

4 التقويم

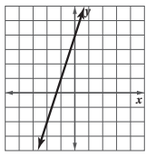
بطاقة التحقق من استيعاب الطلاب
اطلب من الطلاب تحديد دالة خطية عن طريق كتابة معادلتها وتمثيلها بيانيًا. بعد ذلك، اطلب منهم إيجاد المعادلة والتمثيل البياني لمعكوس الدالة.

التقويم التكويني
تحقق من فهم الطلاب للدرس 4-7.

إجابة إضافية
52. موجب ضعيف؛ يعني أنه كلما درست أكثر، كانت درجاتك في الاختبار أفضل.

تمرين على الاختبار المعياري

44. أي معادلة تمثل مستقيماً يكون متعامدًا على التمثيل البياني ويمر عبر النقطة عند القيمة (2, 0)؟ **C**

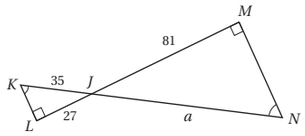


A $y = 3x - 6$
B $y = -3x + 6$
C $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$
D $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$

45. سلحفاة عملاقة تتحرك بمعدل 0.17 ميل في الساعة. فأي معادلة تمثل الوقت t الذي يمكن أن تستغرقه السلحفاة العملاقة لتقطع مسافة تبلغ 0.8 ميل؟ **F**

F $t = \frac{0.8}{0.17}$
G $t = (0.17)(0.8)$
H $t = \frac{0.17}{0.8}$
J $0.8 = \frac{0.17}{t}$

46. الهندسة إذا كان $\triangle JKL$ مماثلاً لـ $\triangle JNM$. فما قيمة a؟ **B**



A 62.5
B 105
C 125
D 155.5

47. الإجابة الشبكية ما الفرق في القيمة $2.1(x + 3.2)$. عندما يكون $x = 5$ وعندما يكون $x = 3$؟ **4.2**

مراجعة شاملة

اكتب معادلة لمستقيم الانحدار للبيانات الموجودة في كل جدول. (الدرس 6–4)

48.

x	1	3	5	7	9
y	3	8	15	18	21

$y = 2.3x + 1.5$

49.

x	3	5	7	9	11
y	7.2	23.5	41.2	56.4	73.1

$y = 8.235x - 17.365$

50.

x	1	2	3	4	5
y	21	33	39	54	64

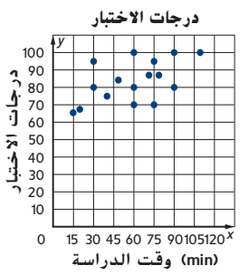
$y = 10.7x + 10.1$

51.

x	2	4	6	8	10
y	1.4	2.4	2.9	3.3	4.2

$y = 0.325x + 0.89$

52. اختبارات حدد ما إذا كان التمثيل البياني على اليسار يُظهر ارتباطًا موجبًا أو سالبًا أو عدم وجود ارتباط. وإذا كان هناك ارتباط، فصف معناه. (الدرس 5–4) **انظر الهامش.**



افترض أن y يتغير طرديًا مثل x. (الدرس 4–3)

53. إذا كان $y = 2.5$ عندما يكون $x = 0.5$. فأوجد قيمة y عندما يكون $x = 20$. **100**

54. إذا كان $y = -6.6$ عندما يكون $x = 9.9$. فأوجد قيمة y عندما يكون $x = 6.6$. **−4.4**

55. إذا كان $y = 2.6$ عندما يكون $x = 0.25$. فأوجد قيمة y عندما يكون $x = 1.125$. **11.7**

56. إذا كان $y = 6$ عندما يكون $x = 0.6$. فأوجد قيمة x عندما يكون $y = 12$. **1.2**

مراجعة المهارات

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

57. $104 = k - 67$ **171**
58. $-4 + x = -7$ **−3**
59. $\frac{m}{7} = -11$ **−77**
60. $\frac{2}{3}p = 14$ **21**
61. $-82 = 18 - n$ **100**
62. $\frac{9}{t} = -27$ $-\frac{1}{3}$

التعليم المتمايز BL

التوسّع اطلب من الطلاب تمثيل معكوس $y = x^2$ بيانيًا. أولاً، اطلب من الطلاب تمثيل $y = x^2$ بيانيًا على مستوى إحداثي عن طريق إنشاء جدول من النقاط. ثم اطلب منهم إيجاد النقاط على التمثيل البياني للمعكوس عن طريق تبديل إحداثيات المحور الأفقي x بإحداثيات المحور الرأسي y لكل زوج مرتب في الجدول. اطلب من الطلاب وضع هذه النقاط الجديدة على نفس المستوى الإحداثي. وفي النهاية، اطلب من الطلاب توصيل النقاط الجديدة بمنحنى سلس، باستخدام التمثيل البياني لـ $y = x^2$ كدليل. ذكّر الطلاب بأن التمثيلات البيانية للعلاقات العكسية هي انعكاسات لبعضها البعض في المستقيم $y = x$.

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

CH04.indb 270 8/19/2016 8:32:31 PM

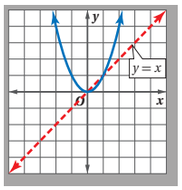
التوسّع 4-7 مختبر الجبر رسم المعكوسات

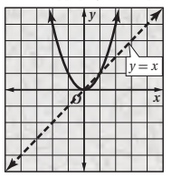
يمكنك استخدام ورق الزبدة صغير الحجم لتمثيل العلاقة العكسية بيانيًا عن طريق عكس التمثيل البياني الأصلي في المستقيم $y = x$.

النشاط تمثيل معكوس

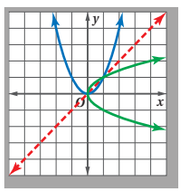
تأمل التمثيلات البيانية الموضحة.

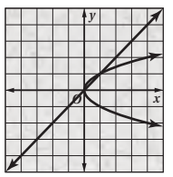
الخطوة 1 شف التمثيلات البيانية على قصاصة مربعة من ورق الزبدة صغير الحجم أو ورقة مشمعة أو ورقة شفافة.





الخطوة 2 اقلب ورق الزبدة صغير الحجم وضعه فوق التمثيل البياني الأصلي بحيث يكون الجزء الذي يتم شفه $y = x$ موجود على المستقيم الأصلي $y = x$.





لاحظ أن النتيجة تكون انعكاس التمثيل البياني في المستقيم $y = x$ أو معكوس التمثيل البياني.

تحليل النتائج

1. هل التمثيل البياني للعلاقة الأصلية دالة؟ اشرح. **نعم، ينجح في اختبار المستقيم الرأسي.**
2. هل التمثيل البياني للعلاقة العكسية دالة؟ اشرح. **لا؛ لا ينجح في اختبار المستقيم الرأسي.**
3. ما المجال والمدى للعلاقة الأصلية؟ وللعلاقة العكسية؟
   D = {كل الأرقام الحقيقية}، R = {$y \mid y \geq 0$}، D = {$x \mid x \geq 0$}، R = {كل الأرقام الحقيقية}
4. إذا كان أقصى حد لمجال العلاقة الأصلية هو D = {$x \mid x \geq 0$}، فهل تكون العلاقة العكسية دالة؟ اشرح.
   نعم؛ ليس لأي قيمة من قيم المجال أكثر من قيمة مدى واحدة متوافقة.
5. إذا كان التمثيل البياني للعلاقة يمثل دالة، فما الذي يمكنك استنتاجه بشأن التمثيل البياني لمعكوسها؟
   لا شيء؛ قد يكون المعكوس دالة أو لا. ومع ذلك، إذا كان المجال الخاصة بالدالة الأصلية متيدًا، فيحتمل أن يكون المعكوس دالة.
6. **مسألة تحفيزية** يمكن استخدام اختبار المستقيم الرأسي لتحديد ما إذا كانت العلاقة تمثل دالة أم لا.
   اكتب صيغة يمكن استخدامها لتحديد ما إذا كان للدالة معكوس يمثل دالة أيضًا.

6. الإجابة النموذجية: ارسم مستقيماً أفقيًا لمعرفة ما إذا كان المعكوس يمثل دالة. إذا قطع الخط الأفقي التمثيل البياني أكثر من مرة واحدة، فلن يكون المعكوس دالة. وإذا قطع المستقيم الأفقي التمثيل البياني مرة واحدة فقط، فسيكون المعكوس دالة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

الهدف رسم معكوس علاقة وتحديد ما إذا كان المعكوس يمثل دالة.

المواد الخاصة بكل طالب

- ورق زبدة (فرخ واحد)
- أقلام ألوان

التدريس باستخدام التكنولوجيا

الحاسبة البيانية قد يكون الطلاب مهتمين أيضًا بمعرفة أن معظم الآلات الحاسبة الخاصة بهم لديها خاصية رسم معكوسات. يمكنهم الوصول إلى هذه الخاصية عن طريق إدخال المعادلة الأصلية في قائمة .Y= اضغط على 8 [DRAW] 2nd. ستظهر **DrawInv** على الشاشة. حدد المعادلة التي تم إدخالها إلى Y1 بالضغط على VARS ▶ 1 ENTER. اضغط على ENTER مرة أخرى لرؤية التمثيل البياني للدالة ومعكوسها.

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

قسّم الوحدة إلى ثنائيات للعمل خلال هذا النشاط، ثم اطلب من الطلاب التعاون مع زملائهم لإكمال التمارين 1-3.

تمرين اطلب من الطلاب إكمال التمارين 4-6.

من الشيء الملموس إلى المجرد

يسأل التمرين 4 عن الحالة المحددة المبينة، ويطلب التمرين 5 من الطلاب توسيع نطاق هذه المعرفة لتشمل حالة عامة، ويوسّع التمرين 6 نطاق المفهوم إلى اختبار الخط الأفقي.

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-3 لتقييم قدرة كل طالب على تحديد مجال ومدى أي تمثيل بياني ومعكوسه ولتحديد ما إذا كانت العلاقة ومعكوسها يمثلان دوال.

CH04.indb 271 8/19/2016 8:32:34 PM

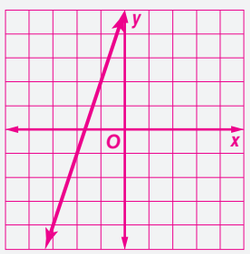
مطويات® منظم الدراسة

مطويات® دينا زايك

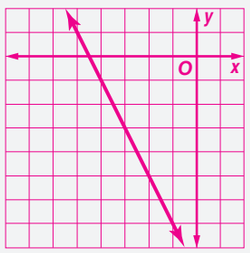
اطلب من الطلاب تصفح الوحدة للتأكد من تضمين الأمثلة في مطوياتهم لكل درس من الوحدة. اقترح على التلاميذ الاحتفاظ بمطوياتهم في متناول اليد بينما يكملون صفحات دليل الدراسة والمراجعة. ووضّح أن مطوياتهم يمكن أن تكون وسيلة للمراجعة السريعة عند الدراسة لاختبار الوحدة.

إجابات إضافية

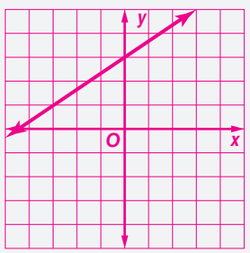
10.



11.



12.



الوحدة 4

4 دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

مفهوم أساسي

صيغة الميل والتقاطع (الدرسان 1-4 و2-4)

- إن صيغة الميل والتقاطع لمعادلة خطية هي $y = mx + b$. حيث يشير الحرف m إلى الميل. والحرف b إلى التقاطع مع المحور الرأسي y.
- إذا تم منحك نقطتين يمر بهما مستقيم ما. فاستخدمهما لإيجاد الميل أولاً.

صيغة النقطة والميل (الدرس 3-4)

- المعادلة الخطية $y - y_1 = m(x - x_1)$ مكتوبة بصيغة نقطة الميل. حيث تشير (x_1, y_1) إلى نقطة محددة على مستقيم غير رأسي ويشير m إلى ميل المستقيم.

المستقيمات المتوازية والمتعامدة (الدرس 4-4)

- تتمتع المستقيمات المتوازية غير الرأسية بنفس الميل.
- المستقيمات التي تتقاطع بزوايا قائمة تُسمى المستقيمات المتعامدة. وتعد ميول المستقيمات المتعامدة معكوسات مقابلة.

مخططات الانتشار البياني ومستقيمات المواءمة (الدرس 5-4)

- يُطلق على البيانات ذات المتغيرين اسم بيانات ذات متغيرين.
- مخطط الانتشار البياني هو تمثيل بياني يتم نشر مجموعتي بيانات فيه على هيئة أزواج مرتبة في مستوى إحداثي.

مستقيمات الانحدار ومستقيمات المواءمة الوسيطة (الدرس 6-4)

- يمكن استخدام حاسبة التمثيلات البيانية لإيجاد مستقيمات الانحدار ومستقيمات المواءمة الوسيطة.

معكوس الدوال الخطية (الدرس 7-4)

- العلاقة العكسية هي مجموعة من الأزواج المرتبة التي يتم الحصول عليها بتبديل الإحداثي x مع الإحداثي y لكل زوج مرتب في العلاقة.
- تتمتع الدالة الخطية $f(x)$ بدالة عكسية يمكن كتابتها على شكل $f^{-1}(x)$ وتُقرأ f لـ x كمعكوس أو كمعكوس f لـ x.

المفردات الأساسية

مستقيم المواءمة الأفضل (best-fit line) (ص 255)
البيانات ذات المتغيرين (bivariate data) (ص 247)
دالة ثابتة (constant function) (ص 217)
القيود (constraint) (ص 228)
معامل الارتباط correlation coefficient (ص 255)
الدالة المحايدة (identity function) (ص 224)
الدالة العكسية inverse function (ص 264)
العلاقة العكسية inverse relation (ص 263)
الاستكمال الخارجي الخطي (linear extrapolation) (ص 228)
الاستكمال الداخلي الخطي (linear interpolation) (ص 249)
الانحدار الخطي (linear regression) (ص 255)
مستقيم المواءمة (line of fit) (ص 248)
مستقيم المواءمة الوسيطة (median-fit line) (ص 258)
المستقيمات المتوازية (parallel lines) (ص 239)
المستقيمات المتعامدة (perpendicular lines) (ص 240)
صيغة النقطة والميل (point-slope form) (ص 233)
مخطط الانتشار البياني (scatter plot) (ص 247)
صيغة الميل والتقاطع (slope-intercept form) (ص 216)

مراجعة المفردات

حدد ما إذا كانت كل جملة صحيحة أم *خاطئة*. إذا كانت *خاطئة*، فعوّض المصطلح الذي تحته مستقيم لجعلها جملة صحيحة.

1. التقاطع مع المحور الرأسي y هو الإحداثي y للنقطة التي يقطع عندها التمثيل البياني المحور الرأسي y. **صحيحة**
2. يُطلق على عملية استخدام معادلة خطية لوضع تنبؤات عن القيم التي تكون خارج نطاق البيانات اسم الانحدار الخطي. **خاطئة، الاستكمال الخارجي الخطي**
3. العلاقة العكسية هي مجموعة من الأزواج المرتبة التي يتم الحصول عليها بتبديل الإحداثي x مع الإحداثي y لكل زوج مرتب من العلاقة. **صحيحة**
4. يوضح معامل الارتباط ما إذا كان المعامل بين المتغيرات موجبًا أم سالبًا ومدى اقتراب تمثيل معادلة الانحدار للبيانات. **صحيحة**
5. يُطلق على المستقيمات في نفس المستوى والتي لا تتقاطع اسم المستقيمات المتوازية. **صحيحة**
6. المستقيمات التي تتقاطع بزوايا حادة يُطلق عليها اسم المستقيمات المتعامدة. **خاطئة، قائمة**
7. يمكن أن تُنشئ الدالة الثابتة أزواجًا مرتبة للعلاقة العكسية. **خاطئة، الدالة العكسية**
8. يكون مدى أي علاقة هو مدى دالتها العكسية. **خاطئة، المجال**
9. معادلة الصيغة $y = mx + b$ هي في النقطة والميل. **خاطئة؛ صيغة الميل والتقاطع**

مطويات منظم الدراسة

تأكد من تدوين المفاهيم الأساسية في مطويتك.



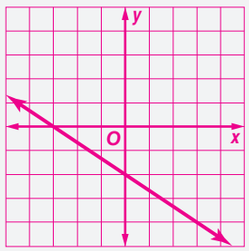
McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح مطبوعة حقوق الطبع والتأليف © محفوظة

مراجعة درس بدرس

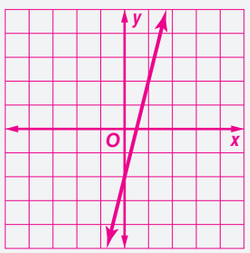
التدخل التقويمي إذا لم تكن الأمثلة كافية لمراجعة الموضوعات التي تغطيها الأسئلة، فذكّر الطلاب بأن مراجع الدروس تخبرهم بمواضع مراجعة الموضوع المطلوب في كتبهم.

إجابات إضافية

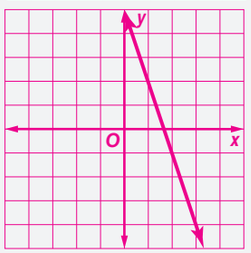
13.



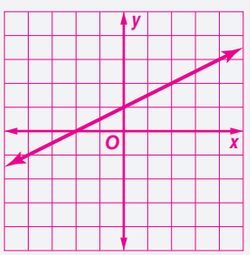
14.



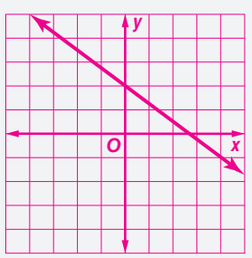
15.



16.



17.



23. $y = x - 3$

24. $y = 2x + 11$

25. $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$

26. $y = -\frac{2}{5}x + \frac{24}{5}$

مراجعة درس بدرس

4-1 تمثيل المعادلات بيانيًا بصيغة الميل والتقاطع

اكتب معادلة لمستقيم ما بصيغة الميل والتقاطع بوجود الميل والتقاطع مع المحور الرأسي *y* المحددين. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

10. الميل: 3، التقاطع مع المحور الرأسي y: 5 **10–13. انظر إلى الهامش للاطلاع على التمثيلات البيانية.**
$y = 3x + 5$

11. الميل: 2−، التقاطع مع المحور الرأسي y: 9−
$y = -2x - 9$

12. الميل: $\frac{2}{3}$ التقاطع مع المحور الرأسي y: 3
$y = \frac{2}{3}x + 3$

13. الميل: $-\frac{5}{8}$ ، التقاطع مع المحور الرأسي y: 2−
$y = -\frac{5}{8}x - 2$

مثّل كل معادلة بيانيًا. **14–17. انظر الهامش.**

14. $y = 4x - 2$ **15.** $y = -3x + 5$

16. $y = \frac{1}{2}x + 1$ **17.** $3x + 4y = 8$

18. استئجار معدات التزحلق اكتب معادلة بصيغة تقاطع الميل بالنسبة لإجمالي تكلفة التزحلق لمدة *h* من الساعات مع وجود تذكرة واحدة متبقية.



$y = 5h + 15$

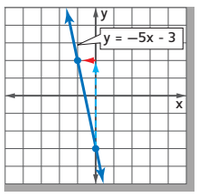
مثال 1

اكتب معادلة بالنسبة لمستقيم بصيغة الميل والتقاطع بحيث يساوي الميل فيها 5−، والتقاطع مع المحور الرأسي *y* يساوي 3−. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

$y = mx + b$	صيغة الميل والتقاطع
$y = -5x + (-3)$	$m = -5$ و $b = -3$
$y = -5x - 3$	حوّل لأبسط صورة.

لتمثيل المعادلة بيانيًا، ارسم مستقيما للتقاطع مع المحور الرأسي *y* (0, -3).

ثم تحرك لأعلى بمقدار 5 وحدات، ويسارًا بمقدار وحدة واحدة. عيّن النقطة. ارسم مستقيمًا يمر عبر النقطتين.



19. $y = 3x - 1$ 20. $y = -4x + 2$

4-2 كتابة المعادلات بصيغة الميل والتقاطع

اكتب معادلة تمثل المستقيم الذي يمر بالنقطة المحددة ويتمتع بالميل المحدد.

19. (1, 2)، الميل 3 **20.** (6-, 2)، الميل 4-

21. (3-, 1-)، الميل $\frac{2}{5}$ $y = \frac{2}{5}x + \frac{1}{5}$ **22.** (2-, 5)، الميل $-\frac{1}{3}$ $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

اكتب معادلة للمستقيم الذي يمر عبر النقاط المحددة.
23–26. انظر الهامش.

23. (2, 1-)، (5, 2) **24.** (4-, 3)، (1, 13)

25. (3, 5)، (5, 6) **26.** (2, 4)، (7, 2)

27. التخييم في عام 2005، جمع أحد المخيمات 450 شخصًا. وبعد خمسة أعوام، زاد عدد الأشخاص إلى 750. اكتب معادلة خطية تمثل عدد الأشخاص الذين يحضرون إلى المخيم.
$Y = 60X + 450$

مثال 2

اكتب معادلة للمستقيم الذي يمر عبر النقطة (2, 3) بميل مقداره 5.

الخطوة 1 أوجد التقاطع مع المحور الرأسي y.

$y = mx + b$	صيغة الميل والتقاطع
$2 = 5(3) + b$	$x = 3$ و $y = 2$ و $m = 5$
$2 = 15 + b$	حوّل لأبسط صورة.
$-13 = b$	اطرح 15 من كل طرف.

الخطوة 2 اكتب المعادلة بصيغة الميل والتقاطع.

$y = mx + b$	صيغة الميل والتقاطع
$y = 5x - 13$	$m = 5$ و $b = -13$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH04.indb 273 8/19/2016 8:32:41 PM

4 دليل الدراسة والمراجعة يتبع

4-3 كتابة المعادلات بصيغة النقطة والميل

اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم الذي يمر عبر النقطة المحددة مع الميل المُقدَّم.

28. (6, 3)، الميل 5 $y - 3 = 5(x - 6)$

29. (-2, 1)، الميل -3 $y - 1 = -3(x + 2)$

30. (-4, 2)، الميل 0 $y - 2 = 0$

اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية.

31. $y - 3 = 5(x - 2)$ $5x - y = 7$

32. $y - 7 = -3(x + 1)$ $3x + y = 4$

33. $y + 4 = \frac{1}{2}(x - 3)$ $x - 2y = 11$

34. $y - 9 = -\frac{4}{5}(x + 2)$ $4x + 5y = 37$

اكتب كل معادلة بصيغة الميل والتقاطع.

35. $y - 2 = 3(x - 5)$ $y = 3x - 13$

36. $y - 12 = -2(x - 3)$ $y = -2x + 18$

37. $y + 3 = 5(x + 1)$ $y = 5x + 2$

38. $y - 4 = \frac{1}{2}(x + 2)$ $y = \frac{1}{2}x + 5$

مثال 3

اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم الذي يمر عبر النقطة (3, 4) بميل مقداره -2.

صيغة النقطة والميل: $y - y_1 = m(x - x_1)$

عوّض m بـ -2 و (x_1, y_1) بـ $(3, 4)$: $y - 4 = -2(x - 3)$

مثال 4

اكتب $y + 6 = -4(x - 3)$ بالصيغة القياسية.

$y + 6 = -4(x - 3)$	المعادلة الأصلية
$y + 6 = -4x + 12$	خاصية التوزيع
$4x + y + 6 = 12$	إلى كل طرف x اجمع 4.
$4x + y = 6$	اطرح 6 من كل طرف.

4-4 المستقيمات المتوازية والمتعامدة

اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع للمستقيم الذي يمر عبر النقطة المحددة ويتوازى مع التمثيل البياني لكل معادلة.

39. $(2, 5), y = x - 3$ $y = x + 3$

40. $(0, 3), y = 3x + 5$ $y = 3x + 3$

41. $(-4, 1), y = -2x - 6$ $y = -2x - 7$

42. $(-5, -2), y = -\frac{1}{2}x + 4$ $y = -\frac{1}{2}x - \frac{9}{2}$

اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع للمستقيم الذي يمر عبر النقطة المحددة ويتعامد على التمثيل البياني للمعادلة الموضحة.

43. $(2, 4), y = 3x + 1$ $y = -\frac{1}{3}x + \frac{14}{3}$

44. $(1, 3), y = -2x - 4$ $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

45. $(-5, 2), y = \frac{1}{3}x + 4$ $y = -3x - 13$

46. $(3, 0), y = -\frac{1}{2}x$ $y = 2x - 6$

مثال 5

اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع للمستقيم الذي يمر بالنقطة (-2, 4) ويتوازى مع التمثيل البياني الذي يمثل $y = 6x - 3$.

ميل المستقيم مع المعادلة $y = 6x - 3$ يبلغ 6. والمستقيم المتوازي مع $y = 6x - 3$ له نفس الميل، وهو 6.

$y - y_1 = m(x - x_1)$	صيغة النقطة والميل
$y - 4 = 6[x - (-2)]$	عوّض
$y - 4 = 6(x + 2)$	حوّل لأبسط صورة.
$y - 4 = 6x + 12$	خاصية التوزيع
$y = 6x + 16$	اجمع 4 إلى كل طرف.

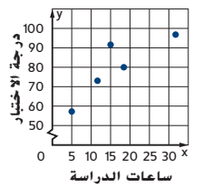
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

274 | الوحدة 4 | دليل الدراسة والمراجعة

CH04.indb 274 8/19/2016 8:32:45 PM

4-5 مخططات الانتشار البياني ومستقيمات المواءمة

47. حدد ما إذا كان التمثيل البياني يُظهر ارتباطًا موجبًا أو سالبًا أو عدم وجود ارتباط. وإذا كان هناك ارتباط موجب أو سالب، فصِف معناه.



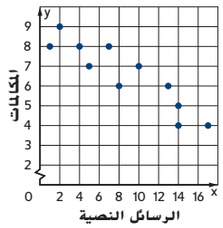
موجب؛ نظرًا لزيادة عدد الساعات المقضية في الدراسة، تزداد درجات الاختبار.

48. **الحضور** يقارن مخطط الانتشار البياني أعداد الأعوام منذ افتتاح شركة والرقم السنوي لمبيعاتها. ويحتوي المخطط على الأزواج المرتبة (2، 650) و(5، 1280). اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع لمستقيم المواءمة المتعلق بهذه الحالة.

$y = 210x + 230$

مثال 6

يعرض مخطط الانتشار البياني عدد الرسائل النصية وعدد المكالمات اليومية. اكتب معادلة لمستقيم المواءمة.



أوجد أولاً الميل باستخدام (2، 9) و(4، 17).

$m = \frac{4-9}{17-2} = \frac{-5}{15}$ أو $-\frac{1}{3}$ عوّض وحوّل إلى أبسط صورة.

ثمّ أوجد التقاطع مع المحور الرأسي y.

$9 = -\frac{1}{3}(2) + b$ عوّض.

$9\frac{2}{3} = b$ اجمع $\frac{2}{3}$ إلى كل طرف.

اكتب المعادلة. $y = -\frac{1}{3}x + 9\frac{2}{3}$

4-6 مستقيمات الانحدار ومستقيمات المواءمة الوسيطة

49. **البيع** بأسعار مخفضة يعرض الجدول عدد عمليات الشراء التي تم إجراؤها في أحد متاجر الملابس الخارجية أثناء أحد عروض التخفيضات. اكتب معادلة لمستقيم الانحدار. ثمّ قدّر عمليات الشراء اليومية في اليوم العاشر من عرض التخفيض. $y = 5.36x + 11$؛ 65

الأيام منذ بدء عرض التخفيض	7	6	5	4	3	2	1
عمليات الشراء اليومية	51	38	40	30	32	21	15

50. الأفلام يعرض الجدول مبيعات التذاكر في إحدى دور السينما أثناء الأسبوع الأول من عرض أحد الأفلام. اكتب معادلة لمستقيم الانحدار. ثمّ قدّر مبيعات التذاكر اليومية في اليوم الخامس عشر. $y = -5.79x + 99.14$؛ AED 12.29

الأيام منذ بدء عرض الفيلم	7	6	5	4	3	2	1
مبيعات التذاكر اليومية	55	68	65	78	89	92	85

مثال 7

الحضور يعرض الجدول الحضور السنوي في أحد المتنزهات الترفيهية. اكتب معادلة لمستقيم الانحدار المتعلق بالبيانات.

الأعوام منذ عام 2004	6	5	4	3	2	1	0
الحضور (بالآلاف)	53	60	65	68	72	80	75

الخطوة 1 أدخل البيانات بالضغط على STAT وتحديد الخيار Edit (تحرير).

الخطوة 2 نفذ عملية الانحدار بالضغط على STAT وتحديد الخيار CALC . قم بالتمرير لأسفل إلى LinReg (ax + b) واضغط على ENTER.

الخطوة 3 اكتب معادلة مستقيم الانحدار من خلال تقريب القيمتين $a-$ و $b-$ على الشاشة.

$y = -4.04x + 79.68$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH04.indb 275 8/19/2016 8:32:47 PM

4 دليل الدراسة والمراجعة يُتبع

4-7 الدوال الخطية العكسية

أوجد معكوس كل علاقة مما يلي.

51. {(3.5, 7)، (8, 6.2), (2.7, −4)، (1.4, −12)}

51.{(7, 3.5), (6.2, 8), (-4, 2.7), (-12, 1.4)}

52. {(9, 1), (26, 13), (4, −3), (−2, −11)}

52.{(1, 9), (13, 26), (-3, 4), (-11, -2)}

53.

X	Y
−4	2.7
−1	3.8
0	4.1
3	7.2

54.

X	Y
−12	4
−8	0
−4	−4
0	−8

{(2.7, −4), (3.8, −1), (4.1, 0), (7.2, 3)}

{(4, −12), (0, −8), (−4, −4), (−8, 0)}

أوجد معكوس كل دالة مما يلي.

55. $f(x) = \frac{5}{11}x + 10$ $f^{-1}(x) = \frac{11}{5}x - 22$

56. $f(x) = 3x + 8$ $f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x - \frac{8}{3}$

57. $f(x) = -4x - 12$ $f^{-1}(x) = -\frac{1}{4}x - 3$

58. $f(x) = \frac{1}{4}x - 7$ $f^{-1}(x) = 4x + 28$

59. $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{4}$ $f^{-1}(x) = -\frac{3}{2}x + \frac{3}{8}$

60. $f(x) = -3x + 3$ $f^{-1}(x) = -\frac{1}{3}x + 1$

مثال 8

أوجد معكوس العلاقة.

{(5, −3), (11, 2), (−6, 12), (4, −2)}

لإيجاد المعكوس، بدّل إحداثيات الأزواج المرتبة.

(5, −3) → (−3, 5) (−6, 12) → (12, −6)

(11, 2) , (2, 11) (4, 2) . (2, 4)

المعكوس هو {(−3, 5), (2, 11), (12, −6), (−2, 4)}.

مثال 9

أوجد معكوس $f(x) = \frac{1}{4}x + 9$

المعادلة الأصلية	$f(x) = \frac{1}{4}x + 9$
عوّض $f(x)$ بـ y.	$y = \frac{1}{4}x + 9$
بدّل y وx.	$x = \frac{1}{4}y + 9$
اطرح 9 من كل طرف.	$x - 9 = \frac{1}{4}y$
اضرب كل طرف في 4.	$4(x - 9) = y$
خاصية التوزيع	$4x - 36 = y$
عوّض y بـ $f^{-1}(x)$.	$4x - 36 = f^{-1}(x)$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

276 | الوحدة 4 | دليل الدراسة والمراجعة

CH04.indb 276 8/19/2016 8:32:50 PM

4 تمرين على الاختبار

1. مثّل بيانيًا y = 2x - 3 **انظر الهامش.**

2. **الاختيار من متعدد** يبيع أحد مطاعم البيتزا الشهيرة بيتزا الجبن الكبيرة بمبلغ 12 AED إضافة إلى 1.5 AED لكل طبقة علوية إضافية. اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع لإجمالي تكلفة C إحدى فطائر البيتزا مع عدد t من الطبقات العلوية. **C**

A $C = 12t + 1.50$

B $C = 13.50t$

C $C = 12 + 1.50t$

D $C = 1.50t - 12$

اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع لمستقيم يمر عبر النقطة المحددة ويتمتع بالميل المحدد.

3. $(-4, 2)$؛ الميل -3 **$y = -3x - 10$**

4. $(3, -5)$؛ الميل $\frac{2}{3}$ **$y = \frac{2}{3}x - 7$**

اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع للمستقيم الذي يمر عبر النقاط المحددة.

5. $(1, 4), (3, 10)$ **$y = 3x + 1$**

6. $(2, 5, (-2, 8)$ **$y = -\frac{3}{4}x + \frac{13}{2}$**

7. $(0, 4), (-3, 0)$ **$y = \frac{4}{3}x + 4$**

8. $(7, -1), (9, -4)$ **$y = -\frac{3}{2}x + \frac{19}{2}$**

9. **الطلاء** تعرض البيانات في الجدول حجم غرفة بالقدم المربعة والوقت المستغرق لطلائها بالدقائق.

حجم الغرفة	100	150	200	400	500
الوقت المستغرق للطلاء	160	220	270	500	680

a. استخدم النقاط (160 ,100) و (680 ,500) لكتابة معادلة بصيغة الميل والتقاطع. **$y = 1.3x + 30$**

b. تنبأ بمقدار الوقت اللازمة لطلاء غرفة تبلغ مساحتها 750 قدمًا مربعة. **1005 min**

10. **الراتب** يعرض الجدول العلاقة بين عدد سنوات الخبرة وراتب المعلم.

سنوات الخبرة	1	5	10	15	20
الراتب (بآلاف الدراهم)	28	31	42	49	64

$y = 1.89x + 23.57$

a. اكتب معادلة لمستقيم المواءمة الأفضل.

b. أوجد معامل الارتباط واشرح ما يخبرنا به بشأن العلاقة بين سنوات الخبرة والراتب. **0.98؛ تعمل المعادلة على مواءمة البيانات جيدًا بحيث تعكس الخبرة الراتب.**

اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع للمستقيم الذي يمر عبر النقطة المحددة ويتوازى مع التمثيل البياني لكل معادلة.

11. $(2, -3)$. $y = 4x - 9$ **$y = 4x - 11$**

12. $(-5, 1)$. $y = -3x + 2$ **$y = -3x - 14$**

13. **$y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$**

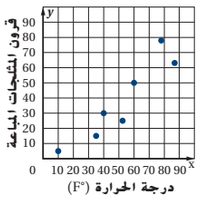
اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع للمستقيم الذي يمر عبر النقطة المحددة ويتعامد على التمثيل البياني للمعادلة.

13. $(1, 4)$. $y = -2x + 5$

14. $(-3, 6)$. $y = \frac{1}{4}x + 2$

$y = -4x - 6$

15. **الاختيار من متعدد** يوضح التمثيل البياني العلاقة بين درجة الحرارة الخارجية والمبيعات اليومية من المثلجات ما نوع الارتباط الموضح؟ **F**



F ارتباط موجب

G ارتباط سالب

H لا يوجد ارتباط

J المعلومات غير كافية

16. **الرعاية** يعرض الجدول عدد الأطفال الأثيوبيين الذين يرعاهم مواطنون أمريكيون.

الأعوام منذ عام 2000	9	8	7	6	5
عدد الأطفال	2277	1724	1254	731	442

a. **اكتب صيغة الميل والتقاطع للمعادلة المتعلقة بمستقيم المواءمة.** **$y = 466.3x - 1978.5$**

b. **تنبأ بعدد الأطفال القادمين من أثيوبيا والذين سيتلقون الرعاية في عام 2025.** **نحو 9679**

أوجد معكوس كل دالة مما يلي.

17. $f(x) = -5x - 30$ **$f^{-1}(x) = -\frac{1}{5}x - 6$**

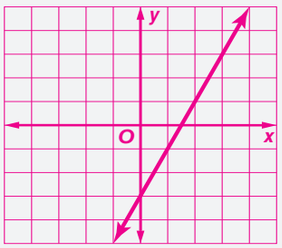
18. $f(x) = 4x + 10$ **$f^{-1}(x) = \frac{1}{4}x - \frac{5}{2}$**

19. $f(x) = \frac{1}{6}x - 2$ **$f^{-1}(x) = 6x + 12$**

20. $f(x) = \frac{3}{4}x + 12$ **$f^{-1}(x) = \frac{4}{3}x - 16$**

إجابة إضافية

1.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

الهدف استخدام الإستراتيجيات لحل مسائل الاختبارات المعيارية ذات الإجابات القصيرة.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اسأل:

- كيف يختلف سؤال الإجابة القصيرة عن سؤال الاختيار من متعدد؟ الإجابة النموذجية: في سؤال الاختيار من متعدد، تختار من بين إجابات عديدة ولكن في سؤال الإجابات القصيرة، تكون الإجابة التي تقدمها هي الإجابة الوحيدة.
- لماذا تعتقد أن اختبارات الرياضيات تتضمن أسئلة الإجابات القصيرة؟

  الإجابة النموذجية: لتقييم ما إذا كنت تستوعب مفهوم ما وتعرف كيفية حل إحدى المسائل.
- كيف يمكنك أن توضح في إجابة قصيرة أنك تعرف حل إحدى المسائل؟

  الإجابة النموذجية: وضّح الخطوات التي استخدمتها لحل المسألة و/أو اشرح كيف قمت بحلها.

4 الإعداد للاختبارات المعيارية

أسئلة الإجابات القصيرة

تتطلب منك أسئلة الإجابات القصيرة تقديم حل للمسألة، إلى جانب الطريقة و/أو الشرح و/أو التبرير المستخدم للوصول إلى الحل.

إستراتيجيات لحل الأسئلة ذات الإجابات القصيرة

الخطوة 1

يتم عادة تصنيف الأسئلة ذات الإجابات القصيرة باستخدام **معايير** أو دليل تسجيل الدرجات. وفيما يلي مثال على معايير تسجيل درجات الأسئلة ذات الإجابات القصيرة.

معايير رصد الدرجات	
المعيار	**الدرجة**
الدرجة الكاملة: الإجابة صحيحة وتم تقديم شرح وافٍ يوضح كل خطوة.	2
جزء من الدرجة الكاملة: • الإجابة صحيحة ولكن الشرح ليس كاملاً. • الإجابة غير صحيحة ولكن الشرح صحيح.	1
عدم منح درجات: إما إنه لم يتم تقديم إجابة أو أن الإجابة غير صحيحة.	0

الخطوة 2

عند حل الأسئلة ذات الإجابات القصيرة، تذكر ما يلي ...

- اشرح أسبابك أو وضح النهج المُستخدَم لحل المسألة.
- اعرض جميع أعمالك أو خطواتك.
- تحقق من إجابتك إن كان الوقت يسمح بذلك.

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. حدد ما تريد معرفته. ثم استخدم الحقائق الواردة في المسألة لحلها. اكتب الحل الذي توصلت إليه.

يعرض الجدول تكاليف الإنتاج بالنسبة لبناء عدد مختلف من ألواح التزلج. حدد القيمة المجهولة، x. التي سينتج عنها نموذج خطي.

ألواح التزلج التي تم بناؤها	تكاليف الإنتاج
14	325 AED
28	500 AED
x	375 AED
22	425 AED

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

CH04.indb 278 8/19/2016 8:32:53 PM

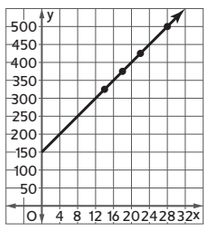
اقرأ المسألة بعناية. ويتم منحك العديد من نقاط البيانات ويُطلب منك إيجاد القيمة المفقودة التي ينتج عنها نموذج خطي.

مثال على إجابة بنقطتين:

قم بإعداد شبكة إحداثية وتعيين النقاط الثلاث المحددة التالية:

(14, 325), (28, 500), (22, 425).

ثم ارسم خطًا مستقيمًا بينها وأوجد قيمة x التي ينتج عنها قيمة y تبلغ 375.



إذًا، يمكن أن تبلغ التكلفة الإنتاجية لبناء 18 لوح تزلج 375 AED.
وتشكل هذه البيانات نموذجًا خطيًا.

يتم توضيح الخطوات والعمليات الحسابية والأسباب توضيحًا تامًا. ويصل الطالب أيضًا إلى الإجابة الصحيحة. إذًا، هذه الإجابة تستحق نقطتين كاملتين.

تمارين

أقرأ كُل مسألة. حدد ما تريد معرفته. ثم استخدم الحقائق الواردة في المسألة لحلها. اكتب الحل الذي توصلت إليه.

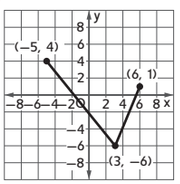
1. بالوضع في الاعتبار النقاط M(−1, 7) وN(3, −5) وO(6, 1) وP(2−, 3−). حدد القطعتين المتعامدتين على بعضهما البعض.

2. اكتب معادلة لمستقيم يتوازى على $4x + 2y = 8$ وتبلغ قيمة التقاطع مع المحور الرأسي y 5.

$y = -2x + 5$

3. يتم عرض ثلاثة رؤوس لرباعي أضلاع على شبكة الإحداثيات. حدد الرأس الرابعة التي ينتج عنها شبه منحرف.

الإجابة النموذجية: (2, 6)



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال إضافي

يوضح الجدول الأرباح التي يحصل عليها ماجد في وظيفته الجديدة كمدرب غوص تحت الماء لإحدى شركات السياحة. اكتب معادلة خطية لإيجاد قيمة المحور الأفقي x في الجدول.

الساعات	الأرباح (AED)
9	710
25	1750
x	1490
17	1230

الإجابة النموذجية من درجتين:
استخدم نقطتين في الجدول لكتابة معادلة للمستقيم بصيغة تقاطع الميل. أوجد الميل باستخدام صيغة الميل، ثم استخدم الميل لإيجاد التقاطع مع المحور الرأسي y اكتب المعادلة للمستقيم واستخدمه لإيجاد قيمة المحور x.

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$m = \frac{1750 - 710}{25 - 9} = \frac{1040}{16} = 65$

$y = mx + b$
$710 = 65(9) + b$
$710 = 585 + b$
$710 - 585 = b$
$125 = b$

إذًا، فمعادلة الخط هي
$y = 65x + 125$

$y = 65x + 125$
$65x + 125 = 1490$
$65x = 125 - 1490$
$65x = 1365$
$21 = x$

لذا فإن ماجد يعمل 21 ساعة ليربح 1490 AED.

3 التقويم

استخدم التمارين 3-1 للتحقق من الاستيعاب.

CH04.indb 279 8/19/2016 8:32:54 PM

الوحدة 4

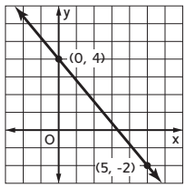
تمرين على الاختبار المعياري

تراكمي، من الوحدة 1 حتى الوحدة 4

اختيار من متعدّد

اقرأ كُل سؤال. ثمّ سجّل إجابتك الصحيحة في ورقة الإجابة التي يقدمها لك المعلم أو في ورقة أخرى.

1. ما معدل التغير المُمَثَّل في هذا التمثيل البياني؟ **C**



A $-\frac{2}{5}$

B $-\frac{5}{6}$

C $-\frac{6}{5}$

D $-\frac{5}{2}$

2. يعرض الجدول التالي تكلفة إيجار دراجة من محل دراجات يقع في شاطئ فينيسيا. ما الدالة التي يمكن أن تمثل هذه المتتالية؟ **G**

عدد الساعات	التكلفة (AED)
1	10
2	14
3	18
4	22

F $f(n) = 4n + 10$

G $f(n) = 4n + 6$

H $f(n) = 10n + 4$

J $f(n) = 10n - 6$

3. اشترى جميل سيارة في عام 2005 مقابل 28500 AED. وبحلول عام 2008، أصبحت قيمة السيارة 23700 AED. واستنادًا إلى نموذج مستقيم، ماذا ستكون قيمة السيارة في عام 2012؟ **A**

A 17300 AED

B 17550 AED

C 18100 AED

D 18475 AED

4. إذا كان التمثيل البياني مستقيم له ميل موجب وتقاطع سالب مع المحور الرأسي y، فماذا سيحدث للتقاطع مع المحور الأفقي x إذا كان الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y مزدوجين؟ **J**

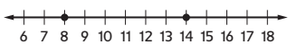
F يصبح التقاطع مع المحور الأفقي x أربعة أضعاف.

G يصبح التقاطع مع المحور الأفقي x ضعفين.

H يصبح التقاطع مع المحور الأفقي x ربعًا.

J يظل التقاطع مع المحور الأفقي x كما هو.

5. أي معادلة بقيمة مطلقة يمثلها التمثيل البياني التالي كحل لها؟ **C**



A $|x - 3| = 11$

B $|x - 4| = 12$

C $|x - 11| = 3$

D $|x - 12| = 4$

6. يعرض الجدول التالي العلاقة بين درجات حرارة معينة بدرجات فهرنهايت ودرجات مئوية. فأي المعادلات الخطية التالية تمثل بشكل صحيح هذه العلاقة؟ **H**

درجة فهرنهايت (F)	درجة مئوية (C)
50°	10°
59°	15°
68°	20°
77°	25°
86°	30°

F $F = \frac{8}{5}C + 35$

G $F = \frac{4}{5}C + 42$

H $F = \frac{9}{5}C + 32$

J $F = \frac{12}{5}C + 26$

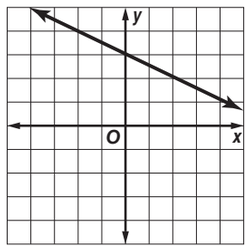
نصيحة عند حل الاختبار

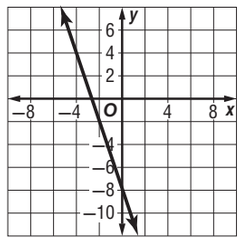
السؤال 3 أوجد متوسط الإهلاك السنوي بين عامي 2005 و 2008. ثم قم بتوسيع النمط لإيجاد قيمة السيارة في عام 2012.

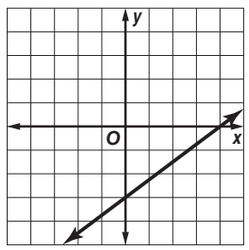
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

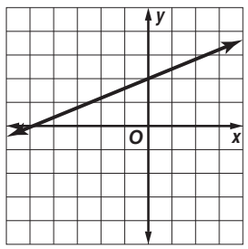
CH04.indb 280 8/19/2016 8:32:57 PM

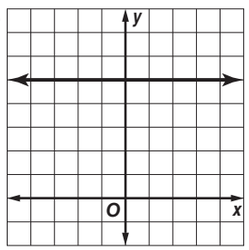
الدرس 1-4 (تمرين موجه)

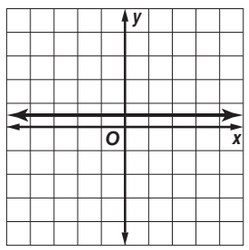
1A. 

1B. 

2A. 

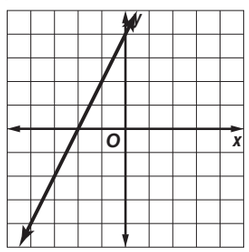
2B. 

3A. 

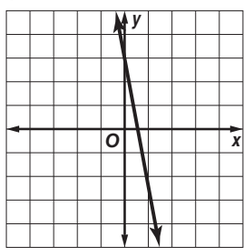
3B. 

الدرس 1-4

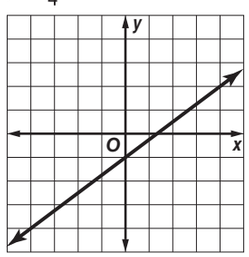
1. $y = 2x + 4$



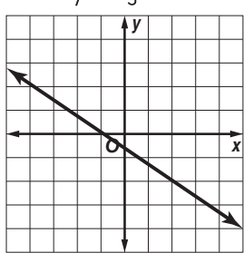
2. $y = -5x + 3$

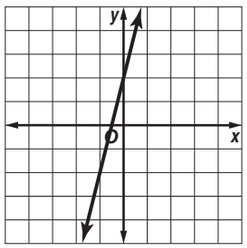


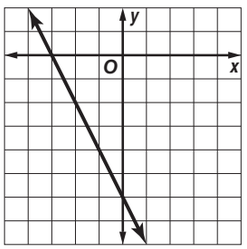
3. $y = \frac{3}{4}x - 1$

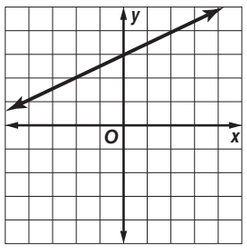


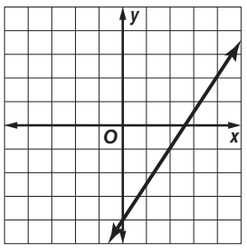
4. $y = -\frac{5}{7}x - \frac{2}{3}$

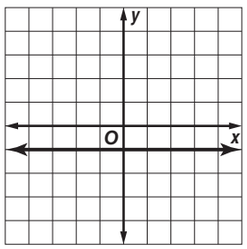


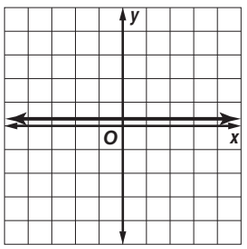
5. 

6. 

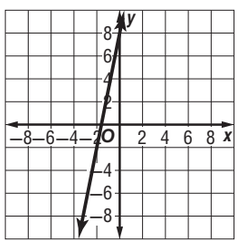
7. 

8. 

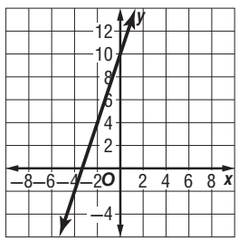
9. 

10. 

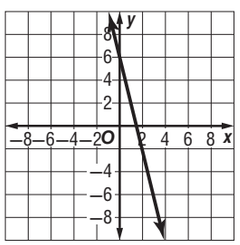
17. $y = 5x + 8$



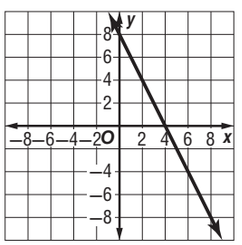
18. $y = 3x + 10$



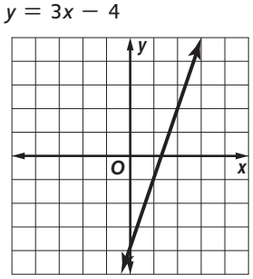
19. $y = -4x + 6$



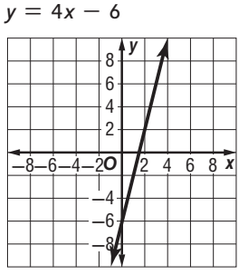
20. $y = -2x + 8$



21. $y = 3x - 4$

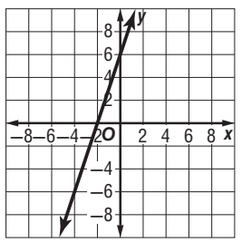


22. $y = 4x - 6$

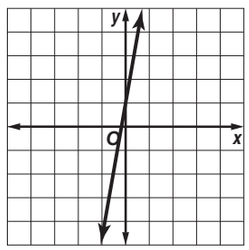


CH04.indb 1 8/19/2016 8:33:02 PM

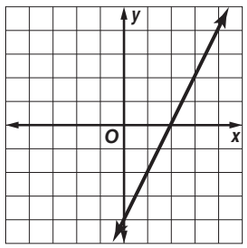
23.



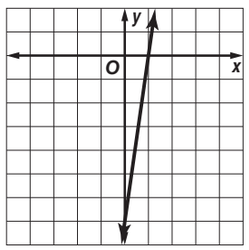
24.



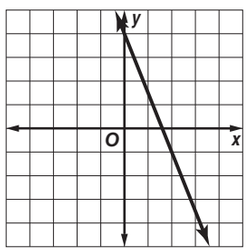
25.



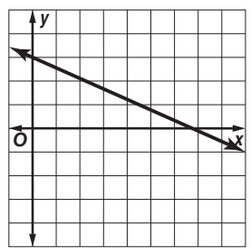
26.



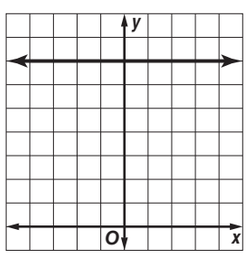
27.



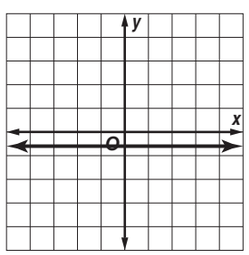
28.



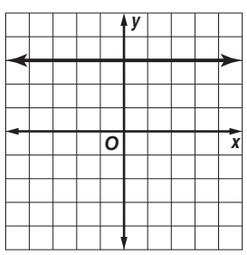
29.



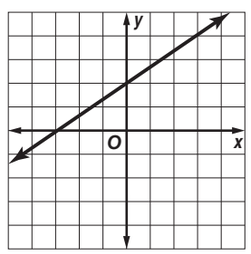
30.



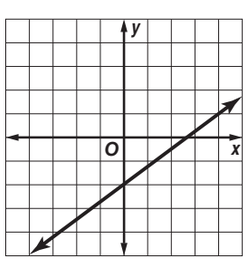
31.



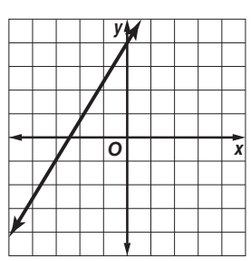
32.



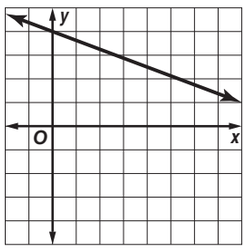
44.



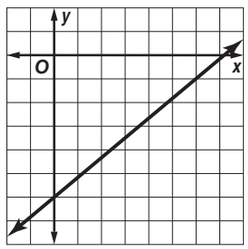
45.



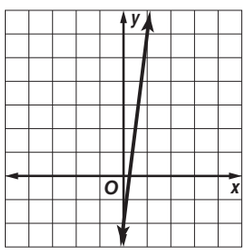
46.



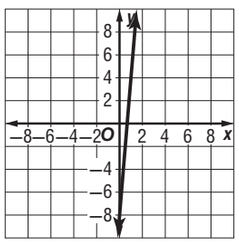
47.



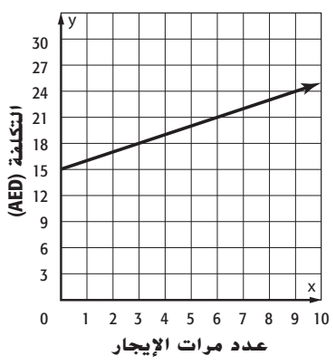
48.



49.

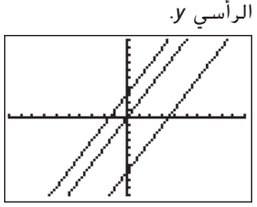


62. الإجابة النموذجية: $y = x + 15$؛ التكلفة الأولية للانضمام إلى أحد نوادي السينما تبلغ 15 AED. وبالتالي كل فيلم يتكلف 1 AED للإيجار لمدة ليلة واحدة.



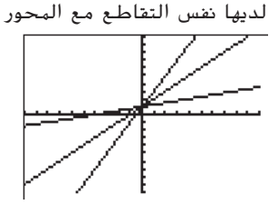
التوسّع 1-4

1. لديها نفس الميل، ولكن يوجد اختلاف في التقاطع مع المحور الرأسي y.



$[-10, 10]$ scl: 1 by $[-10, 10]$ scl: 1

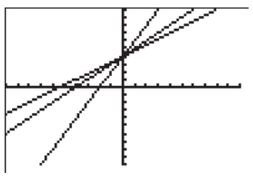
2. لديها نفس التقاطع مع المحور الرأسي y ولكن مع اختلاف الميل.



$[-10, 10]$ scl: 1 by $[-10, 10]$ scl: 1

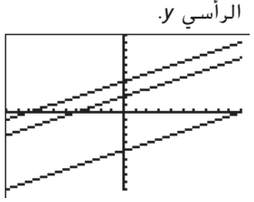
CH04.indb 2 8/19/2016 8:33:05 PM

3. لديها نفس التقاطع مع المحور الرأسي *y* ولكن مع اختلاف الميل.



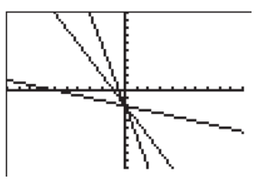
[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

4. لديها نفس الميل، ولكن يوجد اختلاف في التقاطع مع المحور الرأسي *y*.



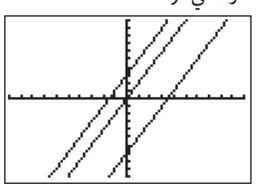
[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

5. لديها نفس التقاطع مع المحور الرأسي *y* ولكن مع اختلاف الميل.



[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

6. لديها نفس الميل، ولكن يوجد اختلاف في التقاطع مع المحور الرأسي *y*.



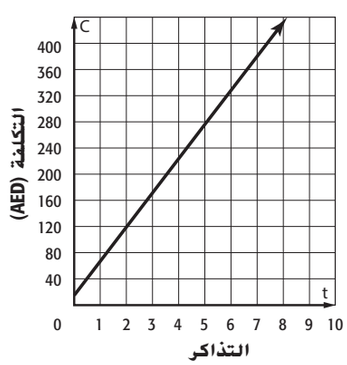
[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

الدرس 4-2

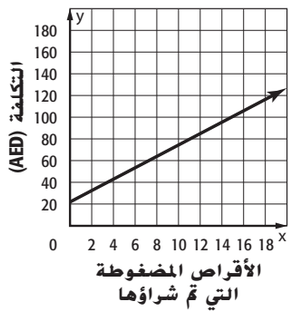
45b.

عدد التذاكر	3	4	6	7
التكلفة (AED)	171	223	327	379

45c. 431 AED



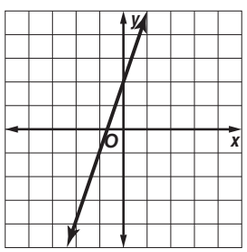
46c.



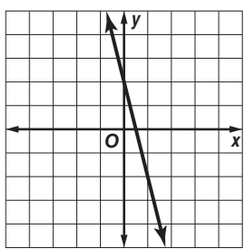
50. الإجابة النموذجية: افترض أن المحور *y* يمثل عدد كوارت الماء في الإبريق وافترض أن المحور *x* يمثل الوقت بالثواني الذي يستغرقه سكب الماء من الإبريق. حيث إن الوقت يزيد بمقدار 1 ثانية، فإن مقدار الماء في الإبريق يزيد بمقدار $\frac{1}{2}$ qt . وتكون المعادلة هي $y = -\frac{1}{2}x + 4$ والميل هو معدل خروج الماء من الإبريق، أي، $\frac{1}{2}$ كوارت في الثانية. يمثل التقاطع مع المحور الرأسي *y* مقدار الماء في الإبريق عندما يكون مكتملاً، 4 qt.

51. الإجابة النموذجية: إذا كانت المسألة عن شيء ما يمكن أن يتغير فجأة، مثل الطقس أو الأسعار، فيمكن أن يرتفع التمثيل البياني فجأة. تحتاج إلى معدل تغير ثابت لإعداد تمثيل بياني خطي.

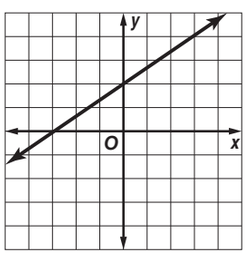
57.



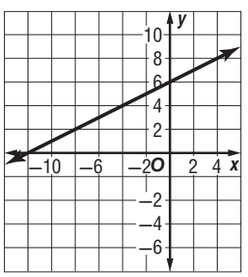
58.



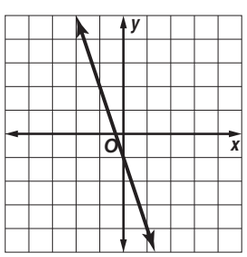
59.



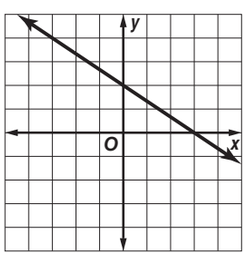
60.



61.



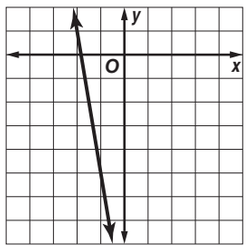
62.



CH04.indb 3 8/19/2016 8:33:08 PM

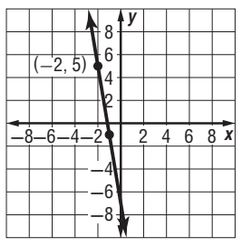
الدرس 3-4 (تمرين موجه)

1.

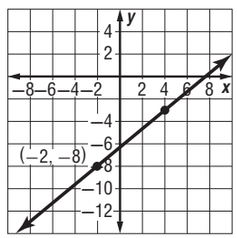


الدرس 3-4

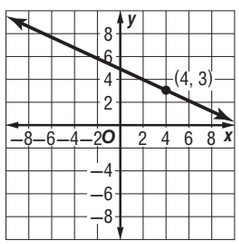
1. $y - 5 = -6(x + 2)$



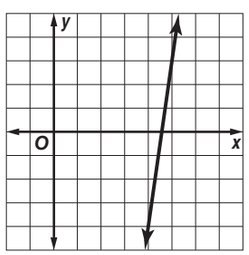
2. $y + 8 = \frac{5}{6}x(+ 2)$



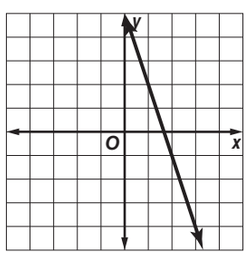
3. $y - 3 = -\frac{1}{2}x(- 4)$



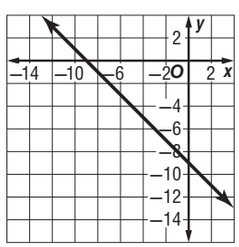
11.



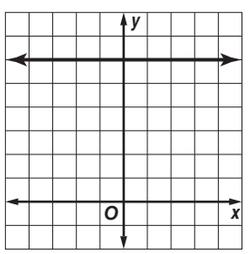
12.



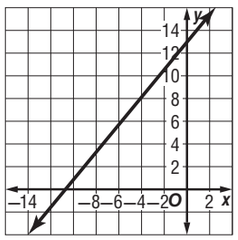
13.



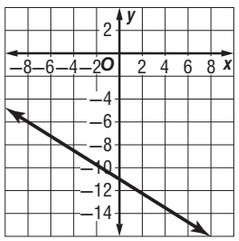
14.



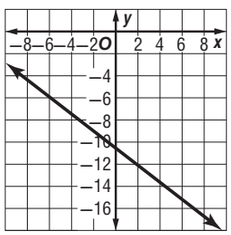
15.



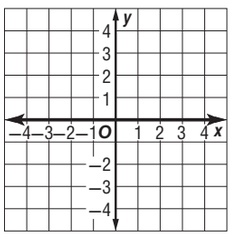
16.



17.



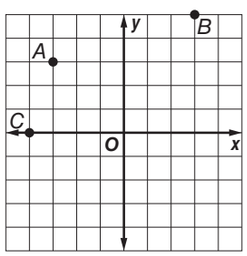
18.



54. الإجابة النموذجية: استنادًا إلى المعلومات المعطاة ونوع المسألة، قد يكون من الأسهل تمثيل معادلة خطية بصيغة معينة مقارنة بأخرى. على سبيل المثال، كان معك بيانات الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y، فيمكنك تمثيل المعادلة بصيغة تقاطع الميل. وإذا كان معك بيانات نقطة والميل، فيمكنك تمثيل المعادلة بصيغة نقطة الميل. إذا كنت تحاول تمثيل معادلة بيانيًا باستخدام التقاطع مع المحور الأفقي x والتقاطع مع المحور الرأسي y، فيمكنك تمثيل المعادلة بالصيغة القياسية.

الدرس 4-4

43a.



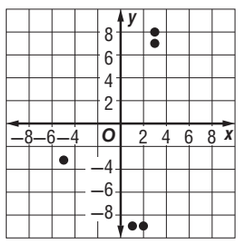
43b. الإجابة النموذجية: $\overline{AB}$;(2, 2) و$\overline{CD}$ لهما نفس الميل $\frac{1}{3}$ و$\overline{AC}$ و $\overline{BD}$ لهما ميل بمقدار 3.

43c. اثنان؛ الإجابة النموذجية: حرك C إلى $(-2, 0)$ وحرك D إلى $(2, 4)$. إن تحريك C يغير ميل $\overline{AC}$ إلى -3. هذا هو المعكوس المتقابل للميل $\frac{1}{3}$، $\overline{AB}$. إن تحريك D من شأنه أن يغير ميل $\overline{BD}$ لذا فإن $\overline{BD}$ يكون متعامدًا مع $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ ويكون متوازيًا مع $\overline{AC}$

48. الإجابة النموذجية: إذا كان المستقيمان لهما نفس الميل، فإنهما يكونان متوازيين. إذا كان ناتج ضرب قيم الميل الخاصة بهما يساوي -1، لذا فإن المستقيمين يكونان متعامدين. التمثيل البياني $y = \frac{3}{2}x$ يكون متوازيًا مع التمثيل البياني $y = \frac{2}{3}x$ لأن لهما نفس الميل، $\frac{3}{2}$. التمثيل البياني لـ $y = -\frac{2}{3}x$ يكون متعامدًا مع التمثيل البياني لـ $y = \frac{3}{2}x - 1$ لأن قيم الميل هي معكوسات متقابلة لبعضها البعض.

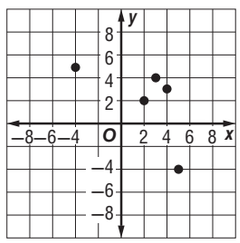
CH04.indb 4 8/19/2016 8:33:11 PM

70.



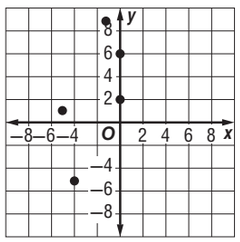
D = {3, 2, 1, −5};
R = {8, 7, −9, −3}

71.



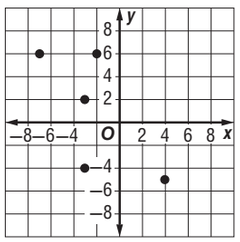
D = {3, 4, 2, 5, −4};
R = {4, 3, 2, −4, 5}

72.



D = {0, -5, -1, -4}
R = {2, 1, 6, 9, -5}

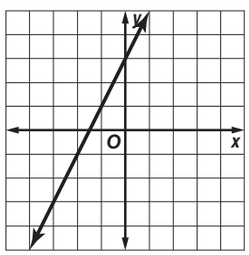
73.



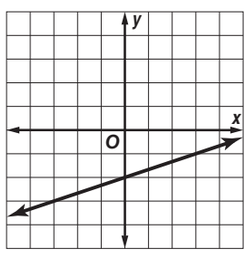
D = {-7, -3, 4, -2};
R = {6, -4, -5, 2}

اختبار منتصف الوحدة

3.



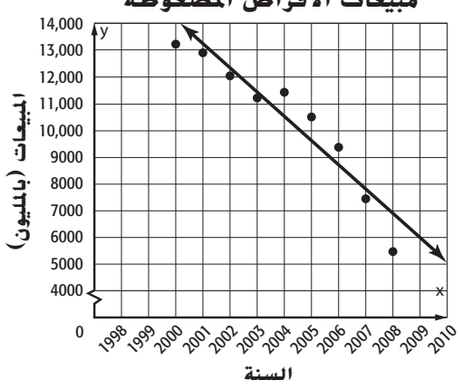
4.



الدرس 4-5 (تمرين موجه)

2. يتمثل المتغير المستقل في العام، أما المتغير التابع فيتمثل في مقدار المبيعات؛ ارتباط سالب.

مبيعات الأقراص المضغوطة

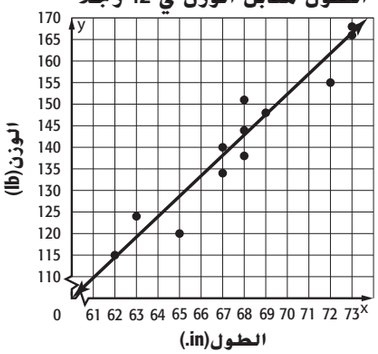


$y = -593x + 1{,}091{,}215$

الدرس 4-5

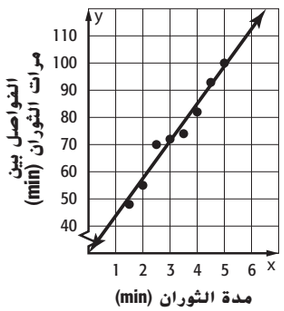
10a, b.

الطول مقابل الوزن في 12 رجلاً

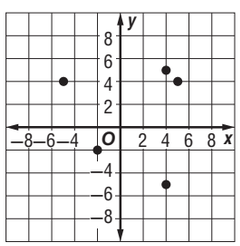


11a.

سحّان "أولد فيثفول"

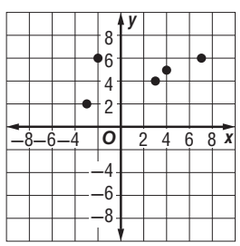


42.



D = {4, 5, -2, -5};
R = {5, -2, -5, 4}

43.



D = {7, 3, 4, -2, -3};
R = {6, 4, 5, 2}

التوسّع 4-5

1. الارتباط؛ يجب إجراء تجربة مُراقبة لتوضيح السببية. كان هذا مجرد استطلاع للرأي. يمكن أن تتضمن العوامل الأخرى التي قد تكون مشمولة سمة موروثة من الوالدين تتمثل في قصر نظر أو مرض ما.

2. السببية؛ كانت هذه تجربة مُراقبة. يمكن أن تتضمن العوامل الأخرى التي قد تكون مشمولة مواد كيميائية خطرة يتم التعرض لها في البيئة أو سمة موروثة تتمثل في الإصابة بالسرطان.

3. الارتباط؛ استطلاع رأي لا يمكن أن يوضح السببية. قد تكون الأسباب الأخرى التي قد تكون مشمولة أسبابًا اقتصادية. وقد يأتي الطلاب الذي يستقلون الحافلة من عائلات ليس لديها أموال إضافية لإنفاقها على وسائل النقل البديلة أو الهواتف الخلوية.

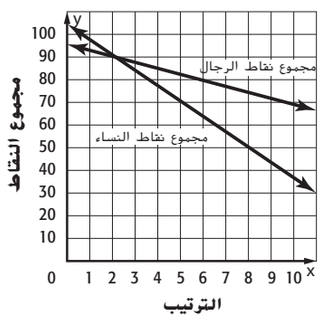
CH04.indb 5 8/19/2016 8:33:13 PM

4. السببية؛ كانت هذه تجربة مُراقبة. يمكن أن تتضمن العوامل الأخرى التي قد تكون مشمولة ضوضاء عالية يتم التعرض لها في البيئة أو مكان العمل أو سمة موروثة تتمثل في الإصابة بفقدان السمع.

5. الارتباط؛ ليس معروفًا ما إذا كان هذا تجربة مُراقبة أو استطلاع للرأي. تتضمن العوامل الأخرى التي قد تكون مشمولة حقيقة أن المزيد من الأشخاص يسبحون في المحيط ويتناولون الآيس كريم أثناء الأشهر الحارة.

الدرس 4-6

15.



الإجابة النموذجية: رجال: $y = -2.92x + 95.92$؛ نساء: $y = -7x + 106$؛ مجموع نقاط النساء ينطوي على ميل أكثر انحدارًا.

16. طبق نموذج الانحدار الخطي على البيانات. استخدم عدد كل الاختبارات كمتغير مستقل ومجموع النقاط على كل اختبار كمتغير تابع. إذا لم يوجد أي ارتباط، فإن قيمة r لن تكون قريبة من 1 أو 1−. إذا كانت هذه هي الحالة، فسيتعذر استخدام خط المواءمة للتنبؤ بدرجات الطلاب الآخرين.

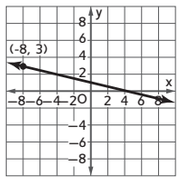
18. الإجابة النموذجية: تُستخدم خطوط المواءمة والانحدار الخطي لتمثيل البيانات. ومع ذلك، يمكن أن تكون لديك خطوط مواءمة عديدة، في حين أن الانحدار الخطي يؤدي إلى خط المواءمة الأفضل. في حالة استخدام الانحدار الخطي، يمكنك أيضًا استخدام معامل الارتباط لرؤية كيف يكون النموذج ملائمًا للبيانات.

CH04.indb 6 8/19/2016 8:33:14 PM

الإجابة المختصرة/الإجابة الشبكية

سجّل إجاباتك في ورقة الإجابة التي يقدمها لك المعلم أو في ورقة أخرى.

7. ما معادلة المستقيم المُمثَّل بيانيًا أدناه؟



عبّر عن إجابتك بصيغة النقطة والميل باستخدام النقطة $(-8, 3)$. $y - 3 = -\frac{1}{4}(x + 8)$

8. **الإجابة الشبكية** المعادلة الخطية أدناه هي أفضل نموذج مواءمة لأقصى عمق لنهر ماد عندما تتساقط x بوصات من مياه الأمطار. ما الذي تتوقع أن يكون عليه أقصى عمق للنهر بعد هبوب عاصفة ينتج عنها $1\frac{3}{4}$ بوصة من الأمطار؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة من القدم إذا لزم الأمر.
1.6 ft

$$y = 2.5x + 14.8$$

9. أنشأ خليفة شركة إعلانات في عام 1992. وفي بادئ الأمر، كانت الشركة بها 14 موظفًا فقط. وفي عام 2008، نمت الشركة ليصبح إجمالي عدد موظفيها 63 موظفًا. أوجد النسبة المئوية للتغير في عدد الموظفين العاملين في شركة خليفة. قرّب النسبة المئوية إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. **350%**

10. يوضح الجدول إجمالي كمية الأمطار أثناء هبوب العاصفة. $y = 0.45x$

الساعات	4	3	2	1
بوصات	1.8	1.35	0.9	0.45

a. اكتب معادلة تناسب البيانات الواردة في الجدول.

b. صف العلاقة بين الساعة وحجم تساقط الأمطار.
انظر الهامش.

11. يحصل كهربائي على 25 AED رسوم استشارة بالإضافة إلى 35 AED في ساعة العمل الواحدة.

a. انسخ وأكمل الجدول التالي الذي يعرض تكاليف مهام أعمال تستغرق ساعة واحدة أو ساعتين أو ثلاث ساعات أو أربع ساعات أو خمس ساعات.

الساعات، h	إجمالي التكلفة، C
1	60 AED
2	95 AED
3	130 AED
4	165 AED
5	200 AED

b. اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع لحساب تكلفة مهمة تستغرق h من الساعات. $C = 35h + 25$

c. إذا كانت فاتورة الكهربائي تقسم الساعة إلى أرباع، فكم تبلغ تكلفة مهمة تستغرق 3 ساعات و 15 دقيقة؟
138.75 AED

الإجابة الموسعة

سجل إجابتك على ورقة.
اكتب الحل هنا.

12. اشرح كيف يمكنك تحديد ما إذا كان مستقيمان متوازيين أم متعامدين.

12. الإجابة النموذجية: قارن بين ميل المستقيم. إذا كان المستقيمان لهما الميل نفسه، فإنهما يكونان متوازيين. وإذا كان ميل المستقيمين في صورة معكوسين مقابلين، فإنهما يكونان متعامدين. وإذا كان المستقيمان عموديين، فإنهما يكونان متوازيين. وإذا كان مستقيم واحد أفقيًا والآخر عموديًا، فإن المستقيمين يكونان متعامدين.

هل تحتاج إلى مساعدة؟

إذا أخطأت في السؤال...	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
فاذهب الى الدرس...	3-3	5-3	5-4	1-3	5-2	2-4	3-4	5-4	7-2	2-4	4-2	4-4

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابة إضافية

10b. الإجابة النموذجية: كمية الأمطار تناسبية مع الساعة.

CH04.indb 281 8/19/2016 8:32:58 PM

	التقويم التشخيصي تدريب سريع					
	الدرس 5-1 45 دقيقة؛ يوم واحد 90 دقيقة؛ 0.5 يوم	الاستكشاف 5-2 45 دقيقة؛ 0.5 يوم 90 دقيقة؛ 0.5 يوم	الدرس 5-2 45 دقيقة؛ 1.5 يوم 90 دقيقة؛ 0.75 يوم	الدرس 5-3 45 دقيقة؛ يوم واحد 90 دقيقة؛ 0.5 يوم		
العنوان	**حل المتباينات بالجمع والطرح**	**مختبر الجبر: حل المتباينات**	**حل المتباينات بالضرب والقسمة**	**حل المتباينات متعددة الخطوات**		
الأهداف	■ حل المتباينات الخطية باستخدام الجمع. ■ حل المتباينات الخطية باستخدام الطرح.	■ استخدام القطع الجبرية لتمثيل حل المتباينات.	■ حل المتباينات الخطية باستخدام الضرب. ■ حل المتباينات الخطية باستخدام القسمة.	■ حل المتباينات الخطية التي تتضمن أكثر من عملية واحدة. ■ حل المتباينات الخطية التي تتضمن خاصية التوزيع.		
المفردات الأساسية	ترميز بناء المجموعة set-builder notation					
				التقويم التكويني اختبار نصف الوحدة		

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

0282A_0282B_IM1_T_C05_INT_718286.indd 1 14/12/2016 03:55:48

الاستكشاف 5-4		الدرس 5-4	الدرس 5-5	الدرس 5-6	التوسع 5-6
45 دقيقة: 0.5 يوم 90 دقيقة: 0.5 يوم		45 دقيقة: 1.5 يوم 90 دقيقة: 0.75 يوم	45 دقيقة: يوم واحد 90 دقيقة: 0.75 يوم	45 دقيقة: 1.5 يوم 90 دقيقة: 0.5 يوم	45 دقيقة: 0.5 يوم 90 دقيقة: 0.25 يوم
مختبر الجبر: قراءة العبارات المركبة		**حل المتباينات المركّبة**	**المتباينات التي تحتوي على قيمة مطلقة**	**التمثيل البياني لمتباينات بمتغيرين اثنين.**	**مختبر تقنية التمثيل البياني: تمثيل المتباينات بيانيًا**
■ تحديد العبارات المركبة المتصلة بحرف العطف و أو حرف العطف أو كعبارات صحيحة أو خاطئة.		■ حل متباينات مركبة تحتوي على حرف العطف و وتمثيل مجموعة حلولها بيانيًا. ■ حل متباينات مركبة تحتوي على حرف العطف أو. وتمثيل مجموعة حلولها بيانيًا.	■ حل متباينات القيمة المطلقة وتمثيلها بيانيًا .(<) ■ حل متباينات القيمة المطلقة وتمثيلها بيانيًا (>).	■ تمثيل المتباينات الخطية بيانيًا على المستوى الإحداثي. ■ حل المتباينات باستخدام التمثيل البياني.	■ استخدام حاسبة التمثيل البياني لاستكشاف التمثيلات البيانية للمتباينات.
		متباينة مركبة compound inequality التقاطع intersection الاتحاد union		الحد boundary نصف المستوى half-plane نصف مستوى مغلق (مفتوح) closed (open) half-plane	

التقويم الختامي
دليل الدراسة والمراجعة
تمرين على الاختبار

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 2 14/12/2016 03:31:43

التقويم

	التشخيص	الحل
التقويم التشخيصي	**بداية الوحدة 5**	
	الاستعداد للوحدة 5 **كتاب الطالب**	الاستجابة للتدخل التقويمي **كتاب المعلم**
	بداية كل درس	
	السابق، الحالي، لماذا ؟ **كتاب الطالب**	الوحدة 0 **كتاب الطالب**
التقويم التكويني	**أثناء/ بعد كل درس**	
	تمرين موجه **كتاب الطالب**، كل مثال التحقق من فهمك **كتاب الطالب** مسائل مهارات التفكير العليا **كتاب الطالب** مراجعة شاملة **كتاب الطالب** أمثلة إضافية **كتاب المعلم** انتبه! **كتاب المعلم** الخطوة 4، التقويم **كتاب المعلم**	التدريس المتمايز **كتاب المعلم** خيارات الواجب المنزلي المتمايزة **كتاب المعلم**
	نصف الوحدة	
	اختبار نصف الوحدة **كتاب الطالب**	
التقويم الختامي	**اختبار ما قبل الوحدة**	
	دليل الدراسة والمراجعة للوحدة **كتاب الطالب** تمرين على الاختبار **كتاب الطالب** تمرين على الاختبار المعياري **كتاب الطالب**	

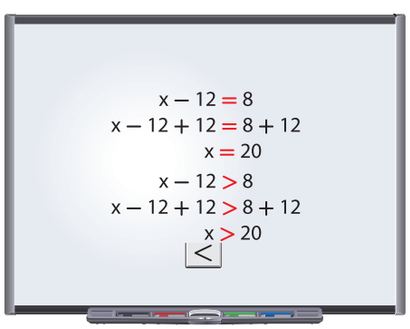
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 3 14/12/2016 03:31:45

الخيار 1 الوصول إلى مستوى المتعلمين كافة AL OL BL

أصحاب النمط البصري/المكاني ارسم عددًا كبيرًا من الخطوط في ورقة شفافة فوقها خطوط دليلية أفقية مكونة من شُرَط. بدلاً من ذلك، يمكن رسم خط الأعداد والخطوط الدليلية على ورقة يمكن تغليفها بعد ذلك. قدّم للطلاب متباينة مركبة مكتوبة في صورة جملتين. اطلب من الطلاب استخدام قلم قابل للمسح لتمثيل الحل لكل متباينة بخطوط دليلية مكونة من شُرَط. إذا كانت المتباينة تتضمن "و"، فاطلب من الطلاب مسح أية أجزاء ليست موجودة على الخطوط المكونة من شُرَط. ويترك هذا صورة واضحة للجزء الذي يمكن استخدامه من خط الأعداد في الحل.

أصحاب النمط المنطقي ابدأ بكتابة التعبير $x - 12 = 8$ على اللوحة. راجع خاصيتي الجمع والطرح في المعادلة أثناء حَلّ x. ثم امسح جميع علامات يساوي واستبدلها بالعلامة $>$.



ناقش المتشابهات. ثم كرر استخدام كل علامة من علامات المتباينة.

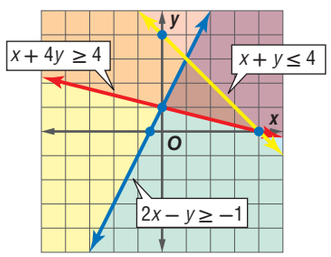
الخيار 2 قريب من المستوى AL

على ورق الملاحظات ذاتية الالتصاق، اكتب + و − و > و <. اطلب من الطلاب كتابة متباينة تتضمن معامل سالب لـ x على أوراقهم، مثل 8 + > 4x −. باستخدام ورق الملاحظات ذاتي الالتصاق للرموز. اشرح بما أن المعامل x يكون سالبًا، فيجب أن تتغير جميع العلامات في المتباينة إلى العلامات المقابلة، 8 − < 4x +. وضّح أنه من خلال استخدام هذه الطريقة، يمكنهم إيجاد حل x دون الاهتمام بإشارة المتباينة.

الخيار 3 أعلى من المستوى BL

نظِّم الطلاب للعمل في مجموعات لوضع مجموعتين من المتباينات. عندما يتم التمثيل بيانيًا، فإن تداخل مجموعات الحل لزوجين يكوّن مثلثًا وتكون مجموعة الحل للبقية مربعًا. يمكن توسيع هذا النشاط ليشمل أشباه المنحرف ومتوازيات الأضلاع. على سبيل المثال، عند التمثيل

$2x - y \geq -1$
$x + y \leq 4$ بيانيًا، يتكون مثلث.
$x + 4y \geq 4$



ينبهر الطلاب غالبًا بمفهوم اللانهائية. اطلب من الطلاب محاولة التفكير في الطبيعة اللانهائية لمفاهيم معينة باستخدام أسئلة مشابهة لما يلي:

- هل نصف المستوى هو حقًا نصف المستوى أم أنه يمكن أن يزيد أو يقل؟ اشرح استنتاجك.
- هل تحتوي مجموعة الحل $\{x \mid x > 2\}$ على مجموعة لانهائية من الأعداد؟ لم أو لم لا؟
- هل تحتوي مجموعة الحل $\{x \mid 2 < x < 2.5\}$ على مجموعة لانهائية من الأعداد؟ لم أو لم لا؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 4 14/12/2016 03:31:48

5 التركيز على محتوى الرياضيات

التخطيط الرأسي

قبل الوحدة 5

الموضوعات ذات الصلة

- استخدام رسوم فِن التخطيطية لعرض العلاقات

موضوعات سابقة

- استخدام خاصية التوزيع لتحويل المعادلات الجبرية لأبسط صورة
- تحويل المعادلات الخطية وحلها
- تمثيل معادلات الخطوط المستقيمة بيانيًّا

الوحدة 5

الموضوعات ذات الصلة

- صياغة المتباينات الخطية لحل المسائل
- استكشاف الطرق لحل المتباينات الخطية باستخدام خواصّ المتباينات
- حل المتباينات الخطية
- تفسير مدى صحة حلول المتباينات الخطية والوقوف عليها

بعد الوحدة 5

الإعداد

- استخدام المهارات الجبرية اللازمة والمطلوبة لحل المعادلات والمتباينات في المسائل التي تحتوي على مواقف
- استخدام الطرق الجبرية أو التمثيلات البيانية أو الجداول لحل أنظمة المتباينات
- حل المتباينات التربيعية باستخدام التمثيلات البيانية والجداول والطرق الجبرية

معاينة درس تلو الآخر

5-1 حل المتباينات بواسطة الجمع والطرح

يتم حل بعض المعادلات باستخدام خواصّ الجمع والطرح في المعادلة لفصل المتغير، والحصول على معامل بقيمة 1، في أحد جانبي رمز التساوي (الدرس 2-2). وبعض المتباينات يتم حلها بنفس الطريقة.

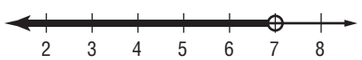
تنص خواصّ الجمع والطرح في المتباينة على أن أي عدد يتم جمعه أو طرحه من كل طرف من طرفي أي متباينة صحيحة ينتج عنه متباينة صحيحة.

يمكن التعبير عن حلول المتباينات بأكثر من طريقة.

- يمكن كتابة الحلول في ترميز بناء مجموعة. على سبيل المثال: $\{x \mid x < 7\}$.

  يتم قراءة ذلك بالطريقة التالية مجموعة *كل الأعداد* x *مثل هذا العدد* x *أقل من* 7. وعلامة المتباينة $<$ تعني أن 7 هو عدد حدّي ولا يشتمل عليه الحل.

- يمكن تمثيل الحلول بيانيًا على خط أعداد. على سبيل المثال:



الدائرة المفتوحة عند العدد 7 تعني أن الحل لا يشتمل عليه. والمستقيم الذي توجد في نهايته رأس سهم سوداء، يشير إلى اتجاه اليسار، يبين أن الحلول جميعها هي أعداد أقل من 7. إذا كان السهم يشير إلى يمين العدد الحدّي، فإنه يبين أن الحلول أكبر من الحدّ.

إذا كان رمز المتباينة هو $\geq$ أو $\leq$، فإن الحل يشتمل على العدد الحدّي، ويتم رسم دائرة مغلقة على العدد الحدّي على خط الأعداد.

5-2 حل المتباينات باستخدام الضرب والقسمة

يتم حل بعض المعادلات باستخدام خواصّ الضرب والقسمة في المعادلة لحل المتغير، والحصول على معامل بخلاف 1 (الدرس 2-2). وبعض المتباينات يتم حلها بنفس الطريقة، لكن مع وجود وجه اختلاف رئيس واحد.

فعند قسمة كل طرف من طرفي أي متباينة أو ضربه في نفس العدد السالب، يجب عكس رمز المتباينة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 5 14/12/2016 03:31:50

5-3 حل المتباينات متعددة الخطوات

يمكن حل المتباينات بنفس العملية المستخدمة في حل المعادلات متعددة الخطوات (الدرس 3-2). هذه المعادلات يمكن حلها باستخدام خواصّ المتباينة وإستراتيجية الرجوع للوراء في كل عملية عن طريق الحل بترتيب عكسي. وبعد تحويل كل جانب لأبسط صورة باستخدام خاصية التوزيع و/أو توفيق الحدود المتشابهة، يتم العمل بترتيب عكسي لترتيب العمليات. يتم تطبيق خواصّ الجمع والطرح في المتباينة أولاً، ثم يتبع ذلك خاصية الضرب أو القسمة في المتباينات.

- إذا كانت المتباينة عبارة لا تحتمل الصواب عند تحويلها لأبسط صورة مثل $8 > 4$، فإن الحل يكون المجموعة الخالية $\varnothing$، والتي تكون خالية من العناصر.
- إذا نتج عن الحل عبارة لا تحتمل الخطأ، مثل $3 > 5$، فإن الحل يكون مجموعة كل الأعداد الحقيقية، $\{x \mid x$ هو عدد حقيقي$\}$.

5-4 حل المتباينات المركبة

إذا تم الربط بين متباينتين بحرف العطف *و* أو *أو*، فإن النتيجة تكون متباينة مركبة.

- إذا كانت هناك متباينة مركبة تحتوي على حرف العطف *و*، فيجب أن يكون الحل هو حل لكلتا المتباينتين. ويكون التمثيل البياني للحل هو عبارة عن تقاطع التمثيلين البيانيين للمتباينتين.
- إذا كانت المتباينة تحتوي على حرف العطف *أو*، فيجب أن يكون الحل هو حل إما *لإحدى* المتباينتين أو *كلاهما*. ويكون التمثيل البياني للحل هو *اتحاد* التمثيلين البيانيين للمتباينتين.

الخواصّ المستخدمة في حل المتباينات المركبة هي نفس الخواصّ المستخدمة في حل أي متباينة.

5-5 المتباينات التي تحتوي على قيمة مطلقة

يمكن أيضًا حل متباينات القيمة المطلقة جبريًا بواسطة كتابتها في صورة متباينات مركبة.

هناك حالتان يجب وضعهما في الاعتبار أثناء حل متباينات القيمة المطلقة المركبة.

حالة 1 التعبير داخل رمز القيمة المطلقة موجب أو 0.

حالة 2 التعبير داخل رمز القيمة المطلقة سالب.

إذا كان $n > 0$، إذًا:

بالنسبة إلى $|x| < n$، تكون مجموعة الحل هي $\{x \mid -n < x < n\}$.

بالنسبة إلى $|x| \leq n$، تكون مجموعة الحل هي $\{x \mid -n \leq x \leq n\}$.

بالنسبة إلى $|x| > n$، تكون مجموعة الحل هي $\{x \mid x > n$ أو $x < -n\}$.

بالنسبة إلى $|x| \geq n$، تكون مجموعة الحل هي $\{x \mid x \geq n$ أو $x \leq -n\}$.

5-6 التمثيل البياني للمتباينات التي تحتوي على متغيرين

مجموعة حل أي متباينة خطية، مثلها مثل أي معادلة خطية، هي مجموعة كل الأزواج المرتبة التي تجعل العبارة صحيحة. ومثل مجموعة حل أي معادلة ذات متغيرين (الدرس 1-3)، يتم تمثيل مجموعة الحل لأي متباينة ذات متغيرين بيانيًا على مستوى إحداثي. ورغم ذلك، فإن مجموعة الحل لأي متباينة خطية لا تكن خطية. ويتسم التمثيل البياني لأي متباينة خطية بالخصائص التالية.

- لها حد خطي.

أولاً، مثِّل المتباينة كما لو كانت معادلة، حيث يحدد ذلك خط الحد. استخدم خطًا متصلاً إذا كانت المتباينة $\leq$ أو $\geq$. واستخدم خطًا منقوطًا إذا كانت المتباينة $<$ أو $>$.

- تغطي منطقة تسمى نصف المستوى.

حدد نقطة في أي من نصفي المستوى الذي يتم اختياره بجوار الخط الحدي واختبرها في المتباينة. إذا كانت العبارة الناتجة صحيحة، ظلل نصف المستوى الذي يحتوي على هذه النقطة. إذا كانت العبارة خاطئة، ظلل نصف المستوى الآخر.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 6 14/12/2016 03:31:51

5 المتباينات الخطية



مشروع الوحدة

محبو الحيوانات الأليفة

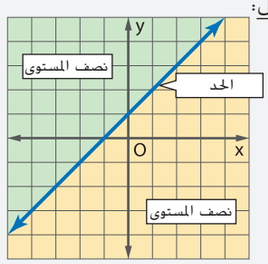
يستخدم الطلاب ما تعلموه عن المتباينات لإكمال مشروع معين.

يتناول مشروع هذه الوحدة المعرفة بتنظيم المشروعات، والعديد من المهارات الخاصة الضرورية لنجاح الطالب في إطار عمل التعلم في القرن الواحد والعشرين.

المفردات الأساسية قدّم المفردات الأساسية في الوحدة متبعًا النظام التالي.

تعريف: نصف المستوى عبارة عن منطقة على المستوى الإحداثي يتم فيها ملء التمثيلات البيانية للأزواج المرتبة.

مثال:



اسأل: كم عدد أنصاف المستويات الموجودة في هذا التمثيل البياني؟ اثنان

السابق	الحالي	لماذا؟ ▲
لقد قمت بحل معادلات خطية.	في هذه الوحدة، سوف: ▪ تحل المتباينات أحادية ومتعدّدة الخطوات. ▪ تحل المتباينات المركّبة والمتباينات التي تضم قيمة مطلقة. ▪ تحل المتباينات ذات المتغيرين بيانيًا.	**الحيوانات الأليفة** يحتفظ الناس في الولايات المتحدة الأمريكية بحوالي 74 مليون هرّة بمثابة حيواناتٍ أليفة. وتملك نسبة 30% تقريبًا من الأسر في الولايات المتحدة الأمريكية هرّةً واحدة. وقدّ تم تبنّي نسبة 29% من الهررة تقريبًا من الملاجئ.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 282 14/12/2016 03:31:54

الأسئلة الأساسية

- بم تفيد الرموز في علم الرياضيات؟
  الإجابة النموذجية: الرموز تسمح لك بالتعبير عن مفاهيم الرياضيات بشكل موجز.
- ما رموز الرياضيات التي تعرفها؟
  الإجابة النموذجية: الجمع، الطرح، الضرب، القسمة، رمز التساوي، رمز أكبر من، علامة أصغر من، رموز التجميع، رمز pi

الاستعداد للوحدة

تحديد مدى الاستعداد | **لديك خياران للتحقق من المهارات المطلوبة.**

1 خيار الكتاب المدرسي قم بالتدريب السريع أدناه وعد إلى المراجعة السريعة للمساعدة.

تدريب سريع

أوجد قيمة كل تعبير للقيم المذكورة.

1. $3x + y$ إذا كان $x = -4$ و $y = 2$ **−10**
2. $-2m + 3k$ إذا كان $m = -8$ و $k = 3$ **25**
3. **السيارات** يمثل التعبير $\frac{K\ \text{km}}{L\ \text{liters}}$ استهلاك الوقود في سيارة. أوجد نسبة استهلاك الوقود في سيارةٍ تقطع مسافة 175 كيلومترًا يتم فيها حرق 12 لترًا من الوقود. وقرّب الإجابة إلى أقرب جزء من العشرة. **14.6**

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

4. $x - 4 = 9$ **13**
5. $x + 8 = -3$ **−11**
6. $4x = -16$ **−4**
7. $\frac{x}{3} = 7$ **21**
8. $2x + 1 = 9$ **4**
9. $4x - 5 = 15$ **5**
10. $9x + 2 = 3x - 10$ **−2**
11. $3(x - 2) = -2(x + 13)$ **−4**
12. **المعرفة المالية** فتحت خولة حساب توفير بمبلغ AED 325. وهي توفر AED 100 في الشهر. اكتب معادلةً لتحديد كم يكون معها من مال d بعد m شهرًا. **$d = 100m + 325$**

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

13. $|x + 11| = 18$ **{−29, 7}**
14. $|3x - 2| = 16$ $\left\{-\frac{14}{3}, 6\right\}$
15. **الدراسات الاستقصائية** خلال إحدى الدراسات الاستقصائية، اختار 32% من الأشخاص البيتزا لتكون وجبتهم المفضلة. وقد أبلغ أن هامش دقة النتائج هو 2%. فما النسبة المئوية العظمى والصغرى للأشخاص الذين اختاروا البيتزا؟

مراجعة سريعة

مثال 1 **(مستخدم في الدروس من 1-5 إلى 6-5)**

أوجد قيمة $-3x^2 + 4x - 6$ إذا كان $x = -2$.

$-3x^2 + 4x - 6$	التعبير الأصلي
$= -3(-2)^2 + 4(-2) - 6$	عوّض x بـ -2.
$= -3(4) + 4(-2) - 6$	أوجد قيمة القوّة.
$= -12 + (-8) - 6$	اضرب.
$= -26$	اجمع واطرح

مثال 2 **(مستخدم في الدروس من 1-5 إلى 6-5)**

أوجد حلّ $-2(x - 4) = 7x - 19$.

$-2(x - 4) = 7x - 19$	المعادلة الأصلية
$-2x + 8 = 7x - 19$	باستخدام خاصية التوزيع
$-2x + 8 + 2x = 7x - 19 + 2x$	اجمع $2x$ إلى كل طرف
$8 = 9x - 19$	حوّل لأبسط صورة.
$8 + 19 = 9x - 19 + 19$	اجمع 19 إلى كل طرف.
$27 = 9x$	حوّل لأبسط صورة.
$3 = x$	اقسم كل طرف على 3.

مثال 3 **(مستخدم في الدرس 5-5)**

أوجد حلّ $|x - 4| = 9$.

إذا كان $|x - 4| = 9$، فإن $x - 4 = 9$ أو $x - 4 = -9$.

$x - 4 = 9$	أو $x - 4 = -9$
$x - 4 + 4 = 9 + 4$	$-9 + 4\ x - 4 + 4 =$
$x = 13$	$x = -5$

إذًا، مجموعة الحلول هي $\{-5, 13\}$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 283 14/12/2016 03:31:56

مطويات® منظّم الدراسة

مطويات دينا زايك®

الهدف يكتب الطلاب عن الطرق المختلفة التي يمكن حل المتباينات بها كما تم عرضها في دروس هذه الوحدة.

التدريس اطلب من الطلاب إعداد المطويات وتسميتها حسبما هو موضح. ينبغي أن يستخدم الطلاب الأجزاء المناسبة لتدوين ملاحظاتهم ورسوماتهم التخطيطية وأمثلتهم في كل درس من هذه الوحدة.

وقت الاستخدام شجّع الطلاب على إضافة المزيد إلى المطويات أثناء دراسة الوحدة واستخدام تلك المطويات عند المراجعة للاستعداد لاختبار الوحدة.

البدء في هذه الوحدة

سوف تتعلم عدة مفاهيم ومهاراتٍ ومفرداتٍ جديدةٍ أثناء دراستك للوحدة 5. ولكي تستعد، حدّد المفردات المهمّة ونظّم مواردك. قد تحتاج إلى العودة إلى الوحدة 0 لمراجعة المهارات المطلوبة.

مطويات منظّم الدراسة

المتباينات الخطية شكّل المطوية التالية لمساعدتك في تنظيم ملاحظات الوحدة 5 عن المتباينات الخطية. وابدأ بورقة قياسها A4.

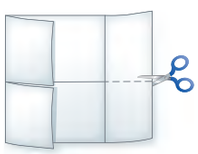
1 **اطوِ** كلا الطرفين بحيث تلتقي حافتاهما في المركز.



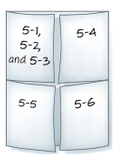
2 **اطوِ** المطوية الناتجة إلى نصفين.



3 **افرد** المطوية وقصّ من الجانبين حتى تبلغ أول خط رأسي.



4 **ضع** تسميةً على الوجه الأمامي لكل طية.



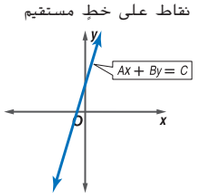
المفردات الجديدة

inequality	المتباينة
set-builder notation	ترميز بناء المجموعة
compound inequality	متباينة مركبة
intersection	تقاطع
union	اتحاد
boundary	حدود
half-plane	نصف مستوى
closed half-plane	نصف مستوى مغلق
open half-plane	نصف مستوى مفتوح

مراجعة المفردات

معادلات متكافئة التي لها الحل نفسه

المعادلة الخطية معادلةٌ من الصيغة $Ax + By = C$. وتمثيلها البياني يتألف من نقاط على خطٍ مستقيم



مجموعة الحلول مجموعة عناصر من مجموعة التعويض وتجعل الجملة المفتوحة صحيحة

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 284 14/12/2016 03:31:57

5-1 حل المتباينات بالجمع والطرح

السابق	الحالي	لماذا؟
• لقد حللت معادلاتٍ باستخدام الجمع والطرح.	1 حل المتباينات الخطية باستخدام الجمع. 2 حل المتباينات الخطية باستخدام الطرح.	• تبيّن البيانات الواردة في الجدول أن الحصّة اليومية الموصى بها من السعرات الحرارية للفتيات اللاتي تتراوح أعمارهن بين 11 و 14 أقل من الحصّة اليومية الموصى بها للفتيات التي تتراوح أعمارهن بين 15و 18.

السعرات الحرارية	
الفتيات بعمر 11-14 عامًا	الفتيات بعمر 15-18 عامًا
1845	2110

المصدر: موقع «فيتال هيلث زون».

$1845 < 2110$

إذا كانت كل واحدة من فتاتين عمر إحداهما 13 عامًا وعمر الأخرى 16 عامًا تتناولان 150 سعرًا حراريًا في اليوم الواحد زيادة عن الحصة المقترحة، فستبقى الفتاة التي عمرها 16 عامًا تتناول كميةً أكبر من السعرات.

$1845 + 150 \stackrel{?}{<} 2110 + 150$

$1995 < 2260$

المفردات الجديدة
- **متباينة** inequality
- **ترميز بناء المجموعة** set-builder notation

ممارسات في الرياضيات
- التفكير بطريقة تجريدية وكمّية.
- استخدام نماذج الرياضيات.

1 حلّ المتباينات بالجمع إن أي جملة مفتوحة تضم الإشارة $<$ أو $>$ أو $\leq$ أو $\geq$ هي **متباينة**. ويوضح المثال الوارد أعلاه خاصية الجمع في المتباينات.

المفهوم الأساسي خاصية الجمع في المتباينات

الشرح إذا أضيف العدد نفسه إلى كلّ طرفٍ من طرفي متباينة صحيحة، فإن المتباينة الناتجة صحيحةٌ أيضًا.

الرموز العبارة التالية صحيحة من أجل جميع الأعداد b و a و c.

1. إذا كان $a > b$، فإن $a + c > b + c$.
2. إذا كان $a < b$، فإن $a + c < b + c$.

تنطبق هذه الخاصية أيضًا بالنسبة لـ $\leq$ و $\geq$.

مثال 1 الحلّ بواسطة الجمع

أوجد حلّ $x - 12 \geq 8$. وتحقّق من حلّك.

المتباينة الأصلية	$x - 12 \geq 8$
اجمع 12 إلى كل طرف.	$x - 12 + 12 \geq 8 + 12$
حوّل لأبسط صورة.	$x \geq 20$

الحلّ هو مجموعة {جميع الأعداد المساوية للعدد 20 أو الأكبر منه}.

التحقق للتحقق، عوّض ثلاث قيم مختلفةٍ في المتباينة الأصلية؛ وهي العدد 20 وعدد أقل من 20 وعدد أكبر من 20.

تمرين موجّه

حلّ كل متباينة مما يلي. وتحقق من حلّك.

1A. $22 > m - 8$ {جميع الأعداد الأكبر أو التي تساوي 5-}

1B. $d - 14 \geq -19$ {جميع الأعداد الأصغر من 30}

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 1-5 حل المعادلات باستخدام الجمع والطرح.

الدرس 1-5 حل المتباينات الخطية باستخدام الجمع والطرح.

بعد الدرس 1-5 حل أنظمة المتباينات.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- إذا أكلت الفتاتان 200 سعر حراري أقل من المعدل اليومي الموصى به، فهل ستتناول الفتاة البالغ عمرها 13 عامًا سعرات حرارية أقل من تلك البالغ عمرها 16 عامًا؟ وضّح السبب.

  نعم، $1,845 - 200 = 1,645$ و $2110 - 200 = 1910$. و $1645 < 1910$.

- إذا تناولت الفتاتان القيمة نفسها من السعرات الحرارية بما يزيد أو يقل عن المعدل اليومي المسموح، فهل من الممكن أن تتناول كلتاهما العدد نفسه من السعرات الحرارية؟ وضّح السبب.

  لا. فالتباين بين المعدلين اليومي المسموح بهما لم يتغير بجمع أو طرح القدر نفسه من كل طرف.

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 285 14/12/2016 03:32:00

1 حل المتباينات باستخدام الجمع

المثال 1 يوضح كيفية حل متباينة خطية عن طريق استخدام خاصية الجمع في المتباينات.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الموجهة الموجودة بعد كل مثال للوقوف على استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 حل $c - 12 > 65$. تحقق من حلك. $c > 77$ أو {كل الأعداد أكبر من 77}

2 حل المتباينات باستخدام الطرح

المثال 2 يوضح كيفية حل متباينة خطية باستخدام خاصية الطرح في المتباينات.

المثال 3 يوضح كيفية حل متباينة خطية وتمثيلها بيانيًا عن طريق المتغيرات الموجودة على كل طرف. **المثال 4** يوضح كيفية كتابة وحل متباينة خطية لمسألة من الحياة اليومية.

مثال إضافي

2 **تمرين على الاختبار المعياري**
حل المتباينة $x + 23 < 14$.

A $\{x \mid x < -9\}$ C $\{x \mid x > -9\}$

B $\{x \mid x < 37\}$ D $\{x \mid x > 39\}$

A

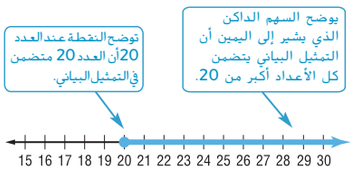
نصائح للمعلمين الجدد

ترميز بناء المجموعة تعد قراءة ترميز بناء المجموعة أمرًا جديدًا بالنسبة إلى الطلاب. فامنحهم فرصًا للتمرين على قراءة المجموعات بصوت عالٍ.

ثمة طريقةٌ أكثر إيجازًا لكتابة الحل، وتتمثل في استخدام **ترميز بناء المجموعة**. ووفق ترميز بناء المجموعة، مجموعة الحلول في المثال 1 هي $\{x \mid x \geq 20\}$.

يمكن تمثيل مجموعة الحلول هذه بيانيًا على مستقيم الأعداد. تحقّق إن كان رمز النقطة الطرفية على التمثيل البياني لمتباينةٍ دائرةً أو نقطة. فإن لم تكن تلك النقطة الطرفية محتواةً في التمثيل البياني، استخدم دائرة. وإلا استخدم نقطة.

قراءة في الرياضيات
ترميز بناء المجموعة
$\{x \mid x \geq 20\}$ تُقرأ على أنها مجموعة جميع الأعداد x بحيث x أكبر أو تساوي 20.



2 حلّ المتباينات بالطرح

يمكن استخدام الطرح أيضًا لحل المتباينات.

المفهوم الأساسي خاصية الطرح في المتباينات

الشرح إذا طُرح العدد نفسه من كلّ طرفٍ من طرفي متباينة صحيحة، فإن المتباينة الناتجة صحيحةٌ أيضًا.

الرموز العبارة التالية صحيحة من أجل جميع الأعداد b و a و c.
1. إذا كان $a > b$، فإن $a - c > b - c$.
2. إذا كان $a < b$، فإن $a - c < b - c$.

تنطبق هذه الخاصية أيضًا بالنسبة لـ ≤ و ≥.

نصيحة عند حل الاختبار
عزل المتغير يتمثل الهدف عند حل المتباينات في عزل المتغير الموجود في إحدى طرفي المتباينة. وتماثل طريقة عزل المتغير في المتباينات طريقة عزله عند حل المعادلات.

مثال 2 على الاختبار المعياري الحلّ بواسطة الطرح

أوجد حلّ $m + 19 > 56$.

A $\{m \mid m < 41\}$ B $\{m \mid m < 37\}$ C $\{m \mid m > 37\}$ D $\{m \mid m > 41\}$

قراءة فقرة الاختبار

يتعين عليك إيجاد مجموعة حلول المتباينة.

حل فقرة الاختبار

الخطوة 1 أوجد حل المتباينة.

$m + 19 > 56$	المتباينة الأصلية
$m + 19 - 19 > 56 - 19$	اطرح 19 من كل طرف.
$m > 37$	حوّل لأبسط صورة.

الخطوة 2 اكتب وفق ترميز بناء المجموعة: $\{m \mid m > 37\}$. الإجابة هي C.

تمرين موجّه

2. أوجد حلّ $p + 8 \leq 18$. **G**

F $\{p \mid p \geq 10\}$ G $\{p \mid p \leq 10\}$ H $\{p \mid p \leq 26\}$ J $\{p \mid p \geq 126\}$

McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة

نصائح للمعلمين الجدد

التفكير المنطقي انصح الطلاب بأن معادلة مثل $x = 5$ يمكن كتابتها بالصورة التالية $5 = x$ وهذا بسبب خاصية التماثل في المعادلة. ولكن متباينة مثل $y > 3$ لا يمكن كتابتها بالصورة التالية $3 > y$. ذكّر الطلاب بأن علامة التباين تشير دائمًا إلى القيمة الأقل، ومن ثمّ في المتباينة $y > 3$ لا بد وأن تتم كتابة التعبير على النحو التالي $y < 3$ إذا كانت y موجودة على الطرف الأيسر من المتباينة.

المتابعة

لقد استكشف الطلاب القيم المطلقة.

اطرح السؤال التالي:

- لماذا من الضروري أن تفهم ما تعبر عنه الرموز في جملة الرياضيات؟ الإجابة النموذجية: إن لم تكن متأكدًا مما تعبر عنه الرموز، فقد لا تحوّل التعبير الكلامي إلى التعبير الجبري الصحيح.

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 286 14/12/2016 03:32:02

إن الحدود التي تمثّل ثوابت ليست فقط الحدود القابلة للطرح. بل يمكن أيضًا طرح الحدود ذات المتغيرات من كل طرفٍ لحلّ المتباينات.

نصيحة دراسية

كتابة المتباينات إن تحويل المتباينة لأبسط صورة بحيث يقع المتغير على الطرف الأيسر. كما في المتباينة $a \geq 6$، يهيّئك لكتابة الحلّ وفق ترميز بناء المجموعة.

مثال 3 المتغيرات عند كل طرف

أوجد حلّ $4a + 6 \leq 3a$. ثمّ مثّل بيانيًا مجموعة الحلول على مستقيم الأعداد.

$3a + 6 \leq 4a$	المتباينة الأصلية
$3a - 3a + 6 \leq 4a - 3a$	اطرح $3a$ من كل طرف.
$6 \leq a$	حوّل لأبسط صورة.

بما أنّ $a \geq 6$ تماثل $6 \leq a$، فمجموعة الحلول هي $\{a \mid a \geq 6\}$.



تمرين موجّه 3A–3B. انظر الهامش.

أوجد حلّ كلّ متباينةٍ مما يلي. ثم مثل مجموعة الحلول بيانيًا على مستقيم الأعداد.

3A. $9n - 1 < 10n$ **3B.** $5h \leq 12 + 4h$

يمكن حلّ المسائل الكلامية التي تضمّ عباراتٍ مثل *أكبر من* أو *أو أصغر من* عبر استخدام المتباينات. ويوضح الجدول بعض العبارات الأخرى التي تشير إلى متباينات.

ملخص المفهوم عبارات خاصة بالمتباينات

$>$	$<$	$\geq$	$\leq$
أصغر من أقل من	أكبر من أكثر من	على الأكثر. لا يزيد عن. أقل أو يساوي	على الأقل. ليس أقل من. أكبر أو يساوي

مثال 4 من الحياة اليومية استخدام المتباينات لحلّ المسائل

الحيوانات الأليفة يحتاج جمال أن تكون درجة حرارة منطقة استرخاء وزغ النمر خاصّته على الأقل 28°C. وتساوي درجة حرارة منطقة الاسترخاء في الوقت الحالي 19.5°C. فكم درجةً إضافيةً ينبغي أن تزيد درجة حرارة منطقة الاسترخاء؟

الشرح درجة الحرارة الحالية تحتاج أن تكون على الأقل 28°C

المتغير ليكن t = عدد الدرجات التي ينبغي رفع الحرارة بها.

المتباينة $19.5 + t$ $\geq$ 28

$19.5 + t \geq 82$	المتباينة الأصلية
$19.5 + t - 19.5 \geq 28 - 19.5$	اطرح 19.5 من كل طرف.
$t \geq 8.5$	حوّل لأبسط صورة.

يحتاج جمال إلى رفع درجة الحرارة بمقدار 8.5°C أو أكثر.



الربط بالحياة اليومية

يكون وزغ النمر في العادة أصفر وأبيض اللون مع وجود بقع سوداء على جسده. وهو حيوانٌ ينشط في الليل ومن السّهل تدجينه. كما لا يوجد لحم أسفل أصابعها كحيوانات الوزغ الأخرى، ولذلك لا يستطيع التسلّق.

المصدر: موقع «غرائب الحيوانات الأليفة».

تمرين موجّه

4. التسوّق لدى سالم مبلغ AED 65 لينفقه في المجمّع التجاري. وقد اشترى قميصًا بـ AED 18 وحزامًا بـ AED 14. فإذا أراد سالم شراء بنطال جينز، فكم يمكن أن ينفق؟
ليس أكثر من AED 33

التدريس المتمايز AL

إذا كان الطلاب يواجهون صعوبة في فهم بعض العبارات المستخدمة للإشارة إلى المتباينات، مثل كحد *أقصى* أو *ليس أقل من*،

إذًا اطلب من الطلاب العمل في ثنائيات أو مجموعات لكتابة مسائل كلامية مستخدمين العبارات. واطلب منهم كتابة متباينات للتعبير عن مواقف المسألة.

أمثلة إضافية

3 حل $13n \leq 12n - 4$. مثّل مجموعة الحل بيانيًا. $\{n \mid n \geq -4\}$



4 تسلية ومتعة تريد آمنة شراء تذاكر موسمية لحديقتين. إذا كانت تكلفة التذكرة الموسمية الواحدة هي AED 54.99 وكان مع آمنة AED 100 لتنفقها على التذكرتين، فما المبلغ الذي لا بد وألا تتجاوزه التذكرة الموسمية الثانية؟ يجب ألا تتجاوز التذكرة الموسمية الثانية مبلغًا وقدره AED 45.01.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوحة البيضاء التفاعلية اعرض خط أعداد على اللوحة. قدّم تمارين عدة للصف واختر طلابًا ليتقدموا إلى اللوحة ويعبروا بالتمثيل البياني عن حلولهم على خط الأعداد على اللوحة.

التركيز على محتوى الرياضيات

الحصول على المتباينات المتكافئة

يمكنك استبدال أي طرف من المتباينة بتعبير مكافيء لهذا الطرف. على سبيل المثال، المتباينة $2(3 + x) > 5$ تساوي المتباينة $2x + 6 > 5$. يمكنك أيضًا جمع (أو طرح) العدد الحقيقي نفسه مع (أو من) كل طرف من المتباينة.

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 11 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية (تمرين موجّه)

3A. $\{n \mid n > -1\}$



3B. $\{h \mid h \leq 12\}$



حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 287 14/12/2016 03:32:04

تدريس الممارسات في الرياضيات

التصميم يمكن للطلاب البارعين في الرياضيات أن يطبقوا مفاهيم الرياضيات التي يعرفونها لحل المسائل التي يواجهونها في الحياة اليومية والمجتمع والعمل. شجّع الطلاب على ربط المسائل الموجودة في النص بخبراتهم وتجاربهم.

الاستنتاج يمكن للطلاب البارعين في الرياضيات أن يستخدموا مختلف خواص العمليات بمرونة. في التمارين من 46 إلى 51، وضّح أنه بدلاً من فصل المتغير، يجب عليهم تطبيق خواص المتباينات لتحويل المتباينة بطريقة مختلفة.

إجابات إضافية

1. $\{x \mid x > 10\}$



2. $\{y \mid y \leq -2\}$



3. $\{g \mid g < -4\}$



4. $\{p \mid p \geq 7\}$



5. $\{n \mid n < 11\}$



6. $\{k \mid k > -29\}$



7. $\{r \mid r > 6\}$



8. $\{n \mid n \geq -3\}$



35. الإجابة النموذجية: لنقل إن $n =$ عدد المراهقين على الإنترنت الذين لا يستخدمون الإنترنت في المدرسة بالملايين. $\{n \mid n > 5\}$؛ $n > 21 - 16$؛ هناك 5 ملايين مراهق على الأقل يستخدمون الإنترنت، ولكن ليس في المدرسة.

36. الإجابة النموذجية: لنقل أن $n =$ العدد الأصلي للأغاني. $\{n \mid n > 41\}$؛ $n + 20 > 61$؛ هناك في الأساس أكثر من 41 أغنية على مشغل الأغاني.

التحقق من فهمك

الأمثلة 1–3 أوجد حلّ كلّ متباينةٍ مما يلي. ثم مثّل مجموعة الحلول بيانيًا على مستقيم الأعداد. **8–1. انظر الهامش.**

1. $x - 3 > 7$
2. $5 \geq 7 + y$
3. $g + 6 < 2$
4. $11 \leq p + 4$
5. $10 > n - 1$
6. $k + 24 > -5$
7. $8r + 6 < 9r$
8. $8n \geq 7n - 3$

10. **الإجابة النموذجية: ليكن $n =$ العدد، $3 + n < 2n$؛ $\{n \mid n > 3\}$.**

مثال 4 عرّف متغيرًا واكتب متباينةً وأوجد حلّ كلّ مسألة مما يلي. وتحقق من حلّك.

9. إذا أخذنا مثلي عددٍ وأضفنا إليهما 4 نحصل على عددٍ يزيد عن العدد الأصلي بـ 10 على الأقل.
10. ثلاثة مضافة إلى عدد أصغر من مثلي ذلك العدد. **الإجابة النموذجية: ليكن $n =$ العدد، $2n + 4 \geq n + 10$؛ $\{n \mid n \geq 6\}$.**
11. **التسلية** تتحرك أرجوحةٌ براكبيها جيئةً وذهابًا. ليزداد ارتفاعها رويدًا رويدًا كلّ مرةٍ حتى يبلغ 37 مترًا. افترض أن ارتفاع الأرجوحة بعد 30 ثانية كان يساوي 15 مترًا. فكم سيزيد ارتفاع حركة الأرجوحة؟ **ليس أكثر من 22 m**

التمرين وحل المسائل

الأمثلة 1–3 أوجد حلّ كلّ متباينةٍ مما يلي. ثم مثّل مجموعة الحلول بيانيًا على مستقيم الأعداد. **29–12. انظر ملحق إجابات الوحدة 5.**

12. $m - 4 < 3$
13. $p - 6 \geq 3$
14. $r - 8 \leq 7$
15. $t - 3 > -8$
16. $b + 2 \geq 4$
17. $13 > 18 + r$
18. $5 + c \leq 1$
19. $-23 \geq q - 30$
20. $11 + m \geq 15$
21. $h - 26 < 4$
22. $8 \leq r - 14$
23. $-7 > 20 + c$
24. $2a \leq -4 + a$
25. $z + 4 \geq 2z$
26. $w - 5 \leq 2w$
27. $3y + 6 \leq 2y$
28. $6x + 5 \geq 7x$
29. $-9 + 2a < 3a$

34. **الإجابة النموذجية: ليكن $b =$ مبلغ المال الذي لا تزال تحتاج إليه هداية؛ $b + 1300 \geq 5440$؛ $\{b \mid b \geq 4140\}$؛ تحتاج هداية أن تجمع على الأقل AED 4140.**

مثال 4 عرّف متغيرًا واكتب متباينةً وأوجد حلّ كلّ مسألة مما يلي. وتحقق من حلّك. **33–30. الإجابات النموذجية معطاة.**

30. مثلا عدد أكبر من مجموع ذلك العدد مع 9. **ليكن $n =$ العدد، $2n > n + 9$؛ $\{n \mid n > 9\}$.**
31. مجموع مثلي عددٍ مع 5 يعطي على الأكثر 3 ناقصًا ذلك العدد. **ليكن $n =$ العدد، $2n + 5 \leq n - 3$؛ $\{n \mid n \leq -8\}$.**
32. مجموع ثلاثة أمثال عددٍ مع العدد 4− يعطي على الأقل مثلي العدد زائد 8. **ليكن $n =$ العدد، $3n + (-4) \geq 2n + 8$؛ $\{n \mid n \geq 12\}$.**
33. ستة أمثال عدد ناقص 8 أقل من خمسة أمثال العدد زائد 21. **ليكن $n =$ العدد، $6n - 8 < 5n + 21$؛ $\{n \mid n < 29\}$.**

تمثيل النماذج عرّف متغيرًا واكتب متباينةً وأوجد حلّ كلّ مسألة مما يلي. ثمّ فسّر حلّك.

34. **المعرفة المالية** تجالس هداية الأطفال مقابل AED 8 في الساعة بغية جني المال لشراء سيارة. وقد ادّخرت حتى الآن مبلغ AED 1300. يبلغ سعر السيارة التي تودّ هداية شراءها على الأقل AED 5440. فكم يتبقّى على هداية أن تجمع كي تشتري السيارة؟

35. **التكنولوجيا** أشارت دراسة استقصائية جرت حديثًا إلى أن أكثر من 21 مليون شخص بين عمر 12 و 17 عامًا يستخدمون الإنترنت. ومن بين هؤلاء، قال 16 مليونًا إنهم يستخدمون الإنترنت في المدرسة. فكم عدد المراهقين الذين يلجون إلى شبكة الإنترنت ولكن ليس من المدرسة؟ **انظر الهامش.**

B 36. **الموسيقى** أضاف منسّق الأغاني 20 أغنية إضافية إلى مشغل الوسائط الرقميّة لديه، ليصبح مجموع الأغاني 61. فكم عدد الأغاني التي كانت في الأصل على المشغّل؟ **انظر الهامش.**

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	12–35, 52, 54–81	13–35 ,فردي 57–60	12–34 ,زوجي 52, 54–56, 61–81
OL أساسي	13–35 ,فردي 36–40, 52, فردي 41–51, 54–81	12–35, 57–60	36–52, 54–56, 61–81
BL متقدم	(اختياري: 73–36, (74–81		

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 288 14/12/2016 03:32:09

37. درجة الحرارة زادت درجة الحرارة في مسبح بمقدار 4°C في هذا الصباح. ودرجة الحرارة الآن أقل من 31°C. فكم كانت درجة حرارة الماء هذا الصباح؟ **انظر ملحق إجابات الوحدة 5.**

38. كرة السلة هدف إحدى اللاعبات تسجيل 150 نقطة خلال هذا الموسم. وقد سجلت حتى الآن 123 نقطة. فإذا كانت تتبقى مباراةٌ واحدةٌ فقط، فكم عدد النقاط التي عليها تسجيلها لتبلغ هدفها؟ **انظر ملحق إجابات الوحدة 5.**

39. المنتجعات الصحية تلقّت هالة بطاقةً مجانيةً قيمتها AED 75 لتلقّي العناية في منتجع صحي محلّي نهاري. وهي تخطط لقصّ شعرها وصباغة أظافرها. فكم سيتبقى من المال في بطاقتها بعد الزيارة؟

الخدمة	التكلفة (AED)
قص الشعر	على الأقل 32
صباغة الأظافر	على الأقل 26

40. العمل التطوّعي يعلم عبد العزيز أنه يستطيع أن يشارك في عملٍ طوعي لمدةٍ أقصاها 25 ساعة في الأسبوع. فإذا كان قد تطوّع للتوّ للعمل وفق الأزمنة المسجّلة على اليسار، فكم من الوقت يستطيع أن يفرده إضافةً إلى ذلك للعمل الطوعي هذا الأسبوع؟

المركز	الزمن (بالساعة)
الملجأ	3 h و 15 min
المطبخ	2 h و 20 min

أوجد حل كل متباينة مما يلي. وتحقق من حلّك، ومثّله بيانيًا على مستقيم الأعداد.

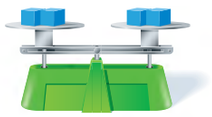
41. $c + (-1.4) \geq 2.3$

42. $9.1g + 4.5 < 10.1g$

43. $k + \frac{3}{4} > \frac{1}{3}$

44. $\frac{3}{2}p - \frac{2}{3} \leq \frac{4}{9} + \frac{1}{2}p$

45. التمثيلات المتعددة سوف تستكشف في هذه المسألة عمليتي الضرب والقسمة في المتباينات.



a. هندسيًا افترض أن ميزانًا يضمّ 12 كيلوجرامًا على كفّته اليسرى و 18 كيلوجرامًا على كفّته اليمنى. ارسم صورةً تمثل هذه الحالة. **انظر ملحق إجابات الوحدة 5.**

b. عدديًا عددي اكتب متباينةً تمثل الحالة. **a–2d**

c. جدوليًا أنشئ جدولاً يعرض نتيجة الزيادة ضعفين وثلاثة أضعاف وأربعة أضعاف للوزن الموجود على كلّ كفّة من الميزان. وأنشئ جدولاً ثانيًا يعرض نتائج إنقاص الوزن في كلّ كفّة من الميزان بمعامل قدره $\frac{1}{2}$ أو $\frac{1}{3}$ أو $\frac{1}{4}$. اشتمل على عمودٍ في كل جدولٍ لتدوين المتباينة التي تمثل كل حالة.

d. كلاميًا صف أثر ضرب كلٍ من طرفي المتباينة أو قسمته على العدد الموجب نفسه على المتباينة.

الاستنتاج إذا كان $m + 7 \geq 24$، إذًا أكمل كل متباينة مما يلي.

46. $m \geq$? 17

47. $m +$? ≥ 27 10

48. $m - 5 \geq$? 12

49. $m -$? ≥ 14 3

50. $m - 19 \geq$? -2

51. $m +$? ≤ 43 26

52. في كلا التمثيلين البيانيين، الخطّ مغيّق حتى يسار العدد 4. وفي التمثيل البياني لـ $a < 4$، هناك دائرةٌ عند العدد 4 للإشارة إلى أن العدد 4 ليس محتوىً في التمثيل البياني. وفي التمثيل البياني لـ $a \leq 4$، هناك نقطةٌ عند العدد 4 للإشارة إلى أنّه محتوىً في التمثيل البياني.

مسائل التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

52. الاستنتاج قارب وقابل التمثيلين البيانيين لـ $a < 4$ و $a \leq 4$.

53. تحدٍّ افترض أن $d + \frac{1}{3} > b$ و $c + 1 < a - 4$ و $d + \frac{5}{8} > a + 2$. رتّب a و b و c و d من الأصغر إلى الأكبر. $c < a < d < b$

54. مسألة غير محددة الإجابة اكتب ثلاث متباينات خطية تكافؤ $y < -3$. **انظر ملحق إجابات الوحدة 5.**

55. الكتابة في الرياضيات لخّص عملية حلّ المتباينات الخطية وتمثيلها بيانيًا. **انظر ملحق إجابات الوحدة 5.**

56. الكتابة في الرياضيات اشرح السبب في أن للمتباينة $x - 2 > 5$ مجموعة الحلول نفسها للمتباينة $x > 7$. **انظر ملحق إجابات الوحدة 5.**

39. الإجابة النموذجية: ليكن $m =$ مبلغ المال المتبقي في بطاقة الهدية؛ $m + 26 + 32 \leq 75$؛ $\{m \mid m \leq 17\}$؛ لن يتبقى أكثر من AED 17 في بطاقة الهدية.

40. الإجابة النموذجية: ليكن $t =$ الزمن المتبقي بالساعات $3\frac{1}{4} + 2\frac{1}{3} + t \leq 25$؛ $\left\{t \mid t \leq 19\frac{5}{12}\right\}$ الزمن المتبقي على الأكثر هو 19 h 25 min.

التمثيلات المتعددة

في التمرين 45، يستخدم الطلاب دفتر رسم هندسي ومتباينة خطية وجدول قيم وتحليلاً كلاميًا لتوضيح مدى تأثر المتباينات بضرب أو قسمة كل طرف في القيمة نفسها.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

289

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 289 14/12/2016 03:32:11

نصائح للمعلمين الجدد

التحقق من الحلول يجب على الطلاب دائمًا أن يتحققوا من حلولهم، ولكن غالبًا ما يتجاهلون تلك الخطوة نتيجة لاستعجالهم لإنهاء الواجبات المخصصة لهم. ذكّر الطلاب بأن التحقق من حلولهم يعد أمرًا مهمًا للغاية مع المتباينات لأن اتجاه رمز المتباينة غالبًا ما يتغير عند كتابة الحلول في صورة ترميز بناء المجموعات.

4 التقويم

الكرة البلورية اطلب من الطلاب كتابة كيفية الربط بين درس اليوم والدرس السابق حول حل المتباينات باستخدام الضرب والقسمة.

تمرين على الاختبار المعياري

57. أي معادلةٍ مما يلي تمثّل العلاقة المبيّنة؟ C

y	x
1	1
9	2
17	3
25	4
33	5
41	6

A $y = 7x - 8$
B $y = 7x + 8$
C $y = 8x - 7$
D $y = 8x + 7$

58. ما مجموعة حلول المتباينة $7x < 5 + 7$؟ H

F $\{x | x < 2\}$
G $\{x | x > 2\}$
H $\{x | x < -2\}$
J $\{x | x > -2\}$

59. لدى مازن AED 3 زيادة عن $\frac{1}{4}$ من عدد الدراهم التي بحوزة حمد. فأي تعبيرٍ مما يلي يمثل مبلغ المال الذي بحوزه مازن؟ B

A $3\left(\frac{1}{4}k\right)$
B $\frac{1}{4}k + 3$
C $3 - \frac{1}{4}k$
D $\frac{1}{4} + 3k$

60. إجابة شبكية بلغ متوسط درجات 10 طلابٍ في الامتحان النهائي لمادة الكيمياء 178 درجة. ولكن المعلّم ارتكب خطأً وسجّل علامة أحد الطلاب على أنها أقل بعشر درجاتٍ من الدرجة الأصلية. فكم ينبغي أن يساوي متوسط الدرجات حينها؟

179

مراجعة شاملة

أوجد معكوس كل دالة مما يلي.

61. $f(x) = 7x - 28$ $f(x)^{-1} = \frac{1}{7}x + 4$

62. $f(x) = \frac{2}{5}x + 12$ $f(x)^{-1} = \frac{5}{2}x - 30$

63. $f(x) = -\frac{1}{3}x - 8$ $f(x)^{-1} = -3x - 24$

64. $f(x) = 12x + 16$ $f(x)^{-1} = \frac{1}{12}x - \frac{4}{3}$

اكتب صيغة الميل والقاطع لمعادلة مستقيمٍ يمرّ من خلال النقطة المعطاة ويتعامد مع التمثيل البياني لكل معادلةٍ مما يلي.

65. $(-2, 0)$, $y = x - 6$ $y = -x - 2$

66. $(-3, 1)$, $y = -3x + 7$ $y = \frac{1}{3}x + 2$

67. $(1, -3)$, $y = \frac{1}{2}x + 4$ $y = -2x - 1$

68. $(-2, 7)$, $2x - 5y = 3$ $y = -\frac{5}{2}x + 2$

69. السفر رحلةٍ بحريةٍ في جزيرة هاواي، يعطى كل راكبٍ طوقًا. حيث يوزّع أحد أعضاء طاقم السفينة 3 أطواقٍ حمراء و 3 زرقاء و 3 خضراء بالترتيب. فإذا تكرّر نمط توزيع الأطواق هذا على التوالي، فما لون الطوق الذي سيأخذه الراكب الخمسون؟ أزرق

أوجد الحدّ النوني n في كل متتالية حسابية موصوفة مما يلي.

70. $a_1 = 52$, $d = 12$, $n = 102$ 1264

71. $-9, -7, -5, -3, \ldots$ من أجل $n = 18$ 25

72. $0.5, 1, 1.5, 2, \ldots$ من أجل $n = 50$ 25

73. الأعمال ارجع إلى البطاقة الزمنية المعروضة. واكتب معادلة تغير طردي تربط الأجر المقدّم إليك بعدد ساعات العمل التي تؤديها وأوجد الأجر الذي تستحقه إذا عملت مدة 30 ساعة.

$y = 7x$; AED 210

البطاقة الزمنية الأسبوعية

اليوم	الساعات
الخميس	2.0
السبت	3.5
الأحد	2.0
إجمالي عدد الساعات	7.5
الأجر	AED 7.5

مراجعة المهارات

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

74. $8y = 56$ 7

75. $4p = -120$ −30

76. $-3a = -21$ 7

77. $2c = \frac{1}{5}$ $\frac{1}{10}$

78. $\frac{r}{2} = 21$ 42

79. $-\frac{3}{4}s = -12$ 16

80. $\frac{2}{5}w = -4$ −10

81. $-6x = \frac{2}{3}$ $-\frac{1}{9}$

التدريس المتمايز OL BL

التوسع اكتب هذه المتباينات الخطية الثلاث على اللوحة:

$y > 3$ $\quad y + 1 > 4$ $\quad 5 < y + 2$

اطلب من الطلاب حل كل متباينة خطية ومقارنة حلولهم. اطلب منهم صياغة ثلاث متباينات خطية أخرى تساوي $y > 3$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 290 14/12/2016 03:32:12

5-2 مختبر الجبر: حل المتباينات

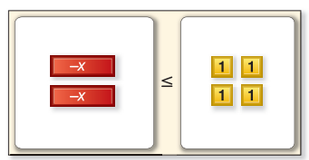
الاستكشاف

يمكنك استخدام القطع الجبرية لحل المتباينات.

النشاط حل المتباينات

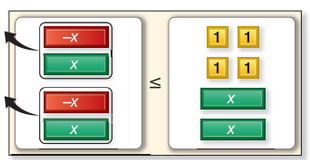
أوجد حلّ $4 \le 2x-$.

الخطوة 1 استخدم أوراق ملاحظاتٍ ذاتية الالتصاق لتغطية إشارات المساواة على نموذج المعادلات. ثمّ اكتب رمز $\ge$ على ورقة الملاحظات التي ألصقتها. ومثّل المتباينة.



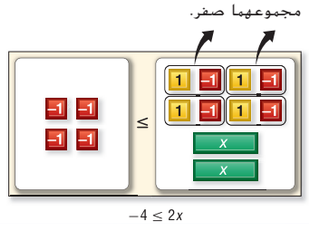
$-2x \le 4$

الخطوة 2 بما أنك لا تريد الحلّ لإيجاد قطعة x سالبة. اختزل قطع x السالبة عبر إضافة قطعتيx سالبتين إلى كل طرف. تخلّص من كلّ عددين مجموعهما صفر.



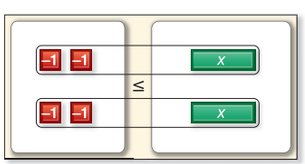
$-2x + 2x \le 4 + 2x$

الخطوة 3 أضف 4 قطع سالبة من ذوات العدد 1 إلى كل طرف لعزل القطع x. تخلّص من كلّ عددين مجموعهما صفر.



$-4 \le 2x$

الخطوة 4 افصل القطع إلى مجموعتين.



$-2 \le x$ or $x \ge -2$

التمثيل والتحليل

استخدم القطع الجبرية لحل كل متباينة مما يلي.

1. $-3x < 9$ $\{x \mid x > -3\}$
2. $-4x > -4$ $\{x \mid x < 1\}$
3. $-5x \ge 15$ $\{x \mid x \le -3\}$
4. $-6x \le -12$ $\{x \mid x \ge 2\}$
5. في التمارين 4-1، هل معامل كل x في كل متباينة موجب أم سالب؟ **سالب**
6. قارن رموز المتباينات ومواضع المتغير في التمارين 4-1 مع مقابلاتها في الحل. ما الذي تجده؟انظر ملحق إجابات الوحدة 5. **انظر ملحق إجابات الوحدة 5.**
7. مثّل الحلّ من أجل $12 \le 3x$. ما وجه اختلاف ذلك عن حلّ $12 \le 3x-$؟
8. اكتب قاعدةً لحلّ متباينات تنضوي على عمليتي الضرب والقسمة. (تلميح: تذكّر أن القسمة على عددٍ هي نفسها الضرب بمعكوسه الضربي.) **انظر ملحق إجابات الوحدة 5.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

الهدف استخدام قطع جبرية لتمثيل حل المتباينات.

المواد الخاصة لكل مجموعة

- قطع جبرية، نماذج المعادلات
- أوراق ملاحظات ذاتية اللصق

وسائل تعليمية يدوية سهلة الاستخدام

تدريس الجبر بواسطة الوسائل التعليمية اليدوية، مثل:

- القطع الجبرية، pp. 10-11
- نموذج المعادلة، p. 16

نصيحة للتدريس اطلب من الطلاب استخدام أوراق الملاحظات ذاتية اللصق لتغطي علامة التساوي الموجودة في نموذج المعادلة. اكتب الرمز $\le$ على ورقة الملاحظات. سيسمح هذا الأمر للطلاب بالتعبير عن المتباينات عن طريق استخدام نموذج المعادلة والقطع الجبرية.

2 التدريس

العمل في مجموعات متعاونة

قسّم الطلاب إلى مجموعات متنوعة القدرات من اثنين أو ثلاثة طلاب. واطلب من المجموعات إكمال النشاطين 1 و 2.

- تأكد من أن علامة التباين الموجودة على ورقة الملاحظات ذاتية اللصق تشير إلى الاتجاه الصحيح بحيث تتطابق مع المتباينة.
- حالما يفصل الطلاب قطع *x*، ذكرهم بأن يفصلوا قطع 1 إلى مجموعات متساوية بحيث تتوافق مع عدد قطع *x*.
- إذا كانت قطع × تنتهي على الطرف الأيمن من المتباينة، فقد يقوم الطلاب بتدوير النموذج 180 درجة ليقرءوا المتباينة في وجود المتغير على الطرف الأيسر.

تمرين اطلب من الطلاب إتمام التمارين من 3 إلى 8.

من العملي إلى النظري

يطلب التمرين 8 من الطلاب تعميم ما حدث للمتباينة عند الضرب في أو القسمة على أعداد موجبة أو أعداد سالبة.

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمرينين 5 و 6 لتقويم مدى استيعاب الطلاب لأنهم عندما يقوموا بضرب أو قسمة كلا طرفي المتباينة في عدد سالب، فإن اتجاه علامة المتباينة يتغير.

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 291 14/12/2016 03:32:14

5-2 حل المتباينات بالضرب والقسمة



السابق	الحالي	لماذا؟
• لقد حللت معادلاتٍ باستخدام الضرب والقسمة.	1 حل المتباينات الخطية باستخدام الضرب. 2 حل المتباينات الخطية باستخدام القسمة.	• تلقّى ناصر بطاقة هديةٍ لتنزيل ما قيمته 20 AED من الموسيقى. فإذا كانت كلفة كل عملية تنزيل 0.89 AED، فيمكن تمثيل عدد مرات التنزيل التي يستطيع شراءها بالدالة $0.89d \leq 20$.

ممارسات في الرياضيات
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.
مراعاة الدقة.

1 حلّ المتباينات بالضرب إذا ضربت كل طرفٍ من متباينةٍ بعددٍ موجب، فإن المتباينة تبقى صحيحة.

$4 > 2$	المتباينة الأصلية
$4(3) \stackrel{?}{>} 2(3)$	بضرب كل طرف بـ 3.
$12 > 6$	بالتحويل لأبسط صورة.

لاحظ أن اتجاه المتباينة يبقى نفسه.

إذا ضربت كل طرف من طرفي متباينة بعددٍ سالب، يتغيّر اتجاه رمز المتباينة.

$7 < 9$	المتباينة الأصلية
$7(-2) \stackrel{?}{>} 9(-2)$	بضرب كل طرف بـ -2.
$-14 > -18$	بالتحويل لأبسط صورة.

تؤكد الأمثلة التالية **خاصية الضرب في المتباينات**.

المفهوم الأساسي خاصية الضرب في المتباينات

الشرح	الرموز	أمثلة
إذا ضُرب طرفا متباينةٍ صحيحةٍ بعددٍ موجب، فالمتباينة الناتجة صحيحةٌ أيضًا.	لأي عددين حقيقيين a وb وأي عدد حقيقي موجب c، إذا كان $a > b$، فإن $ac > bc$. وإذا كان $a < b$، فإن $ac < bc$.	$6 > 3.5$ $6(2) > 3.5(2)$ $12 > 7$ و $2.1 < 5$ $2.1(0.5) < 5(0.5)$ $1.05 < 2.5$
إذا ضُرب طرفا متباينةٍ صحيحةٍ بعددٍ سالب، تُعكس إشارة المتباينة لجعل المتباينة الناتجة صحيحة أيضًا.	لأي عددين حقيقيينa و b وأي عدد حقيقي سالب c، إذا كان $a > b$، إذًا $ac < bc$. وإذا كان $a < b$، فإن $ac > bc$.	$7 > 4.5$ $7(-3) < 4.5(-3)$ $-21 < -13.5$ و $3.1 < 5.2$ $3.1(-4) > 5.2(-4)$ $-12.4 > -20.8$

وتنطبق هذه الخاصية أيضًا على المتباينات التي تتضمن الرمزين $\geq$ و $\leq$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 2-5 حل المعادلات باستخدام الضرب والقسمة.

الدرس 2-5 حل المتباينات الخطية باستخدام الضرب. حل المتباينات الخطية باستخدام القسمة.

بعد الدرس 2-5 حل أنظمة المتباينات.

2 التدريس

أسئلة الدعائم التعليمية

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- في المتباينة $0.89d \leq 20$، ما الذي يعبر عنه المتغير d؟ عدد المقاطع الموسيقية التي تم تنزيلها
- لماذا تم استخدام رمز التباين "$\leq$" للتعبير عن الموقف؟ يمتلك ناصر 20 AED لينفقها، ومن ثَمّ، لا بد وأن يكون ناتج ضرب تكلفة تنزيلات المقطوعات الموسيقية في عدد المقطوعات التي تم تنزيلها أقل من أو يساوي 20 AED.
- ما العملية التي يمكن إجراؤها للحصول على متغير على طرف من طرفي المتباينة؟ قسمة كل طرف على 0.89

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 292 14/12/2016 03:32:19

مثال 1 من الحياة اليومية كتابة متباينة وحلّها

الدراسات الاستقصائية **من بين الطلاب الذين استطلعت آراؤهم في مدرسة السعادة الثانوية، قال أقل من أربعةٍ وثمانين طالبًا إنهم لم يسبق أن اشتروا أي بضاعةٍ من شبكة الإنترنت على الإطلاق. وهذا العدد يمثل نسبةً ثمن الطلاب المستطلعة آراؤهم. فكم عدد الطلاب الذين خضعوا للدراسة الاستقصائية؟**

استوعِب المسألة تعلم عدد الطلاب الذين قد اشتروا بضاعةً من شبكة الإنترنت ونسبة أولئك الطلاب من العدد الإجمالي من الطلاب المستطلعة آراؤهم.

خطّط الحلّ ليكن n = عدد الطلاب المستطلعة آراؤهم. اكتب جملةً مفتوحةً تمثل هذه الحالة.

الشرح	الثمن	مضروبًا بـ	عدد الطلاب المستطلعة آراؤهم	أصغر من	84.
المتباينة	$\frac{1}{8}$	×	n	>	84.

أوجد الحلّ حلّ لإيجاد n.

$\frac{1}{8}n < 84$ المتباينة الأصلية

$(8)\frac{1}{8}n < (8)84$ بضرب كل طرف بـ 8.

$n < 672$ بالتحويل لأبسط صورة.

تحقق تحقق من النقطة الطرفية بتجريب العدد 672 وتحقق من اتجاه المتباينة بتجريب قيمٍ أقلّ من 672.

تحقق من النقطة الطرفية. $\frac{1}{8}(0) \overset{?}{<} 84$ ✓ $0 < 84$

تحقق من الاتجاه $\frac{1}{8}(672) \overset{?}{=} 84$ ✓ $84 = 84$

إن مجموعة الحلول هي $\{n | n < 672\}$. وبالتالي تم استطلاع آراء أقل من 672 طالبًا.

تمرين موجه **يوجد أكثر من 3000 نوع من الأوركيد في ماليزيا**

1. **علم الأحياء** يوجد في جبل كينابولو بماليزيا أكبر تركيزٍ من الأوركيد البري على سطح الأرض. حيث يحتوي على أكثر من 750 نوعًا منه، أو ما يقارب ربع عدد أنواع الأوركيد في ماليزيا كلها. فكم نوعًا من أنواع الأوركيد يوجد في ماليزيا؟

يمكنك أيضًا استخدام المعكوسات الضربية مع خاصية الضرب في المتباينات لحل المتباينة.

مثال 2 الحلّ بواسطة الضرب

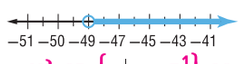
أوجد حلّ $-\frac{3}{7}r < 21$. ومثل الحلّ بيانيًا على مستقيم الأعداد.

$-\frac{3}{7}r < 21$ المتباينة الأصلية

$\left(-\frac{7}{3}\right)\left(-\frac{3}{7}r\right) > \left(-\frac{7}{3}\right)21$ بضرب كل طرف بـ $-\frac{7}{3}$، بعكس رمز المتباينة.

$r > -49$ بالتحويل لأبسط صورة، والتحقق عبر التعويض ببعض القيم.

مجموعة الحلول هي $\{r | r > -49\}$.



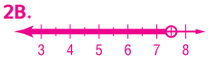
تمرين موجه

حلّ كل متباينة مما يلي. وتحقق من حلّك.

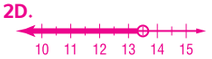
2A. $-\frac{n}{6} \leq 8$ **2B.** $-\frac{4}{3}p > -10$ **2C.** $\frac{1}{5}m \geq -3$ **2D.** $\frac{3}{8}t < 5$

2A. $\{n | n \geq -48\}$ **2B.** $\left\{p \mid p < 7\frac{1}{2}\right\}$ **2C.** $\{m | m \geq -15\}$ **2D.** $\left\{t \mid t < 13\frac{1}{3}\right\}$

2A.


2B.


2C.


2D.


نصيحة دراسية

الاستنتاج المنطقي في المثال 1، يمكنك أيضًا التحقق من الإجابة عبر تعويض عددٍ أكبر من 672 والتأكد من أن المتباينة الناتجة خاطئة.



الربط بالحياة اليومية

يزهر أكثر من 30000 نوع مختلف من الأوركيد في البراري في كلّ القارات باستثناء القطب الشمالي.

المصدر: مشتل ألوها أوركيد

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز BL OL

إذا كان الطلاب يعلمون كيفية حل المتباينات باستخدام الضرب،

إذًا تحدَّ الطلاب أن يوضحوا كيف يعرفون بالفعل حل المتباينات باستخدام القسمة. يجب أن يقترح الطلاب أنه بما أنهم يعلمون كيفية حل المتباينات باستخدام الضرب، وبما أن القسمة هي نفسها الضرب في المعكوس الضربي، فإنهم يعرفون بالفعل كيفية حل المتباينات باستخدام القسمة.

1 حل المتباينات باستخدام الضرب

المثال 1 يوضح كيفية حل متباينة عن طريق ضرب كل طرف في عدد موجب.

المثال 2 يوضح كيفية حل متباينة عن طريق ضرب كل طرف في عدد سالب.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الموجهة الموجودة بعد كل مثال للوقوف على استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 التنزه يسير حسن بمعدل $\frac{3}{4}$ كيلومتر في الساعة. وهو يعلم أن المسافة حتى بحيرة أونيكس تبلغ 9 كيلومترات. فكم سيستغرق حسن من الوقت ليصل إليها؟ اكتب وحل المتباينة لحساب الزمن المستغرق هنا.

$\frac{3}{4}t \geq 9$; $\{t | t \geq 12\}$؛ سيستغرق حسن 12 ساعة على الأقل.

2 حل $-\frac{3}{5}d \geq 6$. $\{d | d \leq -10\}$

التركيز على محتوى الرياضيات

رموز التباين تنطبق خاصية الضرب في المعادلة كذلك على المتباينات التي تحتوي على $\leq$ و $\geq$.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوحة البيضاء التفاعلية اجعل طالبًا يكتب عبارة مفتوحة لمسألة من الحياة اليومية. حدد كل قيمة أو كلمة رئيسية. اجعل طالبًا آخر يكتب المتباينة ويحدد الأجزاء المتوافقة من العبارة المفتوحة.

تدريس الممارسات في الرياضيات

التفكير المنطقي الطلاب البارعون في الرياضيات يفهمون أساليب الآخرين في حل المسائل المعقدة. شجّع الطلاب على استخدام خطة مكونة من أربع خطوات ومشاركة إستراتيجياتهم في حل المسائل.

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 293 14/12/2016 03:32:21

2 حل المتباينات باستخدام القسمة

المثال 3 يوضح كيفية حل متباينة عن طريق قسمة كل طرف على عدد موجب وعلى عدد سالب.

مثال إضافي

3 أوجد حل كل من المتباينات التالية.

a. $12k \geq 60$ $\{k \mid k \geq 5\}$

b. $-8q < 136$ $\{q \mid q > -17\}$

انتبه!

الحد من الأخطاء وضّح للطلاب أن المتباينة تكون أسهل في حلها باستخدام القسمة عندما تحتوي على أعداد صحيحة، وتكون أسهل في حلها باستخدام الضرب في المعكوسات الضربية عندما تحتوي على كسور.

الحد من الأخطاء وضّح أن قواعد خاصية القسمة في المتباينات تنص على أن كل طرف من المتباينة يمكن قسمته على عدد موجب أو عدد سالب. وفي كلتا الحالتين، لا يتم تضمين الصفر لأن القسمة على الصفر تكون عملية غير محددة.

نصائح للمعلمين الجدد

التحقق من الحلول ناقش الأعداد التي يمكن استخدامها للتحقق بعد حل المتباينة. على سبيل المثال، هل يمكن استخدام $t = 0$ من أجل التحقق من حل المثال 3a؟

2 حلّ المتباينات بالقسمة

إذا قسّمت كل طرفٍ من متباينةٍ على عددٍ موجب، فإن المتباينة تبقى صحيحة.

انتبه!

إشارات الناقص إن وجود إشارة ناقص في متباينة لا يعني بالضرورة أن اتجاه المتباينة ينبغي أن يتغير. فعلى سبيل المثال، عند حل $\frac{x}{6} > -3$. فلا تغيّر اتجاه المتباينة.

لاحظ أن اتجاه المتباينة يبقى نفسه. فإذا قسّمت كل طرفٍ من المتباينة على عددٍ سالب، يغيّر رمز المتباينة اتجاهه.

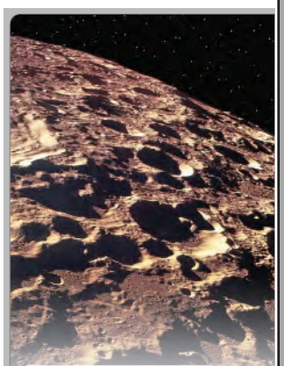
تؤكد الأمثلة التالية **خاصية القسمة في المتباينات**.

$-10 < -5$	المتباينة الأصلي
$\frac{-10}{5} \stackrel{?}{<} \frac{-5}{5}$	بتقسيم كل طرفٍ على 5−.
$-2 < -1$	بالتحويل لأبسط صورة.
$15 < 18$	المتباينة الأصلية
$\frac{15}{-3} \stackrel{?}{>} \frac{18}{-3}$	بتقسيم كل طرف على 3−.
$-5 > -6$	بالتحويل لأبسط صورة.

المفهوم الأساسي خاصية القسمة في المتباينات

الشرح	الرموز	أمثلة
إذا قُسّم طرفا متباينةٍ صحيحةٍ على عددٍ موجب، فالمتباينة الناتجة صحيحةٌ أيضًا.	لأي عددين حقيقيين a وb وأي عدد حقيقي c. إذا كان $a > b$، فإن $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$. وإذا كان $a < b$، فإن $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.	$4.5 > 2.1$ و $\frac{4.5}{3} > \frac{2.1}{3}$ $1.5 > 0.7$ $1.5 < 5$ و $\frac{1.5}{0.5} < \frac{5}{0.5}$ $3 < 10$
إذا قُسّم طرفا متباينةٍ صحيحةٍ على عددٍ سالب، فتُعكس إشارة المتباينة لجعل المتباينة الناتجة صحيحة أيضًا.	لأي أي عددين حقيقيين a وb. وأي عددٍ حقيقي سالبٍ c. إذا كان $a > b$، فإن $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$. وإذا كان $a > b$، فإن $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.	$6 > 2.4$ و $\frac{6}{-6} < \frac{2.4}{-6}$ $-1 < -0.4$ $-1.8 < 3.6$ و $\frac{-1.8}{-9} < \frac{3.6}{-9}$ $0.2 > -0.4$

وتنطبق هذه الخاصية أيضًا بصورةٍ صحيحةٍ على المتباينات التي تتضمن الرمزين≥ و≤.



الربط بتاريخ الرياضيات

توماس هاريوت (1560–1621) كان توماس هاريوت عالم فلكٍ قدّم إسهاماتٍ عديدة. فقد كان أوّل من رسم خريطةً لسطح القمر وأول من رأى البقع الشمسية. ولكنّ أكثر شهرته نالها بفضل اشتغاله بعلم الجبر.

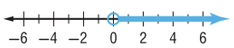
مثال 3 القسمة لحلّ متباينة

أوجد حلّ كلّ متباينةٍ مما يلي. ومثّل مجموعة الحلول بيانيًا على مستقيم الأعداد.

a. $60t > 8$

$60t > 8$	المتباينة الأصلية
$\frac{60t}{60} > \frac{8}{60}$	بقسمة كل طرفٍ على 60.
$t > \frac{2}{15}$	بالتحويل إلى أبسط صورة.

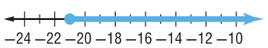
$\left\{t \mid t > \frac{2}{15}\right\}$



b. $-7d \leq 147$

$-7d \leq 147$	المتباينة الأصلية
$\frac{-7d}{-7} \geq \frac{147}{-7}$	بقسمة كل طرفٍ على 7−.
$d \geq -21$	بالتحويل إلى أبسط صورة.

$\{d \mid d \geq -21\}$



تمرين موجّه

3A. $8p < 58$

3B. $-42 > 6r$

3C. $-12h > 15$

3D. $-\frac{1}{2}n < 6$

3A. $\left\{p \mid p < 7\frac{1}{4}\right\}$



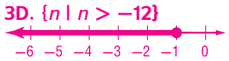
3B. $\{r \mid r < -7\}$



3C. $\left\{h \mid h < -\frac{5}{4}\right\}$



3D. $\{n \mid n > -12\}$



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 294 14/12/2016 03:32:25

التحقق من فهمك

مثال 1

1. **جمع التبرعات** جمعت منظمة جيفرسون باند بوسترز الخيرية أكثر من AED 5500 من مبيعات أقراص DVD الخاصة بفرقتها الموسيقية والبالغة قيمة الواحد منها AED 15. عرّف متغيرًا واكتب متباينةً لتمثيل عدد أقراص DVD التي باعتها المنظمة. وأوجد حل المتباينة وفسّر حلّك.

ليكن d = عدد أقراص DVD المبيعة ؛ $15d > 5500$; $d > 366.67$;باعت الفرقة على الأقل 367 قرص DVD.

الأمثلة 2–3

أوجد حلّ كلّ متباينةٍ مما يلي. ومثّل مجموعة الحلول بيانيًا على مستقيم الأعداد. 2–9. انظر هامش التمثيلات البيانية.

2. $30 > \frac{1}{2}n$ $\{n \mid n < 60\}$
3. $-\frac{3}{4}r \leq -6$ $\{r \mid r \geq 8\}$
4. $-\frac{c}{6} \geq 7$ $\{c \mid c \leq -42\}$
5. $\frac{h}{2} < -5$ $\{h \mid h < -10\}$
6. $9t > 108$ $\{t \mid t > 12\}$
7. $-84 < 7v$ $\{v \mid v > -12\}$
8. $-28 \leq -6x$ $\left\{x \mid x \leq 4\frac{2}{3}\right\}$
9. $40 \geq -5z$ $\{z \mid z \geq -8\}$

التمرين وحل المسائل

مثال 1

عرّف متغيرًا واكتب متباينةً وأوجد حلّ كلّ مسألة مما يلي. ثمّ فسّر حلّك.

10. ليكن m =عدد الدقائق التي يستطيع أن يتحدث خلالها محمد ; $0.13m \leq 50$; $m \leq 384.6$; يستطيع محمدٌ أن يتحدث لمدةٍ تصل إلى 384 دقيقة.

10. **عرض الهاتف الخلوي** اشترى محمد بطاقة هاتف خلوي مسبقة الدفع مقابل AED 50 تكلفة الدقيقة وفقها AED 0.13 في الدقيقة. فكم دقيقةً يستطيع محمّد أن يتحدث وفق هذا العرض؟

11. **المعرفة المالية** يحتاج منصور إلى مبلغ AED 560 على الأقل لتسديد نفقات عطلة الربيع. وهو يوفّر من راتبه مبلغ Dh25 أسبوعيًا. فكم سيمضي من الوقت قبل أن يكون بوسعه السّداد لرحلته؟ **انظر الهامش.**

الأمثلة 2–3

أوجد حلّ كلّ متباينةٍ مما يلي. ومثّل مجموعة الحلول بيانيًا على مستقيم الأعداد. 12–29. انظر الوحدة 5 ملحق الإجابات للتمثيلات البيانية.

12. $\frac{1}{4}m \leq -17$ $\{m \mid m \leq -68\}$
13. $\frac{1}{2}a < 20$ $\{a \mid a < 40\}$
14. $-11 > -\frac{c}{11}$ $\{c \mid c > 121\}$
15. $-2 \geq -\frac{d}{34}$ $\{d \mid d \geq 68\}$
16. $-10 \leq \frac{x}{-2}$ $\{x \mid x \leq 20\}$
17. $-72 < \frac{f}{-6}$ $\{f \mid f < 432\}$
18. $\frac{2}{3}h > 14$ $\{h \mid h > 21\}$
19. $-\frac{3}{4}j \geq 12$ $\{j \mid j \leq -16\}$
20. $-\frac{1}{6}n \leq -18$ $\{n \mid n \geq 108\}$
21. $6p \leq 96$ $\{p \mid p \leq 16\}$
22. $4r < 64$ $\{r \mid r < 16\}$
23. $32 > -2y$ $\{y \mid y > -16\}$
24. $-26 < 26t$ $\{t \mid t > -1\}$
25. $-6v > -72$ $\{v \mid v < 12\}$
26. $-33 \geq -3z$ $\{z \mid z \geq 11\}$
27. $4b \leq -3$ $\left\{b \mid b \leq -\frac{3}{4}\right\}$
28. $-2d < 5$ $\left\{d \mid d > -2\frac{1}{2}\right\}$
29. $-7f > 5$ $\left\{f \mid f < -\frac{5}{7}\right\}$

B

30. **الكشّافة** لكي تحافظ وفاء على مكانها في فريق الكشّافة، فيجب عليها حضور $\frac{3}{5}$ على الأقل من عدد جلسات طاولة الدراسة المعروضة. وقد حضرت 15 جلسة. فإذا حققت وفاء هذا الشرط، فما هو العدد الأقصى لجلسات طاولة الدراسة؟ **25**



31. **الأساور** كم عدد الأساور التي تستطيع نجلاء شراءها لنفسها ولصديقاتها إذا أرادت ألا تنفق أكثر من AED 22؟ **ليس أكثر من 4**

32. **الدّقة** تريد مدرسة الأفق الثانوية الوطنية جمع مبلغ AED 500 لإحدى المؤسسات الخيرية المحلية. وينال كل طالبٍ مبلغ AED 0.50 لقاء كل ربع كيلومتر يقطعه خلال الماراثون الخيري. فكم عدد الكيلومترات التي على الطلاب قطعها؟ **على الأقل 250 km**

33. **المتحف** تخطط المدرسة خلال حصص التاريخ لتنظيم رحلةٍ إلى أحد المتاحف المحلية. ويبلغ رسم الاشتراء AED 8 للشخص الواحد. حدّد عدد الأشخاص الذين بإمكانهم الذهاب مقابل مبلغ AED 260. **ليس أكثر من 32 شخصًا**

34. **الوقود** إذا كان لتر الوقود الواحد يكلّف AED 1.79 ، فكم لترًا من الوقود يستطيع بلال أن يشتري بمبلغ AED 24 مقرّبًا إلى أقرب عُشر؟ **أكثر من 13.4 l**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	10–29, 42. 45–68	11–29 ,فردي 48–51	10–28 ,زوجي 42, 45–47, 52–68
OL أساسي	11–29 ,فردي 30–35. 37, 39–42, 45–68	10–29, 48–51	30–42, 45–47, 52–68
BL متقدم	(اختياري: 63–68), 30–62		

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 9–1 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

تدريس الممارسات في الرياضيات

الدقة يكون الطلاب البارعون في الرياضيات حريصين حيال تحديد وحدات القياس. في التمرين 32، تأكد من ملاحظة الطلاب لتسجيل ما تم اكتسابه في كل ربع كيلومتر وأن الإجابة محسوبة بالكيلومترات.

التمثيلات المتعددة

في التمرين 41، يستخدم الطلاب دفتر رسم هندسي ومعادلة وجدول قيم وتحليلاً عدديًا لربط أبعاد هرم مربع بحجمه.

إجابات إضافية

2.


3.


4.


5.


6.


7.


8.


9.


11. افترض أن p = عدد فترات الدفع التي يحتاج محمد إلى الادخار من أجلها. ;$25p \geq 560$; $p \geq 22.4$ محمد سيحتاج إلى ادخار النقود لمدة 23 أسبوعًا.

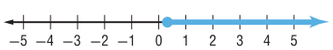
UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 295 14/12/2016 03:32:27

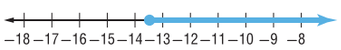
تدريس الممارسات في الرياضيات

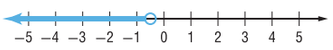
البنية ينظر الطلاب البارعون في الرياضيات بتمعن لتمييز البنية. في التمرين 44، ذكّر الطلاب بأنه نظرًا لأن ناتج ضرب عددين سالبين أو عددين موجبين يكون موجبًا، فإنه إذا كانت x قيمة غير الصفر، فإن x^2 تكون دومًا موجبة.

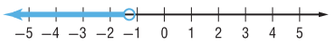
طابق بين كل متباينة وبين التمثيل البياني لحلّها.

35. $-\frac{2}{3}h \leq 9$ **b** **36.** $25j \geq 8$ **a** **37.** $3.6p < -4.5$ **d** **38.** $2.3 < -5t$ **c**

a.


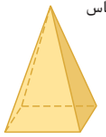
b.


c.


d.


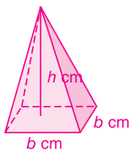
39 **الحلوى** ذكر أقل من 42 عاملاً في أحد المصانع أنهم يفضلون النوجا على حلوى الفاكهة. وهذا العدد يشكل تقريبًا ثلثي عدد العاملين. فكم عاملاً هناك في المعمل؟ **أقل من 63**

40. السفر لدى إحدى وكالات السفريات أكثر من 275 عاملاً في جميع فروعها. ويتركز ثلاثة أخماس العاملين تقريبًا في الفرع الغربي. فكم عاملًا يوجد في الفرع الغربي؟ **أكثر من 165 عاملاً**



41. التمثيلات المتعددة تعطى معادلة حجم الهرم بـ $\frac{1}{3}$ مساحة القاعدة ضرب الارتفاع.

41a.



a. سؤال هندسي ارسم هرمًا ذا قاعدة على شكل مربع طول ضلع قاعدته b cm وارتفاعه h cm.

b. سؤال عددي افترض أن حجم الهرم $72\ \text{cm}^3$.اكتب معادلةً لإيجاد الارتفاع. $h = \frac{216}{b^2}$

c. إنشاء جدول شكّل جدولاً يعرض قيمة h عند قيم $b = 1, 3, 6, 9, 12$. **انظر الهامش.**

d. سؤال عددي اكتب معادلةً لجميع الأطوال الممكنة لـ b بحيث $b < h$. اكتب متباينة لجميع الأطوال الممكنة لـ h بحيث $b > h$. **$b < h$ عندما $0 < b < 6$; $b > h$ عندما $h < 6$.**

مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

42. تحليل الخطأ يحلّ عبد الله وخالد المتباينة $6d \geq -84$. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

عبد الله	خالد
$6d \geq -84$	$6\lambda \geq -84$
$\frac{6d}{6} \leq \frac{-84}{6}$	$\frac{6\lambda}{6} \geq \frac{-84}{6}$
$d \leq -14$	$\lambda \geq -14$

خالد؛ لا حاجة لعكس المتباينة عند القسمة على عدد موجب.

43. تحدٍّ أوجد حلّ المتباينة لإيجاد x. افترض أن $a > 0$.

a. $-ax < 5$ $x > -\frac{5}{a}$ **b.** $\frac{1}{a}x \geq 8$ $x \geq 8a$ **c.** $-6 \geq ax$ $x \leq -\frac{6}{a}$

44. البنية حدّد ما إن كانت المتباينتان $x^2 > 1$ و $x > 1$ متكافئتين مع الشرح.
لا؛ تتضمن مجموعة حلول $x^2 > 1$ القيم $x < -1$.

45. الاستنتاج اشرح إن كانت العبارة *إذا كان* $a > b$. *فإن* $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ صحيحة *أحيانًا أو دائمًا* أو غير صحيحة على الإطلاق. **في بعض الأحيان؛ تكون العبارة صحيحةً عندما $a > 0$ و $b < 0$.**

46. مسألة غير محددة الإجابة اقترح حالةً من الحياة اليومية لتمثيل المتباينة $x \geq -\frac{5}{8}$
الإجابة النموذجية. لا تتعدى درجة الحرارة على الإطلاق $-\frac{5}{8}$°C.

47. الكتابة في الرياضيات ما وجه التشابه بين حل المتباينات الخطية والمعادلات الخطية؟ وما أوجه اختلافهما؟ **انظر الهامش.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

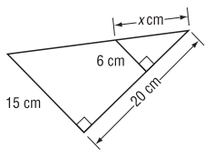
UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 296 14/12/2016 03:32:30

تمرين على الاختبار المعياري

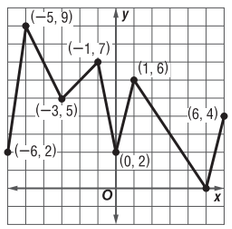
48. تكلّف البطاقة التي بحوزة عبيد للاتصال الدولي 9 فلسات للدقيقة الواحدة. فما المتباينة التي يمكن استخدامها لإيجاد عدد الدقائق التي يستطيع أن يتحدث خلالها إلى صديقٍ بشرط ألا ينفق أكثر من AED 2.50 على الاتصال؟ **D**

A $0.09 \geq 2.50m$
B $0.09 \leq 2.50m$
C $0.09m \geq 2.50$
D $0.09m \leq 2.50$

49. **إجابة قصيرة** أوجد قيمة x. **10 cm**.



50. ما معدّل التناقص الأكبر لهذه الدالة؟ **F**



F -5
G -3
H -2
J 1

51. ما قيمة x إذا كان $4x - 3 = -2x$؟ **C**

A -2
B $-\frac{1}{2}$
C $\frac{1}{2}$
D 2

مراجعة شاملة

أوجد حل كل متباينة مما يلي. وتحقق من حلّك، ومثله بيانيًا على مستقيم الأعداد. (الدرس 1-5) **52–54. انظر الهامش.**

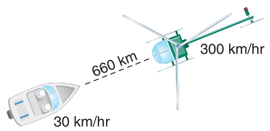
52. $-8 + 4a < 6a$
53. $2y + 11 \geq -24y$
54. $7 - 2b > 12b$

أوجد معكوس كل دالة مما يلي.

55. $f(x) = -6x + 18$ $f^{-1}(x) = -\frac{1}{6}x + 3$
56. $f(x) = \frac{3}{7}x + 9$ $f^{-1}(x) = \frac{7}{3}x - 21$
57. $f(x) = 4x - 5$ $f^{-1}(x) = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$

58. **ديكور المنزل** تطلب موزة تركيب ستائر في منزلها. يمكن وصف الكلفة c الخاصة بتركيب العدد b من الستائر بالمعادلة $c = 25 + 6.5b$. مثّل المعادلة بيانيًا وحدد كم ستبلغ الكلفة إذا طلبت موزة تركيب 8 ستائر. **انظر ملحق إجابات الوحدة 5.**

59. **النجدة** اتصل فردٌ من أفراد طاقم أحد المراكب لاسلكيًا بطائرةٍ حوامةٍ لانتشال أحد أفراد الطاقم المصابين. وفي ذلك الوقت، كان القارب والطائرة الحوامة عند الموضعين الموضّحين. فكم ستستغرق الحوّامة من الزّمن كي تصل إلى القارب؟ **ستستغرق ساعتين**



أوجد حل كل من المعادلات التالية.

60. $|x + 3| = 10$ $\{-13, 7\}$
61. $|2x - 8| = 6$ $\{1, 7\}$
62. $|3x + 1| = -2$ $\varnothing$

مراجعة المهارات

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

63. $4y + 11 = 19$ **2**
64. $2x - 7 = 9 + 4x$ **−8**
65. $\frac{1}{4} + 2x = 4x - 8$ $\frac{33}{8}$
66. $\frac{1}{3}(6w - 3) = 3w + 12$ **−13**
67. $\frac{7r + 5}{2} = 13$ **3**
68. $\frac{1}{2}a = \frac{a - 3}{4}$ **−3**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL BL

التوسع اطلب من الطلاب حل $2n + 4 \neq 12$. اطلب من الطلاب مناقشة الحل وكتابة متباينة مختلفة وحلها مستخدمين الرمز $\neq$. $\{n \mid n \neq 4\}$

انتبه!

تحليل الخطأ في التمرين 42. يجب أن يرى الطلاب أن الفرق الوحيد بين حل عبد الله وحل خالد يتمثل في رمز المتباينة. وبما أن الحل يحتوي على عملية قسمة على عدد موجب، فلم يتم عكس رمز متباينة الحل من المتباينة الأصلية.

4 التقويم

بطاقة التحقق من استيعاب الطلاب

اطلب من الطلاب كتابة عبارة قصيرة بشأن ما يعتقدون أنه الأكثر أهمية لتذكره في حل المتباينات باستخدام الضرب والقسمة.

إجابات إضافية

41c.

b	1	3	6	9	12
h	216	24	6	$\frac{8}{3}$	$\frac{3}{2}$

47. الإجابة النموذجية: يتم استخدام العمليات نفسها عند حل المتباينات الخطية والمعادلات التي تحتوي على جمع أو طرح أو ضرب أو قسمة على عدد موجب. ومع ذلك، عندما يتم ضرب متباينة خطية أو قسمتها على عدد سالب، فلا بد من تغيير رمز المتباينة للاتجاهات كي تظل المتباينة صحيحة.

52. $\{a \mid a > -4\}$



53. $\left\{y \mid y \geq -\frac{11}{26}\right\}$

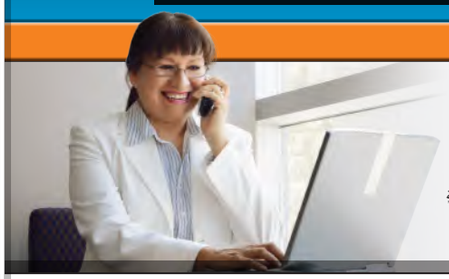


54. $\left\{b \mid b < \frac{1}{2}\right\}$



UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 297 14/12/2016 03:32:32

5-3 حل المتباينات متعددة الخطوات



السابق:
- لقد قمت بحلّ متباينات متعددة الخطوات.

الحالي:
1. حلّ المتباينات الخطية التي تضم أكثر من عملية واحدة.
2. حل المتباينات الخطية التي تتضمن خاصية التوزيع.

لماذا؟:
- يعمل مندوب مبيعاتٍ براتبٍ شهريٍ أساسيٍّ ويكسب عمولةً عن كلِّ من المبيعات التي يحققها. ولكي توجد عدد المبيعات التي يحتاج إلى إحرازها لسداد فواتيره الشّهرية، فبإمكانك استخدام متباينةٍ متعددة الخطوات.

ممارسات في الرياضيات
محاولة إيجاد البنية واستخدامها.

1 حلّ المتباينات متعددة الخطوات

يمكن حلّ المتباينات متعددة الخطوات عبر الرجوع في العمليات بالطريقة المتّبعة نفسها في المعادلات متعددة الخطوات.

مثال 1 من الحياة اليومية حل متباينة متعددة الخطوات

المبيعات اكتب متباينةً وحلّها لإيجاد المبيعات التي يحتاج السيّد علي لتحقيقها إذا كان يكسب راتبًا شهريًا مقداره AED 2000 إضافةً إلى عمولةٍ نسبتُها 10% على مبيعاته. فإذا كان هدفه كسب AED 4000 شهريًا على الأقل. فما حجم المبيعات الذي يحتاج إلى تحقيقه ليبلغ هذا الهدف؟

الراتب الأساسي + (العمولة × المبيعات) ≥ الدخل المطلوب

$2000 + 0.10x \geq 4000$ بالتعويض

$0.10x \geq 2000$ اطرح 2,000 من كل طرف.

$x \geq 20{,}000$ اقسم كل طرف على 0.10.

عليه أن يحرز على الأقل AED 20,000 من المبيعات لبلوغ هدفه الشهري.

تمرين موجّه

1. **المعرفة المالية** تعلن المطبعة عن طباعة 400 منشورٍ إعلان بسعر أقلّ من كلفة أحد المنافسين. فإذا كان السعر يضم رسمًا تأسيسيًا بمبلغ AED 3.50. وكان السعر المعروض من قبل المنافس هو AED 35.50. فكم السعر الذي تضع المطبعة لكلّ منشور؟ **أقل من 8 فلسات**

عند الضرب بعددٍ سالبٍ أو القسمة عليه، يتغير اتجاه رمز المتباينة. وهذا ينطبق على المتباينات متعددة الخطوات.

مثال 2 المتباينات التي تضم معاملًا سلبيًا

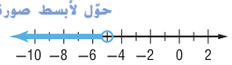
أوجد حلّ $42 < 13 - 11y-$. ومثّل الحلّ على مستقيم أعداد.

$-11y - 13 > 42$ المتباينة الأصلية

$-11y > 55$ أضف 13 إلى كل طرف وحوّل لأبسط صورة.

$\frac{-11y}{-11} < \frac{55}{-11}$ اقسم كل طرف على 11−، واعكس المتباينة.

$y < -5$ حوّل لأبسط صورة.



مجموعة الحلول هي $\{y \mid y < -5\}$.

تمرين موجّه **أوجد حل كل متباينة مما يلي.**

2A. $23 \geq 10 - 2w$ $\{w \mid w \geq -6.5\}$

2B. $43 > -4y + 11$ $\{y \mid y > -8\}$





حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education.

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 5-3 إيجاد حل المعادلات متعددة الخطوات.

الدرس 5-3 حل المتباينات الخطية التي تتضمن أكثر من عملية. حل المتباينات الخطية التي تتضمن خاصية التوزيع.

بعد الدرس 5-3 حل أنظمة المتباينات.

2 التدريس

أسئلة الدعائم التعليمية

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- ما المعلومات المطلوبة لحل المتباينة الخاصة بعدد المبيعات؟ الراتب الأساسي، والعمولة المدفوعة لكل عملية بيع، والدخل المطلوب لسداد الفواتير الشهرية
- لماذا تم استخدام رمز المتباينة "≥" لتمثيل الموقف؟ يجب أن يكون المبلغ الذي يحصل عليه موظف المبيعات من الراتب الأساسي والعمولات مساويًا على الأقل للدخل المطلوب لسداد الفواتير.
- ما العمليات المستخدمة للتراجع عن العمليات التي تم تنفيذها في المتباينة؟ الطرح والقسمة

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 298 14/12/2016 03:32:43

1 حل المتباينات متعددة الخطوات

مثال 1 يوضح كيفية حل متباينة متعددة الخطوات **مثال 2** يوضح كيفية حل متباينة متعددة الخطوات تشتمل على معامل سالب. **مثال 3** يوضح كيفية كتابة متباينة وحلها.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الموجهة الموجودة بعد كل مثال للوقوف على استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 **الفاكسات** بحوزة حمدة ميزانية قدرها AED 115 لإرسال الفاكسات. وتبلغ رسوم خدمة الفاكس التي تستخدمها AED 25 مقابل تفعيل حساب و AED 0.08 مقابل إرسال كل صفحة بالفاكس. كم عدد الصفحات التي تستطيع حمدة إرسالها بالفاكس في حدود ميزانيتها؟ استخدم المتباينة $0.08p + 25 \le 115$. تستطيع حمدة إرسال 1125 فاكسًا كأقصى حد.

2 أوجد حل $79 \ge 11d - 13$. تحقق من حلّك $\{d \mid d \le -6\}$

3 حدّد متغيرًا، واكتب متباينة، وأوجد حل المسألة. ثم تحقق من حلك. *أربعة أضعاف العدد زائد اثني عشر أقل من العدد ناقص ثلاثة.* بفرض أن $n =$ العدد؛ $4n + 12 < n - 3$; $\{n \mid n < -5\}$.

2 حل المتباينات التي تتضمن خاصية التوزيع

مثال 4 يوضح كيفية استخدام خاصية التوزيع في حل متباينة متعددة الخطوات. **مثال 5** يوضح كيفية حل متباينة يكون ناتجها المجموعة الخالية أو مجموعة كل الأعداد الحقيقية.

يمكنك ترجمة الجمل إلى متباينات متعددة الخطوات ومن ثمّ حلّها باستخدام خواصّ المتباينات.

مثال 3 كتابة متباينة وحلّها

حدد متغيرًا واكتب متباينة، وأوجد حلّ المسألة.

خمسة ناقصًا 6 أمثال عدد أكبر من أربعة أمثال العدد نفسه زائدًا 45.

ليكن n يمثّل العدد.

خمسة	ناقص	ستة أمثال عدد	أكبر من	أربعة أمثال عدد	زائد	خمسة وأربعين
5	−	$6n$	<	$4n$	+	45

$5 - 10n > 45$ اطرح $4n$ من كل طرف وحوّل لأبسط صورة.

$-10n > 40$ اطرح 5 من كل طرف وحوّل لأبسط صورة.

$\frac{-10n}{-10} < \frac{40}{-10}$ اقسم كل طرفٍ على -10 واعكس المتباينة.

$n < -4$ حوّل لأبسط صورة.

مجموعة الحلول هي $\{n \mid n < -4\}$.

الإجابة النموذجية: ليكن n = العدد؛ $\frac{1}{2}n + 2 > 27$; $\{n \mid n > 50\}$.

تمرين موجّه

3. *اثنان زائدًا نصف عدد أكبر من سبعة وعشرين.*



مهنة من الحياة اليومية

الطبيب البيطري يعتني الطبيب البيطري بالحيوانات المريضة والمصابة. يستطيع الأطباء البيطريون العمل في أيّ مكانٍ من حديقة الحيوانات إلى مرافق الأبحاث إلى العمل في عياداتهم الخاصة. يُلزم أيّ شخص يودّ أن يصبح طبيبًا بيطريًا بأن ينال درجة البكالوريوس في هذا الاختصاص بعد أن يدرس في الجامعة مدّة 4 سنوات. ومن ثمّ عليه اجتياز اختبارٍ لنيل الترخيص.

مثال 4 خاصية التوزيع

أوجد حلّ $4(3t - 5) + 7 \ge 8t + 3$. ومثّل الحلّ بيانيًا على مستقيم أعداد.

$4(3t - 5) + 7 \ge 8t + 3$ المتباينة الأصلية

$12t - 20 + 7 \ge 8t + 3$ من خلال خاصية التوزيع

$12t - 13 \ge 8t + 3$ بتحصيل نواتج الحدود المتشابهة.

$4t - 13 \ge 3$ اطرح $8t$ من كل طرف والتحويل لأبسط صورة.

$4t \ge 16$ اجمع 13 إلى كلّ طرف.

$\frac{4t}{4} \ge \frac{16}{4}$ بقسمة كل طرف على 4.

$t \ge 4$ حوّل لأبسط صورة.



مجموعة الحلول هي $\{t \mid t \ge 4\}$.

تمرين موجّه

4A–4B.انظر الهامش للاطّلاع على التمثيلات البيانية.

أوجد حلّ كلّ متباينةٍ مما يلي. ومثّل مجموعة الحلول بيانيًا على مستقيم الأعداد.

4A. $6(5z - 3) \le 36z$ $\{z \mid z \ge -3\}$ **4B.** $2(h + 6) > -3(8 - h)$ $\{h \mid h < 36\}$

انتبه!

خاصية التوزيع

إذا ضُرب عددٌ سالبٌ بمجموعٍ أو فرق، تذكّر أن توزّع إشارة الناقص مع العدد على كلّ حدّ داخل القوسين.

إذا أدّى حل متباينةٍ إلى عبارةٍ صحيحةٍ دومًا، فمجموعة الحلول هي مجموعة الأعداد الحقيقية جميعها. وتكتب مجموعة الحلول بالصيغة $\{x \mid x$ عدد حقيقي$\}$. إذا أدّى حل متباينةٍ إلى عبارةٍ غير صحيحةٍ على الإطلاق، فمجموعة الحلول مجموعةٌ خالية، ويعبّر عنها بالرّمز $\varnothing$. لا تضم المجموعة الخالية أي عناصر.

McGraw-Hill Education جميع الحقوق محفوظة © مؤسسة ماكجروهيل للتعليم حقوق الطبع

إجابات إضافية (تمرين موجّه)

4A.



4B.



التركيز على محتوى الرياضيات

خاصية التوزيع عند إيجاد قيمة تعبير يحتوي على رموز تجميع، يمكنك توزيع الحد خارج رموز التجميع لكل حد داخل الرموز. يتيح لك ذلك حذف رموز التجميع. على سبيل المثال، في التعبير $3(4c + 2)$، استخدم خاصية التوزيع لحذف رموز التجميع: $12c + 6$.

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 299 14/12/2016 03:32:45

تدريس الممارسات في الرياضيات

البنية يستطيع الطلاب المتفوقون في الرياضيات رؤية الأشياء المُعقدَّة، مثل بعض التعابير الجبرية، على أنها أشياء فردية أو على أنها مكونة من أشياء عديدة. شجِّع الطلاب على التحقق من التعبير في جميع خطوات حل المتباينة، مع الوضع في الاعتبار نوع العدد المستخدم في حل المتباينة. على سبيل المثال في التمرين 4، عدد ما مثل $\frac{2}{3}r$ زائد 9 يكون أكبر من أو يساوي 3-. لذا يجب أن يكون العدد $\frac{2}{3}r$ سالبًا.

أمثلة إضافية

4 أوجد حل $6c + 3(2 - c) \geq 1 - 2c$. تحقق من حلك.
$\{c \mid c \geq -1\}$

5 أوجد حل كل متباينة. وتحقق من حلّك.

a. $-7(k + 4) + 11k \geq 8k - 2(2k + 1)$. $\varnothing$

b. $2(4r + 3) \leq 22 + 8(r - 2)$ {هو عدد حقيقي r $\mid$ r}.

انتبه!

مفاهيم خاطئة لدى الطلاب

قد يفترض الطلاب على نحو غير صحيح أن حل جميع المتباينات التي يكون فيها المتغير محذوفًا هو المجموعة الخالية. ذكِّر الطلاب أنه يجب عليهم تحويل المتباينة لأبسط صورة ليقرروا ما إذا كانت عبارة صحيحة. إذا كانت المتباينة صحيحة، فإن مجموعة الحل تكون مجموعة كل الأعداد الحقيقية. ولا يكون الحل هو المجموعة الخالية إلا عندما تكون المتباينة غير صحيحة.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

المدونة اطلب من الطلاب إنشاء صفحة توضح طريقة عملهم في حل متباينة متعددة الخطوات. احرص على أن يشرحوا الطريقة التي قرروا بها عكس علامة المتباينة من عدمه. عند اتفاق الجميع، احفظ ذلك واطلب من الطلاب استخدامه كمرجع.

مثال 5 المجموعة الخالية ومجموعة جميع الأعداد الحقيقية

حلّ كل متباينة مما يلي. وتحقق من حلّك.

a. $9t - 5(t - 5) \leq 4(t - 3)$

$9t - 5(t - 5) \leq 4(t - 3)$	المتباينة الأصلية
$9t - 5t + 25 \leq 4t - 12$	بتطبيق خاصية التوزيع
$4t + 25 \leq 4t - 12$	بتحصيل الحدود المتشابهة.
$4t + 25 - 4t \leq 4t - 12 - 4t$	اطرح $4t$ من كل طرف.
$25 \leq -12$	حوّل لأبسط صورة.

بما أن المتباينة تعطي عبارةً خاطئة، فمجموعة الحلول هي المجموعة الخالية، $\varnothing$.

b. $3(4m + 6) \leq 42 + 6(2m - 4)$

$3(4m + 6) \leq 42 + 6(2m - 4)$	المتباينة الأصلية
$12m + 18 \leq 42 + 12m - 24$	بتطبيق خاصية التوزيع
$12m + 18 \leq 12m + 18$	بتحصيل الحدود المتشابهة.
$12m + 18 - 12m \leq 12m + 18 - 12m$	اطرح $12m$ من كل طرف.
$18 \leq 18$	حوّل لأبسط صورة.

إن جميع قيم m تجعل المتباينة صحيحة. وجميع الأعداد الحقيقية هي حلولٌ لها.

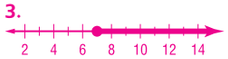
نصيحة دراسية

البنية لاحظ أن المتباينة $4t + 25 < 4t - 12$ تعني أن *عددًا ما* $4t$ مضافًا إليه 25 *أقل أو يساوي العدد* نفسه ناقص 12. لا يوجد عدد حقيقي يجعل تلك المتباينة صحيحة. إن ملاحظة معنى التعابير في كل خطوةٍ بهذه الطريقة من شأنها أن توصلك إلى الحلول بصورةٍ أسرع.

تمرين موجّه **5A.** {c $\mid$ c عددٌ حقيقي.}

حلّ كل متباينة مما يلي. وتحقق من حلّك.

5A. $18 - 3(8c + 4) \geq -6(4c - 1)$ **5B.** $46 \leq 8m - 4(2m + 5)$ $\varnothing$

3.


4.


5.


6.


التحقق من فهمك

مثال 1

1. التجديف يريد أربعة أشخاص استخدام قاربٍ يحمل 60 كيلوجرامًا من المؤن. اكتب متباينةً لإيجاد الوزن المتوسّط المسموح به لكلّ شخص.



$4n + 60 \leq 400$; $n \leq 85$; **على الأكثر 85 kg للشخص الواحد**

2. التسوّق طلبت مها قبلهًا بسعر 11.95 AED إضافةً إلى عدّة أقراص CD. وبحوزتها مبلغ 50 AED تودّ إنفاقه. تبلغ كلفة الشحن مع ضريبة المبيعات 10 AED. فإذا كان سعر كل قرص CD يساوي 9.99 AED. اكتب متباينةً لإيجاد العدد الأكبر من أقراص CD التي بإمكانها شراؤها.

$9.99x + 11.95 + 10 \leq 50$; $x \leq 2.8$; **تستطيع مها شراء قرصي CD.**

مثال 2

البنية أوجد حلّ كل متباينةٍ مما يلي. ومثّل مجموعة الحلول على مستقيم الأعداد.

3. $6h - 10 \geq 32$ $\{h \mid h \geq 7\}$

4. $-3 \leq \frac{2}{3}r + 9$ $\{r \mid r \geq -18\}$

5. $-3x + 7 > 43$ $\{x \mid x < -12\}$

6. $4m - 17 < 6m + 25$ $\{m \mid m > -21\}$

مثال 3

عرّف متغيرًا واكتب متباينةً وأوجد حلّ كل مسألة مما يلي. ثمّ تحقّق من حلّك.

7. الإجابة النموذجية: ليكن n = العدد $\{n \mid n > 7\}$; $4n - 6 > 8 + 2n$;.

7. أربعة أمثال عددٍ ناقصًا 6 أكبر من ثمانية زائد مثلي العدد.

8. ناقص ثلاثة أمثال عدد زائد 4 أقل من خمسة أمثال العدد نفسه زائد 8.

الإجابة النموذجية: ليكن n = العدد $\left\{n \mid n > -\frac{1}{2}\right\}$; $-3n + 4 < 5n + 8$.

المثالان 5-4

أوجد حلّ كل متباينةٍ مما يلي. ومثّل مجموعة الحلول بيانيًا على مستقيم الأعداد. **11-9 انظر الهامش للاطلاع على التمثيلات البيانية.**

9. $-6 \leq 3(5v - 2)$ $\{v \mid v \geq 0\}$

10. $-5(g + 4) > 3(g - 4)$ $\{g \mid g < -1\}$

11. $3 - 8x \geq 9 + 2(1 - 4x)$ $\varnothing$

McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة

التدريس المتمايز BL OL AL

إذا كان يوجد لديك طلاب مهتمون بالعلوم،

إذًا وضِّح أن هناك العديد من الأوضاع الطبيعية، مثل تلك المذكورة في التمرينين 36 و 41، التي يمكن ربطها بالمتباينات الخطية. اطلب من الطلاب تدوين الملاحظات حول عمليات الربط المحتملة في الدفتر الخاصة بهم ومشاركة ملاحظاتهم مع الصف الدراسي.

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 300 14/12/2016 03:32:50

التمرين وحل المسائل

المثالان 1 و 2 **البنية** أوجد حلّ كلّ متباينةٍ مما يلي. ومثّل مجموعة الحلول بيانيًا على مستقيم الأعداد.

12. $5b - 1 \geq -11$ $\{b \mid b \geq -2\}$
13. $21 > 15 + 2a$ $\{a \mid a < 3\}$
14. $-9 \geq \frac{2}{5}m + 7$ $\{m \mid m \leq -40\}$
15. $\frac{w}{8} - 13 > -6$ $\{w \mid w > 56\}$
16. $-a + 6 \leq 5$ $\{a \mid a \geq 1\}$
17. $37 < 7 - 10w$ $\{w \mid w < -3\}$
18. $8 - \frac{z}{3} \geq 11$ $\{z \mid z \leq -9\}$
19. $-\frac{5}{4}p + 6 < 12$ $\left\{p \mid p > -\frac{24}{5}\right\}$
20. $3b - 6 \geq 15 + 24b$ $\{b \mid b \leq -1\}$
21. $15h + 30 < 10h - 45$ $\{h \mid h < -15\}$

مثال 3 عرّف متغيرًا واكتب متباينةً وأوجد حلّ كلّ مسألة مما يلي. وتحقق من حلّك. 12-21. انظر ملحق إجابات الوحدة 5 للاطلاع على التمثيلات البيانية.

22. ثلاثة أرباع عددٍ ناقصًا منها تسعة تعطي على الأقل اثنين وأربعين.
23. ثلثا عددٍ أضيفا إلى ستةٍ يعطيان على الأقل اثنين وعشرين.
24. سبعة أعشار عددٍ زائد 14 أقل من تسعة وأربعين.
25. ثمانية أضعاف عددٍ ناقصًا سبعة وعشرين أكبر من العدد نفسه بإشارة سالبة زائدًا ثمانية عشر.
26. العدد عشرة ليس أكبر من 4 أمثال عددٍ وثلاثة.
27. ثلاثة أمثال مجموع عددٍ مع سبعة أكبر من خمسة أمثال العدد ناقصًا ثلاثة عشر.
28. مجموع تسعة أمثال عددٍ مع خمسة عشر أقل أو يساوي مجموعة أربعة وعشرين مع عشرة أضعاف العدد.

22. الإجابة النموذجية: ليكن n = العدد
$\frac{3}{4}n - 9 \geq 42$، $\{n \mid n \geq 68\}$

23. الإجابة النموذجية: ليكن n = العدد
$\frac{2}{3}n + 6 \geq 22$، $\{n \mid n \geq 24\}$

24. الإجابة النموذجية: ليكن n = العدد
$\frac{7}{10}n + 14 < 49$; $\{n \mid n < 50\}$

25. الإجابة النموذجية: ليكن n = العدد; $8n - 27 \leq -n + 18$; $\{n \mid n \leq 5\}$

26. انظر الهامش.

27. الإجابة النموذجية: ليكن n = العدد $3(n + 7) > 5n - 13$; $\{n \mid n < 17\}$

28. الإجابة النموذجية: ليكن n = العدد $9n + 15 \leq 24 + 10n$; $\{n \mid n \geq -9\}$

المثالان 4 و 5 **البنية** أوجد حلّ كل متباينةٍ مما يلي. ومثّل مجموعة الحلول على مستقيم الأعداد. 29-34. انظر الهامش للاطلاع على التمثيلات البيانية.

29. $-3(7n + 3) < 6n$ $\left\{n \mid n > -\frac{1}{3}\right\}$
30. $21 \geq 3(a - 7) + 9$ $\{a \mid a \leq 11\}$
31. $2y + 4 > 2(3 + y)$ $\varnothing$
32. $3(2 - b) < 10 - 3(b - 6)$ $\{b \mid b$ عدد حقيقي$\}$
33. $7 + t \leq 2(t + 3) + 2$ $\{t \mid t \geq -1\}$
34. $8a + 2(1 - 5a) \leq 20$ $\{a \mid a \geq -9\}$

B عرّف متغيرًا واكتب متباينةً وأوجد حلّ كلّ مسألة مما يلي. ثمّ فسّر حلّك.

35. **السيارات** ينال مندوب مبيعاتٍ راتبًا أساسيًا مقداره AED 35,000 في العام إضافةً إلى عمولة بنسبة 8% على المبيعات. فما الحجم المطلوب للمبيعات ليتعدّى دخله السنوي AED 65,000؟ انظر الهامش.
36. **الحيوانات** يبلغ وزن عنزة محمود 90 كيلوجرامًا. ولكنّ الوزن الصّحي للعنزة ينبغي أن يكون أقل من 75 كيلوجرامًا. فإذا كان من الممكن تخفيض وزن العنزة بمقدار 1.25 كيلوجرام في الأسبوع باتّباع نظامٍ غذائيٍ معيّن، فكم أسبوعًا سيستغرق وصول العنزة إلى الوزن الصّحي؟ انظر الهامش.
37. أوجد حلّ $4(2m + 5) > 6(m - 3)$. وضّح كلّ خطوةٍ وعلّل طريقة عملك.
38. أوجد حلّ $2(a + 2) \leq 10(a - 2)$. وضّح كلّ خطوةٍ وعلّل طريقة عملك.
39. **مسرحية المدرسة** يؤدّي نادي المسرح في إحدى المدارس الثانوية مسرحيةً مدرسيةً يعود ريعها لفائدة إحدى الجمعيات الخيرية. يبلغ سعر البطاقة الواحدة AED 5 كما استقبل القائمون على المسرحية تبرعاتٍ بمبلغ AED 565. ويريدون أن يجمعوا مبلغ AED 1500 على الأقل.
   a. اكتب متباينةً لوصف هذه الحالة، ثم أوجد حلّ تلك المتباينة.
   b. مثّل الحلّ بيانيًا.
40. **المثلّجات** بحوزة فالح AED 6 يودّ إنفاقها. يبلغ سعر كأس المثلجات AED 3.25 إضافةً إلى AED 0.65 لكل طبقة كريمة منكّهة. اكتب متباينةً لإيجاد عدد طبقات الكريمة التي بإمكانه طلبها وأوجد حلّها.

37. انظر ملحق إجابات الوحدة 5.

35. الإجابة النموذجية: بفرض أن s = عدد المبيعات التي تمت؛ $0.08s + 35{,}000 > 65{,}000$؛ $\{s \mid s > 375{,}000\}$؛ فيجب أن تكون المبيعات أكبر من AED 375,000.

36. الإجابة النموذجية: بفرض أن w = عدد الأسابيع؛ $90 - 1.25w > 75$؛ $\{w \mid w > 12\}$؛ سوف تستغرق العنزة أكثر من 12 أسبوعًا لكي تصل إلى وزن صحي.

39a. $5t + 565 \geq 1500$; $t \geq 187$

39b. 

40. الإجابة النموذجية: $6 \geq 0.65t + 3.25$; 4 طبقات أو أقل

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 11 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

9. 

10. 

11. 

26. الإجابة النموذجية: بفرض أن n = العدد؛ $4(2n + 3) \geq 10$؛ $\left\{n \mid n \geq -\frac{1}{4}\right\}$

29. 

30. 

31. 

32. 

33. 

34. 

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	12–34, 55, 57–83	13–33 ,فردي 60–63	12–34 ,زوجي 55, 57–59, 64–83
OL أساسي	13–33 ,فردي 35–43, 45–53 ,فردي 54–55, 57–83	12–34. 60–63	35–55, 57–59, 64–83
BL متقدم	35–77, (اختياري: 78–83)		

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 301 14/12/2016 03:32:54

التمثيلات المتعددة

في التمرين 54، يستخدم الطلاب خط الأعداد، وجدول القيم، والتحليل المنطقي لوصف حل متباينة مُركَّبة.

41. **العلوم** تساوي درجة الحرارة الطبيعية لجسم الجمل 97.7°F في الصباح. وإذا لم يتناول أي جرعةٍ من الماء حتى الظهيرة، فيمكن أن ترتفع درجة حرارة جسمه إلى أكثر من 104°F.

a. اكتب متباينةً تمثل درجة حرارة الجمل وقت الظهيرة إذا لم يشرب الماء على الإطلاق. $t > 104$

b. إذا كان الحرف C يمثل الدرجات المئوية، و $F = \frac{9}{5}C + 32$. اكتب متباينةً لإيجاد درجةِ حرارة جسم الجمل عند الظهيرة بالدرجات المئوية وأوجد حلّها. $\frac{9}{5}C + 32 > 104;\ C > 40$

42. **نظرية الأعداد** أوجد جميع المجموعات المؤلّفة من ثلاثة أعدادٍ صحيحةٍ موجبةٍ مجموعها أقل من 36. 2, 4, 6; 4, 6, 8; 6, 8, 10; 8, 10, 12; 10, 12, 14

43. **نظرية الأعداد** أوجد جميع المجموعات المؤلفة من أربعة أعدادٍ صحيحةٍ موجبةٍ مجموعها أقلّ من 42. 1, 3, 5, 7; 3, 5, 7, 9; 5, 7, 9, 11; 7, 9, 11, 13

حلّ كل متباينة مما يلي. وتحقق من حلّك.

44. $2(x - 4) \le 2 + 3(x - 6)$ $\{x \mid x \ge 8\}$

45. $\frac{2x - 4}{6} \ge -5x + 2$ $\left\{x \mid x \ge \frac{1}{2}\right\}$

46. $5.6z + 1.5 < 2.5z - 4.7$ $\{z \mid z < -2\}$

47. $0.7(2m - 5) \ge 21.7$ $\{m \mid m \ge 18\}$

حاسبة التمثيل البياني استخدام حاسبة تمثيل بياني لحل كل متباينة مما يلي.

48. $3x + 7 > 4x + 9$

49. $13x - 11 \le 7x + 37$

50. $2(x - 3) < 3(2x + 2)$

51. $\frac{1}{2}x - 9 < 2x$

52. $2x - \frac{2}{3} \ge x - 22$

53. $\frac{1}{3}(4x + 3) \ge \frac{2}{3}x + 2$

C 54. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، ستحلّ متباينات مركبة. لدينا عدد x أكبر من 4. والعدد نفسه أقل من 9.

a. عدديًا اكتب متباينتين منفصلتين تقابلان هذه العبارة. $x > 4;\ x < 9$

b. بيانيًا مثّل مجموعة الحلول الخاصة بالمتباينة الأولى بيانيًا باللون الأحمر. ومثّل مجموعة الحلول الخاصة بالمتباينة الثانية باللون الأزرق. وظلّل منطقة تداخلهما. 54b. انظر ملحق إجابات الوحدة 5.

c. جدوليًا صمّم جدولاً باستخدام عشر نقاطٍ مأخوذةٍ من مستقيم الأعداد خاصّتك، بحيث يشتمل على نقاطٍ من كل قسمٍ في هذا السؤال. واستخدم عمودًا واحدًا لكل متباينة وعمودًا ثالثًا سَمِّهِ "كلتا المتباينتين محقّقة." وأكمل الجدول بكتابة "صح" أو "خطأ" في هذا العمود. انظر ملحق إجابات الوحدة 5.

d. لفظيًا صف العلاقة بين المناطق الملونة في التمثيل البياني وبين الجدول. انظر ملحق إجابات الوحدة 5.

e. منطقيًا قم بالتنبؤ بما سيبدو عليه التمثيل البياني لـ $4 < x < 9$.

سيقابل التمثيل البياني القسم المظلّل من مستقيم الأعداد.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

55. **الاستنتاج** اشرح كيف بوسعك حلّ $-3p + 7 \ge -2$ بدون ضرب كل طرفٍ أو قسمته على عددٍ سالب. انظر الهامش.

56. **تحدٍّ** إذا كانت المتباينة $ax + b < ax + c$ صحيحة من أجل جميع القيمة الحقيقية لـ x. فماذا سيكون حلّ $ax + b > ax + c$؟ اشرح كيف عرفت ذلك. انظر الهامش.

57. **تحدٍّ** أوجد حلّ كل متباينة مما يلي لإيجاد قيمة x. وافترض أنّ $a > 0$.

a. $ax + 4 \ge -ax - 5$ $\left\{x \mid x \ge -\frac{9}{2a}\right\}$

b. $2 - ax < x$ $\left\{x \mid x > \frac{2}{1 + a}\right\}$

c. $-\frac{2}{a}x + 3 > -9$ $\{x \mid x < 6a\}$

58. **أيّ مما يلي لا ينتمي إلى المجموعة؟** سمّ المتباينة التي لا تنتمي إلى المجموعة. مع الشرح.

$4y + 9 > -3$	$3y - 4 > 5$	$-2y + 1 < -5$	$-5y + 2 < -13$

59. **الكتابة في الرياضيات** اشرح متى تكون مجموعة الحلول الخاصة بمتباينة مجموعةً خالية، أو متى تكون تلك المجموعة هي مجموعة الأعداد الحقيقية كلّها. ووضّح بمثالٍ عن كلّ حالة. 59,58 . انظر ملحق إجابات الوحدة 5.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

302 | الدرس 3-5 | حل المتباينات متعددة الخطوات

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 302 14/12/2016 03:32:56

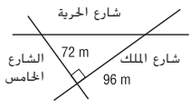
تمرين على الاختبار المعياري

60. ما هي مجموعة حلول المتباينة $4t + 2 < 8t - (6t - 10)$؟ **C**

A $\{t | t < -6.5\}$
C $\{t | t < 4\}$
B $\{t | t > -6.5\}$
D $\{t | t > 4\}$

61. الهندسة أغلق جزء شارع الحرية الذي يقع بين الشارع الخامس وشارع الملك بصورةٍ مؤقتة، وحوّل مسار السّيارات نحو اليمين إلى الشارع الخامس ونحو اليسار إلى شارع الملك ومن ثمّ إيابًا إلى شارع الحرية طيلة مدّة الإغلاق. فكم يبلغ طول الجزء المغلق من شارع الحرية؟ **G**

F 100 m
G 120 m
H 144 m
J 180 m



62. إجابة قصيرة تتلقّى نسرين 52 AED مقابل العمل لمدة 4 ساعات. فعند هذا المعدّل، كم ساعةً ستستغرق كي تكسب 845 AED؟ **65 ساعة**

63. الهندسة صنّف المثلث. **D**



A قائم
B موازٍ
C منفرج الزاوية
D متساوي الأضلاع

مراجعة شاملة

أوجد حلّ كلّ متباينة مما يلي، وتحقق من حلّك. (الدرس 2-5)

64. $\frac{y}{2} \leq -5$ $\{y | y \leq -10\}$
65. $12b > -48$ $\{b | b > -4\}$
66. $-\frac{2}{3}t \leq -30$ $\{t | t \geq 45\}$

أوجد حل كل متباينة مما يلي. وتحقق من حلّك، ومثله بيانيًا على مستقيم الأعداد. (الدرس 1-5)

67. $6 - h > -8$
68. $p - 9 < 2$
69. $3 \geq 4 - m$

67–69. انظر ملحق إجابات الوحدة 5.

أوجد حلّ كل معادلة عبر التمثيل البياني، وتحقق من إجابتك جبريًا.

70. $2x - 7 = 4x + 9$
71. $5 + 3x = 7x - 11$
72. $2(x - 3) = 5x + 12$

70–72. انظر ملحق إجابات الوحدة 5.

73. المنتزهات خلال أحد الأعوام الأخيرة، زار 70.9 مليون شخص المنتزهات الخمس الأولى في أمريكا الشمالية. ويمثل ذلك زيادةً نسبتها 1.14% تقريبًا عن عدد الزوار خلال العام الأسبق. فكم يبلغ تقريبًا عدد الأشخاص الذين زاروا المنتزهات الخمس الأولى في أمريكا الشمالية في العام الأسبق؟ **حوالي 70.1 مليونًا**

إذا كانت $f(x) = 4x - 3$ و $g(x) = 2x^2 + 5$، أوجد كل قيمة.

74. $f(-2)$ **−11**
75. $g(2) - 5$ **8**
76. $f(c + 3)$ **4c + 9**

77. التجميل بالمتوسّط، كان يتلقّى حلّاقٌ 4 AED عن كلّ 12 زبونًا يقصّ شعرهم. اكتب تعبيرًا لتحديد المبلغ الإجمالي الذي كسبه الحلّاق وأوجد قيمته.
12(29.95 + 4) أو 407.40 AED؛ 12(4) + 12(29.95)



مراجعة المهارات

مثّل بيانيًا كل مجموعة من الأعداد على مستقيم الأعداد. **78–83 انظر ملحق إجابات الوحدة 5.**

78. {−4, −2, 2, 4}
79. {−3, 0, 1, 5}
80. {الأعداد الصحيحة الأقل من 3}
81. {الأعداد الصحيحة الأكبر أو المساوية لـ −2}
82. {الأعداد الصحيحة بين −3 و4}
83. {الأعداد الصحيحة الأقل من −1}

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL BL

التوسُّع اطلب من الطلاب شرح كيفية استخدام التمثيل البياني لـ $y = -2x + 6$ لحل المتباينة $-2x + 6 < 0$. الشرح النموذجي: التقاطع مع المحور x $(x = 3)$ يمثل القيمة x عندما يكون $-2x + 6 = 0$.
جميع قيم x الأكبر من نقطة تقاطع المحور x هي حلول لـ $-2x + 6 < 0$. لذلك، $x > 3$.

تدريس الممارسات في الرياضيات

الاستنتاج يستخدم الطلاب المتفوقون في الرياضيات الخواصّ المختلفة للعمليات بمنتهى المرونة. في التمرين 55، اطلب من الطلاب ذكر خواصّ المتباينات التي يعرفونها ثم اختر واحدة منها لتطبيقها.

4 التقويم

حصاد الأمس اطلب من الطلاب كتابة شرح يوضح كيف أن الطرق المختلفة التي تعلموها لحل المتباينات الخطية متعددة الخطوات مرتبطة بالطرق التي تعلموها في الدروس السابقة، مثل حل المعادلات الخطية متعددة الخطوات واستخدام خاصية التوزيع.

المتابعة

لقد استكشف الطلاب التعابير، والمعادلات، والمتباينات.

اطرح السؤال التالي:

- كيف تُستخدَم الرموز في كتابة التعابير والمعادلات والمتباينات؟ الإجابة النموذجية: لا تكون العبارة تعبيرًا إلا في الحالة التي يتم فيها استخدام الرموز العملياتية دون وجود رمز يدل على معادلة أو متباينة. وإذا تم استخدام علامة التساوي لتوضيح تساوي تعبيرين أو أكثر، فإن العبارة تكون معادلة. وإذا تم استخدام علامة عدم التساوي لتوضيح عدم تساوي تعبيرين أو أكثر، تكون العبارة متباينة.

إجابات إضافية

55. بإضافة $3p$ و 2 إلى كل طرف. تصبح المتباينة $3p \geq 9$. ثم يتم قسمة كل طرف على 3 للحصول على $p \geq 3$.

56. Ø؛ إذا كانت المتباينة الأولى صحيحة دائمًا، فستكون المتباينة المقابلة خاطئة دائمًا.

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 303 14/12/2016 03:32:57

التقويم التكويني

استخدم اختبار نصف الوحدة لتقويم تقدم الطلاب في النصف الأول من الوحدة.

بالنسبة للمسائل المجاب عنها بشكل خاطئ، اطلب من الطلاب مراجعة الدروس المشار إليها في الأقواس.

مطويات® منظّم الدراسة

مطويات دينا زايك®

قبل أن ينتهي الطلاب من اختبار نصف الوحدة، شجّعهم على مراجعة معلومات الدروس من 1-5 إلى 3-5 المكتوبة في مطوياتهم.

إجابات إضافية

1. $x > 12$



2. $m \geq 4$



3. $p < -3$



4. $t \geq 21$



5 اختبار نصف الوحدة

الدروس من 1-5 إلى 3-5

أوجد حلّ كل متتالية مما يلي. ثمّ مثّلها بيانيًا على مستقيم الأعداد. (الدرس 1-5) **4–1. انظر الهامش.**

1. $x - 8 > 4$
2. $m + 2 \geq 6$
3. $p - 4 < -7$
4. $12 \leq t - 9$

5. **الحفلات** بلغ المصروف الذي نالته علياء في هذا الشهر 60 AED. وهي تريد الذهاب إلى إحدى الحفلات التي تكلفة تذكرة حضورها 45 AED. (الدرس 1-5)

   a. اكتب متباينةً تبيّن مبلغ المال الذي تستطيع إنفاقه خلال ذلك الشهر بعد شراء تذكرةٍ لحضور الحفلة.
   $m + 45 \leq 60$; $m \leq 15$

   b. إذا أنفقَت 9.99 AED مقابل تنزيل بعض الموسيقى من شبكة الإنترنت و 2 AED على الغداء في الكافتيريا. اكتب متباينةً تبيّن المبلغ الذي لا يزال بوسعها إنفاقه بعد هذين المبلغين وبعد شراء تذكرة حضور الحفلة.
   $m + 45 + 9.99 + 2 \leq 60$; $m \leq 3.01$

عرّف متغيرًا واكتب متباينةً وأوجد حلّ كلّ مسألة مما يلي. وتحقق من حلّك. (الدرس 1-5)
6–28 انظر ملحق إجابات الوحدة 5.

6. مجموع عدد مع 2− أكبر من 6.
7. ناتج طرح 4 من عدد أكبر من 1−.
8. مِثلا عددٍ أضيف إليه العدد 3 أصغر من العدد منقوصًا منه 4.
9. **الخيارات المتعددة** تدّخر عبير بعض المال لشراء هاتفٍ خلوي جديدٍ لا يكلف أكثر من 90 AED. وقد ادّخرت إلى الآن 52 AED. فما المبلغ الإضافي الذي يتعين على عبير توفيره؟ (الدرس 1-5) **C**

   A AED 38
   B أكثر من AED 38
   C ليس أكثر من AED 38
   D على الأقل AED 38

أوجد حلّ كلّ متباينة مما يلي، وتحقق من حلّك. (الدرس 2-5)

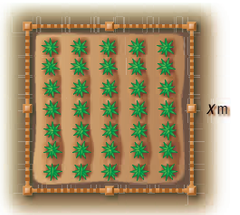
10. $\frac{1}{3}y \geq 5$ **$y \geq 15$**
11. $4 < \frac{c}{5}$ **$c > 20$**
12. $-8x > 24$ **$x < -3$**
13. $2m \leq -10$ **$m \leq -5$**
14. $\frac{x}{2} < \frac{5}{8}$ **$x < \frac{5}{4}$**
15. $-9a \geq -45$ **$a \leq 5$**
16. $\frac{w}{6} > -3$ **$w > -18$**
17. $\frac{k}{7} < -2$ **$k < -14$**

18. **الحيوانات** يعدّ الحبارى الكبير أثقل الطيور القادرة على الطيران. ويمكن أن يصل طول ذكر الحبارى الكبير إلى 120 cm وأن يصل وزنه إلى 20 كيلوجرامًا. (الدرس 2-5)

   a. اكتب متباينتين لوصف مجالي أطوال ذكور الحبارى وأوزانها. **$0 < \ell \leq 120$; $0 < w \leq 20$**

   b. تعدّ ذكور طائر الحبارى أثقل من إناثه بأربعة أضعاف. اكتب متباينةً تصف مجال أوزان إناث الحبارى وأوجد حلّها. **$0 < 4w \leq 20$; $0 < w \leq 5$**

19. **العناية بالحدائق** يشيّد زايد سورًا حول حديقةٍ مربعةٍ لمنع الغزلان من الدخول إليها. ويبلغ طول السّور لديه 60 مترًا. أوجد الطول الأقصى لضلع الحديقة. (الدرس 2-5)
$x \leq 15$، على الأكثر 15 m لكل ضلع



أوجد حلّ كلّ متباينة مما يلي، وتحقق من حلّك. (الدرس 3-5)

20. $4a - 2 > 14$ **$a > 4$**
21. $2x + 11 \leq 5x - 10$ **$x \geq 7$**
22. $-p + 4 < -9$ **$p > 13$**
23. $\frac{d}{4} + 1 \geq -3$ **$d \geq -16$**
24. $-2(4b + 1) < -3b + 8$ **$b > -2$**

عرّف متغيرًا واكتب متباينةً وأوجد حلّ كلّ مسألة مما يلي. وتحقق من حلّك. (الدرس 3-5)

25. ثلاثة أمثال عددٍ أضيف إليه العدد 8 ليست أكبر من العدد منقوصًا منه 4.
26. ثلثا عددٍ زائدًا 5 أكبر من 17.
25–26. انظر ملحق إجابات الوحدة 5.
27. **الاختيار من متعدد** تبلغ كلفة استئجار حذاء البولينغ AED 2. وكلفة شوط البولينغ الواحد 3 AED. فكم شوطًا يستطيع سلطان أن يلعب دون أن ينفق أكثر من 15 AED؟ (الدرس 3-5) **H**

F 2
G 3
H 4
J 5

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

304 | الوحدة 5 | اختبار نصف الوحدة

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 304 14/12/2016 03:33:09

4-5 مختبر الجبر
قراءة العبارات المركّبة

تتكون العبارة المركّبة من عبارتين بسيطتين يربط بينهما حرف العطف أو أو. وقبل أن تحدّد ما إن كانت عبارةٌ مركبةٌ ما صحيحةً أو خاطئة، فعليك استيعاب ماذا يعني حرفا العطف و وأو .

للعنكبوت ثماني أرجلٍ، وللقطّ خمس أرجل.

لكي تكون العبارة المركبة التي تربط بين عبارتيها البسيطتين كلمة و صحيحة، فينبغي أن تكون كلتا العبارتين البسيطتين صحيحة.



للقطّ خمس أرجل. ← خاطئة



لدى العنكبوت ثماني أرجل. ← صحيحة

وبما أن إحدى العبارتين خاطئة، فالعبارة المركبة خاطئة.

إن العبارة المركبة التي يربط بين جزئيها حرف العطف *أو* يمكن أن تكون*حصرية* أو *شاملة*. فعلى سبيل المثال، العبارة "مع وجبة الغداء، يمكن أن تشرب الحليب *أو* العصير." هي عبارةٌ حصرية. ففي اللغة اليومية، يعني حرف العطف *أو* أحد شيئين أو كليهما. ولكن، في الرياضيات، حرف العطف *أو* شامل. فهو يعني أحد شيئين أو الآخر أو كليهما.

للعنكبوت ثماني أرجلٍ، *أو* للقطّ خمس أرجل.

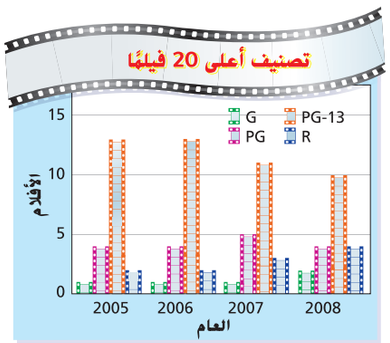
لكي تكون عبارةٌ مركبةٌ يربط بين جزئيها حرف العطف *أو* صحيحة، فينبغي أن تكون واحدةٌ من العبارتين البسيطتين صحيحة. وبما أنّه صحيحٌ أن للعنكبوت ثماني أرجل، فالعبارة المركبة صحيحة.

تمارين

10–1. انظر ملحق إجابات الوحدة 5.

هل كل عبارةٍ مركبةٍ مما يلي*صحيحةٌ أوخاطئة*؟ اشرح.

1. صنّفت معظم الأفلام الـ 20 الأولى عام 2007 على أنها ممنوعة عن الأطفال دون 13 عامًا. أو صنّفت معظم الأفلام الـ 20 الأولى عام 2005 على أنها مناسبة لجميع الأعمار.
2. في عام 2008، من بين الأفلام الـ 20 الأولى صنّف عدد أكبر من الأفلام على أنه يستلزم الرقابة الأبوية من الأفلام المصنّفة على أنها مناسبة لجميع الأعمار، و صنّف عددٌ أكبر من الأفلام على أنه يستلزم الرقابة الأبوية من الأفلام الممنوعة عن الأطفال دون 13 عامًا.
3. من أجل الأعوام المبيّنة، صنّفت معظم الأفلام الـ 20 الأولى على أنها ممنوعة عن الأطفال دون 13 عامًا، و صنّف العدد الأقل من الأفلام من بين الأفلام الـ 20 الأولى على أنه مناسبٌ لجميع الأعمار.
4. لم تصنّف أيّ من الأفلام الـ 20 الأولى عام 2008 على أنها مناسبة لجميع الأعمار، أو لم تصنّف معظم الأفلام الـ 20 الأولى عام 2008 على أنها تستلزم الرقابة الأبوية.



المصدر: الجمعية الوطنية لمالكي دور العرض

5. $11 < 7$ أو $9 < 7$
6. $3 < 7$ و $-2 > 0$
7. $-3 < 0$ و $5 > 0$
8. $0 = 0$ أو $-2 > -3$
9. $8 \neq 8$ أو $-2 > -5$
10. $4 > -2$ و $5 > 10$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education.

1 التركيز

الهدف تحديد العبارات المركبة المتصلة بحرف العطف و أو حرف العطف *أو* كعبارات صحيحة أو خاطئة.

نصيحة للتدريس

قبل النشاط، اطلب من الطلاب تذكر تعريف الجملة المركبة من دراسات فنون اللغة. يجب أن يعرف الطلاب أن الجملة المركبة هي جملة تتكون من عبارتين منفصلتين مربوطتين بأداة عطف، أو علامة ترقيم، أو كلتيهما. وضّح أن الجمل المركبة في هذا النشاط مكونة من عبارتين منفصلتين مربوطتين بو أو *أو*.

2 التدريس

العمل في مجموعات متعاونة

اطلب من الطلاب العمل في مجموعات، متنوعة القدرات، مكونة من ثلاثة أو أربعة طلاب لإكمال التمارين 2-1 و 6-5.

اطرح السؤال التالي:

- ما الجملة المركبة الصحيحة المربوطة بحرف العطف و التي يمكنكم تكوينها بخصوص أرجل عنكبوت وقط؟ العنكبوت لديها ثماني أرجل و القط لديه أربع أرجل.
- ما الجملة المركبة الصحيحة الأخرى المربوطة بحرف العطف *أو* التي يمكنكم تكوينها بخصوص أرجل عنكبوت وقط؟ عنكبوت لديها ثماني أرجل *أو* قط لديه أربع أرجل.
- تحت أي ظروف تكون الجملة المركبة التي تستخدم حرف العطف *أو* خاطئة؟ تكون خاطئة فقط إذا كانت كلتا العبارتين خاطئة.

تمرين اطلب من الطلاب إكمال التمارين 4-3 و 10-7.

من العملي إلى النظري

يطبق الطلاب، من خلال التمارين 10-5، ما فهموه بشأن العبارات المركبة على المتباينات المركبة.

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمرينين 3 و 4 لتقويم إذا ما كان الطلاب يفهمون الظروف التي تكون فيها العبارة التي تستخدم و أو *أو* صحيحة أو خاطئة.

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 305 14/12/2016 03:33:11

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل بدء الدرس 5-4 إيجاد حل معادلات القيمة المطلقة مع حالتين.

الدرس 5-4 إيجاد حل المتباينات المركبة التي تحتوي على حرف العطف و وتمثيل مجموعات الحل الخاصة بها بيانيًا. إيجاد حل المتباينات المركبة التي تحتوي على حرف العطف *أو* وتمثيل مجموعات الحل الخاصة بها بيانيًا.

بعد الدرس 5-4 حل أنظمة المتباينات وتمثيلها بيانيًا.

2 التدريس

أسئلة الدعائم التعليمية

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- ما رمز المتباينة الّذي يمثل المصطلح *على الأقل* عندما نقول إن الراكب يجب أن يبلغ طوله 130 سنتيمترًا على الأقل؟ ≥
- ما الحد الأدنى لطول الراكب؟ 130 cm
- ما الحد الأقصى لطول الراكب؟ 180 cm
- هل يمكن لراكب طوله 150 سنتيمترًا الركوب؟ اشرح. نعم، لأن هذا الراكب سيكون طوله أكبر من 130 cm لكن أقل من 180 cm.

5-4 حل المتباينات المركّبة

السابق	الحالي	لماذا؟
• حللتَ معادلات قيمٍ مطلقةٍ عند حالتين.	1 • حلّ متباينات مركبة تحتوي على حرف العطف و. وتمثيل مجموعة حلولها. 2 • حل متباينات مركبة تحتوي على حرف العطف *أو*. وتمثيل مجموعة حلولها بيانيًا.	• لكي تستطيع ركوب أحد الأنواع المحددة لقطارات الملاهي، فيجب أن يكون طولك على الأقل 130 سنتيمترًا وألا يتجاوز 180 سنتيمترًا. فإذا كان h يمثل طول الرّاكب، فيمكن أن نكتب متباينتين لتمثيل هذا الشّرط. على الأقل 130 سنتيمترًا لا يتجاوز 180 سنتيمترًا $h \geq 130$ $h \leq 180$ يمكن دمج المتباينتين $h \geq 130$ و $h \leq 180$ وكتابتهما دون استخدام حرف العطف و وذلك بالصيغة $130 \leq h \leq 180$.

المفردات الجديدة

متباينة مركبة compound inequality
تقاطع intersection
اتحاد union

ممارسات في الرياضيات

فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك.

1 المتباينات التي تحتوي على حرف العطف "و" عندما نأخذ متباينتين مثل $h \geq 130$ و $h \leq 180$ معًا. فإنهما تشكّلان **متباينة مركّبة**. وتكون المتتالية المركبة التي تحتوي على حرف العطف"و" صحيحةً فقط إذا كانت المتباينتان صحيحتين. والتمثيل البياني لها هو منطقة تداخل التمثيلين البيانيين لكلٍّ من المتباينتين. ويسمّى ذلك **تقاطع** التمثيلين البيانيين.

يمكن إيجاد التقاطع عبر تمثيل كل متباينة ومن ثمّ تحديد مكان تقاطع التمثيلين البيانيين.

$x \geq 3$



$x < 7$



$x \geq 3$ و $x < 7$



$3 \leq x < 7$

يمكن قراءة العبارة $3 \leq x < 7$ على النّحو: x أكبر أو تساوي 3 وأصغر أو تساوي 7 أو x بين 3 و 7 مع احتواء العدد 3.

مثال 1 إيجاد الحلّ والتمثيل البياني للتقاطع

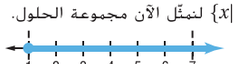
أوجد حلّ المتباينة $-2 \leq x - 3 < 4$. ثمّ مثّل مجموعة الحلول بيانيًا.

أولاً، عبّر عن المتباينة $-2 \leq x - 3 < 4$ باستخدام حرف العطف"و". ثمّ أوجد حلّ كل من المتباينتين.

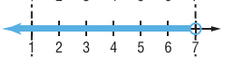
اكتب المتباينتين.	$x - 3 < 4$	و $-2 \leq x - 3$
اجمع 3 إلى كل طرف.	$x - 3 + 3 < 4 + 3$	$-2 + 3 \leq x - 3 + 3$
حوّل لأبسط صورة.	$x < 7$	$1 \leq x$

مجموعة الحلول هي $\{x | 1 \leq x < 7\}$. لتمثّل الآن مجموعة الحلول.

مثّل بيانيًا $x \geq 1$ أو $1 \leq x$.



مثّل بيانيًا $x < 7$.



أوجد تقاطع التمثيلين البيانيين.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 306 14/12/2016 03:33:13

1 المتباينات التي تحتوي على حرف العطف و

مثال 1 يوضح كيفية حل المتباينات المركبة التي تحتوي على و وكيفية تمثيل مجموعة الحل بيانيًا.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الموجهة الموجودة بعد كل مثال للوقوف على استيعاب الطلاب للمفاهيم.

انتبه!

مفاهيم خاطئة لدى الطلاب

قد يفترض الطلاب أن مجموعة الحل لـ $\{x \mid 1 \leq x < 7\}$ تشتمل على العدد 7. إلا أنه نظرًا لأن ما هو أقل من 7 لا يشتمل على 7، فإن مجموعة الحل لا تشتمل على 7.

أمثلة إضافية

1 أوجد حل $2 + z \leq 11 < 7$. ثم مثّل مجموعة الحل.

$\{z \mid 5 < z \leq 9\}$



2 **السفر** منتجع للتزلج يضم أنواعًا عديدة من الغرف الفندقية والمقصورات. تكلفة الغرف الفندقية تبلغ AED 89 في الليلة، وتكلفة المقصورات تبلغ على الأقل AED 109 في الليلة. اكتب ومثّل بيانيًا متباينة مركبة تصف المبلغ الذي يدفعه النزيل كل ليلة في المنتجع.

$\{n \mid n \leq 89$ أو $n \geq 109\}$.

حيث n هو المبلغ الذي يدفعه النزيل في الليلة



2 المتباينات التي تحتوي على حرف العطف أو

مثال 2 يوضح كيفية كتابة متباينة مركبة تحتوي على *أو* وتمثيلها بيانيًا لموقف من الحياة اليومية. **مثال 3** يوضح كيفية حل متباينة مركبة تحتوي على *أو* وتمثيلها بيانيًا.

تمرين موجّه

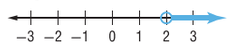
أوجد حل كل متباينة مركبة مما يلي، ثمّ مثّل مجموعة الحلول بيانيًا.

1A. $y - 3 \leq -8$ و $y - 3 \geq -11$ **1B.** $6 \leq r + 7 < 10$

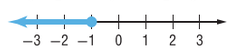
2 المتباينات التي تحتوي على حرف العطف *أو*

يضمّ نوعٌ آخر من المتباينات المركبة حرف العطف أو. وتكون المتباينة المركبة التي تحتوي على حرف العطف أو صحيحةً إذا كانت إحدى المتباينتين على الأقل صحيحة. وتمثيلها البياني هو **اتّحاد** التمثيلين البيانيين للمتباينتين.

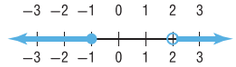
$x > 2$



$x \leq -1$

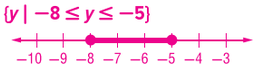


$x \leq -1$ أو $x > 2$

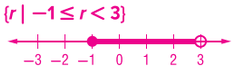


عند حلّ مسائل تضم متباينات. يقصد بكلمة تحتوي على الشمول ولذلك استخدم الرمز ≥ أو ≤. ويقصد بكلمة بين الحصر. ولذلك استخدم> أو <.

1A. $\{y \mid -8 \leq y \leq -5\}$



1B. $\{r \mid -1 \leq r < 3\}$



مثال 2 من الحياة اليومية كتابة المتباينة المركبة وتمثيلها بيانيًا

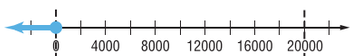
الصوت **تستطيع الأذن البشرية استشعار الأصوات التي يتراوح ترددها بين 20 هرتز و 20000 هرتز. اكتب متباينةً مركبةً تصف تردد الأصوات التي لا يستطيع البشر سماعها ومثّلها بيانيًا.**

تنصّ المسألة على أن البشر يستطيعون سماع الترددات التي تتراوح بين 20 Hz و 20,000 Hz. ويُطلب منّا إيجاد الترددات التي لا يستطيع سماعها البشر.

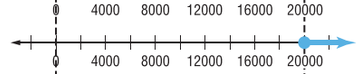
الشرح	يساوي التردد	على الأكثر	20 هرتز	أو	يساوي التردد	على الأقل	20,000 هرتز
المتغير	ليكن f التردد.						
المتباينة	f	$\leq$	20	أو	f	$\geq$	20,000

الآن، مثّل مجموعة الحلول بيانيًا.

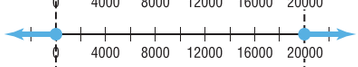
مثّل بيانيًا $f < 20$.



مثّل بيانيًا $f > 20{,}000$.



أوجد توحيد التمثيلين.



لاحظ أن التمثيلين البيانيين لا يتقاطعان. حيث لا يستطيع البشر أن يسمع الأصوات التي يقلّ ترددها عن 20 هرتز أو التي يزيد ترددها عن 20,000 هرتز. المتباينة المركبة هي $\{f \mid f < 20$ أو $f > 20{,}000\}$.

قراءة في الرياضيات

على الأكثر تشير عبارة "على الأكثر" في المثال 2 إلى ≤. ويمكن أيضًا صياغتها عبر العبارة "ليس أكثر من" أو العبارة "أصغر أو يساوي".

تمرين موجّه

2. التصنيع ترغب إحدى الشركات بتصنيع دميةٍ لشخصية أطفالٍ بحيث يجب أن يساوي طولها على الأقل 11.2 سنتيمترًا وعلى الأكثر 11.4 سنتيمترًا. اكتب متباينةً مركبةً تصف الطول الذي يمكن تصنيع الدّمية وفقه ومثّلها بيانيًا.

2. $11.2 \leq h \leq 11.4$



McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

إرشاد للمعلمين الجدد

رموز التقاطع والاتحاد وضّح أن رمز التقاطع هو ∩. ويمكن كتابة مجموعة الحل في مثال 1 بالشكل $\{x \mid x < 7\} \cap \{x \mid x \geq 1\}$. ورمز الاتحاد هو ∪. ويمكن كتابة مجموعة الحل في مثال 3 بالشكل $\{m \mid m \geq -3\} \cup \{m \mid m > 5\}$.

التركيز على محتوى الرياضيات

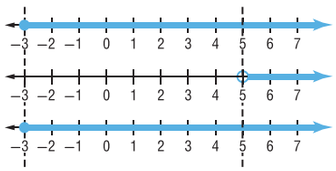
عبارات الربط عند استخدام حرف العطف و لربط متباينتين لتكوين متباينة مركبة، فإن الجملة الناتجة تسمى *عبارة ربط*. لحل عبارة ربط، أوجد قيم المتغير الذي تكون معه *كلتا* العبارتين صحيحة.

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 307 14/12/2016 03:33:14

مثال 3 الحلّ والتمثيل البياني لتوحيد متباينتين

أوجد حلّ $-2m + 7 \leq 13$ أو $5m + 12 > 37$. ثمّ مثّل مجموعة الحلول بيانيًا.

$-2m + 7 \leq 13$	أو	$5m + 12 > 37$
$-2m + 7 - 7 \leq 13 - 7$	اطرح.	$5m + 12 - 12 > 37 - 12$
$-2m \leq 6$	حوّل لأبسط صورة.	$5m > 25$
$\frac{-2m}{-2} \geq \frac{6}{-2}$	اقسم.	$\frac{5m}{5} > \frac{25}{5}$
$m \geq -3$	حوّل لأبسط صورة.	$m > 5$



لاحظ أن التمثيل البياني لـ $m \geq -3$ يحتوي على جميع نقاط التمثيل البياني لـ $m > 5$. وبالتالي، فإن توحيد التمثيلين البيانيين هو التمثيل البياني لـ $m \geq -3$. ومجموعة الحلول هي $\{m | m \geq -3\}$.

3A. $\{a \geq 4 \text{ أو } a | a < 3\}$



نصيحة دراسية

تقاطع التمثيلات البيانية واتّحادها التمثيل البياني لمتباينة مركبة تضم حرف العطف "و" هو تمثيل بياني يمثّل تقاطع التمثيلين البيانيين للدالّتين الجزئيتين. والتمثيل البياني لمتباينة مركبة تضم حرف العطف "أو" هو اتّحاد التمثيلين البيانيين للدالّتين الجزئيتين.

تمرين موجّه

أوجد حل كل متباينة مركبة، ثمّ مثّل مجموعة الحلول بيانيًا.

3A. $a + 1 < 4$ أو $a - 1 \geq 3$

3B. $x \leq 9$ أو $2 + 4x < 10$

3B. $\{x | x \leq 9\}$



التحقق من فهمك

الأمثلة 1 و 3 **أوجد حل كل متباينة مركبة مما يلي، ثمّ مثّل مجموعة الحلول بيانيًا.**

4–1. انظر ملحق إجابات الوحدة 5.

1. $4 \leq p - 8$ و $p - 14 \leq 2$

2. $r + 6 < -8$ أو $r - 3 > -10$

3. $4a + 7 \geq 31$ أو $a > 5$

4. $2 \leq g + 4 < 7$

مثال 2

5. الاستنتاج المنطقي يساوي ضغط الهواء الموصى به لعجلات الدراجات الجبلية على الأقل 35 رطلاً للبوصة المربعة (psi). على ألا يزيد عن 80 رطلاً للبوصة المربعة. فإذا كان ضغط الهواء في عجلتي إحدى الدراجات 24 رطلاً للبوصة المربعة. فما هو المدى الموصى به لضغط الهواء الذي يجب أن يضخّ في العجلتين؟

11 psi ≤ x ≤ 56 psi

التمرين وحل المسائل

الأمثلة 1 و 3 **أوجد حل كل متباينة مركبة مما يلي، ثمّ مثّل مجموعة الحلول بيانيًا.**

6–215 انظر ملحق إجابات الوحدة 5.

6. $f - 6 < 5$ و $f - 4 \geq 2$

7. $n + 2 \leq -5$ و $n + 6 \geq -6$

8. $y - 1 \geq 7$ أو $y + 3 < -1$

9. $t + 14 \geq 15$ أو $t - 9 < -10$

10. $-5 < 3p + 7 \leq 22$

11. $-3 \leq 7c + 4 < 18$

12. $5h - 4 \geq 6$ و $7h + 11 < 32$

13. $22 \geq 4m - 2$ أو $5 - 3m \leq -13$

14. $-4a + 13 \geq 29$ و $10 < 6a - 14$

15. $-y + 5 \geq 9$ أو $3y + 4 < -5$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب		خيار اليومين
AL مبتدئ	6–17, 39–41, 43–72	7–17, فردي, 44–47	6–16, زوجي, 39–41, 43, 48–72
OL أساسي	7–27, فردي, 28–41, 43–72	6–17, 44–47	18–41, 43, 48–72
BL متقدم	18–63, (اختياري:64–72)		

مثال إضافي

3 أوجد حل $4k - 7 \leq 25$ أو $9k \geq 30$ −. ثم مثّل مجموعة الحل بيانيًا. $\{k | k \leq 8\}$



التدريس باستخدام التكنولوجيا

كاميرات المستندات اختر طالبًا للعمل على مثال باستخدام كاميرا المستندات. تأكد من أن الطالب يستخدم تمثيلاً بيانيًا لإيجاد حل المتباينة.

إرشاد للمعلمين الجدد

الاستنتاج قد يلتبس الأمر على الطلاب بخصوص معنى الكلمتين *تقاطع* و *اتحاد*. اطلب منهم مقارنة تعريفي هاتين الكلمتين في مواقف من الحياة اليومية. بالنسبة لكلمة "تقاطع"، قد يقترح الطلاب وجود طريقين متداخلين عند تقاطع. وبالنسبة لكلمة "اتحاد"، قد يقترحون توحد الخمسين ولاية معًا لتكوين اتحاد.

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1–5 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

16. الإجابة النموذجية: بفرض أن $r =$ معدل السرعة، إذًا $70 \leq r \leq 40$.



17. الإجابة النموذجية: بفرض أن $x =$ العدد الأصغر من العددين الفرديين المتتابعين، إذًا $8 \leq 2x + 2 \leq 24$؛ $3 \leq x \leq 11$؛ 3, 5؛ 5, 7؛ 7, 9؛ 9, 11؛ 11, 13

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 308 14/12/2016 03:33:19

التمرين وحل المسائل

مثال 2

16. السرعة توضّح اللوحة المبيّنة جانبًا حدود السّرعة في أحد الطرق السريعة بين إمارتين. اكتب متباينةً تمثّل هذه اللوحة الإرشادية، ومثّلها بيانيًا.



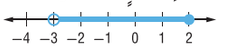
17. نظرية الأعداد أوجد جميع المجموعات المؤلّفة من عددين صحيحين موجبين مجموعهما على الأقل 8 وأقلّ من 24. **17–16. انظر الهامش.**

B **اكتب متباينةً مركّبةً لكل تمثيلٍ بياني مما يلي.**

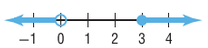
18. $-1 \le x \le 4$



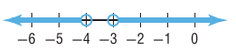
19. $-3 < x \le 2$



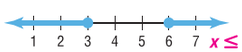
20. $x \ge 3$ أو $x < 0$



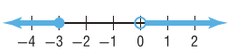
21. $x < -4$ أو $x > -3$



22. $x \le 3$ أو $x \ge 6$



23. $x > 0$ أو $x \le -3$



24–27. انظر ملحق إجابات الوحدة 5.

أوجد حل كل متباينة مركبة مما يلي، ثمّ مثّل مجموعة الحلول بيانيًا.

24. $3b + 2 < 5b - 6 \le 2b + 9$

25. $-2a + 3 \ge 6a - 1 > 3a - 10$

26. $10m - 7 < 17m$ أو $-6m > 36$

27. $5n - 1 < -16$ أو $-3n - 1 < 8$

28. القسائم لدى عائشة قسيمة خصم بنسبة 10% على سعر أي كاميرا رقمية في أحد المتاجر المحلية للإلكترونيات. وهي تبحث عن كاميرات رقمية يتراوح سعرها من 100 AED إلى 250 AED.

a. كم تبلغ تكلفة الكاميرات بعد الاستفادة من الخصم؟ **من 90 AED إلى 225 AED متضمنًا هاتين القيمتين**

b. إذا كانت نسبة ضريبة المبيعات 6.5%. فكم ينبغي أن تتوقع عاشرة أنها ستنفق؟ **من 95.85 AED إلى 239.63 AED متضمنًا هاتين القيمتين**

عرّف متغيرًا واكتب متباينةً وأوجد حلّ كلّ مسألة مما يلي. ثمّ تحقّق من حلّك.

29–32. الإجابات النموذجية معطاة. ليكن n = العدد.

29. ثمانية منقوصةً من عددٍ ليست أكبر من 14 وليست أصغر من 5. **29.** $5 \le n - 8 \le 14$; $\{n \mid 13 \le n \le 22\}$

30. مجموع ثلاثة أمثال عددٍ مع 4 يقع بين 8− و 10. **30.** $-8 < 3n + 4 < 10$; $\{n \mid -4 < n < 2\}$

31. ناتج ضرب العدد 5− بعدد أكبر من 35 أو أقل من 10. **31.** $-5n > 35$ or $-5n < 10$; $\{n \mid n < -7 \text{ or } n > -2\}$

32. نصف عددٍ أكبر من 0 وأصغر أو يساوي 1. **32.** $0 < \frac{1}{2}n \le 1$; $\{n \mid 0 \le n \le 2\}$

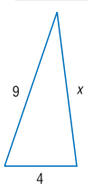
33. الأفاعي تعيش معظم الأفاعي حيث تتراوح درجة الحرارة من 75°F إلى 90°F متضمنًا هاتين الدرجتين. اكتب متباينةً تمثل درجات الحرارة التي لا تعيش عندها الأفاعي. **$t < 75 = t > 902$**

34. جمع الأموال يبيع طارق بطاقات هدايا ليجمع المال من أجل رحلةٍ صفيّة. ويستطيع الفوز بهدايا اعتمادًا على عدد البطاقات التي يبيعها. وحتى الآن، باع 34 بطاقة. فكم بطاقةً إضافيةً عليه أن يبيع لكي يفوز بجائزةٍ من الفئة الرابعة؟ **من 12 إلى 26، متضمنًا هذين العددين**

البطاقة	الجائزة
1–15	1
16–30	2
31–45	3
46–60	4
61+	5

35. السّلاحف من النادر أن تفقس بيوض سلاحف المحيط الأطلسي عندما تحضن عند درجة حرارة أدنى من 23°C أو أعلى من 33°C . اكتب شروط درجة الحرارة بطريقتين اثنتين: بصيغة متباينتين بسيطتين وبصيغة متباينة مركّبة. **$t \le 33$; $23 \le t \le 33$ و $t \ge 23$**

36. البنية تنصّ نظرية *متباينة المثلث* على أن مجموع قياسي أي ضلعين في مثلث أكبر من قياس الضلع الثالث.



a. اكتب ثلاث متباينات للتعبير عن العلاقات القائمة بين قياسات أضلاع المثلّث المبيّن على اليسار. **a.** $x + 9 > 4$, $x > -5$; $x + 4 > 9$, $x > 5$; $4 + 9 > x$, $x < 13$

b. ما الأطوال الأربعة المحتملة للضلع الثالث من المثلث؟ **36b. الإجابة النموذجية: 6, 9, 10, 11**

c. اكتب متباينةً مركبةً للتعبير عن القيم المحتملة لـ x. **$5 < x < 13$**

309

تدريس الممارسات في الرياضيات

الاستنتاج المنطقي يستطيع الطلاب المتفوقون في الرياضيات شرح معنى المسألة. في التمرين 5، اطلب من الطلاب التفكير في كيفية إضافة المزيد من ضغط الهواء.

البنية يستطيع الطلاب المتفوقون في الرياضيات رؤية الأشياء المعقدة في صورة أشياء فردية أو على أنها مكونة من أشياء عديدة. في التمرين 36، شجّع الطلاب على استخدام خطوط الأعداد لتصور القيم المحتملة لـ x.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 309 14/12/2016 03:33:22

37. الأعاصير يقيّم مقياس سافير سيمبسون شدّة الأعاصير على تدريجٍ من 1 إلى 5 بناءً على سرعة الريح في الإعصار.

$178 \le x \le 208;\ 209 \le x \le 251$

الفئة	سرعة الريح (km/h)	مثال (العام)
1	119–153	جاستون (2004)
2	154–177	فرانسيس (2004)
3	178–208	إيفان (2004)
4	209–251	شارلي (2004)
5	> 252	أندرو (1992)

a. اكتب متباينةً مركبةً لسرعات رياح إعصارٍ من الفئة 3 وإعصارٍ من الفئة 4.

b. ما تقاطع التمثيلين البيانيين للمتباينتين اللتين توصلت إليهما في القسم **a** من المسألة؟ ∅

38. التمثيلات المتعددة في هذه المسألة، ستستكشف القياسات. إن **الخطأ المطلق** لقياسٍ يساوي نصف وحدة القياس. و**الخطأ النسبي** لقياسٍ يساوي نسبة الخطأ المطلق إلى القياس المتوقع.

a. جدوليًا انسخ الجدول التالي وأكمله.

القياس	الخطأ المطلق	الخطأ النسبي
14.3 cm	$\frac{1}{2}(0.1) = 0.05$ cm	$\frac{\text{الخطأ المطلق}}{\text{القياس المتوقع}} = \frac{0.05\text{ cm}}{14.3\text{ cm}} \approx 0.0035$ أو 0.4%
1.85 cm	0.005 cm	≈ 0.0027 or 0.3%
61.2 cm	0.05 cm	≈ 0.00082 or 0.08%
237 cm	0.5 cm	≈ 0.0021 or 0.2%

b. تحليليًا لقد قست طول 12.8 سنتيمترًا. احسب الخطأ المطلق ومن ثم دوّن مدى القياسات المحتملة.

0.05 cm; 12.75 cm – 12.85 cm

c. منطقيًا بأيّ دقةٍ تقيس الطول بالسنتيمترات لتحصل على خطأٍ مطلقٍ أقل من 0.05 سنتيمتر؟

إلى أقرب منزلة مئوية

d. تحليليًا لإيجاد الخطأ النسبي لحساب مساحةٍ أو حجم، اجمع الأخطاء النسبية لكل قياسٍ خطي. فإذا كانت قياسات أضلاع صندوقٍ بشكل متوازي مستطيلات 6.5 سنتيمتر و 7.2 سنتيمتر و 10.25 سنتيمتر، فما الخطأ النسبي في حجم الصندوق؟ 0.015 سم

مسائل مهارات التفكير العليا — استخدام مهارات التفكير العليا

39. تحليل الخطأ يحلّ خميس وسيف المتباينة $3 < 2x - 5 < 7$. فهل أيّ منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

خميس

$3 < 2x - 5 < 7$

$3 < 2x < 12$

$\frac{3}{2} < x < 6$

سيف

$3 < 2x - 5 < 7$

$8 < 2x < 7$

$4 < x < \frac{7}{2}$

كلاهما غير مصيب؛ لم يجمع خميس 5 إلى 3، ولم يجمع سيف 5 إلى 7

40. المثابرة حلّ كل متباينة من أجل إيجاد x. وافترض أن a ثابت وأن $a > 0$.

a. $-3 < ax + 1 \le 5$ $x > -\frac{4}{a}$ and $x \le \frac{4}{a}$ **b.** $-\frac{1}{a}x + 6 < 1$ or $2 - ax > 8$ $x < -\frac{6}{a}$ or $x > 5a$

41. مسألة غير محددة الإجابة شكّل مثالاً لمتباينةٍ مركبةٍ تضم حرف العطف"أو" ولها عددٌ غير منتهٍ من الحلول. **الإجابة النموذجية:** $x \le 2$ أو $x \ge 4$

42. تحدٍّ حدّد إن كانت العبارة التالية صحيحةً *دائمًا أو أحيانًا* أو غير صحيحةٍ على الإطلاق. واشرح كيف توصلت إلى ذلك. *التمثيل البياني لدالةٍ مركبةٍ تضمّ حرف العطف "أو" محدودٌ من الجهة اليمنى والجهة اليسرى بقيمتين لـ* x. 42–43. انظر الهامش.

43. الكتابة في الرياضيات أورد مثالاً لمتباينةٍ مركبةٍ قد تمرّ عليها في مدينة الملاهي. وهل يمثل هذا المثال تقاطعًا أو اتحادًا؟

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

التدريس المتمايز AL BL

إذا كان بعض الطلاب قد يجدون صعوبة في محاولة تمييز ما إذا كانت المسائل الكلامية تمثل متباينات مركبة تحتوي على و أو أو وإذا ما كانت المتباينات شاملة أم حصرية،

إذًا قسّم هؤلاء الطلاب في مجموعات ثنائية مع طلاب من مستوى متقدم لمناقشة وحل التمارين 37–33. شجّع كلا الطالبين على لعب دور فعال في حل المسائل.

التمثيلات المتعددة

في التمرين 38، يستخدم الطلاب جدولاً للمقاييس والتحليل المنطقي لمقارنة الخطأ في مقاييس الطول.

انتبه!

تحليل الخطأ في التمرين 39، وضّح أن خميس وسيف توصلا إلى نتائج مختلفة للخطوة الأولى من الحل، لذلك يتعين على الطلاب التحقق مما يجب القيام به أولاً لحل المتباينة. يتبين من التحقق أن كلاً من خميس وسيف أضافا 5 إلى طرف واحد فقط من المتباينة. ذكّر الطلاب أنه يجب عليهم إجراء نفس العملية على كلا طرفي المتباينة لتظل المتباينة صحيحة.

تدريس الممارسات في الرياضيات

المثابرة حلل الطلاب المتفوقون في الرياضيات المعطيات والقيود والعلاقات والأهداف. في التمرين 40، وضّح للطلاب أنه يمكنهم البدء بإعادة كتابة كل متباينة مركبة في صورة متباينتين أبسط.

إجابات إضافية

42. أحيانًا؛ يشتمل التمثيل البياني $x > 2$ أو $x < 5$ على خط الأعداد بالكامل.

43. الإجابة النموذجية: يمكن أن تمثل السرعة التي تسير بها الأفعوانية على القضبان متباينة مركبة تكون عبارة عن تقاطع.

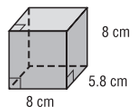
UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 310 14/12/2016 03:33:26

تمرين على الاختبار المعياري

44. ما مجموعة حلول المتباينة $-7 < x + 2 < 4$؟ C

A $\{x \mid -5 < x < 6\}$
B $\{x \mid -5 < x < 2\}$
C $\{x \mid -9 < x < 2\}$
D $\{x \mid -9 < x < 6\}$

45. الهندسة ما المساحة السطحية لمتوازي المستطيلات؟ H



F $249.6\ cm^2$
G $278.4\ cm^2$
H $313.6\ cm^2$
J $371.2\ cm^2$

46. إجابة شبكية ما هو الحدّ التالي في المتباينة؟ 38/17

$\frac{13}{2}, \frac{18}{5}, \frac{23}{8}, \frac{28}{11}, \frac{33}{14}, \ldots$

47. بعد سداد رسم اشتراكٍ قيمته 15 AED، يحقّ لأعضاء نادي الفيديو استئجار أفلامٍ مقابل 2 AED للفيلم. بينما يستأجر غير المشتركين الفيلم مقابل 4 AED. فما هو أقلّ عددٍ من الأفلام التي يجب استئجارها بحيث تكون التكلفة المترتبة على المشتركين أقل؟ B

A 9
B 8
C 7
D 6

مراجعة شاملة

48. مجالسة الأطفال تكسب غاية 150 AED في الشهر من بيع الكعك المحضّر في المنزل إضافةً إلى 7 AED في الساعة من مجالسة الأطفال. فإذا أرادت أن تكسب على الأقل 300 AED خلال هذا الشهر. فكم ساعةً سيكون عليها أن تقضي في مجالسة الأطفال؟ (الدرس 3-5) **على الأقل 22 ساعة**

49. المجلات كسب راشد أكثر من 260 AED من خلال بيع اشتراكات المجلات. حيث بيع كل اشتراكٍ بـ 12 AED. فكم اشتراكًا باع راشد؟ (الدرس 2-5) **على الأقل 22 اشتراك**

50. الشراب تخلط فتحية مياة غازيةً بطعم الليمون مع عصير فواكهٍ ممزوجٍ يضم 45% من العصير. فإذا استخدمت 3 أرباع الجالون من المياه الغازية. فكم عدد أرباع الجالون من عصير الفواكه يجب إضافتها لتشكيل شرابٍ نسبة العصير فيه 30%؟ **6 أرباع الجالون**

أوجد حلّ كلّ تناسبٍ مما يلي، وعند الضرورة، قرّب إلى أقرب جزء من مائة.

51. $\frac{14}{x} = \frac{20}{8}$ **5.6**

52. $\frac{0.47}{6} = \frac{1.41}{m}$ **18**

53. $\frac{16}{7} = \frac{9}{b}$ **3.94**

54. $\frac{2+y}{5} = \frac{10}{3}$ **14.67**

55. $\frac{8}{9} = \frac{2r-3}{4}$ **3.28**

56. $\frac{6-2y}{8} = \frac{2}{18}$ **2.56**

حدّد ما إن كانت كل علاقةٍ مما يلي عبارة عن دالّةٍ مع الشرح. 60–57.انظر الهامش.

57.

المجال	7	10	6	2
المدى	0	5	0	5

58.

المجال	−3	2	−5	2
المدى	−5	−7	−10	−3

59. $\{(-4, 11), (-2, 7), (1, 3), (-4, -1)\}$

60. $\{(2, 7), (5, -3), (7, 6), (10, 7)\}$

أوجد قيمة كل تعبيرٍ مما يلي. 63–61. انظر الهامش.

61. $5 + (4 - 2^2)$

62. $\frac{3}{8}[8 \div (7 - 4)]$

63. $2(4 \cdot 9 - 3) + 5 \cdot \frac{1}{5}$

مراجعة المهارات

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

64. $4p - 2 = -6$ **−1**

65. $18 = 5p + 3$ **3**

66. $9 = 1 + \frac{m}{7}$ **56**

67. $1.5a - 8 = 11$ **$12\frac{2}{3}$**

68. $20 = -4c - 8$ **−7**

69. $\frac{b+4}{-2} = -17$ **30**

70. $\frac{n-3}{8} = 20$ **163**

71. $6y - 16 = 44$ **10**

72. $130 = 11k + 9$ **11**

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

التدريس المتمايز OL BL

التوسع اطلب من الطلاب إيجاد قيمة k بحيث تكون مجموعة حل $3 \le x - 6 \le k - 5$ هي $\{x \mid 6 \le x \le 9\}$. 5

4 التقويم

تعيين مصطلح الرياضيات اطلب من كل طالب أن يطلب من زميل له إيجاد الاختلاف بين متباينة مركبة تحتوي على حرف العطف *أو* ومتباينة مركبة تحتوي على حرف العطف و.

إجابات إضافية

57. نعم؛ مُدخل يوجد مخرج واحد مماثل تمامًا.

58. لا؛ فقيمة المجال 2 مقترنة بكل من -3 و -7.

59. لا؛ فقيمة المجال -4 مقترنة بكل من 11 و -1.

60. نعم؛ فلكل مُدخل يوجد مخرج واحد مماثل تمامًا.

61.
$5 + (4 - 2^2)$
$= 5 + (4 - 4)$
$= 5 + 0$
$= 5$

62.
$\frac{3}{8}[8 \div (7 - 4)]$
$= \frac{3}{8}[8 \div 3]$
$= \frac{3}{8} \cdot \frac{8}{3}$
$= 1$

63.
$2(4 \cdot 9 - 3) + 5 \cdot \frac{1}{5}$
$= 2(36 - 3) + 5 \cdot \frac{1}{5}$
$= 2(33) + 5 \cdot \frac{1}{5}$
$= 66 + 5 \cdot \frac{1}{5}$
$= 66 + 1$
$= 67$

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 311 14/12/2016 03:33:28

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 5-5 حل المعادلات التي تحتوي على قيمة مطلقة.

الدرس 5-5 حل متباينات القيمة المطلقة وتمثيلها بيانيًا (<). حل متباينات القيمة المطلقة وتمثيلها بيانيًا (>).

بعد الدرس 5-5 التمثيل البياني للمتباينات بمتغيرين.

2 التدريس

أسئلة الدعائم التعليمية

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- كيف يمكن تمثيل طول جزرة صغيرة x مقطوعة إلى شرائح بواسطة آلة تقطيع في صورة متباينة قيمة مطلقة؟ $|x - 3| \le \frac{1}{8}$
- ما التمثيل البياني الذي يمثل طول الجزر الصغير المقطوع إلى شرائح بواسطة آلة التقطيع؟



- إذا كانت دقة تقطيع الآلة في نطاق $\frac{1}{4}$ سنتيمتر، فهل سيكون هامش الخطأ أقل أم أكبر؟ أكبر

5-5 المتباينات التي تحتوي على قيمة مطلقة



السابق

- لقد حللت معادلات تضم قيمًا مطلقة.

الحالي

1 إيجاد حل متباينات القيمة المطلقة وتمثيلها بيانيًا (<).

2 إيجاد حل متباينات القيمة المطلقة وتمثيلها بيانيًا (>).

لماذا؟

- تستخدم بعض الشركات متباينات القيمة المطلقة لضبط جودة منتجاتها. ولصناعة الجزر المخصص للرصّع، تشرّح قطع الجزر الطويلة إلى قطع بطول 6 سنتيمترات وتفتّش هذه القطع. إذا كان مجال دقة الآلة هو $\frac{1}{4}$ من السنتيمتر، فإن الطول يتراوح من $5\frac{3}{4}$ سنتيمترًا إلى $6\frac{1}{4}$ سنتيمترًا.

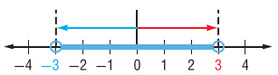
ممارسات في الرياضيات

بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

محاولة إيجاد البنية واستخدامها

1 متباينات القيمة المطلقة (<)

تعني المتباينة $|x| < 3$ أن المسافة بين x و 0 أقل من 3.



إذًا، $-3 < x$ و $x < 3$. مجموعة الحلول هي $\{x | -3 < x < 3\}$.

عند حلّ متباينات القيمة المطلقة، فثمّة حالتان ينبغي وضعهما في الحسبان.

الحالة 1 التعبير الوارد داخل رمز القيمة المطلقة ليس سالبًا.

الحالة 2 التعبير الوارد داخل رمز القيمة المطلقة سالب.

الحل هو تقاطع حلّي هاتين الحالتين.

مثال 1 حلّ متباينات القيمة المطلقة (<)

أوجد حل كل متباينة مما يلي، ثمّ مثّل مجموعة الحلول بيانيًا.

a. $|m + 2| < 11$

أعد كتابة المتباينة $|m + 2| < 11$ للحالة 1 و الحالة 2.

الحالة 1 $m + 2$ ليس سالبًا. **و** **الحالة 2** $m + 2$ سالب.

$-(m + 2) < 11$
$m + 2 > -11$
$m + 2 - 2 > -11 - 2$
$m > -13$

$m + 2 < 11$
$m + 2 - 2 < 11 - 2$
$m < 9$

إذًا، $m < 9$ و $m > -13$. مجموعة الحلول هي $\{m | -13 < m < 9\}$.



b. $|y - 1| < -2$

$|y - 1|$ ليمكن أن تكون سالبة، وبالتالي من غير الممكن أن تكون قيمة $|y - 1|$ أقل من -2. ولذلك، لا يوجد حل، ومجموعة الحلول هي المجموعة الخالية، $\varnothing$.

تمرين موجّه

1A. $\{n | 6 \le n \le 10\}$ 

1A. $|n - 8| \le 2$

1B. $|2c - 5| < -3$ $\varnothing$

McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 312 14/12/2016 03:33:30

1 متباينات القيمة المطلقة (<)

مثال 1 يوضح كيفية حل متباينة قيمة مطلقة من الصيغة $|x| < n$. **مثال 2** يوضح كيفية حل متباينة قيمة مطلقة تتضمن موقفًا من الحياة اليومية.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الموجهة الموجودة بعد كل مثال للوقوف على استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 أوجد حل كل متباينة. ثم مثّل مجموعة الحل بيانيًا.

a. $|n - 3| \le 12$

$\{n \mid -9 \le n \le 15\}$



b. $|x + 6| < -8$ ∅

2 متباينات القيمة المطلقة (>)

مثال 3 يوضح كيفية حل متباينة قيمة مطلقة بالصيغة $|x| > n$.

تدريس الممارسات في الرياضيات

البنية يستطيع الطلاب المتفوقون في الرياضيات رؤية الأشياء المعقدة في صورة أشياء فردية أو على أنها مكونة من أشياء عديدة. ركّز على أن أي تعبير في أعمدة القيمة المطلقة يمثل عددًا غير سالب.

إجابات إضافية (تمرين موجّه)

3A. $\{k \mid k > 3$ أو $k < -4\}$



3B. {هو عدد حقيقي $r \mid r$}.



مثال 2 من الحياة اليومية تطبيق متباينات القيمة المطلقة

شبكة الإنترنت أوضح استبيانٌ حديثٌ أن 65% من صغار المراهقين يشاهدون مقاطع فيديو عبر الإنترنت. وكان هامش الخطأ ضمن مجال 3 نقاطٍ مئوية. أوجد المدى الخاص بصغار المراهقين الذين يستخدمون مواقع مشاركةٍ تسجيلات الفيديو.

الفرق بين العدد الفعلي من المشاهدين والعدد الوارد في الاستبيان أصغر أو يساوي 3. ليكن x العدد الفعلي من المشاهدين. إذًا $|x - 65| \le 3$.

أوجد حلّ كل حالةٍ من حالتي المتباينة.

الحالة 1 $x - 65$ ليس سالبًا. **و** **الحالة 2** $x - 65$ سالب.

$-(x - 65) \le 3$	$x - 65 \le 3$
$x - 65 \ge -3$	$x - 65 + 65 \le 3 + 65$
$x \ge 62$	$x \le 68$

يساوي مدى صغار المراهقين الذين يستخدمون مواقع مشاركة تسجيلات الفيديو $\{x \mid 62 \le x \le 68\}$.

تمرين موجّه

2. الكيمياء تبلغ درجة حرارة انصهار الجليد 0°C. خلال إحدى التجارب الكيميائية، ولاحظ رشيد أن الجليد ينصهر ضمن مجال 2°C من القياس الذي قام به. اكتب مدى درجات الحرارة الذي لاحظه رشيد. $\{t \mid 0 \le t \le 2\}$



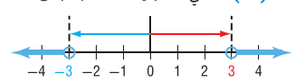
الربط بالحياة اليومية

يستخدم شخصٌ واحدٌ من بين كل خمسة أمريكيين شبكة الإنترنت لعرض مقاطع الفيديو. ويميل صغار المراهقين إلى متابعة الفيديوهات الطريفة. في حين تميل الفئات العمرية الأخرى إلى متابعة الأخبار.

المصدر: مشروع بيو عن الإنترنت والحياة في أمريكا (Pew Internet and American Life Project)

2 متباينات القيمة المطلقة (>)

تعني المتباينة $|x| > 3$ أن المسافة بين x و 0 أكبر من 3.



وبالتالي، $x < -3$ أو $x > 3$. مجموعة الحلول هي $\{x \mid x < -3$ أو $x > 3\}$.

وكما في المثال السابق، فعلينا أخذ الحالتين في الحسبان.

الحالة 1 التعبير الوارد داخل رمز القيمة المطلقة ليس سالبًا.

الحالة 2 التعبير الوارد داخل رمز القيمة المطلقة سالب.

مثال 3 حلّ متباينات القيمة المطلقة (>)

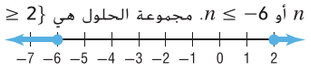
أوجد خلّ المتباينة $|3n + 6| \ge 12$. ثمّ مثّل مجموعة الحلول بيانيًا.

أعد كتابة المتباينة $|3n + 6| \ge 12$ للحالة 1 أو الحالة 2.

الحالة 1 $3n + 6$ ليس سالبًا. **أو** **الحالة 2** $3n + 6$ سالب.

$-(3n + 6) \ge 12$	$3n + 6 \ge 12$
$3n + 6 \le -12$	$3n + 6 - 6 \ge 12 - 6$
$3n \le -18$	$3n \ge 6$
$n \le -6$	$n \ge 2$

إذًا، $n \ge 2$ أو $n \le -6$. مجموعة الحلول هي $\{n \mid n \ge 2$ أو $n \le -6\}$.



تمرين موجّه

أوجد حل كل متباينة مما يلي، ثمّ مثّل مجموعة الحلول بيانيًا. 3A–3B. انظر الهامش.

3A. $|2k + 1| > 7$ **3B.** $|r - 6| \ge -5$

نصيحة دراسية

البنية من أجل $|a| \ge b$، حيث a أي تعبير خطي يضم متغيرًا واحدًا و b عددٌ سالب، فإن مجموعة الحلول ستكون على الدوام مجموعة الأعداد الحقيقية. وبما أن $|a|$ أكبر دائمًا من الصفر، فإن $|a|$ دائمًا أكبر أو يساوي b.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL AL

إذا كان لا يستوعب الطلاب لماذا تُكتب $|m + 2| < 11$ في صورة $m + 2 < 11$ و $m + 2 > -11$،

إذًا اطلب منهم إعادة كتابة المتباينة الثانية في صيغة $-(m + 2) < 11$ وضرب كل طرف في -1 للحصول على $m + 2 > -11$. تجعل هذه الطريقة تبديل اتجاه المتباينة أكثر وضوحًا، حيث إنه يتعين على الطلاب إجراء التبديل عند قيامهم بضرب كل طرف في -1.

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 313 14/12/2016 03:33:32

التحقق من فهمك

الأمثلة 1–3

أوجد حل كل متباينة مما يلي، ثمّ مثّل مجموعة الحلول بيانيًا. 26–1 انظر ملحق إجابات الوحدة 5.

1. $|a-5|<3$
2. $|u+3|<7$
3. $|t+4|\le -2$
4. $|c+2|>-2$
5. $|n+5|\ge 3$
6. $|p-2|\ge 8$

مثال 2

7. **المعرفة المالية** اشترى حرب أسهمًا في سلسلة مطاعم الوجبات السريعة المفضلة بالنسبة إليه بسعر AED 70.85 للسهم الواحد. ولكنّ سعر السّهم أخذ يتقلب ضمن مجال AED 0.75 في اليوم الواحد. أوجد مدى سعر السّهم الذي يمكن تداوله في اليوم. $\{m \mid 70.10 \le m \le 71.60\}$

التمرين وحل المسائل

الأمثلة 1–3

أوجد حل كل متباينة مما يلي، ثمّ مثّل مجموعة الحلول بيانيًا. 219–8 انظر ملحق إجابات الوحدة 5.

8. $|x+8|<16$
9. $|r+1|\le 2$
10. $|2c-1|\le 7$
11. $|3h-3|<12$
12. $|m+4|<-2$
13. $|w+5|<-8$
14. $|r+2|>6$
15. $|k-4|>3$
16. $|2h-3|\ge 9$
17. $|4p+2|\ge 10$
18. $|5v+3|>-9$
19. $|-2c-3|>-4$

مثال 2

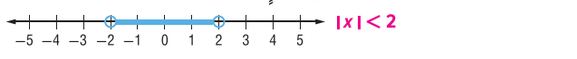
20. **الغطس** ينبغي أن يكون ضغط أسطوانة الأوكسجين الخاصة بالغطس ضمن مجال 500 رطل على البوصة المربعة (psi) من القيمة الموصى بها البالغة 2500 psi. اكتب مدى قيم الضغط المثالية. $\{p \mid 2000 \le p \le 3000\}$

B **أوجد حل كل متباينة مما يلي، ثمّ مثّل مجموعة الحلول بيانيًا. 29–21. انظر ملحق إجابات الوحدة 5.**

21. $|4n+3|\ge 18$
22. $|5t-2|\le 6$
23. $\left|\frac{3h+1}{2}\right|<8$
24. $\left|\frac{2p-8}{4}\right|\ge 9$
25. $\left|\frac{7c+3}{2}\right|\le -5$
26. $\left|\frac{2g+3}{2}\right|>-7$
27. $|-6r-4|<8$
28. $|-3p-7|>5$
29. $|-h+1.5|<3$

30. **تنزيل الموسيقى** يسمح لحسام بتنزيل ما قيمته 10 AED من الموسيقى كل شهر. وقد أنفق إلى الآن 3 AED من حصّته.
   a. فما مدى المال الذي أنفقه إلى الآن على تنزيل الموسيقى لهذا الشهر؟ $\{m \mid 7 \le m \le 13\}$
   b. مثّل مدى المال الذي أنفقه بيانيًا. **انظر ملحق إجابات الوحدة 5.**

31. **الكيمياء** يمكن أن يوجد الماء في الغلاف الجوي على هيئة مادةٍ صلبة أو سائلةٍ أو غازية. يتجمّد الماء عند الدرجة 0°C ويتبخر عند الدرجة 100°C.
   a. اكتب مدى درجات الحرارة التي لا يكون عندها الماء سائلًا. $\{t \mid t < 0 \text{ أو } t > 100\}$
   b. ومثّل هذا المدى بيانيًا.
   c. اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تصف هذه الحالة. $|t-50| > 50$



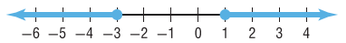
الانتظام اكتب جملةً مفتوحةً تضم قيمةً مطلقةً لكل تمثيلٍ بياني موضح.

32.

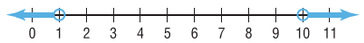
$|x|<2$

33. 

$|x+1|\le 4$

34. 

$|x+1|\ge 2$

35. 

$|x-5.5|>4.5$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

أمثلة إضافية

2 سقوط الأمطار يبلغ متوسط سقوط الأمطار السنوي في كاليفورنيا على مدار آخر 100 عام 58 سنتيمترًا. إلا أن سقوط الأمطار السنوي قد يختلف بمعدل 25 سنتيمترًا عن متوسط المئة عام. ما هو نطاق سقوط الأمطار السنوي في كاليفورنيا؟
$\{x \mid 23 \le x \le 33\}$

3 أوجد حل كل متباينة. ثم مثّل مجموعة الحل بيانيًا.

a. $|3y-3|>9$
$\{y \mid y < -2 \text{ or } y > 4\}$



b. $|2x+7|\ge -11$
$\{x \mid x$ هو عدد حقيقي.$\}$



التدريس باستخدام التكنولوجيا

الكاميرا الرقمية اطلب من الطلاب استخدام الكاميرا الرقمية لالتقاط صور عملهم خطوة بخطوة. ثم اختر عدة طلاب لعرض صورهم على هيئة عرض شرائح، وشرح عملهم في كل خطوة.

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 7 للتحقّق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

تدريس الممارسات في الرياضيات

الانتظام الطلاب المتفوقون في الرياضيات يلاحظون إذا كانت العمليات الحسابية متكررة، ويبحثون عن الطرق العامة وعن الطرق المختصرة. اطلب من الطلاب، في التمارين 35–32 التحقق من طريقتهم والتعبير لفظيًا عن تفكيرهم كطريقة عامة.

التمثيلات المتعددة

في التمرين 42، يستخدم الطلاب جدول قيم وتمثيلاً بيانيًا في المستوى الإحداثي لوصف المتباينات.

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب		خيار اليومين
AL مبتدئ	8–20, 43, 44, 46–68	9–19 ,فردي 48–51	8–20 ,زوجي 43, 44, 46, 47, 52–68
OL أساسي	9–29 ,فردي 30, 31–35 .فردي 36–, 46–68	8–20, 48–51	21–47, 52–68
BL متقدم	(اختياري: 21–60, 61–68)		

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 314 14/12/2016 03:33:35

36. الحيوانات درجة الحرارة الطبيعية لجسم الخروف 39°C. ولكنّ درجة الحرارة الصحية للخروف يمكن أن تفوق هذه الدرجة أو تنقص عنها بمقدار درجة مئوية واحدة. فما مدى درجات حرارة الخروف؟ $\{t \mid 38 \le t \le 40\}$

37. الجولف المصغّر كان عدد الإصابات التي حققتها خديجة ضمن مجال 5 إصابات بالنسبة للعدد المتوسط من إصاباتها والبالغ 52. حدّد مدى إصابات خديجة في هذه اللعبة. $\{g \mid 47 \le g \le 57\}$

عبّر عن كل عبارة مما يلي باستخدام متباينة تضم قيمةً مطلقة. و لا توجد الحلّ.

38. يجب أن تكون درجة حموضة المياه في بركة السباحة pH ضمن المجال pH.0 3 بالنسبة للقيمة 7.5. $|p - 7.5| \le 0.3$

39. ينبغي أن تكون درجة الحرارة ضمن البرّاد ضمن مجال 0.5 درجات بالنسبة للدرجة 4°C. $|t - 4| \le 0.5$

40. كان عدد النقاط التي سجّلتها حريّة في لعبة البولينغ ضمن مجال 6 نقاط بالنسبة لـ 98. $|b - 98| \le 6$

41. يتعيّن على مثبّت السرعات في سيارة أن يحافظ على سرعتها ضمن مجال 5 كيلومترات في الساعة بالنسبة للسرعة 120 $|c - 120| \le 5$

42. التمثيلات المتعددة ستستكشف في هذه المسألة التمثيلات البيانية للمتباينات الخطية في مستوىً إحداثي.

a. التمثيل في جدول انسخ الجدول التالي وأكمله. عوّض قيمتي x و $f(x)$ لكل نقطة في كل متباينة. وضع علامةً عمّا إذا كانت العبارة الناتجة صحيحة أو *خاطئة*.

نقطة	$f(x) \ge x - 1$	صحيح / خطأ	$f(x) \le x - 1$	صحيح / خطأ
(−4, 2)	$2 \ge -5$	صحيح	$2 \le -5$	خطأ
(−2, 2)	$2 \ge -3$	صواب	$2 \le -3$	خطأ
(0, 2)	$2 \ge -1$	صواب	$2 \le -1$	خطأ
(2, 2)	$2 \ge 1$	صواب	$2 \le 1$	خطأ
(4, 2)	$2 \ge 3$	خطأ	$2 \le 3$	صواب

b. التمثيل البياني مثّل بيانيًا الدالة $f(x) = x - 1$. **b–d. انظر ملحق إجابات الوحدة 5.**

c. التمثيل البياني مثّل كل نقطة من الجدول جعلت المتباينة $f(x) \ge x - 1$ عبارةً صحيحةً على التمثيل البياني باللون الأحمر. ومثّل كل نقطة جعلت المتباينة $f(x) \le x - 1$ عبارةً صحيحةً باللون الأزرق.

d. سؤال منطقي خمّن الشكل الذي سيأخذه التمثيلان البيانيان لـ $f(x) \ge x - 1$ و $f(x) \le x - 1$. وأكمل الجدول بنقاطٍ أخرى للتحقق من تخمينك.

e. سؤال منطقي استخدم ما قد استكشفته لوصف التمثيل البياني لمتباينةٍ خطية.

الإجابة النموذجية: التمثيل البياني لمتباينة خطيةٍ هو عبارة عن خطٍّ حدّي إضافةً إلى منطقةٍ تقع فوقه وأخرى تحته.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

43. تحليل الخطأ صمّمت حصّة التمثيل البياني المجاور لحلّها الخاص بـ $|2a - 3| > 1$. فهل هي على صواب؟ اشرح استنتاجك.



الإجابة النموذجية: نسيت حصّة تغيير اتجاه إشارة المتباينة الخاصة بالحالة السالبة للقيمة المطلقة.

44. الاستنتاج هل التمثيل البياني لمتباينة قيمةٍ مطلقةٍ هو اتّحاد تمثيلين بيانيين *أحيانًا أم دائمًا* أم ليس اتّحاد تمثيلين بيانيين *على الإطلاق*؟ اشرح. **أحيانًا؛ يمكن أن يكون التمثيل البياني هو تقاطع التمثيلين البيانيين أو المجموعة الخالية أو جميع الأعداد الحقيقية.**

45. براهين اشرح السبب في كون حلّ المتباينة $|t| > 0$ ليس جميع الأعداد الحقيقية. واشرح استنتاجك. **الإجابة النموذجية: إذا كان $t = 0$، إذًا فالقيمة المطلقة تساوي 0، وليست أكبر من 0.**

46. الكتابة في الرياضيات كيف تستخدم الرموز لتمثيل الأفكار الرياضية؟ استخدم مثالًا لتعليل استنتاجك. **46–47. انظر ملحق إجابات الوحدة 5.**

47. الكتابة في الرياضيات اشرح كيف تحدّد إن كانت متباينة قيمةٍ مطلقةٍ تستخدم متباينةً مركبةً تضم حرف العطف "*و*" أو متباينة مركبة تضم حرف العطف "*أو*". ثمّ لخّص كيفية حلّ متباينات القيمة المطلقة.

تدريس الممارسات في الرياضيات

الفرضيات يستطيع الطلاب المتفوقون في الرياضيات التعرف على الأمثلة العكسية واستخدامها. في التمرين 45، وضّح أن هناك مثالًا عكسيًا واحدًا فقط مطلوبًا لتوضيح أن الحل هو ليس كل الأعداد الحقيقية.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 315 14/12/2016 03:33:37

تمرين على الاختبار المعياري

48. قانون العجلة في دائرة هو $a = \frac{v^2}{r}$. فأيّ من الإجابات التالية يبيّن حلّ المعادلة لإيجاد r؟ **B**

A $r = v$
C $r = av^2$
B $r = \frac{v^2}{a}$
D $r = \frac{\sqrt{a}}{v}$

49. يأخذ نقّاشٌ مبلغ AED 3 بمثابة رسمٍ تأسيسي إضافةً إلى AED 0.25 للكلمة الواحدة. فأيّ جدولٍ يبيّن السّعر الكلّي p لـ w كلمة؟ **J**

F

w	p
15	Dh 3
20	Dh 4.25
25	Dh 5.50
30	Dh 7.75

H

w	p
15	Dh 3.75
20	Dh 5
25	Dh 6.25
30	Dh 8.50

G

w	p
15	Dh 6.75
20	Dh 7
25	Dh 7.25
30	Dh 7.50

J

w	p
15	Dh 6.75
20	Dh 8
25	Dh 9.25
30	Dh 10.50

50. إجابة قصيرة يعرض الجدول الموجودات المخزنة في مخزن المدرسة خلال اليوم الأول من المدرسة. فما احتمال أن يكون أحد العناصر المختارة عشوائيًا كرّاسة؟ $\frac{1}{8}$

المادة	عدد القطع المشتراة
قلم رصاص	57
قلم	38
ممحاة	6
مجلّد	25
كرّاسة	18

51. أوجد الحلّ لإيجاد n. **B**

$$|2n - 3| = 5$$

A $\{-4, -1\}$
B $\{-1, 4\}$
C $\{1, 1\}$
D $\{4, 4\}$

مراجعة شاملة

أوجد حل كل متباينة مركبة مما يلي، ثمّ مثّل مجموعة الحلول بيانيًا. الدرس (4-5) **52–54. انظر الهامش.**

52. $b + 3 < 11$ و $b + 2 > -3$ **53.** $6 \leq 2t - 4 \leq 8$ **54.** $3c + 7 \leq -5$ أو $2c - 3 \geq 5$

55. المعرفة المالية يفرض المصرف الذي يتعامل معه عبد الله رسم خدماتٍ شهريٍ بقيمة AED 6 على حسابه الجاري و AED 2 عن كي عملية سحبٍ من صرافٍ خارج شبكة المصرف.
يبلغ رصيد عبد الله AED 87. اكتب متباينةً لإيجاد عدد عمليات سحب مبلغ AED 20 التي بإمكان عبد الله القيام بها من صرافٍ خارج شبكة المصرف دون أن يستنفذ كل ما في حسابه. (الدرس 3-5)
الإجابة النموذجية: $87 \leq 22w + 6$؛ حتى 3 عمليات سحب

56. الهندسة يزيد قياس إحدى زوايا مثلّث $10°$ عن الزاوية الأخرى. وقياس الزاوية الثالثة يساوي ضعف مجموع قياسي الزاويتين الأولى والثانية. أوجد قياس كل زاوية. **$25°$، $35°$، $120°$**

حُلّ كل متباينة مما يلي. ثمّ تحقّق من حلّك.

57. $c - 7 = 11$ **18** **58.** $2w = 24$ **12** **59.** $9 + p = -11$ **-20** **60.** $\frac{t}{5} = 20$ **100**

مراجعة المهارات

مثّل كل معادلة بيانيًا. 61–68. انظر ملحق إجابات الوحدة 5.

61. $y = 4x - 1$ **62.** $y - x = 3$ **63.** $2x - y = -4$ **64.** $3y + 2x = 6$
65. $4y = 4x - 16$ **66.** $2y - 2x = 8$ **67.** $-9 = -3x - y$ **68.** $-10 = 5y - 2x$

4 التقويم

الكرة البلورية اطلب من الطلاب كتابة رأيهم في كيف أن ما تعلموه في درس اليوم سوف يرتبط بدرس *التمثيل البياني لمتباينات بمتغيرين*.

التقويم التكويني

تحقق من فهم الطلاب للمفاهيم في الدرسين 5-4 و 5-5.

إجابات إضافية

52. $\{b \mid -5 < b < 8\}$



53. $\{t \mid 5 \leq t \leq 6\}$



54. $\{c \mid c \geq 4$ أو $c \leq -4\}$



التدريس المتمايز OL BL

التوسع ارسم خط أعداد على اللوحة أو جهاز عرض الشفافيات. واطلب من أحد الطلاب أن يستخدم خط الأعداد الخاص بك في إنشاء تمثيل بياني لمتباينة قيمة مطلقة. واطلب من بقية الصف الدراسي كتابة المتباينة التي يعبر عنها التمثيل البياني.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 316 14/12/2016 03:33:38

5-6 التمثيل البياني لمتباينات ذوات متغيرين اثنين

السابق	الحالي	لماذا؟
لقد مثلت المعادلات الخطية بيانيًا.	1 التمثيل البياني لمتباينات خطية على المستوى الإحداثي.	تُخصّص أسماء مبلغ AED 35 كلّ ثلاثة أشهر لصيانة السيارة. ومن أصل هذا المبلغ عليها شراء زيتٍ للسيارة بـ AED 3 للعبوة ومرشحاتٍ بـ AED 7 للمرشّح الواحد. فكم عبوة زيتٍ ومرشحٍ تستطيع أسماء أن تشتري ضمن ميزانيتها المحدّدة.
	2 حلّ المتباينات عبر التمثيل البياني.	



المفردات الجديدة

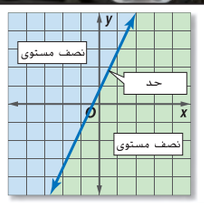
حدود boundary
نصف مستوى half-plane
نصف مستوى مغلق closed half-plane
نصف مستوى مفتوح open half-plane

ممارسات في الرياضيات

استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.

1 تمثيل المتباينات الخطية بيانيًا

التمثيل البياني لمتباينةٍ خطيةٍ هو مجموعة النقاط التي تمثل جميع الحلول الممكنة لتلك المتباينة. تعرّف المتباينة **حدًّا** يقسم المستوى البياني إلى **نصفي مستوى**.



يمكن أن يكون الحدّ أو ألّا يكون محتوًى في الحلّ. فعندما يكون محتوًى فيه، فإن الحلّ هو **نصف مستوًى مغلق**. وعندما لا يكون محتوًى فيه، فإن الحلّ هو **نصف مستوًى مفتوح**.

المفهوم الأساسي تمثيل المتباينات الخطية بيانيًا

الحالة 1 تمثيل الحدّ. استخدم خطًا متواصلاً عندما تضم المتباينة ≤ أو ≥. واستخدم خطًا متقطعًا عندما تضم المتباينة < أو >.

الحالة 2 استخدم نقطة اختبارٍ لتحدّد نصف المستوى الذي ينبغي تظليله.

الحالة 3 ظلّل نصف المستوى الذي يحتوي على الحلّ.

مثال 1 تمثيل متباينة (< أو >) بيانيًا

مثّل المتباينة $3x - y < 2$ بيانيًا.

الحالة 1 أولاً، أوجد الحلّ لإيجاد y بدلالة x.

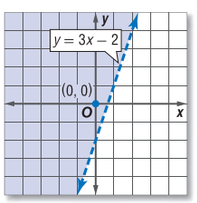
$$\begin{aligned} 3x - y &< 2 \\ -y &< -3x + 2 \\ y &> 3x - 2 \end{aligned}$$

ثمّ مثّل بيانيًا $y = 3x - 2$. نظرًا إلى أن المتباينة تتضمن الإشارة <. مثّل الحدّ بواسطة خطٍ متقطّع.

الحالة 2 اختر النقطة (0, 0) بمثابة نقطة اختبار.

$3x - y < 2$	المتباينة الأصلية
$3(0) - 0 < 2$	$x = 0$ و $y = 0$
$0 < 2$	صحيح

الحالة 3 إذًا، نصف المستوى الحاوي على نقطة الأصل هو الحلّ. ظلّل نصف المستوى هذا.



تمرين موجّه **مثّل كل متباينة مما يلي بيانيًا.**

1A1B4. انظر ملحق إجابات الوحدة 5.

1A. $y > \frac{1}{2}x + 3$

1B. $x - 1 > y$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 5-6 التمثيل البياني للمعادلات الخطية

الدرس 5-6 التمثيل البياني للمتباينات الخطية على المستوى الإحداثي. إيجاد حل المتباينات بواسطة التمثيل البياني.

بعد الدرس 5-6 التمثيل البياني لأنظمة المتباينات الخطية.

2 التدريس

أسئلة الدعائم التعليمية

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- كم عدد المتغيرات التي تحتاج إليها إذا أردت كتابة متباينة لميزانية هنا؟ اثنان؛ حيث نحتاج إلى متغير واحد لتمثيل عدد وحدات الزيت ومتغير آخر لتمثيل عدد المرشحات.
- ما رمز المتباينة الذي ستستخدمه في كتابة المتباينة؟ اشرح. رمز أصغر من من أو يساوي ≤،لأن أسماء يمكنها إنفاق حتى AED 35
- ما المتباينة التي يمكنك كتابتها لتمثيل الموقف؟ $3x + 7y \leq 35$، حيث إن x هو عدد وحدات الزيت، و y هو عدد المرشحات.

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 317 14/12/2016 03:33:39

1 التمثيل البياني للمتباينات الخطية

مثال 1 يوضح كيفية التمثيل البياني لمتباينة تحتوي على الرمز $<$ أو $>$.
مثال 2 يوضح كيفية التمثيل البياني لمتباينة تحتوي على الرمز $\geq$ أو $\leq$.

التقويم التكويني

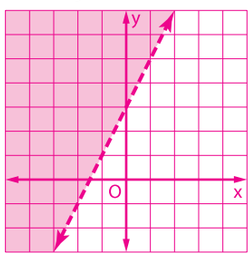
استخدم تدريبات التمرين الموجه الموجودة بعد كل مثال لتحديد استيعاب الطلاب للمفاهيم.

انتبه!

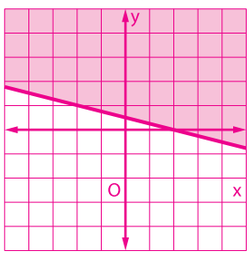
تجنُّب الأخطاء قد يحتاج الطلاب إلى تذكير سريع عن صيغة الميل والتقاطع قبل أن يقوموا بالتمثيل البياني للمتباينات. ذكّر الطلاب أن صيغة الميل والتقاطع هي $y = mx + b$.

أمثلة إضافية

1 مثّل $2y - 4x > 6$ بيانيًا.



2 مثّل $x + 4y \geq 2$ بيانيًا.



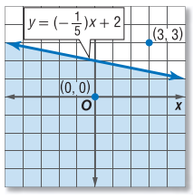
مثال 2 تمثيل متباينة (≤ أو ≥) بيانيًا

مثّل $x + 5y \leq 10$ بيانيًا.

الحالة 1 أوجد الحلّ لإيجاد y بدلالة x.

$x + 5y \leq 10$	المتباينة الأصلية
$5y \leq -x + 10$	بطرح x من كل طرف والتحويل لأبسط صورة.
$y \leq -\frac{1}{5}x + 2$	بقسمة كل طرف على 5.

مثّل بيانيًا $y = -\frac{1}{5}x + 2$. نظرًا إلى أن رمز المتباينة هو $\leq$، مثّل الحدّ بيانيًا باستخدام خطٍّ متواصل.



الحالة 2 اختر نقطة اختبار. ولنستخدم (3, 3). وعوّض القيم في المتباينة الأصلية.

$x + 5y \leq 10$	المتباينة الأصلية
$3 + 5(3) \leq 10$	$x = 3$ و $y = 3$
$18 \not\leq 10$	بالتحويل لأبسط صورة.

الحالة 3 بما أنّ هذه العبارة خاطئة، ظلّل نصف المستوى الآخر.

نصيحة دراسية

اختيار نقطة اختبار
عند اختيار نقطة اختبار، تعدّ نقطة الأصل خيارًا معياريًا لأنّها تسهّل الحسابات. ولكن إذا كانت نقطة الأصل تقع على الحدّ، فعليك اختيار نقطةٍ أخرى ليست على الحدّ.

تمرين موجّه

مثّل كل متباينة مما يلي بيانيًا. 2A–2B. انظر ملحق إجابات الوحدة 5.

2A. $x - y \leq 3$ **2B.** $2x + 3y \geq 18$

2 حلّ المتباينات الخطية

يمكننا استخدام مستوىً إحداثيٍّ لحلّ المتباينات التي تضم متغيرًا واحدًا.

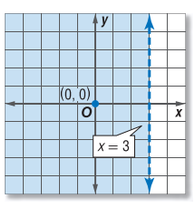
مثال 3 حلّ متباينةٍ من التمثيلات البيانية

استخدم تمثيلاً بيانيًا كي تحلّ $3x + 5 < 14$.

الحالة 1 أولاً، مثّل الحدّ، والذي يمثل المعادلة ذلت الصلة. واستبدل إشارة المتباينة بإشارة مساواة، وأوجد الحلّ لإيجاد x.

$3x + 5 < 14$	المتباينة الأصلية
$3x + 5 = 14$	بتغيير $<$ إلى $=$.
$3x = 9$	بطرح 5 من كل طرف والتحويل لأبسط صورة.
$x = 3$	بقسمة كل طرف على 3.

مثّل $x = 3$ بيانيًا باستخدام خطٍّ متقطّع.



الحالة 2 اختر النقطة (0, 0) بمثابة نقطة اختبار. تعطينا هذه القيم في المتباينة الأصلية $5 < 14$.

الحالة 3 بما أنّ هذه العبارة صحيحة، ظلّل نصف المستوى الأول الذي يضم النقطة (0, 0).

لاحظ أن نقطة تقاطع التمثيل البياني مع المحور الأفقي x تقع عند النقطة 3. وبما أن نصف المستوى الواقع إلى يسار نقطة التقاطع مع المحور الأفقي x مظللة، فالحل هو $x < 3$.

تمرين موجّه

استخدم تمثيلًا بيانيًا لحل كل متباينة مما يلي.

3A. $4x - 3 \geq 17$ $x \geq 5$ **3B.** $-2x + 6 > 12$ $x < -3$

3A–3B. انظر الوحدة 5 ملحق إجابات التمثيلات البيانية.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

التركيز على محتوى الرياضيات

التمثيل البياني للمتباينات لتمثيل متباينة بيانيًا، ابدأ بحل المتباينة لـــ y بدلالة x. ثم مثّل بيانيًا المعادلة ذات الصلة $y = mx + b$. استخدم خطًا منقوطًا عندما لا يكون الحد جزءًا من مجموعة الحل واستخدم خطًا متصلاً إذا كان الحد مُتضمنًا. إذا لم تكن نقطة الأصل موجودة على خط الحد، استخدمها كنقطة تجريبية لتحديد أي نصف مستوى يقع به التمثيل البياني لمجموعة حل المتباينة.

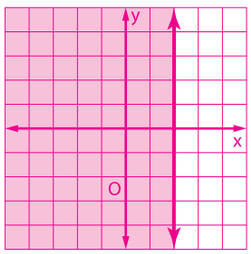
UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 318 14/12/2016 03:33:41

2 حل المتباينات الخطية

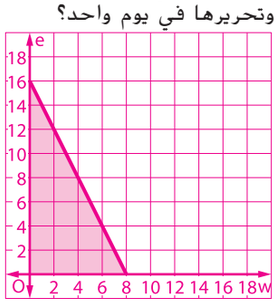
مثال 3 يوضح كيفية استخدام التمثيل البياني لحل المتباينة **مثال 4** يوضح كيفية كتابة متباينة تحتوي على موقف من الحياة اليومية وحلها وتمثيلها بيانيًا.

أمثلة إضافية

3 استخدم تمثيلاً بيانيًا لإيجاد حل $2x + 3 \leq 7$. $x \leq 2$



4 الصحافة يكتب حمد مقالات قصيرة ويحررها لجريدة محلية. ويستغرق ساعة في كتابة المقال وحوالي نصف ساعة لتحرير المقال. إذا كان حمد يعمل 8 ساعات في اليوم، فكم عدد المقالات التي يستطيع كتابتها وتحريرها في يوم واحد؟



$e \leq -2w + 16$

أحد الحلول هو (3 ,2) أو كتابة مقالين وتحرير 3. فكّر في الاحتمالات الأخرى.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

مُشغِّل الوسائط المحمول قم بابتكار مقطع فيديو يوضح لطلابك كيفية التمثيل البياني لمتباينات بمتغيرين. انشر مقطع الفيديو على صفحة الانترنت الخاصة بصفك الدراسي كي يتمكن الطلاب من تنزيله على مُشغِّلات الوسائط المحمولة لاستخدامه كمرجع إضافي خارج الصف الدراسي.

ينظر إلى المتباينة على أنها قيدٌ في حالات المسائل. حيث يمثّل كلّ حلٍ للمتباينة تركيبةً تحقّق القيد. وفي مسائل الحياة اليومية، يكون المجال والمدى مقيّدين في أغلب الأحيان بالأعداد الكليّة أو غير السالبة.



الربط بالحياة اليومية

تنتج الكثير من المدارس نسخًا رقمية بمثابة ملاحق على الكتب السنوية. وهي تتضمن سمات تتيح لك النقر على صورةٍ لرؤية مقطعٍ صوتي قصير.

المصدر: مجلة أخبار المدرسة الإلكترونية

مثال 4 من الحياة اليومية كتابة متباينة وحلّها

الرحلة الصّفية تعد شركة كتبٍ سنويةٍ أخذ الطلاب الصغار في رحلةٍ إذا أنفقوا على الأقل AED 28,000 على الكتب السنوية أو الخواتم الصّفية. تكلفة كل كتابٍ سنويٍ AED 35، وتكلفة كل خاتم AED 140. فكم عدد الكتب السنوية والخواتم الصّفية التي يجب على الطلاب الصغار شراؤها للفوز بالرحلة؟

الاستيعاب تعلم كلفة كلّ سلعةٍ وأدنى مبلغٍ يتعيّن على الصفّ إنفاقه.

التخطيط ليكن x = عدد الكتب السنوية و y = عدد الخواتم الصفية التي يجب على الصف شراؤها. اكتب متباينة.

AED 28,000. على الأقل — عدد الخواتم — مضروبًا في — AED 140 — زائد — عدد الكتب — مضروبًا في — AED 35

$28{,}000 \quad \geq \quad y \quad \times \quad 140 \quad + \quad x \quad \times \quad 35$

الحلّ أوجد الحل لإيجاد y بدلالة x.

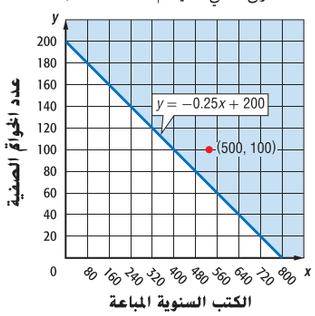
$35x + 140y - 35x \geq 28{,}000 - 35x$ بطرح $35x$ من كل طرف.

$140y \geq -35x + 28{,}000$ بقسمة كل طرف على 140.

$\frac{140y}{140} \geq \frac{-35x}{140} + \frac{28000}{140}$ بالتحويل لأبسط صورة.

$y \geq -0.25x + 200$ بالتحويل لأبسط صورة.

نظرًا إلى أنّ الشركة لا يمكن أن تبيع عددًا سالبًا من سلعها، فيجب ألا يكون المجال والمدى أعدادًا سالبة. مثّل الحدّ بخطٍ متواصل. إذا اختبرنا النقطة (0 ,0)، فالنتيجة هي $28{,}000 \geq 0$. وذلك خاطئ. ظلل نصف المستوى الذي لا يضم النقطة (0 ,0).



أحد الحلول هو (100 ,500)، أو 500 كتاب سنوي و 100 خاتم صفّي.

التحقق إذا اختبرنا النقطة (100 ,500)، تكون النتيجة $100 \geq 75$. وهي صحيحة. نظرًا إلى أن الشركة لا تبيع كسرًا من سلعة، فإن النقاط ذات الإحداثيات المكونة من أعدادٍ كليةٍ يمكن أن تشكّل الحلول فقط.

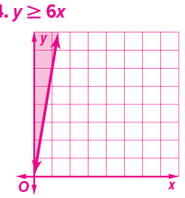
تمرين موجّه

4. سباقات الماراثون يريد أيمن أن يركض في سباق الماراثون بسرعة 6 كيلومتراتٍ في الساعة. اكتب متباينةً لعدد الأميال y التي سيركضها خلال x ساعة.

نصيحة في حل المسائل

استخدام تمثيل بياني يمكنك استخدام تمثيلٍ بياني لعرض البيانات وتحليل الاتجاهات ووضع التنبؤات.

4. $y \geq 6x$



McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

التدريس المتمايز AL

إذا كان بعض الطلاب لديهم صعوبة في التعامل مع الأعداد الواردة في المثال 4،

إذًا لطرح مسألة بديلة، اطلب منهم كتابة وحل متباينة للميزانية المذكورة في الموقف في قسم *لماذا؟* في بداية الدرس. المتباينة التي يتعين عليهم كتابتها وحلها، ثم تمثيلها بيانيًا هي $3x + 7y \leq 35$.

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 319 14/12/2016 03:33:43

التحقق من فهمك

المثالان 1 و 2 **مثّل كل متباينة بيانيًا. 26–1 انظر ملحق إجابات الوحدة 5.**

1. $y > x + 3$
2. $y \geq -8$
3. $x + y > 1$
4. $y \leq x - 6$
5. $y < 2x - 4$
6. $x - y \leq 4$

مثال 3 **استخدم تمثيلاً بيانيًا لحل كل متباينة مما يلي. 10–7. انظر ملحق إجابات الوحدة 5 للاطلاع على التمثيلات البيانية.**

7. $7x + 1 < 15$ $x < 2$
8. $-3x - 2 \geq 11$ $x \leq -4\frac{1}{3}$
9. $3y - 5 \leq 34$ $y \leq 13$
10. $4y - 21 > 1$ $y > 5\frac{1}{2}$

11. **المعرفة المالية** تبلغ النفقات الأسبوعية لمتجر أدوات ركوب الأمواج AED 2300.



a. اكتب متباينةً لتمثيل عدد ألواح ركوب الأمواج القصيرة والطويلة التي يبيعها المتجر كل أسبوعٍ لتحقيق الربح. $115x + 685y \geq 2300$

b. كم عدد الألواح القصيرة والطويلة التي يجب على المتجر بيعها كل أسبوعٍ لتحقيق الربح؟ **انظر الهامش.**

التمرين وحل المسائل

المثالان 1 و 2 **مثّل كل متباينة بيانيًا. 23–12. انظر ملحق إجابات الوحدة 5.**

12. $y < x - 3$
13. $y > x + 12$
14. $y \geq 3x - 1$
15. $y \leq -4x + 12$
16. $6x + 3y > 12$
17. $2x + 2y < 18$
18. $5x + y > 10$
19. $2x + y < -3$
20. $-2x + y \geq -4$
21. $8x + y \leq 6$
22. $10x + 2y \leq 14$
23. $-24x + 8y \geq -48$

مثال 3 **استخدم تمثيلًا بيانيًا لحل كل متباينة مما يلي. 29–24. انظر ملحق إجابات الوحدة 5 للاطلاع على التمثيلات البيانية.**

24. $10x - 8 < 22$ $x < 3$
25. $20x - 5 > 35$ $x > 2$
26. $4y - 77 \geq 23$ $y \geq 25$
27. $5y + 8 \leq 33$ $y \leq 5$
28. $35x + 25 < 6$ $x < -\frac{19}{35}$
29. $14x - 12 > -31$ $x > -\frac{19}{14}$

مثال 4 30. **التمثيل بالنماذج** تزيّن أمل غرفة نومها. وخصصت ميزانيةً قدرها AED 300 للطلاء وبياضات الأسرّة. تكلفة لتر الطلاء الواحد AED 14. وتكلفة المجموعة الواحدة من بياضات الأسرّة AED 60.

a. اكتب متباينةً لتمثيل هذه الحالة. $14x + 60y \leq 300$

b. كم عدد جالونات الطلاء ومجموعات البياضات التي بإمكان أمل شراؤها لكي تبقى ضمن الميزانية المخصصة؟ الإجابة النموذجية: 5 جالونات من الطلاء و 3 مجموعات من البياضات

استخدم تمثيلاً بيانيًا لحل كل متباينة مما يلي. 36–31. انظر ملحق إجابات الوحدة 5 للاطلاع على التمثيلات البيانية.

B

31. $3x + 2 < 0$ $x < -\frac{2}{3}$
32. $4x - 1 > 3$ $x > 1$
33. $-6x - 8 \geq -4$ $x \leq -\frac{2}{3}$
34. $-5x + 1 < 3$ $x > -\frac{2}{5}$
35. $-7x + 13 < 10$ $x > \frac{3}{7}$
36. $-4x - 4 \leq -6$ $x \geq \frac{1}{2}$

37. **كرة القدم** يريد فريق كرة القدم للفتيات جمع AED 2000 لشراء مرامٍ جديدة. فكم قطعةً عليهنّ أن يبيعن من كلّ سلعةٍ لشراء المرامي؟ **a–d. انظر الهامش.**



a. اكتب متباينةً تمثّل هذه الحالة.

b. ومثّل هذه المتباينة بيانيًا.

c. شكّل جدول قيمٍ يعرض على الأقلّ خمسة حلولٍ محتملة.

d. مثّل حلول القسم c من المسألة بيانيًا.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 11 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

تدريس الممارسات في الرياضيات

تمثيل مسائل الرياضيات يستطيع الطلاب المتفوقون في الرياضيات تطبيق الرياضيات التي تعلموها لحل المسائل التي تنشأ في الحياة اليومية. في التمرين 30، ذكّر الطلاب أنهم لا يستطيعون شراء أعداد سالبة من اللترات أو المفارش.

الأدوات يستطيع الطلاب المتفوقون في الرياضيات التفكير في الأدوات المتوفرة عند حل مسألة رياضيات. في التمرين 47، وضّح أن حاسبة تمثيل بياني أو ورقة بيانات قد تكون مفيدة في اختبار الحلول المحتملة.

التمثيلات المتعددة

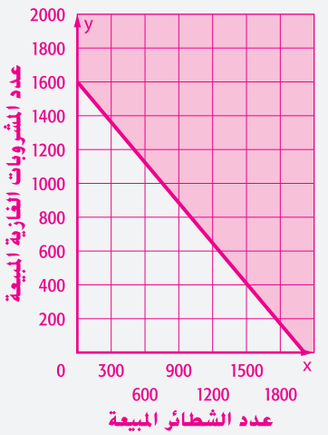
في التمرين 45، يستخدم الطلاب التمثيل البياني والتظليل في المستوى الإحداثي بجانب التحليل جبريًا لحل نظام متباينات.

إجابات إضافية

11b. الإجابة النموذجية: لوح تزلج واحد و4 ألواح ركوب أمواج

37a. $x + 1.25y \geq 2000$

37b.



37c. الإجابة النموذجية: (400, 1600), (200,1500), (300, 1400), (400, 1300), (1000, 1000)

37d. النقاط النموذجية يجب أن تكون في المنطقة المظللة من التمثيل البياني في الجزء **b.**

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب		خيار اليومين
AL مبتدئ	12,30, 46, 48.65	51–54, فردي 29–13	46, زوجي 30–12, 48–50, 55–65
OL أساسي	46–44, فردي 43–13, 48–65	12–30, 51–54	31–46, 48–50, 55–65
BL متقدم	(اختياري: 65),31–64		

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 320 14/12/2016 03:33:45

مثّل كلّ متباينةٍ مما يلي. وحدّد الأزواج المرتّبة التي تعدّ جزءًا من مجموعة الحلول لكلّ متباينة مما يلي. 43–38. انظر ملحق إجابات الوحدة 5.

38. $y \geq 6$; $\{(0, 4), (-2, 7), (4, 8), (-4, -8), (1, 6)\}$

39 $x < -4$; $\{(2, 1), (-3, 0), (0, -3), (-5, -5), (-4, 2)\}$

40. $2x - 3y \leq 1$; $\{(2, 3), (3, 1), (0, 0), (0, -1), (5, 3)\}$

41. $5x + 7y \geq 10$; $\{(-2, -2), (1, -1), (1, 1), (2, 5), (6, 0)\}$

42. $-3x + 5y < 10$; $\{(3, -1), (1, 1), (0, 8), (-2, 0), (0, 2)\}$

43. $2x - 2y \geq 4$; $\{(0, 0), (0, 7), (7, 5), (5, 3), (2, -5)\}$

44. إعادة التدوير يودّ السيد عبد العزيز أن ينفق ما لا يزيد عن AED 37.50 في الأسبوع على إعادة التدوير. تزيل خدمة إعادة تدوير النفايات من الأرصفة ما يصل إلى 50 كيلوجرامًا من القوارير والمنتجات الورقية أسبوعيًا. وهي تفرض رسمًا مقداره AED 0.25 لإزالة كيلوجرامٍ واحدٍ من البلاستيك و AED 0.75 لإزالة كيلوجرامٍ واحدٍ من المنتجات الورقية. $x + y \leq 50$

a. اكتب متباينةً تصف عدد الكيلوجرامات من التي يمكن أن تشملها خدمة إعادة تدوير النفايات من كل مادّة من الأرصفة.

b. اكتب متباينةً تصف الكلفة الأسبوعية للكلفة التي ينالها عبد العزيز إذا أراد أن يبقى إنفاقه في حدود ميزانيته المخصصة. $0.25x + 0.75y \leq 37.50$

c. مثّل بيانيًا متباينةً عن التكاليف الأسبوعية للخدمة. **انظر ملحق إجابات الوحدة 5.**

45. التمثيلات المتعددة استخدم المتباينتين A و B لاستكشاف التمثيل البياني لمتباينات مركبة على مستوًى إحداثي.

A. $7(y + 6) \leq 21x + 14$ **B.** $-3y \leq 3x - 12$

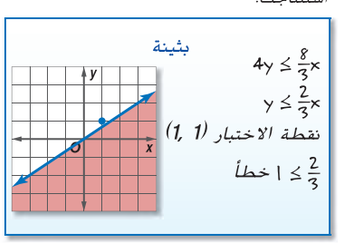
a. سؤال عددي أوجد حل كل متباينة لإيجاد y. $y \leq 3x - 4$; $y \geq -x + 4$

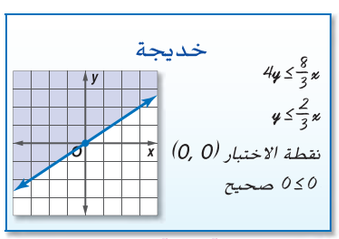
b. التمثيل البياني مثّل كلا المتباينتين بيانيًا. وظلّل نصف المستوى الذي يجعل المتباينة A صحيحة باللون الأحمر. وظلّل نصف المستوى الذي يجعل المتباينة B صحيحة باللون الأزرق. **انظر ملحق إجابات الوحدة 5.**

c. سؤال لفظي ما الذي تمثله منطقة التداخل؟
تمثل منطقة التداخل الحلول التي تجعل كلتا المتباينتين A و B صحيحة.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

46. تحليل الخطأ تحلّ بثينة وخديجة المتباينة $4y \leq \frac{8}{3}x$ عبر التمثيل البياني. فهل أيّ منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.





خديجة؛ استخدمت بثينة نقطة اختبارٍ تقع على الخطّ وظلّلت نصف المستوى الخاطئ.

47. الأدوات اكتب متباينةً خطيةً فيها (2, −1) و (1, 0) و (−4, 3) حلولٌ ولكن (1, 1) ليست حلاً. **الإجابة النموذجية:** $y < -x + 1$

48. الاستنتاج اشرح السبب في أنه لا ينبغي استخدام نقطةٍ تقع على الحدّ بمثابة نقطة اختبار. **50–48. انظر ملحق إجابات الوحدة 5.**

49. مسألة غير محددة الإجابة اكتب متباينةً بمتغيرتين وبمجالٍ ومدًى مقيّدين لتمثيل حالةٍ من الحياة اليومية. وأعطِ المجال والمدى واشرح السبب في كونهما مقيّدين.

50. الكتابة في الرياضيات لخّص خطوات التمثيل البياني لدالةٍ بمتغيرين.

انتبه!

تحليل الخطأ في التمرين 46، حيث مثلت بثينة وخديجة بعض الحلول بيانيًا، اطلب من الطلاب التحقق من التمثيلين البيانيين لإيجاد أي أوجه اختلاف. يجب أن يدركوا أن بثينة وخديجة ظللتا نصف مستويات مختلفة. ويجب أن يلاحظوا أيضًا أن النقاط التجريبية التي قامتا باستخدامها مختلفة. اسأل الطلاب لماذا توجد نقاط تجريبية أفضل من غيرها.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

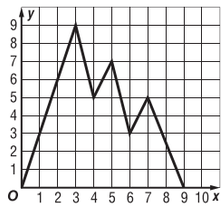
321

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 321 14/12/2016 03:33:46

تمرين على الاختبار المعياري

51. ما هو مجال هذه الدالة؟ **B**

A $\{x \mid 0 \le x \le 3\}$
B $\{x \mid 0 \le x \le 9\}$
C $\{y \mid 0 \le y \le 9\}$
D $\{y \mid 0 \le y \le 3\}$



52. الإجابة الموسّعة يغلق المشتل أبوابه بمناسبة قدم الشتاء حين تكون جميع الأشجار قد فقدت أوراقها. يعرض الجدول عدد الأشجار التي لا تزال تحمل أوراقًا يومًا بيوم.

اليوم	5	10	15	20
الأشجار ذوات الأوراق	325	260	195	130

a. اكتب متباينةً تمثل عدد الأشجار التي تحمل أوراقًا y بعد d يومًا. $y = 390 - 13d$

b. أوجد نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y. وما معنى ذلك في سياق هذه المسألة؟ **انظر الهامش.**

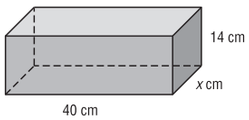
c. كم يومًا يتبقى حتى إغلاق المشتل؟ اشرح كيف توصلت إلى إجابتك. **b–c**

53. ما المتباينة التي تمثل العبارة المبينة أدناه؟ **F**

يحتوي إناءٌ على 832 كرة علكة. وقد جاء تخمين راشد عن عدد كرات العلكة ضمن فارق 46 كرة.

F $|g - 832| \le 46$
G $|g + 832| \le 46$
H $|g - 832| \ge 46$
J $|g + 832| \ge 46$

54. الهندسة إذا كان حجم متوازي المستطيلات الموضّح 10,080 cm^3. فما قيمة x؟ **D**



A 12
B 14
C 16
D 18

مراجعة شاملة

أوجد حلّ كل جملة مفتوحة مما يلي. (الدرس 5-5)

55. $|y - 2| > 4$ $\{y \mid y > 6 \text{ أو } y < -2\}$

56. $|t - 6| \le 5$ $\{t \mid 1 \le t \le 11\}$

57. $|3 + d| < -4$ $\varnothing$

أوجد حل كل متباينة مركبة مما يلي. (الدرس 5-4)

58. $4c - 4 < 8c - 16 < 6c - 6$ $\{c \mid 3 < c < 5\}$

59. $5 < \frac{1}{2}p + 3 < 8$ $\{p \mid 4 < p < 10\}$

60. $0.5n \ge -7$ or $2.5n + 2 \le 9$ $\{n \mid n$ عدد حقيقي$\}$.

اكتب معادلة للخط المار بكل زوج من النقاط.

61. $(1, -3)$ و $(2, 5)$ $y = 8x - 11$

62. $(-2, -4)$ و $(-7, 3)$ $y = -\frac{7}{5}x - \frac{34}{5}$

63. $(-6, -8)$ و $(-8, -5)$ $y = -\frac{3}{2}x - 17$

64. اللياقة البدنية يعرض الجدول المعدّل الأقصى لنبضات القلب الذي ينبغي الحفاظ عليه خلال النشاط الرياضي. اكتب معادلةً بالترميز الخاص بالدّوال لتمثيل العلاقة القائمة. وحدّد المعدّل الأقصى الذي يجب الحفاظ عليه لنبضات القرب من أجل شخصٍ عمره 80 عامًا.

العمر (عام)	20	30	40	50	60	70
معدّل النبض (نبضة/دقيقة)	175	166	157	148	139	130

$f(a) = -0.9a + 193$; 121 نبضة/دقيقة

مراجعة المهارات

65. العمل يستخدم القانون $s = \frac{w - 10r}{m}$ لإيجاد سرعة الكتابة على الآلة الكاتبة. وفي هذا القانون، يمثّل s السرعة بعدد الكلمات في الدقيقة، ويمثل w عدد الكلمات المكتوبة، ويمثل r عدد الأخطاء، ويمثل m عدد الدقائق التي تمّت خلالها الكتابة. أوجد الحلّ لإيجاد r. $r = \frac{w - sm}{10}$

4 التقويم

بطاقة التحقق من استيعاب الطلاب اطلب من الطلاب أن يكتبوا، على بطاقات ورقية، ما إذا كان حد التمثيل البياني $y < 2x + 1$ به خط منقوط أم متصل وما يعنيه ذلك.

التقويم التكويني

تحقق من فهم الطلاب للمفاهيم في الدرس 5-6.

إجابات إضافية

52b. 390؛ يمثل التقاطع y عدد الأشجار التي بها أوراق شجر في المشتل في اليوم 0.

52c. سوف يغلق المشتل بعد 30 يومًا؛ وتوصلت إلى الحل $390 - 13d = 0$.

التدريس المتمايز OL BL

التوسع تحدِ الطلاب لكتابة متباينة للتمثيل البياني الذي يمر حده عبر النقاط عند $(-2, -3)$ و $(-2, 4)$ والذي تحتوي مجموعة حله على الحد وجميع النقاط فوق الحد. $y \ge -2$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 322 14/12/2016 03:33:47

5-6 مختبر تقنية التمثيل البياني
التمثيل البياني للمتباينات

يمكنك استخدام الحاسبة البيانية لاستكشاف التمثيلات البيانية للمتباينات.

ممارسات في الرياضيات
استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.

النشاط 1 أقلّ من

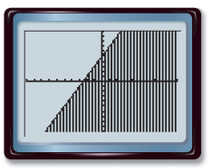
مثّل $y \leq 2x + 5$ بيانيًا.

امسح جميع الدوال من Y= list.

خطوات العملية على الحاسبة: Y= CLEAR

مثّل $y \leq 2x + 5$ بيانيًا في نافذة عرض قياسية.

خطوات العملية على الحاسبة: ENTER ◀ ◀ ◀ ◀ ◀ ◀ 5 + X,T,θ,n 2
6 ZOOM ENTER ENTER


[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

تقع جميع الأزواج المرتّبة التي من أجلها y *أصغر أو تساوي* $2x + 5$ تحت *الخط* أو *عليه* وهي عبارة عن حلول.

النشاط 2 أكبر من

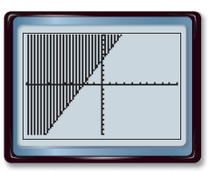
مثّل $y - 2x \geq 5$ بيانيًا.

امسح التمثيل البياني المعروض حاليًا.

خطوات العملية على الحاسبة: Y= CLEAR

أعد كتابة $y - 2x \geq 5$ بالصيغة $y \geq 2x + 5$ ومثّلها بيانيًا.

خطوات العملية على الحاسبة: ENTER ◀ ◀ ◀ ◀ ◀ ◀ 5 + X,T,θ,n 2
6 ZOOM ENTER


[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

تقع جميع الأزواج المرتبة التي من أجلها y *أكبر أو تساوي* $2x + 5$ فوق *الخط* أو *عليه* وهي عبارة عن حلول.

1. يضم المنحنيان البيانيان الخطّ $y = 2x + 5$. التمثيل البياني الأول مظللٌ تحت $y = 2x + 5$، في حين أن التمثيل البياني الثاني مظللٌ فوق $y = 2x + 5$.

تمارين

1. قارن وقابل التمثيلين البيانيين الموضحين أعلاه.

2. مثّل $y \geq -3x + 1$ بيانيًا في نافذة العرض المعيارية. واستخدم تمثيلك البياني لتسمية أربعة حلولٍ للمتباينة. **الإجابة النموذجية:** {(0, 1)، (−7, 1)، (6, 2)، (4.2, −1.5)}

3. افترض أن سعر تذكرة دخول الطلاب إلى مدينة الألعاب المائية تساوي AED 16. وأن سعر تذكرة دخول الكبار تساوي AED 20. وعلى فرض أنك تريد شراء 10 تذاكر على الأقل دون أن تنفق أكثر من AED 200.

a. ليكن x = عدد تذاكر دخول الطلاب و y = عدد تذاكر دخول الكبار. اكتب متباينتين تمثل إحداهما العدد الإجمالي من التذاكر وتمثل الثانية السعر الإجمالي للتذاكر. $x + y \geq 10;\ 16x + 20y \leq 200$

b. مثّل المتباينتين بيانيًا. واستخدم شاشة العرض [0, 20] المقياس: 1 في [0, 20] المقياس: 1. **انظر الهامش.**

c. سمِّ أربعة توافيق ممكنة لتذاكر الطلاب والكبار. **الإجابة النموذجية:** {(0, 10)، (5, 6)، (3, 8)، (1, 11)}

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابة إضافية

3b.


[0, 20] scl: 1 في [0, 20] scl: 1

من العملي إلى النظري

اطرح السؤال التالي:

- لماذا تنتمي الأزواج المرتّبة التي تقع على الخط إلى مجموعة حل متباينة التمرين 2؟ الإجابة النموذجية: لأن علامة يساوي مُتضمَّنة في المتباينة.

1 التركيز

الهدف استخدام حاسبة التمثيل البياني لاستكشاف التمثيلات البيانية للمتباينات.

المواد الخاصة لكل مجموعة

- حاسبة تمثيل بياني

نصيحة للتدريس

قد تحتاج أيضًا أن يقوم الطلاب بإعادة ضبط شاشات العرض. اطلب منهم إدخال ZOOM 6 إلى التمثيل البياني في شاشة العرض القياسية.

2 التدريس

العمل في مجموعات متعاونة

قسِّم الطلاب على مجموعات متنوعة القدرات من اثنين أو ثلاثة طلاب. واطلب من المجموعات إكمال الأنشطة والتمرين 1.

- لتمثيل المتباينات، أدخل الدالة في محرر الجدول Y= عند Y1=. ثم قم بتمييز الرمز الموجود أمام المُدخل Y1 واضغط ENTER إلى أن يظهر تظليل أعلى الرمز أو أدناه.

تمرين اطلب من الطلاب إتمام التمرينين 2 و 3.

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمرين 2 لتقويم ما إذا كان الطلاب يفهمون أن إحداثيات جميع النقاط على الخط أو في المنطقة المظللة هي حلول للمتباينة.

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 323 14/12/2016 03:33:49

5 دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

حل المتباينات أحادية الخطوات (الدرسان 1-5 و 2-5)

العبارة التالية صحيحة من أجل جميع الأعداد b و a و c.

- إذا كان $a > b$ و c موجبًا، فإن $ac > bc$.
- إذا كان $a > b$ و c سالبًا، فإن $ac < bc$.

المتباينات المركبة متعددة الخطوات (الدرسان 3-5 و 4-5)

- يمكن حلّ المتباينات متعددة الخطوات عبر الرجوع في العمليات بالطريقة المتّبعة نفسها في حلّ معادلةٍ متعددة الخطوات.
- تكون المتباينة المركبة الحاوية على حرف العطف "و" صحيحةً فقط إذا كانت كلتا المتباينتين صحيحة.
- وتكون المتباينة المركبة الحاوية على حرف العطف "أو" صحيحةً فقط إذا كانت إحدى المتباينتين على الأقل صحيحة.

متباينات القيمة المطلقة (الدرس 5-5)

- تساوي القيمة المطلقة لأيّ عدد x المسافة التي تفصله عن الصفر على مستقيم الأعداد وتكتب على النحو $|x|$. إذا كان $x \geq 0$، فإن $|x| = x$. وإذا كان $x < 0$، فإنّ $|x| = -x$.
- إذا كان $|x| < n$ $0 >$، فإن $-n < x < n$.
- إذا كان $|x| > n$ $0 >$، فإن $x > n$ أو $x < -n$.

المتباينات التي تحتوي على متغيرين اثنين (الدرس 6-5)

لتمثيل متباينة، اتّبع الخطوات التالية:

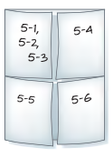
الخطوة 1 تمثيل الحدّ بيانيًا. استخدم خطًا متواصلاً عندما تضم المتباينة $\geq$ أو $\leq$ استخدم خطًا متقطعًا عندما تضم المتباينة $>$ أو $<$.

الخطوة 2 استخدم نقطة اختبارٍ لتحدّد نصف المستوى الذي ينبغي تظليله.

الخطوة 3 ظلّل نصف المستوى.

المطويات منظّم الدراسة

تأكد من إدراج المفاهيم الأساسية في المطوية.



المفردات الأساسية

حدود	boundary
نصف مستوى مغلق	closed half-plane
متباينة مركبة	compound inequality
نصف مستوى	half-plane
متباينة	inequality
تقاطع	intersection
نصف مستوى مفتوح	open half-plane
ترميز بناء المجموعة	set-builder notation
اتحاد	union

مراجعة المفردات

اذكر إن كانت كل جملة مما يلي صحيحة أو خاطئة. فإذا كانت خاطئة، استبدل المصطلح الذي تحته خطّ لتجعل الجملة صحيحة.

1. ترميز بناء المجموعة طريقة أقلّ إيجازًا لكتابة مجموعة الحلول. **خاطئة؛ أكثر**
2. ثمّة نوعان من المتباينات المركبة **صحيحة**
3. يبيّن التمثيل البياني لمتباينة مركبة تضمّ عرف العطف "و" اتّحاد التمثيلين البيانيين. **خاطئة؛ تقاطع**
4. تكون المتباينة المركبة الحاوية على حرف العطف "أو" صحيحةً إذا كانت كلتا المتباينتين صحيحة. والتمثيل البياني لها هو اتّحاد التمثيلين البيانيين للمتباينتين. **صحيحة**
5. التمثيل البياني لمتباينة صيغتها $y < ax + b$ هو منطقةٌ على المستوى الإحداثي تدعى نصف المستوى. **صحيحة**
6. تعرّف بنقطةٌ حدّ نصف المستوى المفتوح. **خطأ؛ مستقيم**
7. إنّ الحدّ هو التمثيل البياني للدالّة الخاصّة بالخطّ الذي يعرّف حافّة كلّ نصف مستوىً **صحيحة**
8. تتضمن مجموعة حلول الدالة $y \geq x$ الحدّ. **صحيحة**
9. عند حلّ متباينة، يعكس ضرب كلٍّ من طرفيها بعددٍ سالبٍ رمز المتباينة. **صحيحة**
10. التمثيل البياني لمتباينةٍ مركبةٍ تشتمل على حرف العطف "و" هو تقاطع التمثيلين البيانيين لكلتا المتباينتين. **صحيحة**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التقويم التكويني

المفردات الأساسية إذا واجه الطلاب صعوبة في الإجابة عن الأسئلة 10-1، فذكرهم أنه يمكنهم مراجعة الدروس لإنعاش ذاكرتهم بشأن المفردات.

المطويات منظّم الدراسة

مطويات دينا زايك®

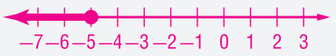
اطلب من الطلاب إلقاء نظرة على الوحدة للتأكد من أنهم قد أضافوا أمثلة إلى مطوياتهم. واقترح على الطلاب إبقاء مطوياتهم معهم أثناء إكمال صفحات دليل الدراسة والمراجعة. ووضّح أن المطويات تعدّ بمثابة أداة مراجعة سريعة عند المذاكرة من أجل اختبار الوحدة.

إجابات إضافية

11. $\{w \mid w > 13\}$



12. $\{x \mid x \leq -5\}$



13. $\{h \mid h < -5\}$



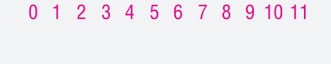
14. $\{a \mid a > -7\}$



15. $\{p \mid p \leq -2\}$



16. $\{y \mid y \leq 7\}$



UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 324 14/12/2016 03:33:50

مراجعة درس بدرس

5-1 حل المتباينات بالجمع والطرح

أوجد حلّ كلّ متباينةٍ مما يلي. ثم مثّلها بيانيًا على مستقيم الأعداد. 16-11. انظر الهامش.

11. $w - 4 > 9$
12. $x + 8 \le 3$
13. $6 + h < 1$
14. $-5 < a + 2$
15. $13 - p \ge 15$
16. $y + 1 \le 8$

17. **رحلة ميدانية** تستوعب حافلةٌ 44 شخصًا. فإذا كانت هناك 35 طالبةً في صفّ سها. فكم طالبةٍ إضافيةً يمكن أن تركب الحافلة؟ **ليس أكثر من 9**

مثال 1

أوجد حلّ المتباينة $x - 9 > -4$. ثمّ مثّلها بيانيًا على مستقيم الأعداد.

$x - 9 < -4$	المتباينة الأصلية
$x - 9 + 9 < -4 + 9$	أضف 9 إلى كل طرف
$x < 5$	بالتحويل لأبسط صورة

مجموعة الحلول هي $\{x \mid x < 5\}$.



5-2 حل المتباينات بالضرب والقسمة

أوجد حلّ كلّ متباينةٍ مما يلي. ومثّل مجموعة الحلول بيانيًا على مستقيم الأعداد.

18. $\frac{1}{3}x > 6$ $\{x \mid x > 18\}$
19. $\frac{1}{5}g \ge -4$ $\{g \mid g \ge -20\}$
20. $4p < 32$ $\{p \mid p < 8\}$
21. $-55 \le -5w$ $\{w \mid w \le 11\}$
22. $-2m > 100$ $\{m \mid m < -50\}$
23. $\frac{2}{3}t < -48$ $\{t \mid t < -72\}$

24. **استئجار الأفلام** بحوزة أحمد ما لا يزيد على 24 AED لينفقها على استئجار أقراص DVD من أجل حفل العشاء. فإذا كانت أجرة كل قرص DVD تساوي 4 AED. فأوجد العدد الأقصى من أقراص DVD التي بإمكان أحمد استئجارها لحفلته. **6**

18-23 انظر الهامش للاطلاع على التمثيلات البيانية.

مثال 2

أوجد حلّ $-14h < 56$. وتحقّق من حلّك.

$-14h < 56$	المتباينة الأصلية
$\frac{-14h}{-14} > \frac{56}{-14}$	بقسمة كل طرف على -14
$h > -4$	بالتحويل لأبسط صورة

$\{h \mid h > -4\}$

التحقّق للتحقق، عوّض ثلاث قيمٍ مختلفةٍ في المتباينة الأصلية، وهي العدد -4، وعددٌ أقل من -4، وعددٌ أكبر من -4.

5-3 حل المتباينات متعددة الخطوات

أوجد حلّ كلّ متباينةٍ مما يلي. ومثّل مجموعة الحلول بيانيًا على مستقيم الأعداد.

25. $3h - 7 < 14$ $\{h \mid h < 7\}$
26. $4 + 5b > 34$ $\{b \mid b > 6\}$
27. $18 \le -2x + 8$ $\{x \mid x \le -5\}$
28. $\frac{t}{3} - 6 > -4$ $\{t \mid t > 6\}$

29. أربعة أضعاف عددٍ منقوصًا منها 6 أقلّ من -2. عرّف متغيرًا واكتب متباينةً وأوجد حلها لإيجاد العدد. **انظر الهامش.**

30. **مبيعات التذاكر** جمع القائمون على نادي المسرح مبلغ 160 AED من بيع التذاكر المخصصة لحفلة الربيع. وهم بحاجةٍ إلى جمع 400 AED على الأقل لتركيب إضاءةٍ جديدةٍ لخشبة المسرح. فإذا كان سعر التذكرة الواحدة 3 Dh. فكم تذكرةً إضافيةً ينبغي بيعها؟ **80 تذكرة إضافية على الأقل**

25-28. انظر الهامش للاطلاع على التمثيلات البيانية.

مثال 3

أوجد حلّ المتباينة $-6y - 13 > 29$. وتحقّق من حلّك.

$-6y - 13 > 29$	المتباينة الأصلية
$-6y - 13 + 13 > 29 + 13$	بإضافة 13 إلى كل طرف
$-6y > 42$	بالتحويل لأبسط صورة
$\frac{-6y}{-6} < \frac{42}{-6}$	بقسمة كل طرف على -6 وتغيير > إلى <.
$y < -7$	بالتحويل لأبسط صورة

مجموعة الحلول هي $\{y \mid y < -7\}$.

التحقّق

$-6y - 13 > 29$	المتباينة الأصلية
$-6(-10) - 13 \stackrel{?}{>} 29$	بتعويض -10 بدلاً من y.
$47 > 29$ ✓	بالتحويل لأبسط صورة

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مراجعة درس بدرس

التدخل التقويمي إذا كانت الأمثلة المعطاة غير كافية لعرض الموضوعات التي تتناولها الأسئلة، فذكّر الطلاب بأن مراجع الدروس ترشدهم إلى مكان مراجعة الموضوع في كتبهم المدرسية.

إجابات إضافية

18. 

19. 

20. 

21. 

22. 

23. 

25. 

26. 

27. 

28. 

29. الإجابة النموذجية: بفرض أن $x =$ العدد، $4x - 6 < -2$, $x < 1$
$\{x \mid x < 1\}$

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 325 14/12/2016 03:33:52

5 دليل الدراسة والمراجعة تابع

5-4 حل المتباينات المركّبة

أوجد حل كل متباينة مركبة مما يلي، ثمّ مثّل مجموعة الحلول بيانيًا. 33-31. انظر الهامش.

31. $m - 3 < 6$ و $m + 2 > 4$

32. $-4 < 2t - 6 < 8$

33. $3x + 2 \leq 11$ أو $x - 8 > 22$

34. **الطائرات الورقية** يمكن تطيير الطائرة الورقية عند سرعاتٍ للرياح لا تقلّ عن 7 كيلومتراتٍ في الساعة ولا تزيد عن 16 كيلومترًا في الساعة. اكتب متباينةً تمثّل سرعات الرياح التي يمكن أن تطير الطائرة الورقية عندها $7 \leq x \leq 16$

مثال 4

أوجد حلّ $-3w + 4 > -8$ و $2w - 11 > -19$، ثمّ مثّل مجموعة الحلول بيانيًا.

$-3w + 4 > -8$ و $2w - 11 > -19$

$w < 4$ $w > -4$

لتمثيل مجموعة الحلول بيانيًا، مثّل بيانيًا المتباينة $w < 4$ ومثّل بيانيًا المتباينة $w > -4$. ثمّ أوجد التقاطع.



5-5 المتباينات التي تحتوي على قيمة مطلقة

أوجد حل كل متباينة مما يلي، ثمّ مثّل مجموعة الحلول بيانيًا. 44-35. انظر الهامش.

35. $|x - 4| < 9$

36. $|p + 2| > 7$

37. $|2c + 3| \leq 11$

38. $|f - 9| \geq 2$

39. $|3d - 1| \leq 8$

40. $\left|\frac{4b - 2}{3}\right| < 12$

41. $\left|\frac{2t + 6}{2}\right| > 10$

42. $|-4y - 3| < 13$

43. $|m + 19| \leq 1$

44. $|-k - 7| \geq 4$

مثال 5

أوجد حلّ $|x - 6| > 9$. ثمّ مثّل مجموعة الحلول بيانيًا.

الحالة 1 $x - 6$ ليس سالبًا.

$x - 6 < 9$

$x < 15$

الحالة 2 $x - 6$ سالب.

$-(x - 6) < 9$

$x > -3$

مجموعة الحلول هي $\{x \mid -3 < x < 15\}$.



5-6 التمثيل البياني لمتباينات بمتغيرين اثنين

مثّل كل متباينة بيانيًا. 50-45. انظر ملحق إجابات الوحدة 5.

45. $y > x - 3$

46. $y < 2x + 1$

47. $3x - y \leq 4$

48. $y \geq -2x + 6$

49. $5x - 2y < 10$

50. $3x + 4y > 12$

مثّل كلّ متباينةٍ مما يلي بيانيًا. وحدّد الأزواج المرتّبة التي تعدّ جزءًا من مجموعة الحلول لكلّ منها.

51. $y \leq 4$; $\{(3, 6), (1, 2), (-4, 8), (3, -2), (1, 7)\}$ (1, 2), (3, -2)

52. $-2x + 3y \geq 12$; $\{(-2, 2), (-1, 1), (0, 4), (2, 2)\}$ (0, 4)

53. **المخبز** بحوزة محمّد 24 AED لإنفاقها على البسكويت والكعك. اكتب متباينةً تمثّل ما يستطيع محمّد شراءه ومثّلها بيانيًا. $2x + 3y \leq 24$

53-51. **انظر ملحق إجابات الوحدة 5 للاطلاع على التمثيلات البيانية.**


Dh 3

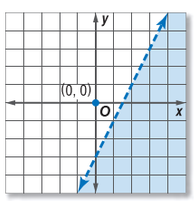
Dh 2

مثال 6

مثّل $2x - y > 3$ بيانيًا.

أوجد الحلّ لإيجاد y بدلالة x.

$2x - y > 3$	المتباينة الأصلية
$-y > -2x + 3$	بطرح $2x$ من كل طرف
$y < 2x - 3$	بضرب كل طرف بـ -1



مثّل الحدّ بيانيًا باستخدام a خطٍ متقطّع. اختر (0,0) بمثابة نقطة اختبار.

$2(0) - 0 \not> 3$

$0 \not> 3$

بما أن 0 ليس أكبر من 3. ظلّل المستوى الذي لا يضمّ (0,0).

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابات إضافية

31. $\{m \mid 2 < m < 9\}$



32. $\{t \mid 1 < t < 7\}$



33. $\{x \mid x \leq 3$ أو $x > 6\}$



35. $\{x \mid -5 < x < 13\}$



36. $\{p \mid p < -9$ أو $p > 5\}$



37. $\{c \mid -7 \leq c \leq 4\}$



38. $\{f \mid f \leq 7$ أو $f \geq 11\}$



39. $\left\{d \mid -\frac{7}{3} \leq d \leq 3\right\}$



40. $\left\{b \mid -\frac{17}{2} < b < \frac{19}{2}\right\}$



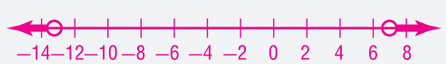
43. $\{m \mid -20 \leq m \leq -18\}$



44. $\{k \mid k \geq -3$ أو $k \leq -11\}$



41. $\{t \mid t < -13$ أو $t > 7\}$



42. $\left\{y \mid -4 < y < \frac{5}{2}\right\}$

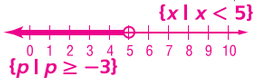


UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 326 14/12/2016 03:33:57

5 تمرين على الاختبار

أوجد حلّ كلّ متباينةٍ مما يلي. ثم مثّلها بيانيًا على مستقيم الأعداد.

1. $x - 9 < -4$ $\{x \mid x < 5\}$



2. $6p \geq 5p - 3$ $\{p \mid p \geq -3\}$



3. **الاختيار من متعدد** لدى صالح حاليًا 31 كتابًا مصورًا ضمن تشكيلة كتبه. في حين لدى صديقه طارق 58 كتابًا مصورًا. فكم على صالح أن يضيف من الكتب المصوّرة لكي تصبح مجموعته أكبر من مجموعة طارق؟ **C**

A ليس أكثر من 21

B 27

C على الأقل 28

D أكثر من 30

أوجد حلّ كلّ متباينةٍ مما يلي. ومثّل مجموعة الحلول بيانيًا على مستقيم الأعداد.

4–10 انظر ملحق إجابات الوحدة 5 للاطلاع على التمثيلات البيانية.

4. $\frac{1}{5}h > 3$ $\{h \mid h > 15\}$
5. $7w \leq -42$ $\{w \mid w \leq -6\}$
6. $-\frac{2}{3}t \geq 24$ $\{t \mid t \leq -36\}$
7. $-9m < -36$ $\{m \mid m > 4\}$
8. $3c - 7 < 11$ $\{c \mid c < 6\}$
9. $\frac{g}{4} + 3 \leq -9$ $\{g \mid g \leq -48\}$
10. $-2(x - 4) > 5x - 13$ $\{x \mid x < 3\}$
11. **حديقة الحيوانات** سيذهب الصفّ الثامن خلال حصة العلوم إلى حديقة الحيوانات. ويُسمح للصّف إنفاق ما يصل إلى AED 300 مقابل رسم الدخول.

رسم الدخول إلى حديقة الحيوانات	
الزائر	التكلفة
طالب	Dh 8
الكبير	Dh 10

a. اكتب متباينةً تمثل هذه الحالة. $8s + 10a \leq 300$

b. إذا كان الصّف يضمّ 32 طالبًا وسيحضر شخصٌ كبيرٌ واحدٌ مقابل كل 8 طلاب. فهل بوسع جميع الطلاب في الصّف الذهاب إلى الحديقة؟ **نعم**

أوجد حل كل متباينة مركبة مما يلي، ثمّ مثّل مجموعة الحلول بيانيًا. 12–13 انظر الهامش.

12. $y - 8 < -3$ أو $y + 5 > 19$
13. $-11 \leq 2h - 5 \leq 13$
14. $3z - 2 > -5$ و $z + 4 < -17$ $\varnothing$

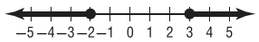
عرّف متغيرًا واكتب متباينةً وأوجد حلّ المسألة. وتحقق من حلك.

15. لا يزيد الفرق بين عددٍ وبين العدد 4 عن 8.

15–16. انظر ملحق إجابات الوحدة 5.

16. تسعة أضعاف عددٍ ناقصًا أربعة تعدي على الأقل ثلاثةً وعشرين.

17. **الاختيار من متعدّد** اكتب متباينة مركّبة للتمثيل البياني الموضّح أدناه. **G**



F $-2 \leq x < 3$

G $x \leq -2$ أو $x \geq 3$

H $x < -2$ أو $x \geq 3$

J $-2 < x \leq 3$

أوجد حل كل متباينة مما يلي، ثمّ مثّل مجموعة الحلول بيانيًا.

18. $|p - 5| < 3$
19. $|2f + 7| \geq 21$
20. $|-4m + 3| \leq 15$
21. $\left|\frac{x - 3}{4}\right| > 5$

18–21. انظر ملحق إجابات الوحدة 5.

22. **البيع بالتجزئة** يقدّم أحد متاجر السّلع الرياضية قسيمة شراءٍ بقيمة Dh 15 عند شراء أي حذاء.

a. يبلغ ثمنا أرخص وأغلى حذائين في المتجر AED 149.95 و AED 24.95. فما مدى التكلفة بالنسبة للزبائن ذوي القسائم؟ $9.95 \leq p \leq 134.95$

b. عند شراء حذاءٍ بسعر AED 109.95. فبوسعك استخدام القسيمة أو الاستفادة من خصمٍ بنسبة 15%. فأي الخيارين أفضل؟ **15%**

مثّل كل متباينة بيانيًا.

23. $y < 4x - 1$
24. $2x + 3y \geq 12$

23–24. انظر ملحق إجابات الوحدة 5.

25. مثّل بيانيًا المتباينة $y > -2x + 5$. ثمّ حدّد أيّ أزواج مرتبةٍ مما يلي $\{(7, 3), (2, 3), (-1, 5), (-2, 0)\}$ تضمّها مجموعة الحلول. **انظر ملحق إجابات الوحدة 5.**

26. $6x + 4y \leq 96$؛ انظر ملحق إجابات الوحدة 5 للاطلاع على التمثيل البياني.

26. **الصّف التحضيري** تشتري السيدة بدّرية كتبًا وألغازًا جديدةً للصفّ التحضيري. سعر الكتاب الواحد AED 6. وسعر اللغز الواحد AED 4. اكتب متباينةً لتحديد عدد الكتب والألغاز التي بإمكانها شراؤها مقابل AED 96 ومثّلها بيانيًا.

إجابات إضافية

12. $\{y \mid y < 5$ أو $y > 14\}$



13. $\{h \mid -3 \leq h \leq 9\}$



McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 327 14/12/2016 03:34:01

1 التركيز

الهدف استخدام إستراتيجية كتابة وحل المتباينة لحل مسائل الاختبارات المعيارية.

2 التدريس

أسئلة الدعائم التعليمية

اطرح السؤال التالي:

- ما بعض المواقف التي تستطيع أن تستخدم فيها متباينة لتمثيل الموقف؟ ستختلف الإجابات.
- ما الرموز المستخدمة للإشارة إلى متباينة وماذا تعني؟ الرموز هي $<$، والتي تعني أصغر من، و $>$، والتي تعني أكبر من $\leq$، والتي تعني أصغر من أو يساوي، و $\geq$، والتي تعني أكبر من أو يساوي.
- ما بعض الأدلة الموجودة في المسألة الكلامية والتي تفيد بأن كتابة المتباينة وحلها سوف يحل المسألة؟ ستكون الإجابات متنوعة.

5 التحضير للاختبارات المعيارية

كتابة متباينة وحلّها

تتطلّب الكثير من مسائل الاختيار من متعددٍ كتابة متباينةٍ وحلّها. اتّبع الخطوات المبينة أدناه لمساعدتك في حلّ هذه الأنواع من المسائل بصورةٍ ناجحة.



استراتيجيات لكتابة المتباينات وحلّها

الخطوة 1

اقرأ المسألة بعناية.

اسأل نفسك:

- ما المطلوب حله؟
- ما معطيات المسألة؟
- ما المجاهيل التي يتعيّن عليّ الحلّ لإيجادها؟

الخطوة 2

ترجم عبارة المسألة إلى متباينة.

- خصّص متغيراتٍ للمجهول (المجاهيل).
- اكتب المسألة الكلامية على هيئة جملةٍ عدديةٍ رياضيةٍ باحثًا عن كلماتٍ مثل *أكبر من*، *أو أصغر من*، *أو ليس أكبر من*، *أو حتّى*، *أوعلى الأقل* من أجل تحديد نوع المتباينة إضافةٍ إلى الموضع الذي ينبغي عنده وضع إشارة المتباينة.

الخطوة 3

أوجد حل المتباينة.

- أوجد حلّ المتباينة لإيجاد المجاهيل فيها.
- وتذكّر أن ضرب كلٍّ من طرفي متباينة بعددٍ سالبٍ يعكس اتجاهها.
- تحقق من إجابتك للتأكد من صحتها.

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. وحدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها. واكتب الحلّ هنا.

أحرز إبراهيم العلامات التالية في اختباراته خلال هذا الفصل: 89 و 74 و 79 و 85 و 88. علامة. وهو بحاجةٍ على الأقل إلى 85 علامة في المتوسّط لينال التقدير A خلال هذا الفصل. ويتبقّى اختبارٌ واحدٌ في هذا الفصل.

A اكتب متباينةً لتمثيل هذه الحالة.

B ما العلامة التي عليه إحرازها في الاختبار النهائي لينال التقدير A خلال هذا الفصل؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education. Rob Gage/Taxi/Getty Images

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 328 14/12/2016 03:34:05

اقرأ المسألة بعناية. لديك علامات اختبارات الخمسة إبراهيم الخمسة الأولى، واعلم أنّه يحتاج على الأقل 85 علامةٍ وسطيًا بعد الاختبار التالي ليحصل على التقدير A خلال هذا الفصل الدراسي.

a. اكتب المتباينة.

الشرح يحتاج إبراهيم إلى متوسّطٍ يساوي *على الأقل* 85 في الاختبارات.

المتغير لتكن t تمثّل علامة إبراهيم في الاختبار النهائي.

المعادلة $\frac{89 + 74 + 79 + 85 + 88 + t}{6} \geq 85$

b. حُلَّ المتباينة لإيجاد t.

$$\frac{89 + 74 + 79 + 85 + 88 + t}{6} \geq 85$$
$$89 + 74 + 79 + 85 + 88 + t \geq 85(6)$$
$$415 + t \geq 510$$
$$t \geq 95$$

إذًا يجب أن يحقق إبراهيم في الاختبار النهائي علامةً أكبر أو تساوي 94 ليحصل على التقدير A خلال هذا الفصل الدراسي.

تمارين

اقرأ كل مسألةٍ مما يلي. وحدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها.

1. بجوزة صالح 20 AED ليطلب البيتزا. تكلّف قطعة البيتزا 12.50 AED إضافةً إلى 0.95 AED لكل طبقة على سطحها. فإذا أضيفت 3 AED بمثابة رسم توصيل، فكم عدد الطبقات التي بإمكان صالح طلبها؟
حتّى 4 طبقات

2. فرض على آمنة لكي تنضمّ إلى نادي الرماية دفع رسمٍ ابتدائي قيمته 75 AED، إضافةً إلى رسم عضويةٍ سنوي قيمته 40 AED.
a. اكتب معادلةً لتمثيل الكلفة الكلية، y للانضمام إلى النادي لمدة x عامًا. $y = 40x + 75$
b. وكم سنةً ستستغرق كي تنفق آمنة أكثر من 400 AED لتنتمي إلى النادي؟ **9 أعوام**

3. لا تزيد مساحة المثلث المبين أدناه عن 84 ملليمترًا مربعًا. فما ارتفاع المثلث؟ **ليس أكثر من 12 mm**



4. تكسب فوزية 200 AED في الشهر من بيع الكعك المنزلي (العمل ليس ملائمًا للنساء) إضافةً إلى 11 AED وسطيًا في الساعة في مجالسة الأطفال. فإذا كان هدفها هو أن تكسب على الأقل 295 AED هذا الشّهر. فكم ساعةً عليها أن تقضي في مجالسة الأطفال؟ **9 ساعات على الأقل**

5. لكي يدّخر أسامة المال لشراء دراجةٍ جديدة، فإنه يبيع بعضًا من بطاقات مباريات البيسبول التي بحوزته. وقد ادّخر حتى الآن 245 AED. فإذا كانت الدراجة تكلّف 1400 AED، وكان يستطيع بيع 154 بطاقة، فبكم يتعيّن عليه بيع كل بطاقةٍ لبلوغ هدفه؟ **على الأقل بـ 7.50 Dh للبطاقة الواحدة**

6. في أحد دوريات لعبة اللاكروس، لا يسمح أن يضمّ الفريق الواحد أكثر من 22 لاعبًا، ولا يسمح بوجود أكثر من 10 فرقٍ في كل فئةٍ عمرية. وثمّة حوالي 6 فئاتٍ عمرية.
a. اكتب متباينةً لتمثيل هذه الحالة. $p \leq 22 \times 10 \times 6$
b. ما العدد الأقصى من اللاعبين الذين بوسعهم لعب اللاكروس في هذا الدوري؟ **1320 لاعبًا**

7. بحوزة خولة 120 AED كي تتسوّق لنفسها وتشتري بعض الهدايا لـ 6 من صديقاتها. وقد اشترت لنفسها قميصًا مقابل 32 AED. فعلى فرض أنها تنفق المبلغ نفسه لشراء هديةٍ لكل صديقة، فما المبلغ الأقصى الذي بوسعها إنفاقه لكلّ هديّة؟ **AED 14.66**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال إضافي

إجابة قصيرة خططت شركة لشراء 115 إعلانًا قصيرًا، على الأكثر، من البث الإذاعي للترويج لمنتج جديد من المنتجات الرياضية. سوف تستخدم الشركة 40 إعلانًا للترويج للمنتج الجديد و 5 أسابيع من الإعلانات للترويج لمبيعات المنتج الجديد. وتخطط الشركة لإذاعة عدد مساوٍ من الإعلانات كل أسبوع.

a. اكتب متباينة لتمثيل الموقف.

b. ما أكبر عدد من الإعلانات سوف تذيعه الشركة كل أسبوع؟

الإجابة النموذجية من نقطتين:

a. بفرض أن a يساوي عدد الإعلانات الدعائية كل أسبوع. بفرض أن الرمز $\leq$ يمثل مصطلح *عدم التساوي على الأكثر*. فإن المتباينة $5a + 40 \leq 115$ تمثل الموقف.

b. يتم إيجاد حل المتباينة لـ a للحصول على أكبر عدد من الإعلانات ستذيعه الشركة كل أسبوع.

$$5a + 40 \leq 115$$
$$5a \leq 115 - 40$$
$$5a \leq 75$$
$$4 \leq 15$$

إذًا، سوف تذيع الشركة على الأكثر 15 إعلانًا كل أسبوع.

3 التقويم

استخدم التمارين 7–1 لتقويم فهم الطلاب.

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 329 14/12/2016 03:34:07

5 تمرين على الاختبار المعياري
تراكمي، الفصول 1 إلى 5

اختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي قدمها لك معلمك أو في ورقة أخرى.

1. تلقّى جاسم بطاقة شراءٍ بقيمة AED 100 بمثابة هديّةٍ لتخرّجه. وهو يريد شراء مشغّل أقراص CD تكلفته AED 38 وأقراصًا تكلفة الواحد منها AED 12 . فأي من المتباينات التالية تمثّل عدد أقراص CD التي يستطيع جاسم شراءها؟ D

A $n \leq 6$

B $n \geq 5$

C $n < 5$

D $n \leq 5$

2. يقبض بلال أجرة ساعة ونصف عن كل ساعة إضافية فوق ساعات العمل الـ 40 التي يؤديها أسبوعيًا.

الزمن	معدّل الأجر
حتّى 40 ساعة	AED 12.80/hr
ساعات العمل الإضافية فوق 40 ساعة	AED 19.20/hr

فإذا كان هدف بلال هو كسب AED 600 خلال الأسبوع القادم، فما العدد الأصغر من الساعات التي عليه أن يعمل خلالها؟ H

F 43 ساعة

G 44 ساعة

H 45 ساعة

J 46ساعة

3. أي معادلةٍ مما يلي لها الميل $-\frac{2}{3}$ ونقطة تقاطعها مع المحور الرأسي y هي النقطة 6؟ C

A $y = 6x + \frac{2}{3}$

B $y = -\frac{2}{3}x - 6$

C $y = -\frac{2}{3}x + 6$

D $y = 6x - \frac{2}{3}$

4. يساوي أكبر عددٍ محرزٍ من النقاط في إحدى الألعاب الإلكترونية 10,219 نقطة. والعدد الأدنى من النقاط يساوي 257 نقطة. فأيّ من المتباينات التالية تبيّن على النحو الأفضل مدى النقاط المسجّلة في اللعبة؟ J

F $x \leq 10,219$

G $x \geq 257$

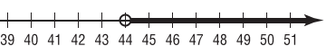
H $257 < x < 10,219$

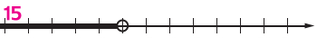
J $257 \leq x \leq 10,219$

5. تساوي درجة الحرارة الحالية 42°. وإذا ارتفعت درجة الحرارة أكثر من 4 درجات، فستسجّل درجةً جديدةً من حيث الارتفاع خلال هذا التاريخ. فأيّ من مستقيمات الأعداد يمثّل درجات الحرارة التي ستشكّل رقمًا قياسيًا جديدًا من حيث الارتفاع؟ B

A


B


C


D


15 أسبوعًا

6. تبيع فتيات فريق الكرة الطائرة قمصانًا وأعلامًا لجمع المال من أجل شراء أطقم جديدة. حيث يأمل الفريق بجمع أكثر من AED 250.

الصنف	السعر
القميص	AED 10
العلم	AED 4

أي من التوافيق التالية للعناصر المباعة يساعد في تحقيق هذا الهدف؟ H

F 16 قميصًا و 20 علمًا

G 20 قميصًا و 12علمًا

H 18 قميصًا و 18علمًا

J 15 قميصًا و 20 علمًا

7. ما نوع المستقيم الذي ميله غير معرّف؟ D

A الأفقي

B الموازي

C العمودي

D الرأسي

8. أيّ تعبيرٍ مما يلي يوضح خاصية التجميع؟ H

F $abc = bac$

G $2(x - 3) = 2x - 6$

H $(p + 3) - t = p + (3 - t)$

J $5 + (-5) = 0$

نصيحة عند حل الاختبار

السؤال 2 يمكنك التحقّق من إجابتك عبر إيجاد ما يكسبه بلال مقابل الساعات التي يعمل خلالها.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

330 | الوحدة 5 | تمرين على الاختبار المعياري

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 330 14/12/2016 03:34:09

خيار الواجب المنزلي

الاستعداد للوحدة 6 كلِّف الطلاب بحل التمارين في صفحة 333 كواجب منزلي لتقويم ما إذا كانوا يمتلكون المهارات المطلوبة للوحدة التالية.

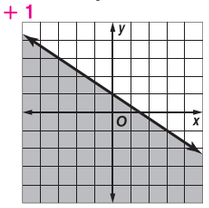
الإجابة القصيرة/الإجابة الشبكية

اكتب الإجابات في ورقة الإجابة التي قدمها إليك المعلم أو ورقة أخرى.

9. أوجد حلّ $-4 < 3x + 8 \leq 23$. $-4 < x \leq 5$

10. إجابة شبكية تدّخر أماني المال لشراء تلفاز جديد. وهي بحاجةٍ إلى ادّخار AED 720 على الأقل لسداد نفقاته. توفّر أماني كلّ أسبوع AED 50 لشراء تلفازها الجديد. فكم أسبوعًا سيستغرق الأمر حتى تتمكن من سداد سعر التلفاز الجديد؟

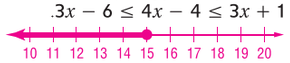
11. اكتب متباينةً تمثّل التمثيل البيانيّ على النحو الأفضل.
$y \leq -\frac{2}{3}x + 1$



12. أوجد حلّ $|x - 4| < 2$. $2 < x < 6$

13. إجابة شبكية يريد عدنان شحن مجموعةٍ من عصيّ الجولف وعدّة صناديق من كرات الجولف في صندوقٍ يمكن أن يحمل حتى 20 رطلاً. فإذا كانت مجموعة عصي الجولف تزن 9 أرطالٍ وكان كلّ صندوق عصيٍّ يزن 12 أوقيّة، فكم صندوقًا من كرات الجولف يستطيع عدنان أن يشحن؟ **14 صندوقًا**

14. مثّل مجموعة حلول المتباينة
$3x + 1 \leq 4x - 4 \leq 3x - 6$.



15. اكتب متباينةً تمثّل البيانات الواردة في الجدول.
$y = 3.5x + 2$

x	y
3	12.5
4	16
5	19.5
6	23
7	26.5

16. تؤجّر شركة معداتٍ رياضيةٍ قرب الشاطئ دراجاتٍ مقابل AED 10 إضافةً إلى AED 5 في الساعة للدراجة الواحدة. اكتب معادلةً بصيغة الميل والتقاطع توضّح فيها التكلفة الإجمالية، y، لاستئجار دراجةٍ لمدة x ساعة. وكم ستتكلّف فاطمة لاستئجار دراجةٍ لمدّة 6 ساعات؟ $y = 5x + 10$; **AED 40**

الإجابة الموسعة

اكتب إجاباتك في ورقة. اكتب الحل هنا.

17. تدّخر رنا المال لعطلتها. حيث تحتاج إلى أن تدّخر على الأقلّ AED 640 لسداد نفقات الرحلة. وكلّ أسبوع، تضيف مبلغ AED 35 إلى مدّخراتها المخصصة للعطلة.

a. لتكن w تمثّل عدد الأسابيع التي تدّخر خلالها رنا المال. اكتب متباينةً لتمثيل هذه الحالة. $35w \geq 640$

b. أوجد حلّ المتباينة من القسم a. ما أقلّ عددٍ من الأسابيع التي على رنا ادّخار المال خلالها لكي تبلغ هدفها؟ **19 أسبوعًا**

c. إذا ما كانت رنا تدّخر AED 45 كلّ أسبوع بدلًا مما ذكر أعلاه، فكم أسبوعًا ستنقص مدّة جمع الحدّ الأدنى من المدّخرات؟ **ستنقص بمقدار 4 أسابيع**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

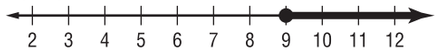
UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 331 14/12/2016 03:34:11

الدرس 1-5

12. $\{m \mid m < 7\}$



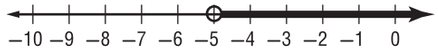
13. $\{p \mid p \geq 9\}$



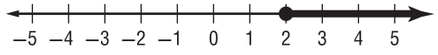
14. $\{r \mid r \leq 15\}$



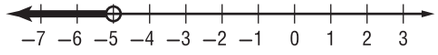
15. $\{t \mid t > -5\}$



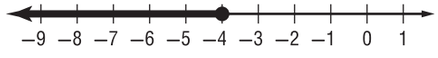
16. $\{b \mid b \geq 2\}$



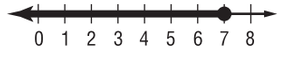
17. $\{r \mid r < -5\}$



18. $\{c \mid c \leq -4\}$



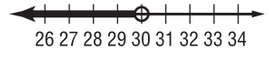
19. $\{q \mid q \leq 7\}$



20. $\{m \mid m \geq 4\}$



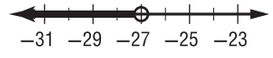
21. $\{h \mid h < 30\}$



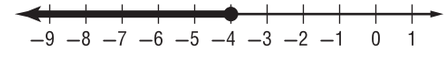
22. $\{r \mid r \geq 22\}$



23. $\{c \mid c < -27\}$



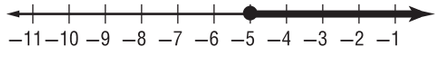
24. $\{a \mid a \leq -4\}$



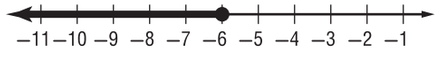
25. $\{z \mid z \leq 4\}$



26. $\{w \mid w \geq -5\}$



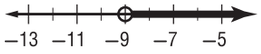
27. $\{y \mid y \leq -6\}$



28. $\{x \mid x \leq 5\}$



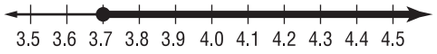
29. $\{a \mid a > -9\}$



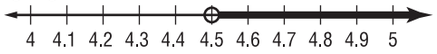
37. الإجابة النموذجية: بفرض أن t = درجة حرارة المياه الأصلية؛ إذًا $\{t \mid t < 27\}$؛ $t + 4 < 31$؛ إذًا كانت درجة حرارة المياه في الأصل أقل من 27°.

38. الإجابة النموذجية: بفرض أن p = النقاط المطلوب تسجيلها؛ إذًا $\{p \mid p \geq 27\}$؛ $p + 123 \geq 150$؛ إذًا يجب عليها تسجيل 27 نقطة على الأقل.

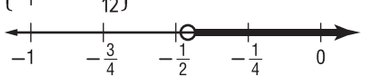
41. $\{c \mid c \geq 3.7\}$



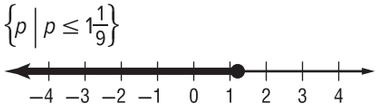
42. $\{g \mid g > 4.5\}$



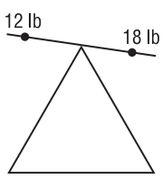
43. $\left\{k \mid k > -\frac{5}{12}\right\}$



44. $\left\{p \mid p \leq 1\frac{1}{9}\right\}$



45a.



45b. 12 kg < 18 kg

45c.

	12	<	18
2×	24	<	36
3×	36	<	54
4×	48	<	72
$\frac{1}{2}$×	6	<	9
$\frac{1}{3}$×	4	<	6
$\frac{1}{4}$×	3	<	$4\frac{1}{2}$

45d. إذا ضُربت متباينة صحيحة في عدد موجب، فإن المتباينة الناتجة تكون أيضًا صحيحة. وإذا قُسمت متباينة على عدد موجب، فإن المتباينة الناتجة تكون أيضًا صحيحة.

54. الإجابة النموذجية: $y + 3 < 0$, $y - 1 < -4$, $y + 1 < -2$

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 1 14/12/2016 03:34:13

55. يشبه حل المتباينات الخطية حل المعادلات الخطية، حيث يجب عليك عزل المتغير من أحد طرفي المتباينة. وللتمثيل البياني، إذا كانت المسألة عبارة عن متباينة بصيغة أصغر من أو أكبر من، يتم استخدام دائرة مفتوحة. وبخلاف ذلك يتم استخدام نقطة. إذا كان المتغير على الجانب الأيسر من المتباينة، وكانت علامة المتباينة هي أصغر من (أو أصغر من أو يساوي)، فإن التمثيل البياني يتوسع إلى اليسار؛ وبخلاف ذلك، فإنه يتوسع إلى اليمين.

56. المتباينات متساوية؛ فمن خلال إضافة 2 إلى كل طرف من طرفي المتباينة الأولى، تحصل على المتباينة الثانية.

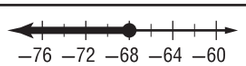
الاستكشاف 2-5

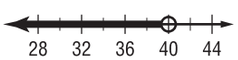
6. الإجابة النموذجية: عند كتابة الحل بحيث تظل المتغيرات على نفس الطرف من المتباينة الأصلية، فإن رمز المتباينة يتم عكسه في الحل.

7. الإجابة النموذجية: $x \leq 4$؛ يظل رمز المتباينة كما هو في حل $3x \leq 12$، لكن يتم عكسه في الحل $-3x \leq 12$.

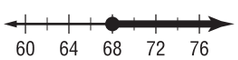
8. الإجابة النموذجية: عند حل المتباينات التي تتضمن الضرب، فإن رمز المتباينة لا يتغير عند الضرب في عدد موجب، لكن يتم عكسه عند الضرب في عدد سالب، وعند حل المتباينات التي تتضمن القسمة، فإن رمز المتباينة لا يتغير عند القسمة على عدد موجب، لكن يتم عكسه عند القسمة على عدد سالب أو الضرب في معكوس ضربي سالب.

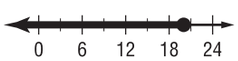
الدرس 2-5

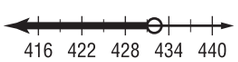
12. 

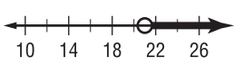
13. 

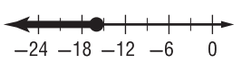
14. 

15. 

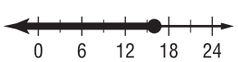
16. 

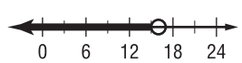
17. 

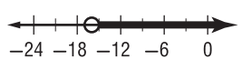
18. 

19. 

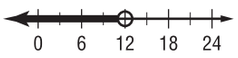
20. 

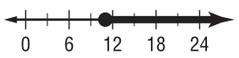
21. 

22. 

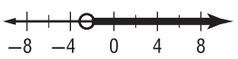
23. 

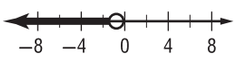
24. 

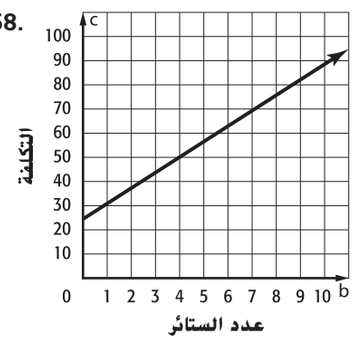
25. 

26. 

27. 

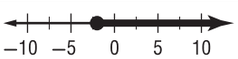
28. 

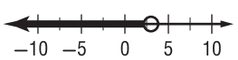
29. 

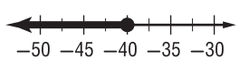
58. 

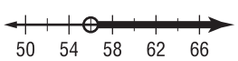
AED 77

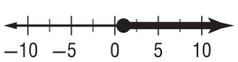
الدرس 3-5

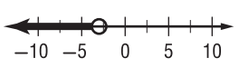
12. 

13. 

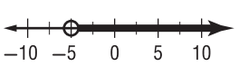
14. 

15. 

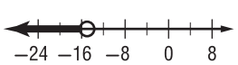
16. 

17. 

18. 

19. 

20. 

21. 

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 2 14/12/2016 03:34:14

37. $6(m-3) > 5(2m+4)$ — المتباينة الأصلية

$6m - 18 > 10m + 20$ — خاصية التوزيع

$6m - 18 - 6m > 10m + 20 - 6m$ — اطرح 6m من كل طرف.

$-18 > 4m + 20$ — حوّل لأبسط صورة.

$-18 - 20 > 4m + 20 - 20$ — اطرح 20 من كل طرف.

$-38 > 4m$ — حوّل لأبسط صورة.

$\frac{-38}{4} > \frac{4m}{4}$ — اقسم كل طرف على 4.

$-9.5 > m$ — حوّل لأبسط صورة.

$\{m \mid m < -9.5\}$

38. $8(a-2) \leq 10(a+2)$ — المتباينة الأصلية

$8a - 16 \leq 10a + 20$ — خاصية التوزيع

$8a - 16 - 8a \leq 10a + 20 - 8a$ — اطرح 8a من كل طرف.

$-16 \leq 2a + 20$ — حوّل لأبسط صورة.

$-16 - 20 \leq 2a + 20 - 20$ — اطرح 20 من كل طرف.

$-36 \leq 2a$ — حوّل لأبسط صورة.

$\frac{-36}{2} \leq \frac{2a}{2}$ — اقسم كل طرف على 2.

$-18 \leq a$ — حوّل لأبسط صورة.

$\{a \mid a \geq -18\}$

54b.



54c.

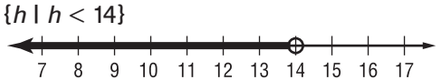
نقطة	$x > 4$	$x < 9$	كلاهما صواب
1	خطأ	صواب	خطأ
2	خطأ	صواب	خطأ
3	خطأ	صواب	خطأ
4	خطأ	صواب	خطأ
5	صواب	صواب	صواب
6	صواب	صواب	صواب
7	صواب	صواب	صواب
8	صواب	صواب	صواب
9	صواب	خطأ	خطأ
10	صواب	خطأ	خطأ

54d. النقاط التي تجعل $x > 4$ عبارة صحيحة موجودة في القسم الأزرق. والنقاط التي تجعل $x < 9$ عبارة صحيحة موجودة في القسم الأحمر. والنقاط التي تجعل كليهما صحيحًا موجودة في القسم المظلّل.

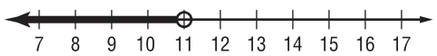
58. $-3 > 4y + 9$؛ هي المتباينة الوحيدة التي ليست بها مجموعة حل لـ $\{y \mid y > 3\}$.

59. الإجابة النموذجية: المجموعة الخالية هي مجموعة الحل لمتباينة ناتجها عبارة خاطئة، مثلما في $15 - > 12$. مجموعة كل الأعداد الحقيقية هي مجموعة الحل لمتباينة تكون أي قيمة فيها لـ x ناتجها عبارة صحيحة، مثلما في $12 \leq 12$.

67. $\{h \mid h < 14\}$



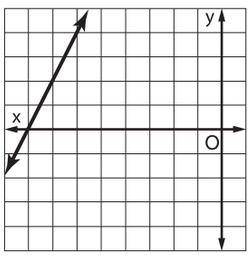
68. $\{p \mid p < 11\}$



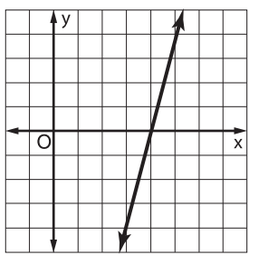
69. $\{m \mid m \geq 1\}$



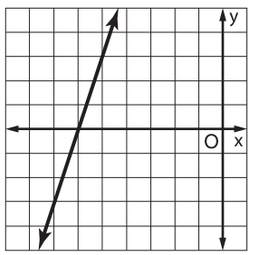
70. -8



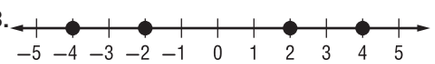
71. 4



72. -6



78.



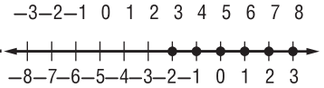
79.



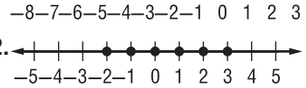
80.



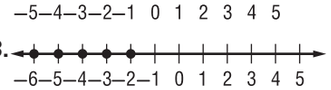
81.



82.



83.



اختبار نصف الوحدة

6. الإجابة النموذجية: بفرض أن x = العدد؛ إذًا $x + (-2) \leq 6$؛ إذًا $x \leq 8$

7. الإجابة النموذجية: بفرض أن x = العدد؛ إذًا $x - 4 > -1$؛ إذًا $x > 3$

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 3 14/12/2016 03:34:14

8. الإجابة النموذجية: بفرض أن x = العدد؛ إذًا $2x + 3 < x - 4$؛ إذًا $x < -7$

25. الإجابة النموذجية: بفرض أن x = العدد؛ إذًا $3x + 8 \leq x - 4$؛ إذًا $x \leq -6$

26. الإجابة النموذجية: بفرض أن x = العدد؛ إذًا $x + 5 > 17\frac{2}{3}$؛ إذًا $x > 18$

الاستكشاف 5-4

1. صواب؛ بما أن أفضل 20 فيلمًا في 2007 حصلوا على التقييم PG-13، إذًا تكون هناك عبارة صحيحة من بين العبارات. وبالتالي تكون العبارة المركبة صحيحة.

2. خطأ؛ بما أن هناك أفلامًا كثيرة لم تحصل على تقييم PG مقارنة بالأفلام ذات التقييم PG-13، إذًا تكون هناك عبارة خاطئة من بين العبارات. وبالتالي تكون العبارة المركبة خاطئة.

3. صواب؛ فكلا جزئي العبارة المركبة صحيح. وبالتالي تكون العبارة المركبة صحيحة.

4. صواب؛ فأفضل 20 فيلمًا في 2008 لم يحصلوا على التقييم PG، وهناك عبارة صحيحة من بين العبارات. وبالتالي تكون العبارة المركبة صحيحة.

5. خطأ؛ كلتا العبارتين خطأ. وبالتالي تكون العبارة المركبة خاطئة.

6. خطأ؛ بما أن $(2-)$ ليست أكبر من 0، تكون هناك عبارة خاطئة من بين العبارات. وبالتالي تكون العبارة المركبة خاطئة.

7. صواب؛ فكلا جزئي العبارة المركبة صحيحتان. وبالتالي تكون العبارة المركبة صحيحة.

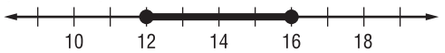
8. صواب؛ فكلا جزئي العبارة المركبة صحيحتان. وبالتالي تكون العبارة المركبة صحيحة.

9. صواب؛ بما أن $2-$ أكبر من $5-$، تكون هناك عبارة صحيحة من بين العبارات. وبالتالي تكون العبارة المركبة صحيحة.

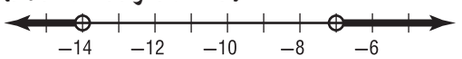
10. خطأ؛ بما أن 5 ليست أكبر من 10، تكون هناك عبارة خاطئة من بين العبارات. وبالتالي تكون العبارة المركبة خاطئة.

الدرس 5-4

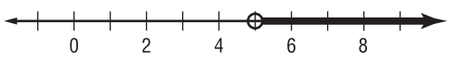
1. $\{p \mid 12 \leq p \leq 16\}$



2. $\{r \mid r < -14$ **أو** $r > -7\}$



3. $\{a \mid a > 5\}$



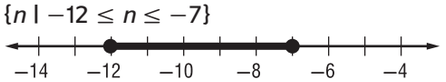
4. $\{g \mid -2 \leq g < 3\}$



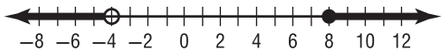
6. $\{f \mid 6 \leq f < 11\}$



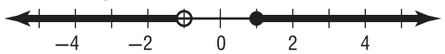
7. $\{n \mid -12 \leq n \leq -7\}$



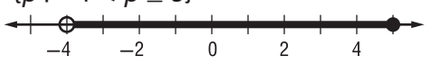
8. $\{y \mid y \geq 8$ أو $y < -4\}$



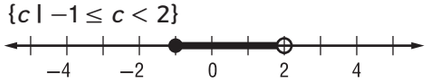
9. $\{t \mid t \geq 1$ أو $t < -1\}$



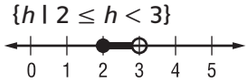
10. $\{p \mid -4 < p \leq 5\}$



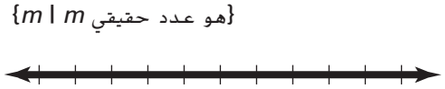
11. $\{c \mid -1 \leq c < 2\}$



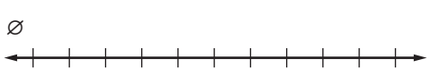
12. $\{h \mid 2 \leq h < 3\}$



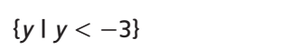
13. $\{m \mid m$ هو عدد حقيقي$\}$



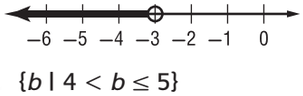
14. $\varnothing$



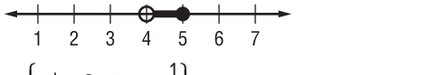
15. $\{y \mid y < -3\}$



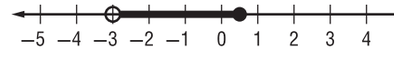
24. $\{b \mid 4 < b \leq 5\}$



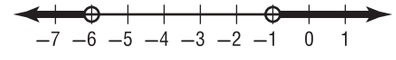
25. $\left\{a \mid -3 < a \leq \frac{1}{2}\right\}$



26. $\{m \mid m < -6$ **أو** $m > -1\}$

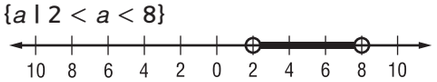


27. $\{n \mid n < -3$ أو $n > -3\}$

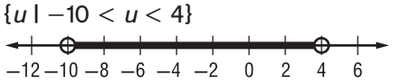


الدرس 5-5

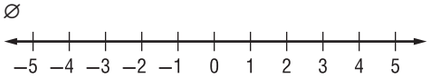
1. $\{a \mid 2 < a < 8\}$



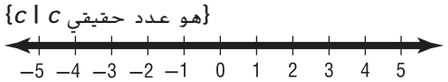
2. $\{u \mid -10 < u < 4\}$



3. $\varnothing$



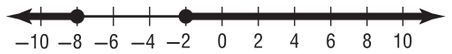
4. $\{c \mid c$ هو عدد حقيقي$\}$



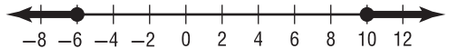
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 4 14/12/2016 03:34:15

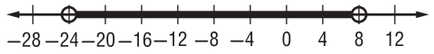
5. $\{n \mid n \le -8$ أو $n \ge -2\}$



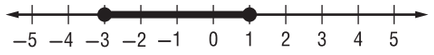
6. $\{p \mid p \le -6$ أو $p \ge 10\}$



8. $\{x \mid -24 < x < 8\}$



9. $\{r \mid -3 \le r \le 1\}$



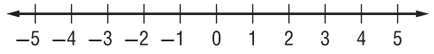
10. $\{c \mid -3 \le c \le 4\}$



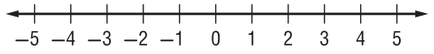
11. $\{h \mid -3 < h < 5\}$



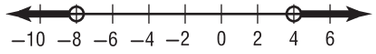
12. $\varnothing$



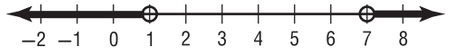
13. $\varnothing$



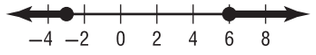
14. $\{r \mid r < -8$ أو $r > 4\}$



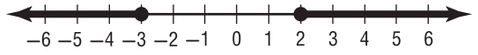
15. $\{k \mid k < 1$ أو $k > 7\}$



16. $\{h \mid h \le -3$ أو $h \ge 6\}$



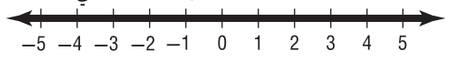
17. $\{p \mid p \le -3$ أو $p \ge 2\}$



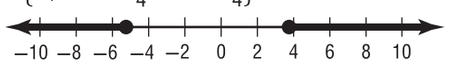
18. $\{v \mid v$ هو عدد حقيقي$\}$



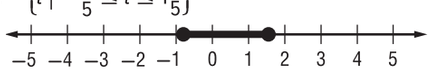
19. $\{c \mid c$ هو عدد حقيقي$\}$



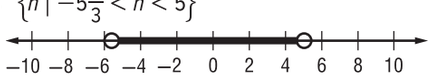
21. $\left\{n \mid n \le -5\frac{1}{4}$ أو $n \ge 3\frac{3}{4}\right\}$



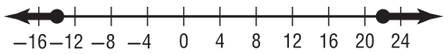
22. $\left\{t \mid -\frac{4}{5} \le t \le 1\frac{3}{5}\right\}$



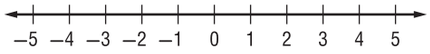
23. $\left\{h \mid -5\frac{2}{3} < h < 5\right\}$



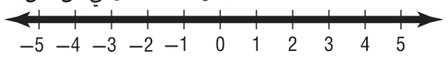
24. $\{p \mid p \le -14$ أو $p \ge 22\}$



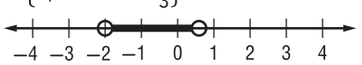
25. $\varnothing$



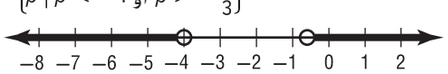
26. $\{g \mid g$ هو عدد حقيقي$\}$



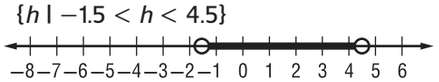
27. $\left\{r \mid -2 < r < \frac{2}{3}\right\}$



28. $\left\{p \mid p < -4$ أو $p > -\frac{2}{3}\right\}$



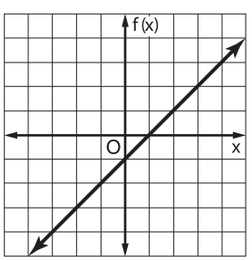
29. $\{h \mid -1.5 < h < 4.5\}$



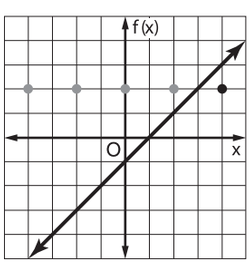
30b.



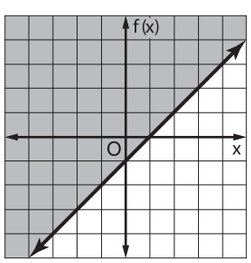
42b.

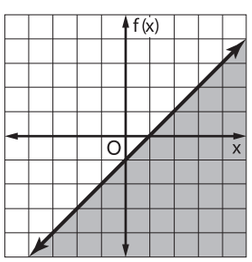


42c.



42d. انظر جداول الطلاب.





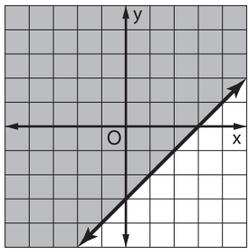
46. الإجابة النموذجية: يمكن استخدام الرموز كطريقة مختصرة لتمثيل الأفكار مثل العمليات، المساواة، القيمة المطلقة، والمجموعة الخالية. على سبيل المثال، بدلاً من كتابة 5 ناقص القيمة المطلقة 2x يساوي 10. يمكنك كتابة $|2x| = 10 - 5$.

47. الإجابة النموذجية: عندما تكون القيمة المطلقة موجودة على اليسار ورمز المتباينة هو > أو ≤، تستخدم العبارة المركبة حرف العطف "و". إذا كان رمز المتباينة< أو ≥، تستخدم العبارة المركبة حرف العطف "أو". للحل، إذا كان $|x| < n$، فقم إذًا بوضع المتباينتين $x < n$ و $x > -n$ وحلّهما، وإذا كان $|x| > n$، فقم إذًا بوضع المتباينتين $x > n$ أو $x < -n$ وحلّهما.

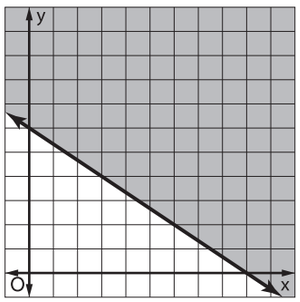
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 5 14/12/2016 03:34:16

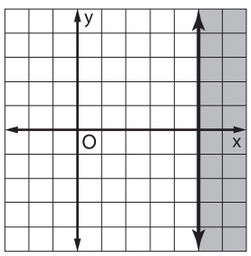
2A.



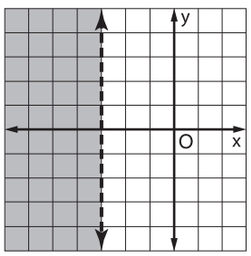
2B.



3A.

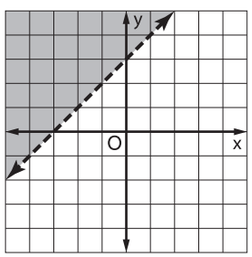


3B.

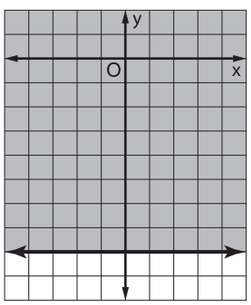


الدرس 6-5

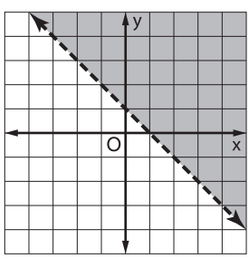
1.



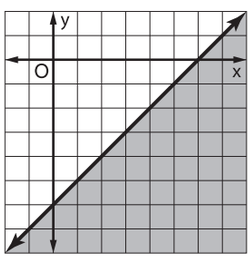
2.



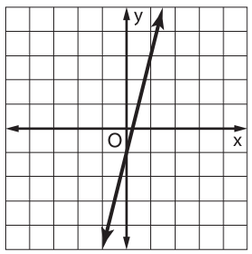
3.



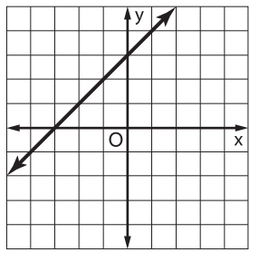
4.



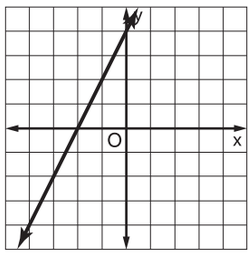
61.



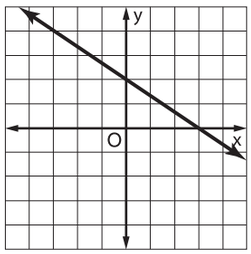
62.



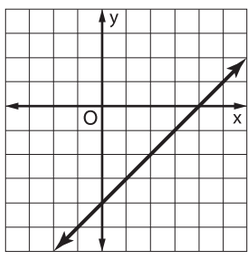
63.



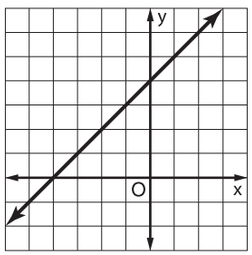
64.



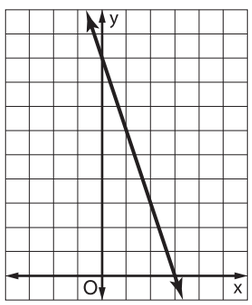
65.



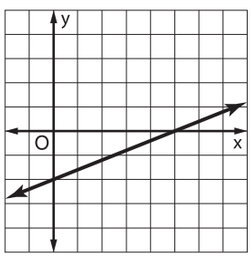
66.



67.

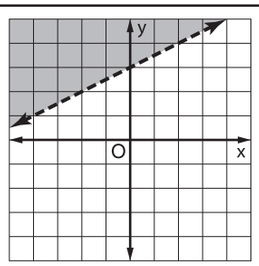


68.

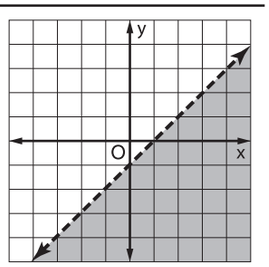


الدرس 6-5 (تمرين موجّه)

1A.



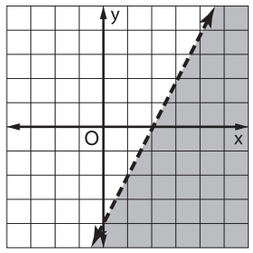
1B.



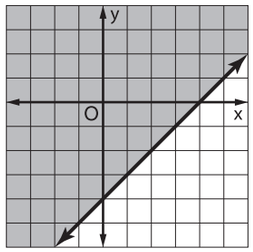
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 6 14/12/2016 03:34:17

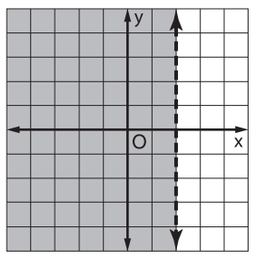
5.



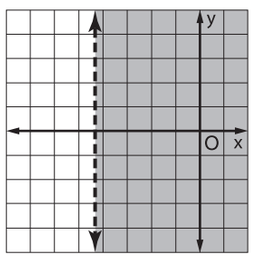
6.



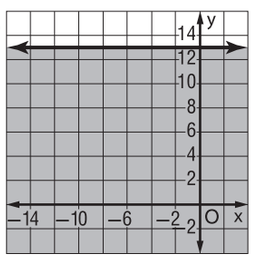
7.



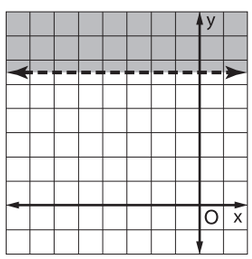
8.



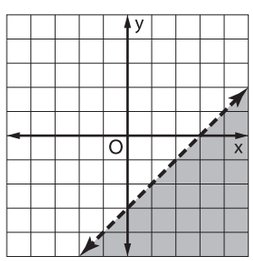
9.



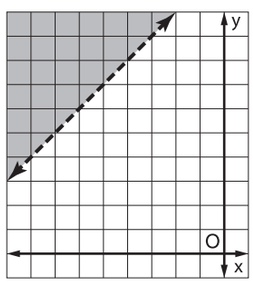
10.



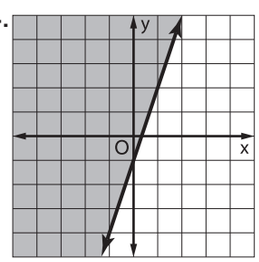
12.



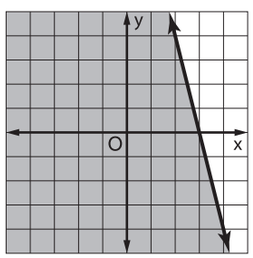
13.



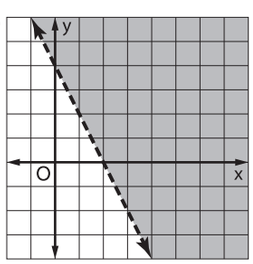
14.



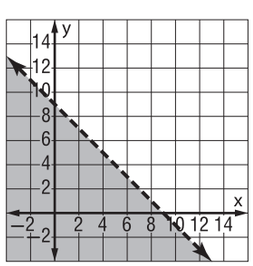
15.



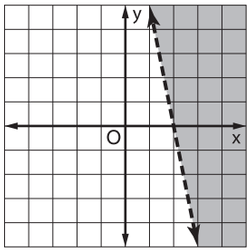
16.



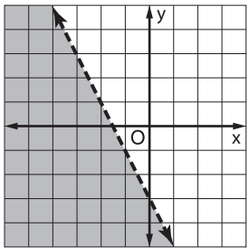
17.



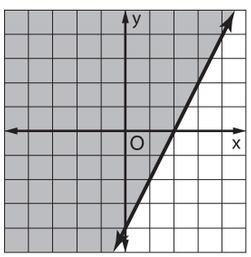
18.



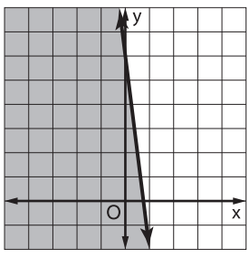
19.



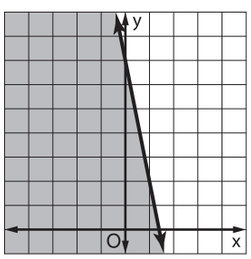
20.



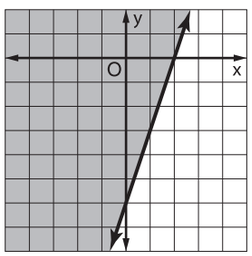
21.



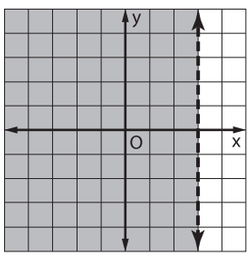
22.



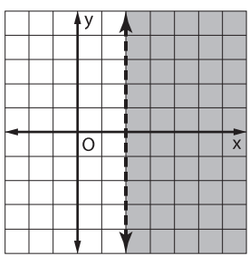
23.



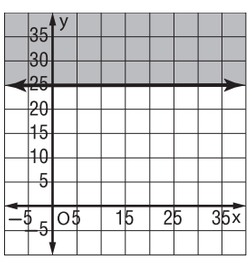
24.



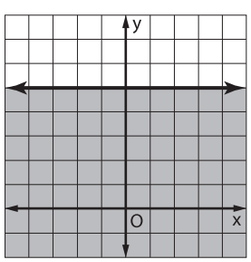
25.



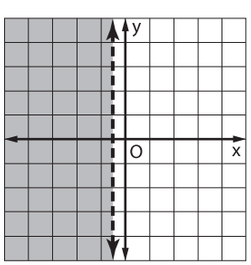
26.



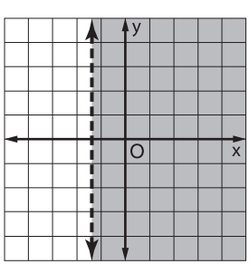
27.



28.



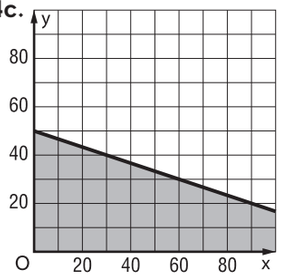
29.



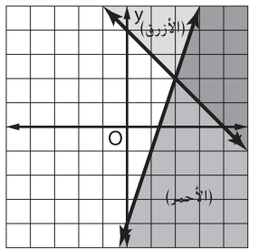
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 7 14/12/2016 03:34:17

44c.



45b.



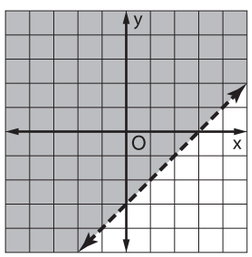
48. النقطة التجريبية على الحد لا توضح نصف المستوى المحتوي على النقاط التي تجعل المتباينة صحيحة.

49. الإجابة النموذجية: المتباينة $y > 10x + 45$ تمثل تكلفة خطة بيانات شهرية لهاتف ذكي مع سعر موحد يبلغ AED 45 لأول 2 جيجابايت من البيانات المستخدمة، بالإضافة إلى AED 10 لكل جيجابايت إضافية مستخدمة للبيانات. كل من المجال والمدى عددان حقيقيان غير سالبين بسبب الجيجابايت المستخدمة، وإجمالي التكلفة لا يمكن أن يكون سالبًا.

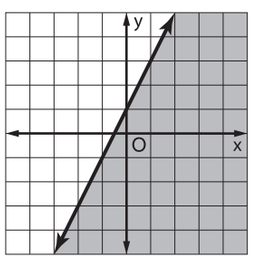
50. الإجابة النموذجية: أولاً، أوجد حل المتباينة لـ y. ثم غيِّر علامة المتباينة إلى علامة يساوي ومثِّل الحد بيانيًا. إذا كان الرمزان < أو > مستخدمين، فلا يكون الحد مُضمَّنًا في التمثيل البياني ويكون المستقيم منقوطًا. بخلاف ذلك، يكون الحد مُضمَّنًا ويكون المستقيم متصلاً. ثم اختر نقطة تجريبية ليست موجودة على الحد، واستبدل إحداثيات النقطة التجريبية في المتباينة الأصلية. فإذا كانت النتيجة تفيد بأن المتباينة صحيحة، إذًا فعليك أن تظلل نصف المستوى الذي يتضمن النقطة التجريبية، وإذا كانت النتيجة تفيد بأن المتباينة خاطئة، إذًا فعليك أن تظلل نصف المستوى الذي لا يتضمن النقطة التجريبية. أخيرًا، تحقق من حلك باستخدام نقطة تجريبية في نصف المستوى غير المظلل. هذه النقطة التجريبية الثانية يجب أن تجعل المتباينة خاطئة إذا كان الحل صحيحًا.

دليل الدراسة والمراجعة

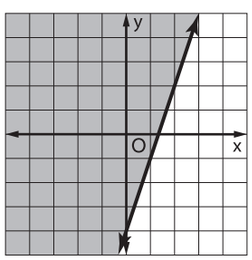
45.



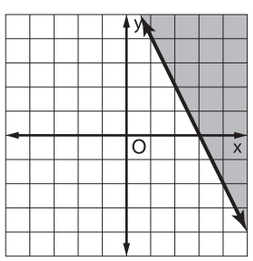
46.



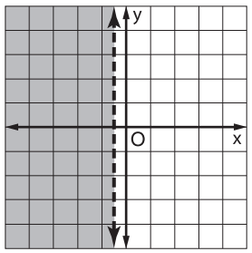
47.



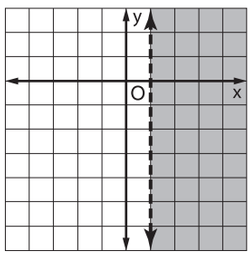
48.



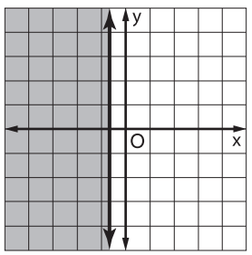
31.



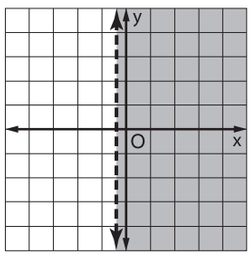
32.



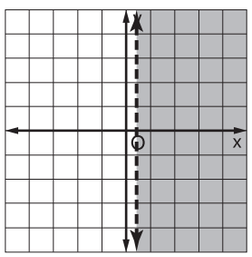
33.



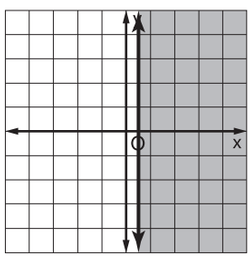
34.



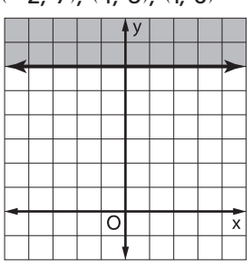
35.



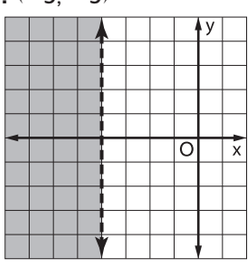
36.



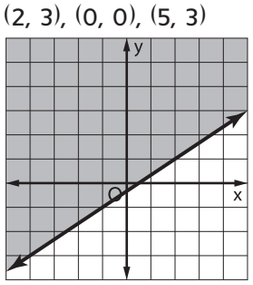
38. (−2, 7), (4, 8), (1, 6)



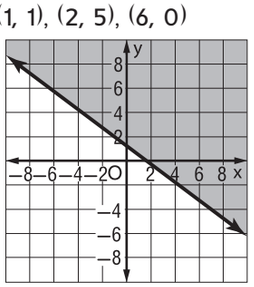
39. (−5, −5)



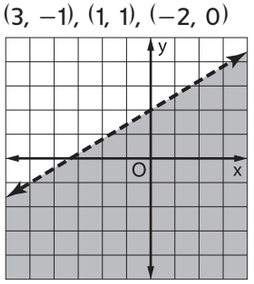
40. (2, 3), (0, 0), (5, 3)



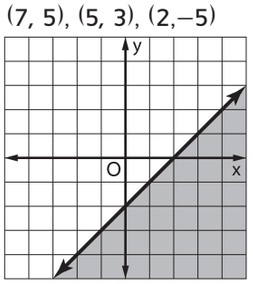
41. (1, 1), (2, 5), (6, 0)



42. (3, −1), (1, 1), (−2, 0)

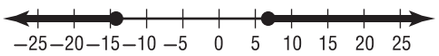


43. (7, 5), (5, 3), (2,−5)



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

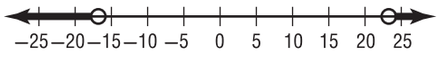
UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 8 14/12/2016 03:34:18



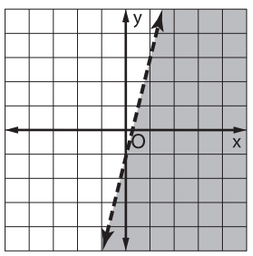
20. $-3 \le m \le \frac{9}{2}$



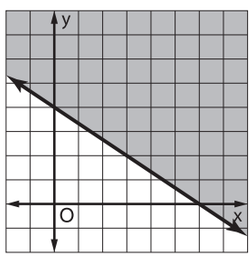
21. $x < -17$ أو $x > 23$



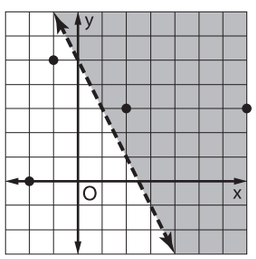
23.



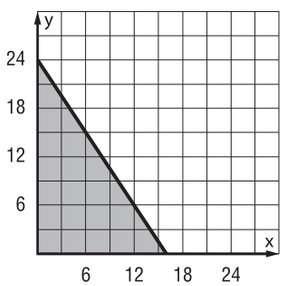
24.



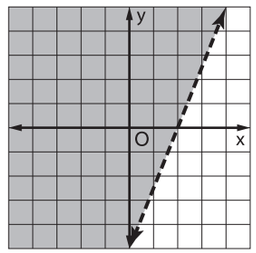
25. (2, 3), (7, 3)



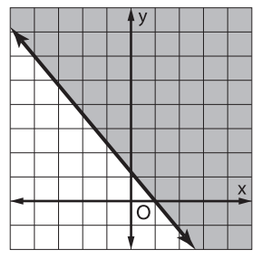
26.



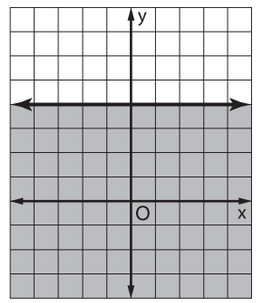
49.



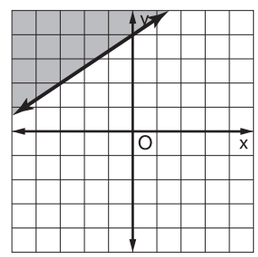
50.



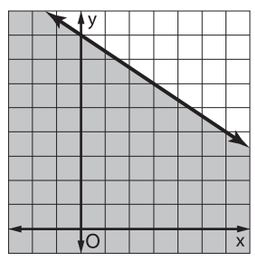
51.



52.

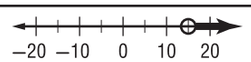


53.

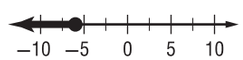


تمرين على الاختبار

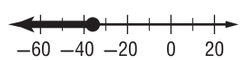
4.



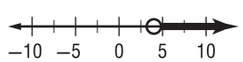
5.



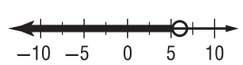
6.



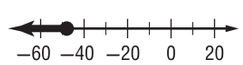
7.



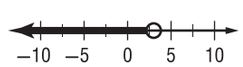
8.



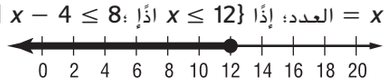
9.



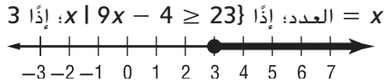
10.



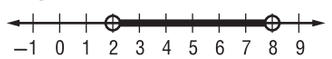
15. بفرض أن x = العدد؛ إذًا $\{12 \le x$ إذًا $8 \le 4 - x \mid x\}$.



16. بفرض أن x = العدد؛ إذًا $\{23 \ge 4 - 9x \mid x$؛ إذًا $3 \ge x\}$



18. $2 < p < 8$



19. $f \le -14$ أو $f \ge 7$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 9 14/12/2016 03:34:19

ملاحظات

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math Grade 9_Vol 2_TE_CH05_718669.indb 10 14/12/2016 03:34:19

6 مخطط الوحدة

	التقويم التشخيصي تدريب سريع			
	الدرس 6-1	التوسع 6-1	الدرس 6-2	
	45 دقيقة، 1.5 يوم 90 دقيقة، 0.75 يوم	45 دقيقة، 0.5 يوم 90 دقيقة، 0.25 يوم	45 دقيقة، يوم واحد 90 دقيقة، 0.5 يوم	
العنوان	تمثيل أنظمة المعادلات بيانيًّا	مختبر تقنية التمثيل البياني: أنظمة المعادلات	التعويض	
الأهداف	■ تحديد عدد الحلول المتاحة لنظام معادلات خطية إن وجدت. ■ حل أنظمة المعادلات الخطية بالتمثيل البياني وتصنيفها وفق عدد الحلول.	■ استخدام حاسبة التمثيل البياني لحل نظام معادلات.	■ حل أنظمة المعادلات الخطية المختلفة باستخدام التعويض. ■ حل مسائل من الحياة اليومية تتضمن أنظمة معادلات باستخدام التعويض.	
المفردات الأساسية	نظام المعادلات system of equations متوافق consistent مستقل independent غير مستقل dependent غير متوافق inconsistent		التعويض substitution	

Chapter Sourced From: Systems of Linear Equations and Inequalities, from Integrated Math I, Chapter 6 © 2012 McGraw-Hill Education
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

ملاحظات

حقوق الطبع والتأليب © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

	الدرس 6-6 45 دقيقة: يوم واحد 90 دقيقة: 0.5 يوم	التوسع 6-6 45 دقيقة: يوم واحد 90 دقيقة: 0.5 يوم
العنوان	**أنظمة المتباينات**	**مختبر تقنية التمثيل البياني: أنظمة المتباينات**
الأهداف	■ حل أنظمة المتباينات الخطية بالتمثيل البياني. ■ تطبيق أنظمة المتباينات الخطية.	■ استكشاف التمثيلات البيانية لأنظمة المتباينات باستخدام حاسبة التمثيل البياني.
المفردات الأساسية	نظام المتباينات system of inequalities	
	التقويم الختامي دليل الدراسة والمراجعة تدريب على الاختبار	

حقوق النشر والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

	الدرس 6-3 45 دقيقة: يومان 90 دقيقة: يوم واحد	الدرس 6-4 45 دقيقة: يوم واحد 90 دقيقة: 0.5 يوم	الدرس 6-5 45 دقيقة: 15 يوم 90 دقيقة: 0.75 يوم	التوسع 6-5 45 دقيقة: 0.5 يوم 90 دقيقة: 0.25 يوم
العنوان	**الحذف باستخدام الجمع والطرح**	**الحذف باستخدام الضرب**	**تطبيق أنظمة المعادلات الخطية**	**مختبر الجبر: استخدام المصفوفات في حل أنظمة المعادلات**
الأهداف	■ حل أنظمة المعادلات عن طريق الحذف باستخدام الجمع. ■ حل أنظمة المعادلات عن طريق الحذف باستخدام الطرح.	■ حل أنظمة المعادلات عن طريق الحذف باستخدام الضرب. ■ حل مسائل من الحياة اليومية تتضمن أنظمة معادلات.	■ تحديد أفضل طريقة لحل أنظمة المعادلات. ■ تطبيق أنظمة المعادلات.	■ استخدام المصفوفات في حل أنظمة المعادلات.
المفردات الأساسية	الحذف elimination			مصفوفة matrix عناصر elements أبعاد dimensions مصفوفة موسعة augmented matrix تقليل الصفوف في المصفوفة row reduction مصفوفة محايدة identity matrix
		التقويم التكويني اختبار منتصف الوحدة		

حقوق النشر والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

6 التقويم

التشخيص	سبل الحل
بداية الوحدة 6	
الاستعداد للوحدة 6 **كتاب الطالب**	الاستجابة للتدخل التقويمي **كتاب المعلم**
بداية كل درس	
السابق، الحالي، لماذا؟ **كتاب الطالب**	SE **كتاب الطالب**

التقويم التكويني

أثناء/ بعد كل درس	
تمرين موجه **كتاب الطالب**، كل مثال التحقق من فهمك **كتاب الطالب** مسائل مهارات التفكير العليا **كتاب الطالب** مراجعة شاملة **كتاب الطالب** أمثلة إضافية **كتاب المعلم** انتبه! **كتاب المعلم** الخطوة 4، التقويم **كتاب المعلم**	التدريس المتمايز **كتاب المعلم** خيارات الواجب المنزلي المتمايزة **كتاب المعلم**
منتصف الوحدة	
اختبار منتصف الوحدة **كتاب الطالب**	
اختبار ما قبل الوحدة	
دليل الدراسة والمراجعة للوحدة **كتاب الطالب** تدريب على الاختبار **كتاب الطالب** تدريب على الاختبار المعياري **كتاب الطالب**	

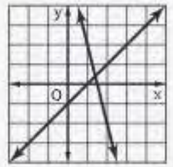
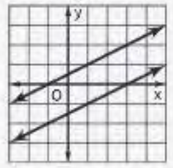
التقويم الختامي

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مشروع كريس

مهارات دراسية

قد يجد الطلاب أن من المفيد تنظيم المعلومات التي يتعلمونها في جدول. جدول المفاهيم النموذجية الذي يُبين المفاهيم الرئيسة حول أنظمة معادلتين خطيتين يوجد على اليسار. اطلب من الطلاب إكمال هذا النموذج أو وضع جداولهم الخاصة لشرح مفاهيم أخرى من الوحدة 6.

الحد	التمثيل البياني النموذجي	الوصف	التعريف
نظام متوافق ومستقل		مستقيمات متقاطعة	نظام المعادلات الذي يكون له حل واحد بحدة
غير متوافق		مستقيمات متوازية	نظام المعادلات الذي لا يكون له أي حل

إتاحة الاستغلال عبر إستراتيجيات الطلاب

ملاحظات

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

6 التركيز على محتوى الرياضيات

التخطيط الرأسي

قبل الوحدة 6

الموضوعات ذات الصلة

- استخدام نظام إحداثي لرسم تمثيل بياني للأزواج المرتبة
- استخدام رسوم ذات التخطيطية لعرض العلاقات

موضوعات سابقة

- تمثيل معادلات الخطوط المستقيمة بيانيًا
- استخدام خصائص المعادلة لحل المعادلات
- تحليل المواقف التي تتضمن الدوال الخطية وصياغة معادلات خطية لحل المسائل

الوحدة 6

الموضوعات ذات الصلة

- تحليل المواقف وصياغة أنظمة المعادلات الخطية في مجهولين لحل المسائل
- حل أنظمة المعادلات الخطية والمتباينات الخطية باستخدام التمثيلات البيانية والطرق الجبرية
- تفسير مدى صحة حلول أنظمة المعادلات الخطية والمتباينات الخطية وتحديدها

بعد الوحدة 6

الإعداد

- تحليل المواقف وصياغة أنظمة المعادلات في مجهولين أو أكثر، أو المتباينات في مجهولين لحل المسائل
- استخدام الطرق الجبرية أو التمثيلات البيانية أو الجداول أو المصفوفات لحل أنظمة المعادلات أو المتباينات
- تفسير مدى صحة حلول أنظمة المعادلات أو المتباينات للسياقات المعطاة وتحديدها

معاينة درس تلو الآخر

6-1 تمثيل أنظمة المعادلات بيانيًا

يمكن حل نظام معادلات بالتمثيل البياني للمعادلات على نفس المستوى الإحداثي. يكون حل نظام معادلتين خطيتين هو زوج مرتّب يحقق كلتا المعادلتين في النظام. ويمكن أن يشتمل نظام معادلتين خطيتين على ما يلي:

- حل واحد بالتحديد—تتقاطع التمثيلات البيانية للمعادلتين عند نقطة واحدة. يقال إن هذا النظام متوافق ومستقل.
- لا يوجد حل—تكون التمثيلات البيانية للمعادلة متوازية. ولا توجد أزواج مرتبة تحقق المعادلتين. يقال إن هذا النظام غير متوافق.
- عدد لانهائي من الحلول—تكون التمثيلات البيانية للمعادلتين على نفس المستقيم. يحقق عدد لانهائي من النقاط كلتا المعادلتين. يقال إن هذا النظام متوافق وغير مستقل.

عدد لا نهائي من الحلول | لا توجد حلول | حل واحد





6-2 التعويض

يمكن أن يكون تحديد الحل المحدد لنظام معادلات من تمثيل بياني صعبًا في بعض الأحيان. وعندما يكون الحل المحدد مطلوبًا، يمكن استخدام الطرق الجبرية. ويعتبر التعويض هو أحد هذه الطرق. ولاستخدام التعويض:

- حل معادلة لمتغير بدلالة المتغير الآخر.
- ثم، عوض هذا التعبير في المعادلة الأخرى. وبذلك تحذف أحد المتغيرات.
- حل المعادلة الناتجة للمتغير الآخر.
- عوض هذه القيمة في أي من المعادلتين الأصليتين لإيجاد قيمة المتغير المحذوف.

إذا كان النظام يشتمل على حل واحد، تتم كتابة القيمتين كزوج مرتّب.

يشتمل النظام على عدد لانهائي من الحلول إذا كان حل النظام ينتج عنه عبارة صحيحة (مثل $3 = 3$). لايوجد حل إذا كان حل النظام ينتج عنه عبارة خاطئة (مثل $4 = -2$).

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

6 التدريس المتمايز

الخيار 1 الوصول إلى مستوى المتعلمين كافة AL OL BL

المتعلمون بطريقة التواصل نظّم الطلاب في مجموعات ثنائية أو مجموعات صغيرة وخصّص أنظمة معادلات لهم لحلها. اطلب من الطلاب أنهم سوف يستخدمون ملخص المفهوم في صفحة 364 أو ناقش الطريقة الأفضل استخدامها لحل نظام المعادلات الذي تم تخصيصه لهم. تأكد من أن جميع أفراد المجموعة يشاركون في المناقشة.

المتعلمون أصحاب النمط البصري اكتب العديد من المعادلات الخطية على اللوحة. مثّل كلاً من هذه المعادلات بيانيًا على شبكة إحداثيات شفافة منفصلة. ثم خذ زوجًا من المعادلات واكتبه كنظام معادلات. أنشئ تداخل شفافيات التمثيلات البيانية لها لإيجاد نقطة تقاطعها. كرر ذلك مع زوج مختلف من المعادلات.

ثم، غير جميع المعادلات إلى متباينات. ظلل التمثيلات البيانية المقابلة لها لتعكس المتباينة. وبعد ذلك خذ زوج من المتباينات واكتبه كنظام متباينات. أنشئ تداخل شفافيات التمثيلات البيانية لها لإيجاد نقاط تقاطعها

الخيار 2 قريب من المستوى AL

اعط الطلاب نسخة من التمثيل البياني لنظام المعادلات الخطية واكتب معادلات النظام على السبورة. أطلب من الطلاب تحديد المستقيم الذي ينتمي إلى المعادلة. ثم اطلب من الطلاب التحقق من أن الحل يتناسب مع كلتا المعادلتين. وبالمثل، اعط الطلاب تمثيل بياني لنظام المتباينات الخطية. اطلب من الطلاب تحديد أي مستقيم وتظليل ينتمي إلى أي متباينة. ثم اطلب من الطلاب التحقق من أن الحلول المتعددة بداخل التظليل المتداخل تتناسب مع كلتا المتباينتين.

الخيار 3 أعلى من المستوى BL

اطلب من الطلاب كتابة جملة عن عدد مكون من رقمين على أحد وجهي بطاقة فهرسة. وعلى ظهر البطاقة، يكتب الطلاب نظام معادلات لإيجاد العدد ويحلونه. اطلب من الطلاب تبادل البطاقات وأن يحل كل طالب لغز عدد زميله.

مجموع رقمين لعدد مكوّن من رقمين يبلغ 7. وإذا تم عكس الرقمين يكون العدد الجديد أكبر بمقدار 9 من العدد الأصلي.

$t + u = 7$
$10u + t = 9 + 10t + u$
$u = 4, t = 3$
العدد الأصلي هو 34.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مشروع الوحدة

حفظ التاريخ

يستخدم الطلاب ما تعلموه عن أنظمة المعادلات لإكمال مشروع.

يتناول مشروع ما هذه الوحدة الوعي المعرفي الشامل، والعديد من المهارات الخاصة الضرورية لنجاح الطالب في إطار عمل التعلم في القرن الواحد والعشرين.

المفردات الأساسية وضّح المفردات الأساسية في الوحدة متبعًا النظام التالي.

تعريف: نظام المعادلات هو مجموعة من المعادلات لها المتغيرات ذاتها.

مثال: $y = 34.2 - 14.9x$ و $y = 3.3 + 4.7x$

اسأل: ما المتغيرات المشتركة في كلتا المعادلتين؟ x و y

6 أنظمة المعادلات والمتباينات الخطية



السابق	الحالي	لماذا؟
حللت بعمل المعادلات الخطية في متغير واحد.	بعد دراستك لهذه الوحدة ستكون قادرًا على: • حل أنظمة المعادلات الخطية باستخدام التمثيل البياني والتعويض والحذف. • حل أنظمة المتباينات الخطية باستخدام التمثيل البياني.	**الموسيقى** تم بيع تذاكر بقيمة AED 1500 لمسابقة الفرق الموسيقية العسكرية كانت تذاكر الكبار بقيمة AED 12 لكل تذكرة وتذاكر الطلاب بقيمة AED 8 لكل تذكرة. فإذا علمت عدد التذاكر التي تم بيعها إجمالاً، يمكنك استخدام نظام المعادلات لتحديد عدد تذاكر الكبار وعدد تذاكر الطلاب التي تم بيعها.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

6-3 الحذف باستخدام الجمع والطرح

يعتبر الحذف باستخدام الجمع أو الطرح طريقة جبرية أخرى تُستخدم في حل نظام المعادلات. وعند استخدام هذه الطريقة، يتم جمع المعادلتين لحذف أحد المتغيرات. ويمكن إضافة معادلة أو طرحها من الأخرى باستخدام خصائص الجمع/الطرح في المعادلة.

لاستخدام طريقة الحذف هذه،

- أضف المعادلتين إذا كانت معاملات أحد المتغيرات معكوسات جمعية، أو أعداد مقابلة.
- اطرح المعادلتين إذا كانت معاملات أحد المتغيرات متساوية.

بعد حذف أحد المتغيرات، حل المتغير المتبقي. ثم عوض هذه القيمة مرة أخرى إلى أي من المعادلتين الأصليتين لإيجاد قيمة المتغير المحذوف. يكون حل النظام هو القيمتين المكتوبين كزوج مرتب.

6-4 الحذف باستخدام الضرب

عندما تكون معاملات أحد المتغيرات ليست متساوية أو معكوسات جمعية، يتم استخدام الضرب. تتطلب هذه الطريقة تغيير معادلة واحدة أو كلتا المعادلتين باستخدام خاصية الضرب في المعادلة.

لاستخدام الضرب،

- اضرب كل حد من المعادلة الواحدة في نفس العدد، أو اضرب المعادلتين في أعداد مختلفة ليحصل أحد المتغيرات على معاملات تكون معكوسات جمعية لبعضها أو لنفس العدد
- ثم حل النظام باتباع خطوات حل نظام بالحذف باستخدام الجمع أو الطرح.

6-5 تطبيق أنظمة المعادلات الخطية

تمت دراسة خمس طرق لحل أنظمة المعادلات. تناسب كل طريقة أنظمة معينة بشكل أفضل.

- يمكن استخدام التمثيل البياني عندما يتم إجراء تقدير.
- يتم استخدام الطرح عندما يكون أحد المتغيرات في أي من المعادلتين له معامل 1 أو 1−.
- يتم استخدام الحذف باستخدام الجمع إذا كانت معاملات أحد المتغيرات معكوسات جمعية.
- يتم استخدام الحذف باستخدام الطرح إذا كانت معاملات أحد المتغيرات متساوية.
- يتم استخدام الحذف باستخدام الضرب إن لم يكن أي من المعاملات يساوي 1 أو 1− ولا يمكن حذف أي من المتغيرين بالجمع أو الطرح.
- فيما يتعلق بالمسائل من الحياة اليومية، تحقق من الحلول في سياق الموقف.

6-6 أنظمة المتباينات

يكون حل نظام المتباينات هو مجموعة من جميع النقاط التي تحقق كلا من المتباينتين. تقع نقاط الحلول في المنطقة التي تتداخل بها التمثيلات البيانية أو تتقاطع. وهناك احتمالين.

- لا يوجد حل—تكون مستقيمات الحد متوازية والمناطق المظللة بدون نقاط مشتركة.
- عدد لا نهائي من *الحلول*—تمتد المنطقة المظللة المتداخلة إلى ما لا نهاية.

مطويات® منظّم الدراسة

مطويات® Dinah Zike

التركيز يكتب الطلاب ملاحظات عن حل أنظمة المعادلات والمتباينات الخطية كما تم عرضها في دروس هذه الوحدة.

التدريس اطلب من الطلاب عمل المطويات وتسميتها حسبما هو موضح. اطلب من الطلاب كتابة كلمة أو مفهوم من الدرس على ظهر كل جزء من أجزاء الدرس. أسفل الكلمة أو المفهوم، اطلب من الطلاب تضمين تعريف ومثال.

وقت الاستخدام شجّع الطلاب على إضافة المزيد إلى المطويات أثناء دراسة الوحدة وعلى استخدام تلك المطويات عند المراجعة للاستعداد لاختبار الوحدة.

البدء في هذه الوحدة

سوف تتعلم عدة مفاهيم ومهارات ومفردات جديدة أثناء دراستك لهذه الوحدة. ولكي تستعد، حدّد المفردات المهمة ونظّم مواردك.

مطويات منظّم الدراسة

الدوال الخطية شكل المطوية التالية لمساعدتك في تنظيم ملاحظات لهذه الوحدة عن حل أنظمة المعادلات والمتباينات. والصق ورقة من أوراق الدفتر.



1 **اطوِ** الطول وصولاً إلى التثبيب.



2 **اقطع** الورقة إلى 6 تبويبات.



3 **سمِّ** التبويبات والثلاثة الأخيرة الدروس.

المفردات الجديدة

system of equations	نظام المعادلات
consistent	متسق
independent	مستقل
dependent	غير مستقل
inconsistent	غير متسق
substitution	التعويض
elimination	الحذف
matrix	مصفوفة
element	عنصر
dimension	بُعد
augmented matrix	مصفوفة موسعة
row reduction	تقليل الصفوف في المصفوفة
identity matrix	مصفوفة محايدة
system of inequalities	نظام المتباينات

مراجعة المفردات

التحليل مجموعة المعاملات الأولى للأزواج المرتبة في معادلة ما

التقاطع الشكل البياني لمتباينة مركبة تحتوي على **و**. يكون الحل هو مجموعة العناصر المشتركة بين المتباينين المتباينة

التناسب معادلة تفيد أن النسبتين متساويتان

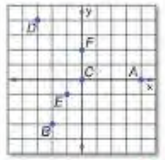
$$\frac{4}{5}=\frac{24}{30}$$

الاستعداد للوحدة

1 خيار الكتاب المدرسي حل التدريب السريع أدناه وارجع إلى المراجعة السريعة للمساعدة.

تدريب سريع	مراجعة سريعة

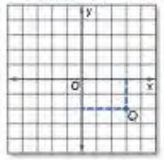
اذكر الزوج المرتّب لكل نقطة على المستوى الإحداثي.



1. A $(4, 0)$
2. D $(-3, 4)$
3. B $(-2, -3)$
4. C $(0, 0)$
5. E $(-1, -1)$
6. F $(0, 2)$

مثال 1 (مستخدم في الدرسين 1-6 و5-6)

اذكر الزوج المرتّب لـ Q على المستوى الإحداثي.



تتبع خطًا رأسيًا من النقطة إلى محور X. هذا يعني أن القيمة على الإحداثي X تساوي 3

تتبع خطًا أفقيًا من النقطة إلى محور y. هذا يعني أن القيمة على الإحداثي y تساوي -2.

إذًا، الزوج المرتّب هو $(3, -2)$.

مثال 2 (مستخدم في الدروس من 1-6 إلى 5-6)

جد الحل لكل معادلة أو صيغة لتحديد قيمة المتغير المحدد.

7. $2x + 4y = 12$, لإيجاد قيمة x $x = 6 - 2y$
8. $x = 3y - 9$, لإيجاد قيمة y $y = \frac{x+9}{3}$
9. $m - 2n = 6$, لإيجاد قيمة m $m = 2n + 6$
10. $y = mx + b$, لإيجاد قيمة x $x = \frac{y-b}{m}$
11. $P = 2\ell + 2w$, لإيجاد قيمة ℓ $\ell = \frac{P-2w}{2}$
12. $5x - 10y = 40$, لإيجاد قيمة y $y = \frac{x-8}{2}$
13. **الهندسة** صيغة مساحة المثلث هي $A = \frac{1}{2}bh$ حيث A تمثل المساحة، و b تمثل القاعدة، و h تمثل ارتفاع المثلث. جد حل المعادلة لتحديد قيمة b. $b = \frac{2A}{h}$

جد حل $12x + 3y = 36$ لإيجاد قيمة y.

$12x + 3y = 36$	المعادلة الأصلية
$12x + 3y - 12x = 36 - 12x$	بطرح $12x$ من كلا الطرفين
$3y = 36 - 12x$	بتبسيط
$\frac{3y}{3} = \frac{36-12x}{3}$	بقسمة كل طرف على 3
$y = 12 - 4x$	بتبسيط

Copyright © The McGraw-Hill Companies, Inc. Permission is granted to reproduce for classroom use.

السؤال الأساسي

- كيف يمكنك إيجاد الحل لمسألة رياضيات؟ الإجابة النموذجية: استخدام تمثيل بياني؛ تحليل جدول القيم؛ حل معادلة؛ التخمين والتحقق.

1-6 تمثيل أنظمة المعادلات بيانيًّا

السابق: • أعد مثلث المعادلات الخطية بيانيًا

الحالي:
1 تحديد عدد الحلول المتاحة لنظام معادلات خطية، إذا وجدت.
2 حل أنظمة المعادلات الخطية بالتمثيل البياني وتصنيفها وفق عدد الحلول.

لماذا؟ • تعادل تكلفة البدء في إنتاج إسطوانات رقمية لإحدى الفرق الغنائية 1500 AED وكل أسطوانة تكلف في إنتاجها 4 AED وتباع بمعدل 10 AED. تريد الفرقة أن تعرف عدد الأسطوانات التي يتعين عليها بيعها لكي تحقق مكسبًا.

قد تظهر التمثيل البياني لنظام المعادلات متى تحقق الشركة أرباحًا، ويمكن تمثيل تكلفة إنتاج الأسطوانة بالمعادلة $y = 4x + 1500$، حيث تمثل y تكلفة الإنتاج وx هي عدد الأسطوانات التي تم إنتاجها.



المفردات الجديدة

نظام المعادلات	system of equations
متوافق	consistent
مستقل	independent
تابع	dependent
غير متوافق	inconsistent

ممارسات في الرياضيات
بناء فرضيات سليمة والتحقق من طريقة استنتاج الآخرين.
يمكنك عبر التوافق في الاستنتاجات البشرية والتعبير عن ذلك.

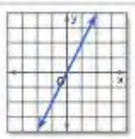
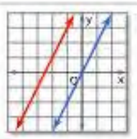
1 عدد الحلول المحتملة يمكن تمثيل الدخل الناتج من بيع الأسطوانات بالمعادلة $y = 10x$ حيث تمثل y إجمالي الدخل الناتج عن بيع الأسطوانات، وx هي عدد الأسطوانات التي تم بيعها.

إذا مثلنا تلك المعادلات بيانيًا، يمكننا معرفة النقطة التي تبدأ عندها الفرقة في تحقيق الربح. النقطة التي يتقاطع عندها التمثيلان البيانيان هي نقطة التعادل بالنسبة للفرقة. وهذا يحدث عندما تبيع الفرقة 250 أسطوانة. فإذا باعت أكثر من 250 أسطوانة، فسوف تبدأ في تحقيق الربح.

المعادلتان، $y = 10x$ ، $y = 4x + 1500$، تشكلان **نظام معادلات**. الزوج المرتب الذي يمثل حلاً لكلتا المعادلتين هو حل النظام. وقد يكون للنظام ذي المعادلتين الخطيتين حل واحد، أو عدد لا نهائي من الحلول، أو لا توجد له حلول.

- إذا كان للنظام حل واحد على الأقل، يقال إنه **متوافق** تتقاطع التمثيلات البيانية عند نقطة واحدة أو تتواجد على الخط نفسه.
- إذا كان للنظام المتوافق حل واحد بالتحديد، يقال إنه **مستقل**. وإذا كان له عدد لا نهائي من الحلول، فهو **غير مستقل**. هذا يعني أن هناك عددًا غير محدود من الحلول التي تناسب كلتا المعادلتين.
- إن لم يكن للنظام حلول على الإطلاق، يقال إنه **غير متوافق** حيث تكون التمثيلات البيانية متوازية.

ملخص المفهوم الحلول المحتملة

عدد الحلول	واحد بالتحديد	عدد لا نهائي	لا يوجد حل
المصطلحات	متوافق ومستقل	متوافق وغير مستقل	غير متوافق
التمثيل البياني			

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 1-6 تمثيل الدوال الخطية بيانيًا.

الدرس 1-6 تحديد عدد الحلول المتاحة لنظام معادلات خطية، إن وجدت. حل أنظمة المعادلات الخطية باستخدام التمثيل البياني وتصنيفها وفق عدد الحلول.

بعد الدرس 1-6 حل أنظمة المعادلات الخطية باستخدام الطرق الجبرية.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

- ما الذي يعنيه التعادل في هذا الموقف؟ الدخل من مبيعات قرص CD يساوي تكلفة إنتاج أقراص CD
- ما القيمة المالية للتعادل؟ AED 2,500
- كم عدد الحلول التي يقدمها هذا النظام؟ اشرح. واحد؛ يمكن أن يكون هناك فقط نقطة تعادل واحدة، وهي مكان تقاطع التمثيلات البيانية.

1 عدد الحلول الممكنة

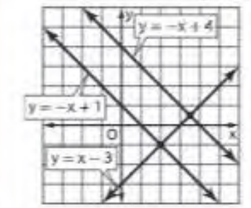
مثال 1 يوضح كيفية إيجاد عدد حلول نظام معادلات. وما إذا كان متوافقًا أم غير متوافق، أم مستقلاً أم غير مستقل.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الموجهة الموجودة بعد كل مثال للوقوف على استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 استخدم التمثيل البياني لتحديد ما إذا كان كل نظام متوافقًا أم غير متوافق، وما إذا كان مستقلاً أم غير مستقل.



a. $y = -x + 1$
$y = -x + 4$
غير متوافق

b. $y = x - 3$
$y = -x + 1$
متوافق ومستقل

نصائح للمعلمين الجدد

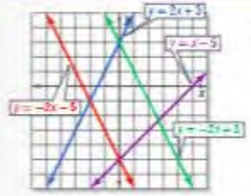
اللوحة البيضاء التفاعلية
أنشئ جدولاً بأعمدة:
لا يوجد حل، يوجد حل واحد، ويوجد عدد لا نهائي من الحلول. اكتب أنظمة متعددة من المعادلات على اللوحة. اطلب من الطلاب سحب كل نظام إلى العمود الصحيح.

نصيحة دراسية
عدد الحلول عندما تكون المعادلتان بصيغة $y = mx + b$ فإن قيم m وb يمكن أن تحدد عدد الحلول.

قيم m و b	عدد الحلول
إذا كانت m و b متساويتين	واحد
إذا كانت m متساوية، وb مختلفة	لا يوجد
إذا كانت m و b مختلفتين	واحد

مثال 1 عدد الحلول

استخدم التمثيل البياني على اليسار لتحديد ما إذا كان كل نظام متوافقًا أم غير متوافق وما إذا كان مستقلاً أم غير مستقل.



a. $y = -2x + 3$
$y = x - 5$

بما أن المستقيمات البيانية لهذين المستقيمين تتقاطع عند نقطة واحدة، فهناك حل واحد بالتحديد. ومن ثم، فالنظام متوافق ومستقل.

b. $y = -2x - 5$
$y = -2x + 3$

بما أن المستقيمات البيانية لهذين المستقيمين متوازيان، فلا توجد حلول لهذا النظام. ومن ثم، فالنظام غير متوافق.

تمرين موجه

1A. $y = 2x + 3$, $y = -2x - 5$ — متوافق ومستقل

1B. $y = x - 5$, $y = -2x - 5$ — متوافق ومستقل

2 إيجاد الحل بالتمثيل البياني

من طرق حل أنظمة المعادلات تمثيل المعادلات بيانيًا وحرص على التأكد الإجابات نفسها وإيجاد نقطة التقاطع فيها. هذه النقطة هي حل النظام.

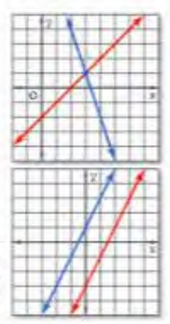
مثال 2 إيجاد الحل باستخدام التمثيل البياني

مثل كل نظام بيانيًا وحدد عدد الحلول التي يتضمنها. وإذا كان له حل واحد، فاذكره.

a. $y = -3x + 10$
$y = x - 2$

تظهر المستقيمات البيانية متقاطعة عند النقطة (3, 1). يمكنك التحقق من هذا بالتعويض عن x بـ 3 وعن y بـ 1.

	المعادلة الأصلية	التعويض	الضرب
$y = -3x + 10$	$1 \stackrel{?}{=} -3(3) + 10$	$1 \stackrel{?}{=} -9 + 10$	$1 = 1$ ✓
$y = x - 2$	$1 \stackrel{?}{=} 3 - 2$		$1 = 1$ ✓



b. $2x - y = -1$
$4x - 2y = 6$

المستقيمات لها نفس الميل لكن لها تقاطعات y مختلفة. إذا فالمستقيمات متوازية وبما أنها غير متقاطعة، فلا يوجد حل في هذا النظام. والنظام غير متوافق.

مراجعة المفردات
المستقيمات المتوازية لا تتقاطع أبدًا وليها نفس الميل.

التدريس المتمايز OL AL

التوسع اكتب نظامًا من ثلاث معادلات بمتغيرين اثنين على اللوحة. اطلب من الطلاب تحديد ما إذا كان النظام يشتمل على حل واحد، *ليس له حل*، أو يشتمل على عدد لا نهائي من الحلول. وإذا كان له حل واحد، فاذكره. على سبيل المثال،

$$x + y = 2$$
$$x - y = 0$$
$$y = -2$$

ليس له حل لأن المستقيمات الثلاثة لا تتقاطع في نقطة واحدة.

3 تمرين

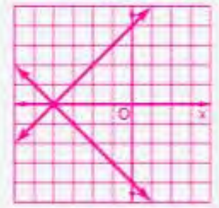
التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-9 للتحقق من استيعاب الطلاب.

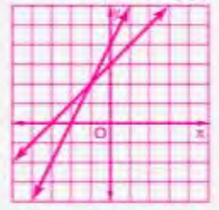
استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

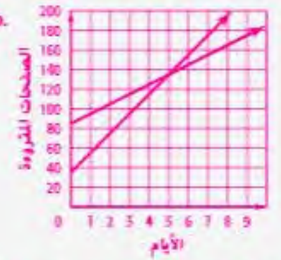
7. حل واحد: $(0, -4)$



8. حل واحد: $(2, -1)$



9b.



16–24. انظر ملحق إجابات الوحدة 6 للاطلاع على التمثيلات البيانية.

16. حل واحد: $(0, -3)$

17. حل واحد: $\left(-\frac{5}{6}, -\frac{4}{3}\right)$

18. ليس له حل

19. عدد لا نهائي من الحلول

20. عدد لا نهائي من الحلول

21. حل واحد: $(-1, 5)$

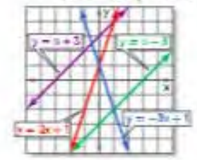
22. حل واحد: $(2, 3)$

23. لا يوجد حل

24. عدد لا نهائي من الحلول

التحقق من فهمك

مثال 1 استخدم التمثيل البياني على اليمين لتحديد ما إذا كان كل نظام متوافقًا أم غير متوافق وما إذا كان مستقلاً أم غير مستقل.



1. $y = -3x + 1$, $y = 3x + 1$ — متوافق ومستقل
2. $y = 3x + 1$, $y = x - 3$ — متوافق ومستقل
3. $y = x - 3$, $y = x + 3$ — غير متوافق
4. $y = x + 3$, $x - y = -3$ — متوافق وغير مستقل
5. $x - y = -3$, $y = -3x + 1$ — متوافق ومستقل
6. $y = -3x + 1$, $y = x - 3$ — متوافق ومستقل

مثال 2 مثّل كل نظام بيانيًا وحدّد عدد الحلول التي يتضمنها. فإذا كان له حل واحد، فاذكره. **7–8. انظر الهامش.**

7. $y = x + 4$, $y = -x - 4$
8. $y = x + 3$, $y = 2x + 4$

مثال 3 9. **تمثيل النماذج** يقرأ إسماعيل وأسامة روايات مصورة. **9a.** إسماعيل: $y = 20x + 35$، أسامة: $y = 10x + 85$



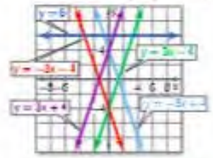
a. اكتب معادلة تمثل الصفحات التي قرأها كل صديق.

b. مثّل كل معادلة بيانيًا. **انظر الهامش.**

c. كم يمر من الوقت حتى يقرأ إسماعيل عددًا من الصفحات أكثر مما قرأ أسامة؟ تحقق واشرح حلك. **(5, 135). سيكون إسماعيل قد قرأ أكثر من أسامة بعد 5 أيام**

التمرين وحل المسائل

مثال 1 استخدم التمثيل البياني على اليمين لتحديد ما إذا كان كل نظام متوافقًا أم غير متوافق وما إذا كان مستقلاً أم غير مستقل.



10. $y = 6$, $y = 3x + 4$
11. $y = 3x + 4$, $y = -3x + 4$
12. $y = -3x + 4$, $y = -3x - 4$
13. $y = -3x - 4$, $y = 3x - 4$
14. $3x - y = -4$, $y = 3x + 4$
15. $3x - y = 4$, $3x + y = 4$

مثال 2 مثّل كل نظام بيانيًا وحدّد عدد الحلول التي يتضمنها. فإذا كان له حل واحد، فاذكره. **24–16. انظر الهامش.**

16. $y = -3$, $y = x - 3$ — متوافق ومستقل
17. $y = 4x + 2$, $y = -2x - 3$ — متوافق ومستقل
18. $y = x - 6$, $y = x + 2$ — غير متوافق
19. $x + y = 4$, $3x + 3y = 12$ — متوافق ومستقل
20. $x - y = -2$, $-x + y = 2$ — متوافق وغير مستقل
21. $x + 2y = 3$, $x = 5$ — متوافق ومستقل
22. $2x + 3y = 12$, $2x - y = 4$ — متوافق ومستقل
23. $2x + y = -4$, $y + 2x = 3$ — متوافق ومستقل
24. $2x + 2y = 6$, $5y + 5x = 15$ — متوافق ومستقل

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL متقدم	10–26, 47, 49–76	11–25 فردي, 53–56	10–26 زوجي, 47, 49–52, 57–76
OL أساسي	11–25 فردي, 26, 27–41 فردي, 42–47, 49–76	10–26, 53–56	27–47, 49–52, 57–76
BL متقدم	27-68 (اختياري 69-76)		

Copyright © McGraw-Hill Education. Permission is granted to reproduce for classroom use.

تمرين موجّه

مثّل كل نظام بيانيًا وحدد عدد الحلول التي يتضمنها. فإذا كان له حل واحد، فاذكره. **2A–2B. انظر ملحق إجابات الوحدة 6 للتمثيلات البيانية.**

2A. $x - y = 2$, $3y + 2x = 9$ — **حل واحد: (3, 1)**

2B. $y = -2x - 3$, $6x + 3y = -9$ — **عدد لا نهائي**

يمكننا استخدام ما تعرفه عن أنظمة المعادلات في حل كثير من مسائل الحياة اليومية التي تتضمن قيودًا مختلفين أو أكثر.

مثال 3 من الحياة اليومية كتابة نظام معادلات وإيجاد حله

الرياضة زاد عدد الفتيات المشاركات في مباريات كرة القدم وسباق المضمار والميدان بالمدرسة زيادة مطردة على مدار الأعوام القليلة الماضية. استخدم المعلومات المذكورة في الجدول للتنبؤ بالعام التقريبي الذي يتساوى فيه عدد الفتيات المشاركات في الرياضتين.

رياضات المدرسة الثانوية	عدد الفتيات المشاركات عام 2008 (آخر)	متوسط معدل الزيادة (بالآلاف في كل عام)
كرة القدم	345	8
سباق المضمار والميدان	458	3

الشرح

عدد الفتيات المشاركات — يساوي — معدل الزيادة — مضروبًا في — عدد الأعوام بعد 2008 — زائد — عدد المشاركات عام 2008.

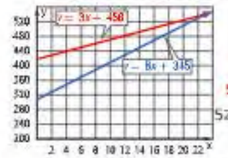
المتغيرات نفرض أن y = عدد الفتيات المشاركات، نفرض أن x = عدد الأعوام بعد 2008.

المعادلات

كرة القدم: $y = 8 \times x + 345$

المضمار والميدان: $y = 3 \times x + 458$

مثل بيانيًا $y = 8x + 345$ ، $y = 3x + 458$. تظهر التمثيلات البيانية متقاطعة عند نقطة (22.5, 525) تقريبًا.



التحقق استخدم التعويض للتحقق من هذه الإجابة.

$y = 8x + 345$: $525 \stackrel{?}{=} 8(22.5) + 345$، $525 = 525$ ✓

$y = 3x + 458$: $525 \stackrel{?}{=} 3(22.5) + 458$، $525 \approx 525.5$ ✓

الحل يعني أنه بعد عام 2008 بـ 22 عامًا تقريبًا، أو في عام 2030، سيتساوى عدد الفتيات المشاركات في رياضة كرة القدم بالمدرسة الثانوية وسباق المضمار والميدان عند 525,000 تقريبًا.

تمرين موجّه

3. **ألعاب الفيديو** يريد كل من إبراهيم وأحمد شراء لعبة فيديو. إبراهيم لديه AED 14 ويدخر AED 10 في الأسبوع. أما أحمد فلديه AED 26 ويدخر AED 7 في الأسبوع. فبعد كم أسبوع سيصبح مع كل منهما نفس المبلغ؟ **4 أسابيع**

التركيز على محتوى الرياضيات

تمثيل أنظمة المعادلات بيانيًا إذا كانت التمثيلات البيانية لنظام تتقاطع في نقطة واحدة، يكون النظام متوافقًا ومستقلاً ويكون له حل واحد. إذا تطابقت التمثيلات البيانية أو وقعت على نفس المستقيم، يكون النظام متوافقًا وغير مستقل ويكون للنظام عدد لا نهائي من الحلول. إذا كانت التمثيلات البيانية متوازية، يكون النظام غير متوافق ولا توجد نقاط تقاطع ولا يوجد حل. في دراستهم للهندسة، يتوسع الطلاب في فهمهم لمعادلات المستقيمات المتوازية عندما يثبتون معيار ميل المستقيمات المتوازية.

2 الحل باستخدام التمثيل البياني

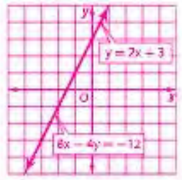
مثال 2 يوضح كيفية حل نظام المعادلات عبر التمثيل البياني. **مثال 3** يوضح كيفية استخدام نظام المعادلات لحل مسألة من الحياة اليومية.

أمثلة إضافية

2 مثل كل نظام بيانيًا وحدد عدد الحلول التي يتضمنها. وإذا كان له حل واحد، فاذكره.

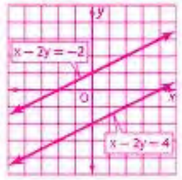
a. $y = 2x + 3$, $8x - 4y = -12$

يوجد عدد لا نهائي من الحلول

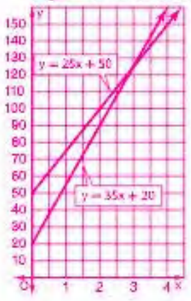


b. $x - 2y = 4$, $x - 2y = -2$

لا يوجد حل



3 ركوب الدراجات قطع منصور 20km الأسبوع الماضي ويخطط لقطع 35 كيلومترًا في الأسبوع. قطع ناصر 50km في الأسبوع الماضي ويخطط لقطع 25km في الأسبوع. توقع الأسبوع الذي يكون قد قطع فيه منصور وناصر نفس عدد الكيلومترات. **الأسبوع 3**



التمثيلات المتعددة

في التمرين 46. يستخدم الطلاب الجبر وتمثيلاً بيانيًا في المستوى الإحداثي لحل نظام المعادلات وتفسير النتائج.

انتبه!

تحليل الخطأ بالنسبة إلى التمرين 47. اقترح أن يجرب الطلاب أسعارًا متعددة في كل من الخصمين. مثل AED 100 و AED 50، و AED 150. ثم قرر ما إذا كانت أسماء أم بدر على صواب.

تدريس ممارسات في الرياضيات

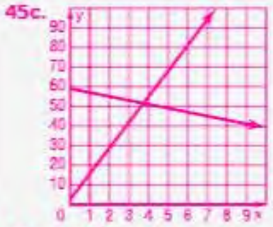
فرضيات يمكن للطلاب المتفوقين يعلم الرياضيات وضع الفرضيات وبناء تقدم منطقي للمسائل لاستكشاف حقيقة تقديراتهم. في التمرين 49. اطلب من الطلاب التفكير بشأن عدد الحلول المحتملة لنظام من معادلتين خطيتين.

إجابات إضافية

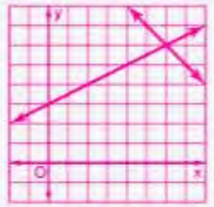
45b.

ستوات منذ 2009	زوار الموقع الشخصي (min)	زوار المزادات (min)
0	2.5	59
1	15.6	57
2	28.7	55
3	41.8	53
4	54.9	51

45c.



46b. (6, 6)



46c. **كلا طرفي المعادلة في الجزء a يكونان مجموعة مساوية لـ x في نظام المعادلات الخطية في الجزء b.**

46d. **يمكنك إيجاد الحل من الإحداثي x لنقاط تقاطع مستقيمين في نظام المعادلات.**

45 **المواقع الإلكترونية** موقع نشر شخصي كان لديه 2.5 مليون زائر عام 2009، وكل عام بعده كان عدد الزوار يرتفع بمقدار 13.1 مليون زائر. وموقع المزادات على الإنترنت كان لديه 59 مليون زائر عام 2009، لكن العدد كل عام بعد ذلك كان يزيد بمقدار 2 مليون زائر.

a. اكتب معادلة لكل شركة من الشركتين. **النشر الشخصي: $y = 13.1x + 2.5$؛ موقع المزادات على الإنترنت: $y = -2x + 59$**

b. أعد جدولة النتائج لمدة 5 أعوام لكلتا الشركتين. **انظر الهامش.**

c. مثل كل معادلة بيانيًا. **انظر الهامش.**

d. متى يكون لموقعي النشر الشخصي والمزادات عدد الزوار نفسه؟ **في وقت ما خلال عام 2012**

e. اذكر مجال هذه الدوال ومداها في هذا الموقف. **$D = \{x \mid x \geq 0\}$; $R = \{y \mid y \geq 0\}$**

46. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، ستتعرف على طرق مختلفة لإيجاد نقاط التقاطع للمعادلات الخطية.

a. **جبريًا** استخدم الحذف في حل المعادلة $\frac{1}{2}x + 3 = -x + 12$ **6**

b. **بيانيًا** استخدم التمثيل البياني لحل $y = \frac{1}{2}x + 3$, $y = -x + 12$. **انظر الهامش.**

c. **تحليليًا** اكتب تراكيب المعادلة في الجزء **a** بالنظام في الجزء **b**؛

d. **لفظيًا** اشرح كيف استخدم التمثيل البياني في الجزء **b** لحل المعادلة في الجزء **a**.

مسائل مهارات التفكير العليا — استخدام مهارات التفكير العليا

49. **دائمًا، إذا كانت المعادلات الخطية ولها أكثر من حل مشترك، فلا بد أن تكون متوافقة وغير مستقلة. ما يعني أن لها عددًا لا نهائيًا من الحلول المشتركة.**

47. **أسماء: إذا كان ثمن السلعة أقل من AED 100، فإن خصم AED 10 أفضل. وإذا كان ثمنها أكثر من AED 100، فإن خصم 10% هو الأفضل.**

47. **تحليل الخطأ** يعرض متجر A خصومات قدرها 10% على جميع مبيعات الإلكترونيات له. ويعرض متجر B خصم AED 10 على جميع الإلكترونيات له. والآن يعتقد كل من أسماء وبدر أي العرضين يوفر لهما مالًا أكثر. فهل هما على صواب؟ اشرح إجابتك.

أسماء
لا يمكنك تحديد أي المتجرين يقدم عرضًا أفضل ما لم تعرف ثمن السلع التي تريد شراءها أولًا.

بدر
متجر A يقدم عرضًا أفضل لأن 10% من ثمن المبيعات يعد تخفيضًا أكبر من AED 10.

48. **تحد** استخدم التمثيل البياني في إيجاد حل أنظمة المعادلات $2x + 3y = 5$, $3x + 4y = 6$, $4x + 5y = 7$. **(2, −1)؛ انظر ملحق إجابات الوحدة 6 لتمثيل البياني.**

49. **الفرضيات** حدد ما إذا كان لنظام يحتوي على معادلتين خطيتين مثلهما (0, 0) و (2, 2) حلول أخرى أسئلة أم دائمًا أم ليس له حلول. اشرح.

50. **أيها لا ينتمي للمجموعة؟** أي أنظمة المعادلات التالية لا ينتمي للأنظمة الثلاث الأخرى؟ اشرح استدلالك.

$3x - 2y = 1$ $2x + 3y = 18$	$4x + 2y = 14$ $12x + 6y = 18$	$-x + 4y = 8$ $3x - 6y = 6$	$4x - y = 5$ $-2x + y = -1$

50. **الإجابة النموذجية: $4x + 2y = 14$، $12x + 6y = 18$. هذا النظام غير متوافق بينما بقية الأنظمة متوافقة ومستقلة.**

51. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب ثلاث معادلات بحيث تمثل ثلاثة أنظمة من أنظمة المعادلات مع $y = 5x - 3$ بحيث أن تكون الأنظمة الثلاثة غير متوافقة، ومتوافقة ومستقلة، ومتوافقة وغير مستقلة. على الترتيب. **الإجابات النموذجية: $y = 5x + 3$; $y = -5x - 3$, $2y = 10x - 6$**

52. **الكتابة في الرياضيات** صف الخيارات والعيوب لحل أنظمة المعادلات بالتمثيل البياني. **انظر الهامش.**

التدريس المتمايز

المتعلمون بطريقة التواصل اطلب من الطلاب العمل في ثنائيات أو مجموعات للتحقق من حلول التمارين 16-24 و 41-27. اقترح عليهم استخدام النصيحة الدراسية (صفحة 336) عند مقارنة m و b عندما تكون المعادلتين بصيغة $y = mx + b$. اطلب من الطلاب كتابة المعادلات بصيغة الميل والتقاطع. إذا لزم الأمر.

مثال 3

25. **جمع التبرعات بالمدرسة** يتنافس أيمن ومحمود لمعرفة من يمكنه بيع العدد الأكبر من التذاكر لجمع تبرعات الشتاء. لدى يوم الاثنين، باع أيمن 22 تذكرة ثم باع 30 تذكرة كل يوم بعد ذلك. وباع محمود 53 تذكرة يوم الاثنين ثم باع 20 تذكرة كل يوم بعد ذلك.

a. اكتب معادلات لعدد التذاكر التي باعها كل منهما. **أيمن: $y = 30x + 22$. محمود: $y = 20x + 53$**

b. مثل كل معادلة بيانيًا. **انظر ملحق إجابات الوحدة 6.**

c. حدد حل نظام المعادلات. تحقق من حلك وفسره. **(3.1, 115). بعد 3 أيام تقريبًا، سيكون أيمن قد باع عددًا أكبر من التذاكر.**

26. **نمذجة** إذا كان x هو عدد الأعوام منذ عام 2000، و y هو السعة المثلى للأشخاص الذين يستخدمون خدمات السفر، فإن المعادلات التالية تمثل السعة المثلى للأشخاص الذين يستخدمون وكالات السفر والسعة المثلى للأشخاص الذين يستخدمون الإنترنت في التخطيط للسفر.

وكالات السفر $y = -2x + 30$ الإنترنت $y = 6x + 41$

a. مثل نظام المعادلات بيانيًا. **انظر ملحق إجابات الوحدة 6.**

b. قدر العام الذي استخدمت فيه وكالات السفر والإنترنت بالتساوي. **1999**

مثل كل نظام بيانيًا وحدد عدد الحلول الذي يتضمنه. فإذا كان له حل واحد، فاذكره. 41–27.
انظر ملحق إجابات الوحدة 6 للتمثيلات البيانية.

27 حل واحد: $y = \frac{1}{2}x$, $y = x + 2$ **(−4, −2)**

28. حل واحد: $y = 6x + 6$, $y = 3x + 6$ **(0, 6)**

29. حل واحد: $y = 2x - 17$, $y = x - 10$ **(7, −3)**

30. حل واحد: $8x - 4y = 16$, $-5x - 5y = 5$ **(1, −2)**

31. حل واحد: $3x + 5y = 30$, $3x + y = 18$ **(5, 3)**

32. حل واحد: $-3x + 4y = 24$, $4x - y = 7$ **(4, 9)**

33. $2x - 8y = 6$, $x - 4y = 3$ **لا نهائي حلول كثيرة**

34. $4x - 6y = 12$, $-2x + 3y - 6 =$ **لا نهائي حلول كثيرة**

35. $2x + 3y = 10$, $4x + 6y = 12$ **لا يوجد حل**

36. $3x + 2y = 10$, $2x + 3y = 10$ **(2, 2)**

37. $3y - x = -2$, $y - \frac{1}{3}x = 2$ **لا يوجد حل**

38. $\frac{8}{5}y = \frac{2}{5}x + 1$, $\frac{2}{5}y = \frac{1}{10}x + \frac{1}{4}$ **لا نهائي حلول كثيرة**

39. $\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}y = 1$, $x + y = 1$ **لا يوجد حل**

40. $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y = \frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}x + \frac{1}{6}y = \frac{1}{2}$ **حل واحد (1, −1)**

41. $\frac{5}{6}x + \frac{2}{3}y = \frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}x + \frac{1}{5}y = \frac{3}{5}$ **حل واحد: (3, −3)**

مجال كل من هذه المعادلات هو مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي 0.

42. **التصوير** افترض أن x تمثل عدد السنوات منذ عام 2000، إذا يمكن تمثيل عدد الكاميرات الرقمية التي تم بيعها كل عام منذ عام 2000، بالملايين بالمعادلة $y = 12.5x + 10.9$. ويمكن تمثيل عدد كاميرات الفيلم التي تم بيعها كل عام منذ عام 2000 بالملايين، بالمعادلة $y = -9.1x + 78.8$.

a. مثل كل معادلة بيانيًا. **انظر ملحق إجابات الوحدة 6.**

b. في أي عام تنخفض مبيعات الكاميرات الرقمية بمعدل مبيعات كاميرات الفيلم؟ **2003**

c. في أي عام تتوقف بيع كاميرات الفيلم تمامًا؟ **2008**

d. ما مدى ومجال كل دالة في هذا الموقف؟

مثل كل نظام بيانيًا وحدد عدد الحلول الذي يتضمنه. فإذا كان له حل واحد، فاذكره. 44–43.
انظر ملحق إجابات الوحدة 6 للتمثيلات البيانية.

43. $2y = 1.2x - 10$, $4y = 2.4x$ **لا يوجد حل**

44. $x = 6 - \frac{3}{8}y$, $4 = \frac{2}{3}x + \frac{1}{4}y$ **حلول كثيرة بلا نهاية**

تدريس ممارسات في الرياضيات

التمثيل بالنماذج يستطيع الطلاب المتفوقون في الرياضيات تطبيق الرياضيات التي تعلموها في حل المسائل التي تظهر في حياتهم اليومية. في التمرين 9. وضح أن أسامة بدأ بقراءة عدد أكبر من الصفحات ولكن نظرًا لأن إسماعيل يقرأ أسرع فسوف يلحقه. في التمرين 26. اسأل الطلاب ما الذي يمثله الميل في كل معادلة في سياق المسألة.

1 التركيز

الهدف استخدام حاسبة التمثيل البياني لحل نظام المعادلات.

المواد

- حاسبة تمثيل بياني

نصيحة للتدريس

ذكّر الطلاب بأنه يجب حل المعادلات لـ y قبل إدخالها في الحاسبة.

2 التدريس

العمل في مجموعات متعاونة

قسّم الطلاب إلى مجموعات متنوعة القدرات من اثنين أو ثلاثة طلاب. واطلب من المجموعات إكمال النشاطين 1 و 2.

النشاط 1

- في الخطوة 2، ذكّر الطلاب بمسح جميع المعادلات السابقة من قائمة Y=. اطلب من الطلاب إجراء التمثيل البياني لكل نظام باستخدام نافذة العرض القياسية. إذا كان التقاطع غير مرئي، فاطلب منهم ضبط النافذة إلى مساحة مقترحة وفقًا لاتجاهات المستقيمات.
- في الخطوة 3، وضّح أن خاصية GUESS (التخمين) التي تظهر بعد الضغط على ENTER للمرة الثانية تقدم للطلاب فرصة لاستخدام مفاتيح الأسهم لتقدير الحل للنظام ثم التحقق من تقديراتهم بالضغط على ENTER للمرة الثالثة.

تمرين اطلب من الطلاب إكمال التمارين من 1 إلى 10.

6-1 مختبر تقنية التمثيل البياني أنظمة المعادلات

يمكنك استخدام حاسبة التمثيل البياني لتمثيل نظام المعادلات بيانيًا وحله.

النشاط 1 إيجاد حل نظام المعادلات

حل نظام المعادلات. عيّن الحل المكون من الكسر العشري مقربًا لأقرب جزء من مئة.

5. $23x + y = 7.48$
6. $42x - y = 2.11$

ممارسات في الرياضيات
استخدام الأدوات المناسبة بطريقة إستراتيجية

الخطوة 1 حل كل معادلة لـ y لإدخالها إلى الحاسبة.

المعادلة الأولى	$5.23x + y = 7.48$
اطرح $5.23x$ من الطرفين	$5.23x + y - 5.23x = 7.48 - 5.23x$
بسّط	$y = 7.48 - 5.23x$
المعادلة الثانية	$6.42x - y = 2.11$
اطرح $6.42x$ من الطرفين	$6.42x - y - 6.42x = 2.11 - 6.42x$
بسّط	$-y = 2.11 - 6.42x$
اضرب كل طرف في -1	$(-1)(-y) = (-1)(2.11 - 6.42x)$
بسّط	$y = -2.11 + 6.42x$

الخطوة 2 أدخل تلك المعادلات في قائمة Y= وسمّها بيانيًا في نافذة العرض القياسية.

خطوات العملية على الحاسبة:
Y= 7.48 (−) 5.23 X,T,θ,n
ENTER (↓) 2.11 (+)
6.42 X,T,θ,n ZOOM 6

الخطوة 3 استخدم قائمة CALC لإيجاد نقطة التقاطع.

خطوات العملية على الحاسبة:
2nd [CALC] ENTER ENTER ENTER



[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

الحل مقاوب تقريبًا (0.82, 3.17)

عندما تحل نظام معادلات فيه $y = g(x)$، $y = f(x)$، يكون الحل زوجًا مرتبًا يمثل تقاطع التمثيلين البيانيين. ويحدث الحل دائمًا عندما تكون $f(x) = g(x)$. وبالتالي، تكون إحداثي x للحل هو القيمة x التي يكون فيها $f(x) = g(x)$.

من بين الطرق التي يمكنك استخدامها في حل معادلة لها متغير واحد أن تمثلها بيانيًا وتحل نظام المعادلات بناءً على المعادلة. ولكن تعمل هذا، اكتب نظامًا باستخدام طرفي المعادلة، ثم استخدم حاسبة التمثيل البياني لحل النظام.

تمرين على الاختيار المعياري

53. **إجابة قصيرة** نوع من الكشريا ينقسم الثنائي كل 20 دقيقة. بما يضاعف عددها. فإذا كان هناك عدد 450,000 جسيم بكشريا في تمام الساعة 9:00 ص. فكم سيكون عدد الكشريا في تمام الساعة 2:00 ظهرًا؟
14,745,600,000 جسيم بكتيري

54. **الهندسة** قُطع سلك طوله 84cm إلى قطع متساوية ثم رُبطت القطع من نهاياتها لتكوّن أضلاع مكعب. ما حجم المكعب؟ **B**



A $294\ cm^3$ C $1158\ cm^3$
B $343\ cm^3$ D $2744\ cm^3$

55. ما حل المتباينة $-9 < 2x + 3 < 15$؟ **H**

F $-x \geq 0$ H $-6 < x < 6$
G $x \leq 0$ J $-5 < x < 5$

56. **ما حل نظام المعادلات؟** **D**

$x + 2y = -1$
$2x + 4y = -2$

A $(-1, -1)$ C لا يوجد حل
B $(2, 1)$ D حلول كثيرة لا نهائية

مراجعة شاملة

مثّل كل متباينة بيانيًا. التدريب 5-5 **57–62. انظر الهامش.**

57. $3x + 6y > 0$
58. $4x - 2y < 0$
59. $3y - x \leq 9$
60. $4y - 3x \geq 12$
61. $y < -4x - 8$
62. $3x - 1 > y$

63. **المكتبة** للحصول على منحة من الجمعية التاريخية بالمدينة، يجب أن يكون عدد الكتب التاريخية في حدود 25 كتابًا من 1500 فما مدى عدد الكتب التاريخية التي يجب أن تتضمنها المكتبة؟ التدريب 5-5 **1475 إلى 1525 كتابًا**

64. **المدرسة** تنظم درجات أماني في ثلاثة اختبارات للرياضيات في الجدول. وبعد الاختبار الرابع والأخير من فترة التقييم غدًا، وهي تحاجة إلى ما لا يقل عن 92 في المتوسط لكي تحصل على درجة A لفترة التقييم. التدريب 3-5

الاختبار	الدرجة
1	91
2	95
3	88

a. إذا كانت m تمثل درجاتها في اختبار الرياضيات الرابع، فاكتب متباينة تمثل هذا الموقف. $\frac{91 + 95 + 88 + m}{4} \geq 92$

b. إذا أرادت أماني تحقيق درجة A في الرياضيات، فما الدرجة التي يلزمها إحرازها في الاختبار؟ **94 أو أكثر**

c. هل الحل الذي قدمته سيطلق؟ اشرح. **نعم. الدرجة سهلة المنال وقد أحرزت أماني أعلى منها من قبل.**

اكتب صيغة الميل والمقطع لمعادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة وعمودي على التمثيل البياني للمعادلة.

65. $(-3, 1)$، $y = \frac{1}{3}x + 2$ **$y = -3x - 8$**
66. $(6, -2)$، $y = \frac{3}{5}x - 4$ **$y = -\frac{5}{3}x + 8$**
67. $(2, -2)$، $2x + y = 5$ **$y = \frac{1}{2}x - 3$**
68. $(-3, -3)$، $-3x + y = 6$ **$y = -\frac{1}{3}x - 4$**

مراجعة المهارات

حُلّ كل معادلة مستخدمًا مجموعة التعويض المعطاة.

69. $f - 14 = 8$; {12, 15, 19, 22} **22**
70. $15(n + 6) = 165$; {3, 4, 5, 6, 7} **5**
71. $23 = \frac{d}{4}$; {91, 92, 93, 94, 95} **92**
72. $36 = \frac{t - 9}{2}$; {78, 79, 80, 81} **81**

جد قيمة كل تعبير إذا كان $a = 2$، و $b = -3$، و $c = 11$.

73. $a + 6b$ **-16**
74. $7 - ab$ **13**
75. $|2c + 3a| \div 4$ **7**
76. $b^2 + (a^3 - 8)5$ **9**

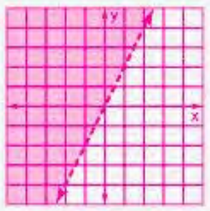
4 التقويم

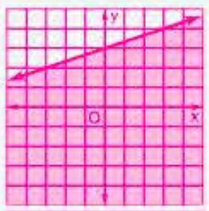
بطاقة التحقق من استيعاب الطلاب
أعط الطلاب قطعة صغيرة من ورق التمثيل البياني. اطلب منهم رسم تمثيل بياني يمثل نظام المعادلات المتوافق وغير المستقل.

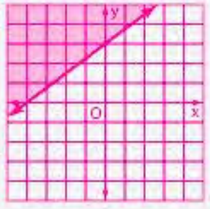
إجابات إضافية

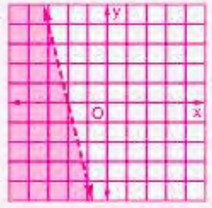
52. يظهر التمثيل البياني بوضوح ما إذا كان نظام المعادلات يشتمل على حل واحد، أو ليس له حل أو يشتمل على عدد لا نهائي من الحلول. ولكن قد يكون إيجاد قيم x و y الدقيقة من تمثيل بياني أمرًا صعبًا.

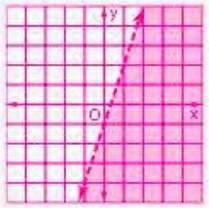
57.


58.


59.


60.


61.


62.


1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 6-2 حل أنظمة المعادلات باستخدام التمثيل البياني.

الدرس 6-2 حل أنظمة المعادلات الخطية باستخدام التعويض. وحل مسائل من الحياة اليومية تتضمن أنظمة معادلات باستخدام التعويض.

بعد الدرس 6-2 حل أنظمة المعادلات باستخدام الحذف.

2 التدريس

أسئلة الدعائم التعليمية

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- ما معدلات التناقص للفيلمين A و B؟ 16 مليون AED في الأسبوع؛ 10 مليون AED في الأسبوع
- إذا كانت $x =$ عدد الأسابيع بدءًا من الأسبوع الافتتاحي، وكانت $y =$ إجمالي الأرباح، فما هي المعادلة التي تمثل الأرباح في الأسبوع x للفيلم A؟ $y = -16x + 31$ للفيلم B؟ $y = -10x + 21$

6-2 التعويض



السابق
- أوجدت حلول أنظمة المعادلات باستخدام التمثيل البياني.

الحالي
1. حل أنظمة المعادلات الخطية باستخدام التعويض.
2. حل مسائل من الحياة اليومية تتضمن أنظمة معادلات باستخدام التعويض.

لماذا؟
- أطلق فيلمان سينمائيان في إن ياص فرع الميلاد 31 AED مليون في أسبوعه الافتتاحي (كان أرباحه هبطت إلى 5 AED مليون في الأسبوع التالي). أما الفيلم B فقد ربح في الأسبوع الافتتاحي 21 AED مليون وهبطت أرباحه في الأسبوع التالي إلى 11 AED مليون. فإذا استمرت أرباح الفيلمين في التضاءل بنفس المعدل، فمتى يربح كلا الفيلمين نفس المبلغ؟

المفردات الجديدة
التعويض substitution

ممارسات في الرياضيات
التعقل بطريقة مجردة وكمية

1 إيجاد الحل باستخدام التعويض

يمكنك استخدام أحد أنظمة المعادلات لإيجاد الوقت الذي يربح فيه كلا الفيلمين بمقدار المال نفسه. وأحد طرق إيجاد حل دقيق لنظام المعادلات طريقة تسمى **التعويض**.

المفهوم الأساسي إيجاد الحل باستخدام التعويض

الخطوة 1 حل معادلة واحدة على الأقل لمتغير واحد إذا لم يكن الأمر كذلك.

الخطوة 2 عوض التعبير الناتج من الخطوة 1 في المعادلة الأخرى لاستدال المتغير. ثم حل هذه المعادلة.

الخطوة 3 عوض القيمة الناتجة من الخطوة 2 في إحدى المعادلتين، وحله الحل للمتغير الآخر. اكتب الحل في صورة زوج مرتب.

مثال 1 حل النظام باستخدام التعويض

استخدم التعويض في حل نظام المعادلات التالي.

$y = 2x + 1$
$3x + y = -9$

الخطوة 1 تم حل المعادلة الأولى بالفعل لـ y.

الخطوة 2 عوض $2x + 1$ من y في المعادلة الثانية.

$3x + y = -9$	المعادلة الثانية
$3x + 2x + 1 = -9$	عوض بـ $2x + 1$ من y.
$5x + 1 = -9$	اجمع الحدود المتشابهة.
$5x = -10$	اطرح 1 من كل طرف.
$x = -2$	اقسم كل طرف على 5.

الخطوة 3 عوض بـ -2 عن x في إحدى المعادلتين لإيجاد y.

$y = 2x + 1$	المعادلة الأولى
$= 2(-2) + 1$	عوض بـ -2 عن x.
$= -3$	بسّط.

الحل هو $(-2, -3)$.

التحقق يمكنك التحقق من حلك بالتمثيل البياني.



تمرين موجّه

1A. $y = 4x - 6$
$5x + 3y = -1$ $(1, -2)$

1B. $2x + 5y = -1$
$y = 3x + 10$ $(-3, 1)$

النشاط 2 استخدام نظام لحل المعادلة الخطية

استخدم نظام المعادلات في حل $4 - = 5x + 6$.

الخطوة 1 اكتب نظام المعادلات. اجعل كل طرف من المعادلة مساويًا لـ y.

$y = 5x + 6$ المعادلة الأولى
$y = -4$ المعادلة الثانية

الخطوة 2 أدخل هذه المعادلات في قائمة =Y ومثّلها بيانيًا.



الخطوة 2 استخدم قائمة **CALC** لإيجاد نقطة التقاطع.



[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

الحل يساوي -2.

تمارين

استخدم حاسبة التمثيل البياني لحل كل نظام من أنظمة المعادلات. اكتب الحلول المكونة من كسور عشرية مقربة لأقرب جزء من مائة.

1. $y = 2x - 3$
$y = -0.4x + 5$ (3.33, 3.67)

2. $y = 6x + 1$
$y = -3.2x - 4$ (−0.54, −2.26)

3. $x + y = 9.35$
$5x - y = 8.75$ (3.02, 6.33)

4. $2.32x - y = 6.12$
$4.5x + y = -6.05$ (0.01, −6.10)

5. $5.2x - y = 4.1$
$1.5x + y = 6.7$ (1.61, 4.28)

6. $1.8 = 5.4x - y$
$y = -3.8 - 6.2x$ (−0.17, −2.73)

7. $7x - 2y = 16$
$11x + 6y = 32.3$ (2.51, 0.78)

8. $3x + 2y = 16$
$5x + y = 9$ (0.29, 7.57)

9. $0.62x + 0.35y = 1.60$
$-1.38x + y = 8.24$ (−1.16, 6.63)

10. $75x - 100y = 400$
$33x - 10y = 70$ (1.18, −3.12)

17. **في تقاطع التمثيلات البيانية لـ $y = ax + b$ و $y = r$، تكون قيم y متساوية. لذلك، عند تلك النقطة $r = ax + b$.**
استخدم حاسبة التمثيل البياني لحل كل معادلة. اكتب الحلول المكونة من كسور عشرية مقربة لأقرب جزء من مائة.

11. $4x - 2 = -6$ −1
12. $3 = 1 + \frac{x}{2}$ 4
13. $\frac{x + 4}{-2} = -1$ −2
14. $\frac{3}{2}x + \frac{1}{2} = 2x - 3$ 7
15. $4x - 9 = 7 + 7x$ −5.33
16. $-2 + 10x = 8x - 1$ 0.5

17. **الكتابة في الرياضيات** اشرح لماذا يمكنك حل معادلة مثل $r = ax + b$ عن طريق حل نظام المعادلات $y = ax + b$ ، $y = r$.

3 التقويم

التقويم التكويني

- استخدم التمرين 7 لتقييم ما إذا كان الطلاب يستطيعون استخدام حاسبة التمثيل البياني لحل نظام المعادلات.
- استخدم التمرين 15 لتقييم ما إذا كان الطلاب يستطيعون تمثيل نظامًا بيانيًا لحل معادلة بمتغير واحد.

من العملي إلى النظري

التمرين 17 يطلب من الطلاب تقديم تفسيرًا جبريًا لاستخدام نظام معادلات لحل معادلة خطية بمتغير واحد.

توسيع المفهوم

اسأل:

- متى يكون نظام معادلتين خطيتين لا يشتمل على نقطة تقاطع؟ الإجابة النموذجية: لا تشتمل المعادلتان الخطيتان على نقطة تقاطع إذا كانت تمثيلاتهما البيانية متوازية.

النشاط 2

- بالنسبة للنشاط 2، يحتاج الطلاب إلى مسح قائمة =Y ليبدأ النشاط. ذكّر الطلاب بالضغط على [—] لإدخال 4− بدلاً من المفتاح لرمز الطرح.
- في الخطوة 3، يجب أن يستخدم الطلاب نفس خطوات العملية على الحاسبة المستخدمة في النشاط 1، الخطوة 3.

اسأل:

- ما الذي يعنيه الحل في الخطوة 3؟ بالنسبة للمعادلة $y = 5x + 6$، $x = -2$ عندما تكون $y = -4$.
- كيف تستطيع التحقق من حلك؟ التعويض بـ -2 من x في المعادلة الأصلية للتحقق ما إذا كانت المعادلة صحيحة.

تمرين اطلب من الطلاب إتمام التمارين من 11 إلى 17.

مثال إضافي

3 استخدم التعويض في حل نظام المعادلات.

$2x + 2y = 8$

$x + y = -2$ يدون حل

2 حل مسائل من الحياة اليومية

مثال 4 يوضح كيفية كتابة نظام المعادلات وحله لمسألة من الحياة اليومية التي يمكن حلها باستخدام التعويض.

مثال إضافي

4 **مركز الطبيعة** يكلف مركز الطبيعة AED 35.25 رسم عضوية سنوية و AED 6.25 لدخول الفرد. وقد باع الأسبوع الماضي إجماليًا مجمعًا لعدد 50 عضوية سنوية ودخول أفراد بقيمة AED 660.50. فكم عدد العضويات وكم عدد الدخول الفردي الذي تم بيعه؟ 12 عضوية و 38 دخولاً فرديًا

التركيز على محتوى الرياضيات

عدد لا نهائي من الحلول أو بدون حل

إذا نتج عن حل نظام المعادلات جملة صحيحة (مثل $3 = 3$)، إذا يكون للنظام عدد لا نهائي من الحلول. ويحدث هذا عندما تمثل المعادلتان نفس المستقيم. وإذا نتج عن حل نظام المعادلات جملة خاطئة (مثل $2 = 3$)، فلا يوجد حل للنظام. تمثل المعادلتان مستقيمين متوازيين. إذا تم حل كلتا المعادلتين لـ y، يكون للمعادلتين نفس الميل لكن التقاطعات مع المحور y مختلفة.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

التسجيل الصوتي اطلب من الطلاب العمل في مجموعات لتسجيل أغنية للحن مشهور عن كيفية حل نظام المعادلات بالتعويض. اطلب من الطلاب استخدام كل أغنية لحل مسألة ما لتحديد ما إذا كانت تفسر بالفعل كيفية حل الأنظمة بالتعويض.

تمرين موجّه استخدم التعويض في حل كل نظام من أنظمة المعادلات.

3A. $2x - y = 8$
$y = 2x - 3$
لا يوجد حل

3B. $4x - 3y = 1$
$6y - 8x = -2$
عدد لا نهائي

2 إيجاد حل مسائل من الحياة اليومية

يمكنك استخدام التعويض في إيجاد حل مسألة من الحياة اليومية تتضمن قيودًا مستقلة مأخوذة من أنظمة المعادلات.



الربط **بالحياة اليومية**

في الهندسة الصوتية عند قيام المهندس الصوتي بتسجيل وضبط التوازن ومزج وإعداد إنتاج الموسيقى والأصوات والتأثيرات الصوتية داخل استوديوهات التسجيل والساحات الرياضية والمسارح وقاعات المناسبات وإنتاج المحتوى، يهدف إلى جعلة إلى المحصول على الأثر على درجة الإثارة في الأشرطة التي يتعامل معها.

مثال 4 من الحياة اليومية كتابة نظام المعادلات وإيجاد حله

الموسيقى باع أحد المتاجر 125 جهازًا إجمالاً من أجهزة السماعات الخارجية وجهاز التسجيل التي توضع في السيارات خلال أسبوع واحد. وقد بيعت أجهزة التسجيل مقابل AED 104.95، والسماعات الخارجية مقابل AED 18.95. فكان إجمالي المبيعات لهذه الأجهزة AED 6926.75. فما عدد القطع التي تم بيعها من كل جهاز؟

عدد الوحدات المباعة	c	t	125
المبيعات (AED)	104.95c	18.95t	6926.75

الفرض أن c = عدد أجهزة التسجيل التي تم بيعها والفرض أن t = عدد السماعات التي تم بيعها

إذا المعادلتان هما $c + t = 125$ و $104.95c + 18.95t = 6926.75$

$c + t = 125$ تمثل مجموعة من أجهزة التسجيل والسماعات الخارجية يصبح 125. المعادلة

$104.95c + 18.95t = 6926.75$ تمثل مجموعة من أجهزة التسجيل والسماعات الخارجية بمبيعات قدرها AED 6926.75. وحل نظام المعادلات يمكن الخبار الذي يقع عند التقاطع.

الخطوة 1 حل المعادلة الأولى لإيجاد قيمة c

المعادلة الأولى: $c + t = 125$

اطرح t من كل جانب: $c + t - t = 125 - t$

بسّط: $c = 125 - t$

الخطوة 2 عوّض بـ $125 - t$ عن c في المعادلة الثانية

المعادلة الثانية: $104.95c + 18.95t = 6926.75$

عوّض بـ $125 - t$ عن c: $104.95(125 - t) + 18.95t = 6926.75$

خاصية التوزيع: $13{,}118.75 - 104.95t + 18.95t = 6926.75$

جمع الحدود المتشابهة: $13{,}118.75 - 86t = 6926.75$

اطرح 13118.75 من كل طرف: $-86t = -6192$

اقسم كل طرف على -86: $t = 72$

الخطوة 3 عوّض بـ 72 عن t في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة c

المعادلة الأولى: $c + t = 125$

عوّض بـ 72 عن t: $c + 72 = 125$

اطرح 72 من كل طرف: $c = 53$

باع المتجر 53 جهازًا من أجهزة التسجيل للسيارات و 27 سماعة خارجية.

تمرين موجّه

4. **كرة البيسبول** في عام 2009، فاز فريق نيويورك يانكيز وفريق سينسيناتي ريدز معًا بإجمالي 32 مقولة. وقد فاز فريق يانكيز بالمقولة 5.4 أضعاف المرات التي فاز فيها فريق ريدز. فما عدد المقولات التي فاز بها كل فريق؟ **فريق سينسيناتي 5 وفريق نيويورك 72**

تصحيح دراسية

صيغة الميل والمقطع

إذا كانت كلتا المعادلتين بصيغة $y = mx + b$، فيمكن استبدالهما مباشرة ثم إيجاد حل x. وبعدئذ يمكن استخدام حل x لإيجاد قيمة y.

مثال 2 إيجاد الحل والتعويض

استخدم التعويض في حل نظام المعادلات التالي.

$x + 2y = 6$
$3x - 4y = 28$

الخطوة 1 حل المعادلة الأولى لـ x بما أن المعامل يساوي 1.

المعادلة الأولى: $x + 2y = 6$

اطرح $2y$ من كل طرف: $x + 2y - 2y = 6 - 2y$

بسّط: $x = 6 - 2y$

الخطوة 2 عوّض بـ $6 - 2y$ عن x في المعادلة الثانية لإيجاد قيمة y.

المعادلة الثانية: $3x - 4y = 28$

عوّض بـ $2y) - 6$ عن x: $3(6 - 2y) - 4y = 28$

خاصية التوزيع: $18 - 6y - 4y = 28$

جمع الحدود المتشابهة: $18 - 10y = 28$

اطرح 18 من كل طرف: $18 - 10y - 18 = 28 - 18$

بسّط: $-10y = 10$

اقسم كل طرف على -10: $y = -1$

الخطوة 3 حل لإيجاد قيمة x

المعادلة الأولى: $x + 2y = 6$

عوّض بـ -1 عن y: $x + 2(-1) = 6$

بسّط: $x - 2 = 6$

اجمع 2 على كل طرف: $x = 8$

تمرين موجّه

2A. $4x + 5y = 11$
$y - 3x = -13$ **(4, −1)**

2B. $x - 3y = -9$
$5x - 2y = 7$ **(3, 4)**

بشكل عام، إذا حصلت على نظام المعادلات وكان الناتج عبارة خاطئة مثل $-2 = 3$، فلا يوجد حل. وإذا كان الناتج محايدًا، مثل $3 = 3$، فهناك عدد لا نهائي من الحلول.

مثال 3 لا يوجد حل أو عدد لا نهائي من الحلول

استخدم التعويض في حل نظام المعادلات التالي.

$y = 2x - 4$
$-6x + 3y = -12$

عوّض بـ $2x - 4$ عن y في المعادلة الثانية.

المعادلة الثانية: $-6x + 3y = -12$

عوّض بـ $2x - 4$ عن y: $-6x + 3(2x - 4) = -12$

خاصية التوزيع: $-6x + 6x - 12 = -12$

جمع الحدود المتشابهة: $-12 = -12$

هذه العبارة محايدة، وبالتالي، هناك عدد لا نهائي من الحلول.

تصحيح دراسية

الأنظمة غير المستقلة يوجد عدد لا نهائي من الحلول للنظام في مثال 3 لأن المعادلات في صيغة الميل والتقاطع متساويتان وليا عبر المثل التالي.

التدريس المتمايز OL AL

إذا كان الطلاب يجدون صعوبة في حل نظام ما باستخدام التعويض،

عندها اقترح عليهم استخدام النصيحة الدراسية لكتابة المعادلتين في صيغة الميل والتقاطع. إيجاد التعبيرات الخاصة بـ X ثم المساواة بينهما، وحل X. ثم استخدام قيمة X لإيجاد y. اطلب من الطلاب مقارنة الطرق وتقرير أي طريقة يفضلونها.

- لماذا قد يكون حل نظام المعادلات باستخدام التعويض أفضل من التمثيل البياني للمعادلات لتحديد متى تحقق الأفلام نفس الأرباح؟ الإجابة النموذجية: قد يقدم استخدام التعويض إجابة أكثر دقة نظرًا لأن التمثيلات البيانية قد تتقاطع بين الأسابيع.

1 الحل باستخدام التعويض

مثال 1 يوضح كيفية حل نظام المعادلات باستخدام التعويض. **مثال 2** يوضح كيفية حل إحدى المعادلات لمتغير واحد ثم التعويض لحل نظام المعادلات. **مثال 3** يوضح كيفية حل نظام المعادلات الذي يشتمل على عدد لا نهائي من الحلول.

التقويم التكويني

استخدم تدريبات التمرين الموجه الموجودة بعد كل مثال لتحديد استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 استخدم التعويض في حل نظام المعادلات.

$y = -4x + 12$
$(5, -8)$ $2x + y = 2$

2 استخدم التعويض في حل نظام المعادلات.

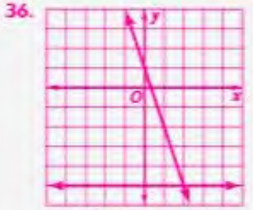
$x - 2y = -3$
$(3, 3)$ $3x + 5y = 24$

انتبه!

تجنّب الأخطاء وضّح أنه إذا لم يعط أي من المعادلتين متغيرًا واحدًا بدلالة الآخر، فيجب الحل لمتغير واحد أولاً. الاختيار الأسهل في مثال 2 هو حل المعادلة الأولى لـ x بطرح $2y$ من كلا الطرفين.

إجابة إضافية

36.



حل واحد: (2, −5)

الرياضة يظهر الجدول أوقات الفوز بالنسبة إلى سكوت العالم الثلاثة.

العام	الرجال	النساء
2000	1:51.39	1:54.43
2004	1:44.51	1:59.14

a. الأوقات بالساعات والدقائق والثواني. أعد كتابة الأوقات مقترنة إلى أقرب دقيقة. **الرجال: 112, 105؛ النساء: 119, 115**

b. افترض أن عام 2000 يساوي 0. افترض أن معدل التغيير يظل كما هو لعدة أعوام بعد عام 2000. اكتب معادلة تمثل أوقات فوز كل واحد من الرجال والنساء y في أي عام x. **$y = -0.8x + 112$; $y = 0.4x + 115$**

c. إذا استمر الاتجاه حتى توقع أن تكون أوقات فوز الرجال والنساء هي نفسها؟ اشرح استدلالك. **محققًا؛ التمثيلات البيانية لا تتقاطع محققًا عند $x > 0$.**

26. **تذكر الحل** يشتري خالد تذاكر لعبر الإنترنت لحضور حفل موسيقي. توجد تكلفة وأسعدناه تذاكر بقيمة 65 AED التذكرة زائد رسوم تدفع مرة واحدة فقط قيمتها 10 AED. وتحدث أسعد عن تذاكر لتحفل نفسه. توجدت على موقع الكتروني آخر تذاكر بقيمة 69 AED بالإضافة إلى رسوم تدفع مرة واحدة قيمتها 13.60 AED. **a–d. انظر ملحق إجابات الوحدة 6.**

a. حدد المتغيرات، واكتب المعادلات لتمثيل هذا الموقف.

b. أنشئ جدولاً لقيم 1 إلى 5 تذاكر لمشتريات كل شخص.

c. مثل كلاً من هذه المعادلات بيانيًا.

d. استخدم التمثيل البياني في تحديد الشخص الذي حصل على الصفقة الأفضل. اشرح السبب.

27. **كلاهما. فقد أخطأ جاسم في التعويض عن b. وحلت بثينة بطريقة صحيحة لتحديد قيمة b. تكتها أساءت تفسير كيلوجرامات التفاح التي تم شراؤها.**

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

27. **تحليل الخطأ** في النظام $a + b = 7$, $1.29a + 0.49b = 6.63$، a تمثل كيلوجرامات من التفاح، و b تمثل كيلوجرامات من التوت. حدد جاسم وبثينة الحل والبرهان. هل أي منهما على صواب؟ اشرح.

جاسم

$1.29a + 0.49b = 6.63$

$1.29a + 0.49(a + 7) = 6.63$

$1.29 + 0.49a + 3.43 = 6.63$

$0.49a = 3.2$

$a = 1.9$

الحل $a + b = 7$ إذا $b = 5$. الحل (2, 5) يعني أنه تم شراء 2 كيلوجرامات من التفاح و 5 كيلوجرامات من التوت.

بثينة

$1.29a + 0.49b = 6.63$

$1.29(7 - b) + 0.49b = 6.63$

$9.03 - 1.29b + 0.49b = 6.63$

$-0.8b = -2.4$

$b = 3$

الحل $b = 3$ يعني أنه تم شراء 3 كيلوجرامات من التفاح و 3 كيلوجرامات من التوت.

29. **الإجابة النموذجية: يجب أن تكون الحلول التي وجدت بكلتا الطريقتين واحدة. إلا أنه قد يكون من الضروري التقدير باستخدام التمثيل البياني. إذا، هناك الحاجة إلى إيجاد حل دقيق، يجب استخدام التعويض.**

28. **المثابرة** حددت لجميع الشركات بأحدى المدارس به 60 مشاركًا وبلغ الأولاد المراهقين إلى البالغين هي 7:5. حدد عدد المشاركين المراهقين وعدد المشاركين البالغين. **25 بنتًا و 35 ولدًا**

29. **التبرير** كان ولدان حل النظام الموجود بالسؤال السابق بحل النظام نفسه الموجود عليه.

30. **مسألة غير محددة الإجابة** أنشئ نظام معادلات له حل واحد. وضح كيف يمكن للنظام تمثيل موقف من الحياة اليومية وحدد أهمية الحل في سياق هذا الموقف. **انظر ملحق إجابات الوحدة 6.**

31. **الكتابة في الرياضيات** اشرح كيف تحدد ما عيوبه عند استخدام طريقة التعويض لحل أنظمة المعادلات.

التحقق من فهمك

الأمثلة 1-3 استخدم التعويض في حل كل نظام من أنظمة المعادلات.

1. $y = x + 5$, $3x + y = 25$ **(5, 10)**
2. $x = y - 2$, $4x + y = 2$ **(0, 2)**
3. $3x + y = 6$, $4x + 2y = 8$ **(2, 0)**
4. $2x + 3y = 4$, $4x + 6y = 9$
5. $x - y = 1$, $3x = 3y + 3$ **عدد لا نهائي من الحلول**
6. $2x - y = 6$, $-3y = -6x + 18$ **عدد لا نهائي**

مثال 4

7. **الهندسة** مجموع قياسات الزوايا X و Y يساوي 180°. قياس الزاوية X أكبر بمقدار 24° من قياس الزاوية Y. **$x = m\angle X$, $y = m\angle Y$; $x + y = 180$, $x = 24 + y$**

a. حدد المتغيرات، واكتب المعادلات لهذا الموقف.

b. حدد قياس كل زاوية. **$x = 102°$, $y = 78°$**

التمرين وحل المسائل

الأمثلة 1-3 استخدم التعويض في حل كل نظام من أنظمة المعادلات.

8. $y = 5x + 1$, $4x + y = 10$ **(1, 6)**
9. $y = 4x + 5$, $2x + y = 17$ **(2, 13)**
10. $y = 3x - 34$, $y = 2x - 5$ **(29, 53)**
11. $y = 3x - 2$, $y = 2x - 5$ **(−3, −11)**
12. $2x + y = 3$, $4x + 4y = 8$ **(1, 1)**
13. $3x + 4y = -3$, $x + 2y = -1$ **(−1, 0)**
14. $y = -3x + 4$, $-6x - 2y = -8$ **عدد لا نهائي**
15. $-1 = 2x - y$, $8x - 4y = -4$ **عدد لا نهائي**
16. $x = y - 1$, $-x + y = -1$ **لا يوجد حل**
17. $y = -4x + 11$, $3x + y = 9$ **(2, 3)**
18. $y = -3x + 1$, $2x + y = 1$ **(0, 1)**
19. $3x + y = -5$, $6x + 2y = 10$ **لا يوجد حل**
20. $5x - y = 5$, $-x + 3y = 13$ **(2, 5)**
21. $2x + y = 4$, $-2x + y = -4$ **(2, 0)**
22. $-5x + 4y = 20$, $10x - 8y = -40$ **عدد لا نهائي**

مثال 4

23. **الاقتصاد** عام 2000، كان الطلب على البرمجيات 2,000,000، بينما كان العرض 1,890,000 نقط. والطلب المتوقع عام 2020 هو 2,810,414، بينما العرض المتوقع 2,001,998 نقط.

a. حدد المتغيرات، واكتب المعادلات لتمثيل هذه المواقف.

b. استخدم التعويض في تحديد العام الذي يكون فيه العرض مساويًا للطلب. **خلال عام 1996**

24. **الاستنتاج** يظهر الجدول عدد السياح النظريين في منطقتين حول العالم خلال العام الماضي ومتوسط معدل التغير في السياحة.

الوجهة	عدد السياح	متوسط معدلات التغير في السياح (مليون في العام)
جنوب أفريقيا والكاريبي	40.3 مليون	زيادة قدرها 0.8
الشرق الأوسط	17.0 مليون	زيادة قدرها 1.8

23a. **افرض أن x = عدد الأعوام منذ عام 2000، وافرض أن y = عدد المهرجانات. العرض: $y = 5599.9x + 1,890,000$. الطلب: $y = 40,520.7x + 2,000,000$**

a. حدد المتغيرات، واكتب معادلة لمعدل السياحة في كل منطقة. **انظر الهامش.**

b. إذا استمرت الاتجاهات، ما عدد الأعوام التي تتوقع أن يكون عدد السياح في المناطق متساوية؟ **في 23.3 عامًا، أو تقريبًا 23 عامًا و 4 شهور**

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 7 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

تدريس ممارسات في الرياضيات

الاستنتاج يستطيع الطلاب المتفوقون في الرياضيات مراعاة معنى الكميات، وليس مجرد كيفية احتسابها. في التمرين 24، وضّح أن عناوين الجدول تذكر معاني القيم في الجدول.

انتبه!

تحليل الخطأ في التمرين 27، ذكّر الطلاب بأنه يمكن أن يكون كل من جاسم وبثينة على خطأ. وأنه يمكن وقوع أخطاء في تفسير حل ما وكذلك في إيجاده.

إجابة إضافية

24a. افترض أن x = عدد الأعوام منذ العام الأساسي، وأن y = عدد السياح بالملايين. أمريكا الجنوبية والكاريبي: $y = 0.8x + 40.3$. الشرق الأوسط: $y = 1.8x + 17.0$.

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL متدنٍ	8-23, 27, 29-50	9-23, فردي, 32-35	18-22, زوجي, 27, 29-31, 36-50
OL أساسي	9-23, فردي, 25-27, 29-50	8-23, 32-35	24-27, 29-31, 36-50
BL متقدم	24-46, (اختياري: 47-50)		

6-3 الحذف باستخدام الجمع أو الطرح

السابق لوصف حلولاً لأنظمة المعادلات باستخدام التعويض.

الحالي 1 حل أنظمة المعادلات من طريق الحذف باستخدام الجمع
2 حل أنظمة المعادلات من طريق الحذف باستخدام الطرح.

لماذا؟ في شيكاغو إلينوي، يوجد تيار حراري a عندما يكون متوسط درجة الحرارة الصغرى أقل من 21°C بالمقارنة بالتيار b عندما تزيد درجة الحرارة عن 21°C. نظام المعادلات $a + b = 12$ و $a - b = 2$ يمثل هذا الموقف.



المفردات الجديدة
الحذف elimination

ممارسات في الرياضيات
استدلال يمكنك استخدام الاستدلال لتحديد ما إذا كان الحل منطقيًا أم لا بالنسبة للسياق.

1 الحذف باستخدام الجمع إذا جمعت طرفي المعادلتين، سوف يحذف المتغير b استخدام الجمع أو الطرح لحل نظام ما يسمى **الحذف**.

المفهوم الأساسي إيجاد الحل باستخدام الحذف

الخطوة 1 اكتب النظام بحيث تتساوى الحدود المتشابهة التي فيها نفس المعامل أو معامل مقابل.

الخطوة 2 اجمع أو اطرح المعادلتين، مما سيحذف متغيرًا واحدًا. ثم حل المعادلة.

الخطوة 3 عوض الحل من الخطوة 2 في إحدى المعادلتين، وحل الحل للمتغير الآخر. اكتب الحل في صورة زوج مرتب.

مثال 1 الحذف باستخدام الجمع

استخدم الحذف في حل نظام المعادلات التالي.

$4x + 6y = 32$
$3x - 6y = 3$

الخطوة 1 $6y$ و $-6y$ لها معاملات متقابلة.

الخطوة 2 اجمع المعادلتين.

$4x + 6y = 32$
$(+)\ 3x - 6y = 3$
$7x = 35$ — الحذف المتغير y
$\frac{7x}{7} = \frac{35}{7}$ — اقسم كل طرف على 7.
$x = 5$ — بسّط.

الخطوة 3 عوض عن $x = 5$ في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة y

$4x + 6y = 32$	المعادلة الأولى
$4(5) + 6y = 32$	عوض عن x بـ 5.
$20 + 6y = 32$	اضرب.
$20 + 6y - 20 = 32 - 20$	اطرح 20 من كل طرف.
$6y = 12$	بسّط.
$\frac{6y}{6} = \frac{12}{6}$	اقسم كل طرف على 6.
$y = 2$	بسّط.

إذا الحل هو $(5, 2)$.

1 الهدف

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 6-3 استخدام خصائص المعادلة لحل المعادلات.

الدرس 6-3 حل أنظمة المعادلات من طريق الحذف باستخدام الجمع. حل أنظمة المعادلات من طريق الحذف باستخدام الطرح.

بعد الدرس 6-3 حل أنظمة المعادلات عن طريق الحذف باستخدام الضرب.

2 التدريس

أسئلة الدعائم التعليمية

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اسأل:

- لماذا يمثل النظام $a - b = 12$ و $a - b = 2$ الموقف؟ يوجد 12 شيرا في العام والفرق بين a و b هو 2.
- لماذا تم حذف b عندما تجمع $a - b = 2$ و $a + b = 12$؟ تم حذف b لأن $b + (-b) = 0$
- إذا جمعت المعادلات، تم $2a = 14$. كم عدد الأشهر التي تكون فيها درجة الحرارة العظمى أقل من 70°F؟ 7 أشهر

تمرين على الاختبار المعياري

32. يخطط فريق المناظرات لصناعة مزيج من المكسرات وبيعه. وبإمكانهم إنفاق AED 34.

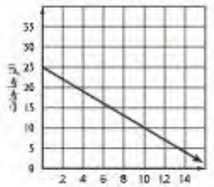
الصنف	التكلفة لكل كيلوجرام
بذور دوار الشمس	AED 4.00
الزبيب	AED 1.50

من المفترض أن يكون عدد الكيلوجرامات من الزبيب 3 أضعاف عدد الكيلوجرامات من بذور دوار الشمس. فأي نظام يمكن استخدامه لإيجاد r، كيلوجرامات الزبيب و p، عدد كيلو جرامات بذور دوار الشمس التي يجب شراؤها؟ **A**

A $3p = r$, $4p + 1.5r = 34$
B $3p = r$, $4r + 1.5p = 34$
C $3r = p$, $4p + 1.5r = 34$
D $3r = p$, $4r + 1.5p = 34$

33. **الإجابة الشبكية** مستطيل مضلعين متشابهين يساوي 250cm و 300cm، على التوالي. فما عامل التناسب بين المضلع الأول والمضلع الثاني؟ **5/6**

34. شاء على التمثيل البياني، أي العبارات صحيحة؟ **G**



F تدأت بدربة وبحوزتها 30 زجاجة.
G في اليوم 10، سيكون لدى بدربة 10 زجاجات متبقية.
H ستنفد المشروبات الرياضية من بدربة في اليوم 14.
J شربت بدربة 5 زجاجات خلال اليومين الأولين.

35. إذا كان p عددًا صحيحًا، فأي مما يلي هو مجموعة الحل $2|p| = 16$؟ **C**

A {0, 8}
B {−8, 0}
C {−8, 8}
D {−8, 0, 8}

40a. افترض أن p تمثل عدد قطع البيتزا، وافترض أن d تمثل عدد علب المشروبات الغازية. $12p + 2d \leq 70$

مراجعة شاملة

مثّل كل نظام بيانيًا وحدّد عدد الحلول التي يتضمنها. فإذا كان له حل واحد، فأذكره. الدرس 6-1 36–39. انظر الهامش.

36. $y = -5$, $3x + y = 1$
37. $x = 1$, $2x - y = 7$
38. $y = x + 5$, $y = x - 2$
39. $x + y = 1$, $3y + 3x = 3$

40. **الترفيه** يريد المدرب جمال أن يخرج مع فريق كرة القدم لتناول البيتزا و المشروبات الغازية بعد المباراة. وميزانيته تعادل AED 70 بحد أقصى.



a. باستخدام ملاءة الترتيب، اكتب متباينة تمثل هذا الموقف.
b. هل توجد أي قيود على المتغيرات؟ اشرح.

حلّ كل متباينة مما يلي. وتحقق من حلّك.

41. $6v + 1 \geq -11$ $v \geq -2$
42. $24 > 18 + 2n$ $n < 3$
43. $-11 \geq \frac{2}{5}q + 5$ $q \leq -40$
44. $\frac{a}{8} - 10 > -3$ $a > 56$
45. $-3t + 9 \leq 0$ $t \geq 3$
46. $54 > -10 - 8n$ $n > -8$

40b. $0 \leq p < 6$, $0 \leq d \leq 35$، و p و d أعداد صحيحة. لا يمكن للمدرب شراء كسر من البيتزا و لا من علب المشروب.

مراجعة المهارات

أعد كتابة كل ناتج باستخدام خاصية التوزيع. ثم بسّط.

47. $10b + 5(3 + 9b)$ $55b + 15$
48. $5(3t^2 + 4) - 8t$ $15t^2 - 8t + 20$
49. $7h^2 + 4(3h + h^2)$ $11h^2 + 12h$
50. $-2(7a + 5b) + 5(2a - 7b)$ $-4a - 45b$

التدريس المتمايز OL BL

التوسع اطلب من الطلاب كتابة نظام المعادلات الذي يؤدي إلى الوصول لحل واحد باستخدام $y = \frac{1}{3}x - 2$ كإحدى المعادلتين. اطلب منهم حل النظام. الإجابة النموذجية: باستخدام المعادلة $2x - y = 7$، يكون الحل هو $(-1, -3)$.

تدريس ممارسات في الرياضيات

المثابرة يبحث الطلاب المتفوقون في الرياضيات عن نقاط بدء لحل مسألة ما. في التمرين 28، شجع الطلاب على كتابة نسب قليلة تكافئ 7.5. ثم اطلب منهم كتابة تعبير لجميع النسب بدلالة متغير ما.

4 التقويم

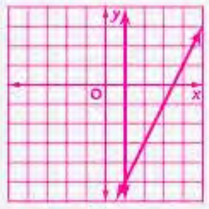
تعيين مصطلح الرياضيات اكتب نظام المعادلات على اللوحة. اطلب من الطلاب التعاون وإخبار بعضهم البعض بكيفية حل النظام.

التقويم التكويني

تحقق من فهم الطلاب للمفاهيم في الدرسين 1-6 و 2-6.

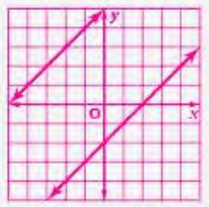
إجابات إضافية

37.



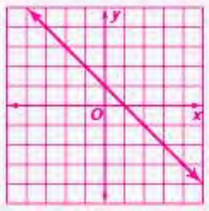
حل واحد: $(-5, 1)$

38.



لا يوجد حل

39.



عدد لانهائي من الحلول

2 الحذف باستخدام الطرح

مثال 3 يوضح كيفية حل نظام المعادلات باستخدام الحذف مع الطرح. **مثال 4** يوضح كيفية كتابة نظام المعادلات وحله باستخدام الحذف لمسألة من الحياة اليومية.

أمثلة إضافية

3 استخدم الحذف في حل نظام المعادلات.

$4x + 2y = 28$

$4x - 3y = 18$ (6, 2)

4 **الإيجارات** كسب متجر الأجهزة AED 956.50 من إيجار سلالم وماكينات كهربائية الأسبوع الماضي. تقاضى المتجر أموالاً من زبائنه عن ما إجماليه 36 يوم للسلالم و 85 يوم للماكينات الكهربائية. وهذا الأسبوع تقاضى المتجر أموالاً من زبائنه عن 36 يوم للسلالم و 70 يوم للماكينات الكهربائية وكسب AED 829. فما هو المبلغ الذي تقاضاه المتجر في اليوم للسلالم والماكينات الكهربائية؟

AED 6.50 في اليوم للسلالم و AED 8.50 في اليوم للماكينات الكهربائية

التركيز على محتوى الرياضيات

الحذف باستخدام الطرح

يتطلب حل نظام المعادلات باستخدام الطرح طرح معادلة من الأخرى لحذف أحد المتغيرات. يجب أن تكون معاملات x أو y بنفس الترتيب لاستخدام هذه الطريقة.

انتبه!

تجنب الأخطاء عند استخدام الحذف مع الطرح لحل أنظمة المعادلات، ينسى العديد من الطلاب توزيع علامة السالب على كل حد في المعادلة ثم طرحه. نظرًا لأن الطرح يكون مثل إضافة المعكوس، فيمكنك أن تقترح بأن يغير الطلاب علامات الحدود ثم يتم الجمع لحذف المتغير.

2 الحذف باستخدام الطرح

الحذف باستخدام الطرح أحيانًا يمكننا حذف متغير ما الطرح معادلة من أخرى.

مثال 3 على الاختبار التحصيلي

حل نظام المعادلات.

$2t + 5r = 6$

$9r + 2t = 22$

A $(-7, 15)$ B $\left(7, \frac{8}{9}\right)$ C $(4, -7)$ D $\left(4, -\frac{27}{5}\right)$

قراءة فقرة الاختبار

بما أن كلتا المعادلتين تحتويان على $2t$، فاستخدم الحذف بالطرح.

حل فقرة الاختبار

الخطوة 1 اطرح المعادلتين.

اكتب النظام بحيث تتحاذى الحدود المتشابهة.

$5r + 2t = 6$

$-(9r + 2t = 22)$

$-4r = -16$ احذف المتغير t.

$r = 4$ بسّط.

الخطوة 2 عوّض عن r بـ 4 في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة t.

المعادلة الأولى $5r + 2t = 6$

$r = 4$ $5(4) + 2t = 6$ بسّط.

$20 + 2t = 6$ بسّط.

$20 + 2t - 20 = 6 - 20$ اطرح 20 من كل طرف.

$2t = -14$ بسّط.

$t = -7$ بسّط.

الحل هو $(4, -7)$. الإجابة الصحيحة C

تمرين موجّه

3. حسب حل نظام المعادلات. H

$8b + 3c = 11$

$8b + 7c = 7$

F $(15, -1)$ G $(1.75, -1)$ H $(1.75, 1)$ J $(15, 1)$

مثال 4 من الحياة اليومية كتابة نظام المعادلات وإيجاد حله

الوظائف يعمل حارب وحسام في متجر للحلوى المثلجة. ويكسب حارب AED 8.50 في الساعة بينما يكسب حسام AED 7.50 في الساعة. وفي أسبوع العمل المعتاد، يربح كل من حارب وحسام مجتمعين AED 299.50. وفي أحد الأسابيع، ضاعف حسام ساعات عمله، فربحا 412 AED. فما عدد الساعات التي يعملها كل منهما خلال الأسبوع المعتاد؟

الربط بالحياة اليومية

الوظائف الخمس الأعلى طلبًا في الشهور هي التوصيل المنزلي، وغيرها من وظائف قطاع الرعاية، والعمل المتعدد في مجالات التعامل المالي، والعمل كأعضاء مختلين، والطبخ وأعمال المنزل.

المصدر: الرابطة الوطنية للتوظيف

التخطيط افرض أن c = عدد ساعات عمل حارب و j = عدد ساعات عمل حسام.

راتب حارب	زائد	راتب حسام	يساوي	AED 299.50
8.50c	+	7.50j	=	299.50
راتب حارب	زائد	راتب حسام	يساوي	AED 412
8.50c	+	7.50(2)j	=	412

التدريس المتمايز OL AL

المتعلمون بالطريقة الحسية الحركية قد يستفيد الطلاب من استخدام النماذج الملموسة لحل أنظمة المعادلات باستخدام الحذف. اطلب من الطلاب كتابة حدود المعادلات على ورق أو استخدام القطع الجبرية أو غيرهما من النماذج لتمثيل المعادلات. عندما يحذف الطلاب متغير، اطلب منهم إزالة النموذج لذلك المتغير. ساعدهم إزالة الحدود في تذكر حذف المتغير.

تمرين موجّه

1A. $-4x + 3y = -3$
$4x - 5y = 5$ (0, −1)

1B. $4y + 3x = 22$
$3x - 4y = 14$ (6, 1)

يمكننا استخدام الحذف لإيجاد أعداد معينة توصف بكونها ترتبط بمعنيين معًا.

مثال 2 كتابة نظام المعادلات وإيجاد حله

سالب ثلاثة أمثال عدد ما زائد خمسة أمثال عدد آخر يساوي 11−. ثلاثة أمثال العدد الأول زائد سبعة أمثال العدد الآخر يساوي 1−. جد الأعداد.

سالب ثلاثة أمثال عدد ما	زائد	خمسة أمثال عدد آخر	يساوي	11−
$-3x$	+	$5y$	=	-11
ثلاثة أمثال العدد الأول	زائد	سبعة أمثال العدد الآخر	يساوي	1−
$3x$	+	$7y$	=	-1

الخطوتان 1 و 2 اكتب المعادلتين رأسيًا واجمع.

$-3x + 5y = -11$

$(+)\ 3x + 7y = -1$

$12y = -12$ تم حذف المتغير x.

$\frac{12y}{12} = \frac{-12}{12}$ اقسم كل طرف على 12.

$y = -1$ بسّط.

الخطوة 3 عوّض بـ 1− عن y في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة x.

المعادلة الثانية $3x + 7y = -1$

$3x + 7(-1) = -1$ عوّض عن y بـ 1−.

$3x + (-7) = -1$ بسّط.

$3x + (-7) + 7 = -1 + 7$ اجمع 7 على كل طرف.

$3x = 6$ بسّط.

$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$ اقسم كل طرف على 3.

$x = 2$ بسّط.

الأعداد هي 2 و 1−.

نصيحة دراسية

المعادلات عندما تكون معادلات متغير ما متماثلة فإن طرح المعادلتين سيحذف المتغير. وعندما تكون المعادلات متماثلة فإن جمع المعادلتين سيحذف المتغير.

نصيحة في حل المسائل

المثابرة تأكد من أن الحل يحقق المعادلتين الأصليتين. إذا لم يحققهما، فقد ارتكبت خطأ ما في مكان ما. تحقق من عملك بعناية.

المعادلة الأولى $-3x + 5y = -11$ التحقق

عوّض بـ 2 عن x و 1− عن y. $-3(2) + 5(-1) \stackrel{?}{=} -11$

بسّط. $-11 = -11$ ✓

المعادلة الثانية $3x + 7y = -1$

عوّض بـ 2 عن x و 1− عن y. $3(2) + 7(-1) \stackrel{?}{=} -1$

بسّط. $-1 = -1$ ✓

تمرين موجّه

2. مجموع العددين يساوي 10− سالب ثلاثة أمثال العدد الأول ناقص العدد الثاني يساوي 2. جد العددين. 4, −14

التركيز على محتوى الرياضيات

الحذف باستخدام الجمع يتطلب حل نظام المعادلات باستخدام الحذف مع الجمع جمع معادلتين معًا لحذف أحد المتغيرات. ينتج عندئذٍ حل المعادلة الناتجة للمتغير المتبقي. وبمجرد أن تصبح قيمة متغير واحد معلومة، يمكن تعويضها في أحد المعادلات الأصلية لتحديد قيمة المتغير الآخر. لاستخدام هذه الطريقة، يجب أن تكون معاملات x أو y معكوسات جمعية.

- إذا كنت تعلم قيمة a، كيف تستطيع إيجاد قيمة b؟ التعويض بقيمة a عن a في إحدى المعادلات وحل b.
- متى يمكنك استخدام الحذف مع الجمع لحل نظام المعادلات؟ عندما تكون معاملات متغير واحد أعدادًا مقابلة

1 الحذف باستخدام الجمع

مثال 1 يوضح كيفية حل نظام المعادلات باستخدام الحذف مع الجمع. **مثال 2** يوضح كيفية كتابة نظام المعادلات ثم استخدام الحذف مع الجمع لحله.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الموجهة الموجودة بعد كل مثال للوقوف على استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 استخدم الحذف في حل نظام المعادلات.

$-3x + 4y = 12$

$3x - 6y = 18$

$(-24, -15)$

2 أربعة أمثال عدد ناقص ثلاثة أمثال عدد آخر هو 12. مثلاً للعدد الأول مضافين إلى ثلاثة أمثال العدد الثاني هو 6.

جد الأعداد. الأعداد هي 3 و 0.

تدريس ممارسات في الرياضيات

المثابرة يتحقق الطلاب المتفوقون في الرياضيات من إجاباتهم. شجع الطلاب على التحقق من إجاباتهم في كلتا المعادلتين. مع التركيز على ضرورة استخدامهم للمعادلات الأصلية.

تدريس ممارسات في الرياضيات

التفكير المنطقي يستطيع الطلاب المتفوقون في مادة الرياضيات تصميم رسم تخطيطي بالسمات والعلاقات المهمة. في التمرين 30، شجع الطلاب على تصميم رسم تخطيطي للهوائيات والبنى للمساعدة في كتابة نظام المعادلات.

التمرين وحل المسائل

الأمثلة 1، 2، 3 استخدم طريقة الحذف في حل كل نظام من أنظمة المعادلات.

7. $-p + w = 7$; $p + w = 1$ (−3, 4)
8. $y + z = 4$; $y - z = 8$ (6, −2)
9. $-4x + 5y = 17$; $4x + 6y = -6$ (−3, 1)
10. $5m - 2p = 24$; $3m + 2p = 24$ (6, 3)
11. $a + 4b = -4$; $a + 10b = -16$ (4, −2)
12. $6r - 6t = 6$; $3r - 6t = 15$ (−3, −4)
13. $6c - 9d = 111$; $5c - 9d = 103$ (8, −7)
14. $11f + 14g = 13$; $11f + 10g = 25$ (5, −3)
15. $9x + 6y = 78$; $3x - 6y = -30$ (4, 7)
16. $3j + 4k = 23.5$; $8j - 4k = 4$ (2.5, 4)
17. $-3x - 8y = -24$; $3x - 5y = 45$ (4, 1.5)
18. $6x - 2y = 1$; $10x - 2y = 5$ (1, 2.5)

مثال 2

19. مجموع العددين يساوي 22، والفرق بينهما يساوي 12. فما العددان؟ 5, 17
20. حدد العددين التي يكون مجموعهما 41 والفرق بينهما 9. 25, 16
21. ثلاثة أمثال عدد ناقص عدد آخر هو −3. مجموع العددين يساوي 11. حدد العددين. 2, 9
22. عدد ناقص ضعف عدد آخر يساوي 4. ثلاثة أمثال العدد الأول زائد ضعف العدد الثاني يساوي 12. فما هما العددان؟ 4, 0

مثال 4

23. **الجولات السياحية** تنوي عائلة حسن ومائلة حماد الذهاب إلى عرض مسرحي في دبي. حسب سعر دخول البالغين وسعر دخول الأطفال إلى العرض.

للبالغين، AED 5.95
للأطفال، AED 3.95

العائلة	عدد البالغين	عدد الأطفال	التكلفة الإجمالية
حسن	2	5	AED 31.65
حماد	2	3	AED 23.75

استخدم طريقة الحذف في حل كل نظام من أنظمة المعادلات.

24. $4(x + 2y) = 8$; $4x + 4y = 12$ (4, −1)
25. $3x - 5y = 11$; $5(x + y) = 5$ (2, −1)
26. $4x + 3y = 6$; $3x + 3y = 7$ $\left(-1, 3\frac{1}{3}\right)$
27. $6x - 7y = -26$; $6x + 5y = 10$ $\left(-\frac{5}{6}, 3\right)$
28. $\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = 2\frac{3}{4}$; $\frac{1}{4}x - \frac{2}{3}y = 6\frac{1}{4}$ $(12, -4\frac{7}{8})$
29. $\frac{3}{5}x + \frac{1}{2}y = 8\frac{1}{2}$; $-\frac{3}{5}x + \frac{3}{4}y = 8\frac{1}{2}$ $\left(2\frac{7}{9}, 13\frac{1}{3}\right)$

30. **التبرير المنطقي** الارتفاع الكلي لأحد المباني الإدارية b وارتفاع الهوائيات الأحادية المصبوبة أعلاه g يساوي 326.6 مترًا. والفرق بين المبنى والهوائيات في الارتفاعات يساوي 295.4 m.
   a. كم يبلغ طول الهوائيات؟ 15.6 m
   b. كم يبلغ طول المبنى؟ 311 m

31. **سباق الدراجات** يضم سباق الدراجات للمحترفين على الجبال الآن 66 فريقًا، وعدد الفرق غير الأمريكية يزيد عن عدد الفرق الأمريكية بـ 30 فريقًا.
   a. الرمز أن x تمثل عدد الفرق غير الأمريكية وy تمثل عدد الفرق الأمريكية. اكتب نظامًا من أنظمة المعادلات يمثل عدد الفرق الأمريكية والفرق غير الأمريكية. $x + y = 66$; $x = 30 + y$
   b. استخدم الحذف لإيجاد حل نظام المعادلات. (48, 18)
   c. فسر الحل في سياق الموقف. انظر الهامش.
   d. مثل نظام المعادلات بيانيًا للتحقق من الحل. انظر الهامش.

نصيحة دراسية
طريقة أخرى بدلاً من طرح المعادلتين، يمكنك أيضًا ضرب معادلة واحدة في −1، ثم تجميع المعادلتين.

الحل اطرح المعادلتين لحذف أحد المتغيرين. ثم حسب حل المتغير الآخر.

اكتب المعادلتين بشكل رأسي. $8.50c + 7.50j = 299.50$
$(-)\ 8.50c + 7.50(2)j = 412$

$8.50c + 7.50j = 299.50$
$(-)\ 8.50c + \ \ 15j = 412$ — بسّط.
$-7.50j = -112.50$ — اطرح. ثم احذف المتغير c.
$\frac{-7.50j}{-7.50} = \frac{-112.50}{-7.50}$ — اقسم كل طرف على −7.50.
$j = 15$ — بسّط.

والآن عوّض عن j بـ 15 في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة c.

$8.50c + 7.50j = 299.50$ — المعادلة الأولى
$8.50c + 7.50(15) = 299.50$ — عوّض بـ 15 عن j.
$8.50c + 112.50 = 299.50$ — بسّط.
$8.50c = 187$ — اطرح 112.50 من كل طرف.
$c = 22$ — اقسم كل طرف على 8.50.

التحقق عوّض القيمتين في المعادلة الأخرى لمعرفة ما إذا كانت المعادلة صحيحة. إذا كان $c = 22$ و $j = 15$، فإن $8.50(22) + 15(15) = 412$.

يعمل حارب 22 ساعة عندما يعمل حسام 15 ساعة خلال الأسبوع المعتاد.

تمرين موجه

4. **الحفلات** حمدة وحورية تقيمان حفل عشاء لأصدقائهما. قدمت حمدة عددًا أقل بخمسة أفراد من دعتهم حورية. وكان مجموع المدعوين 47 شخصًا. فما عدد الضيوف الذين دعتهم كل شاذة؟ حمدة، 21. حورية، 26

6. إعادة التدوير والاستخدام، 1,150,000، إدارة النفايات، 125,000

التحقق من فهمك

الأمثلة 1، 2، 3 استخدم طريقة الحذف في حل كل نظام من أنظمة المعادلات.

1. $5m - p = 7$; $7m - p = 11$ (2, 3)
2. $8x + 5y = 38$; $-8x + 2y = 4$ (1, 6)
3. $7f + 3g = -6$; $7f - 2g = -31$ (−3, 5)
4. $6a - 3b = 27$; $2a - 3b = 11$ (4, −1)

مثال 2

5. **الاستنتاج** مجموع العددين يساوي 24. خمسة أمثال العدد الأول ناقص العدد الثاني يساوي 12. فما هما العددان؟ 6, 18

مثال 4

6. **التدوير** توظف صناعة إعادة التدوير والاستخدام عددًا أكبر مما توظفه صناعة إدارة النفايات بمقدار 1,025,000 تقريبًا. ومجموع وظائف الصناعتين معًا 1,275,000 وظيفة. فما عدد الوظائف التي تقدمها كل صناعة؟

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-6 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

تسجيل الفيديو اطلب من الطلاب العمل في مجموعات وتسجيل لأنفسهم تدريس بعضهم البعض لكيفية حل معادلة باستخدام الحذف. ثم شارك جميع الفيديوهات مع الصف الدراسي.

تدريس ممارسات في الرياضيات

الاستنتاج يقوم الطلاب المتفوقون في مادة الرياضيات بإنشاء تمثيل منطقي للمسألة التي يقومون بحلها. في التمرين 5، تأكد من استخدام الطلاب لمتغيرات مختلفة لعددين.

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	7-23, 34-37, 39-59	7–23 ,فردي 40–43	8–22 ,زوجي 34-37, 39, 44-59
OL أساسي	7-29 ,فردي 30-37, 39-59	7-23, 40-43	24-37, 39, 44-59
BL متقدم	24-55, (اختياري: 56-59)		

تمرين على الاختبار المعياري

40. **إجابة قصيرة** تركب حديقة القطار سفر بسرعة 188 km/h تصل بين مدينتين متباعدتين بمقدار 1128 km. إذا كان القطار يسافر لمدة ساعة فما عدد الساعات المزادة في رحلتها بالقطار؟ **5 ساعات**

41. **الهندسة** تريد الآنسة خولة أن تشيد أرضية سلطحية بالعاصمة، وهي تعرف أبعاد الأرضية. فما الصيغة التي يجب أن تستخدمها لإيجاد المساحة؟ **A**

A $A = \ell w$
B $V = Bh$
C $P = 2\ell + 2w$
D $c^2 = a^2 + b^2$

42. إذا استمر النمط، فما الذي يكون العدد الثامن في المتتالية؟ **F**

$2, 3, \frac{9}{2}, \frac{27}{4}, \frac{81}{8}, \ldots$

F $\frac{2187}{64}$
G $\frac{2245}{64}$
H $\frac{2281}{64}$
J $\frac{2445}{64}$

43. ما حل نظام المعادلات؟ **B**

$x + 4y = 1$
$2x - 3y = -9$

A $(2, -8)$
B $(-3, 1)$
C لا يوجد حل
D حلول كثيرة لا نهائية

مراجعة شاملة

استخدم التعويض في حل كل نظام من أنظمة المعادلات. إن لم يكن للنظام حل واحد محدد، فحدد هل يوجد له حل أم أن له عدد لا نهائي من الحلول. **الدرس 3-2**

44. $y = 6x$
$2x + 3y = 40$ **(2, 12)**

45. $x = 5y$
$2x + 3y = 45$ **(15, 5)**

46. $x = 5y + 6$
$x = 3y - 2$ **(−14, −4)**

47. $y = 3x + 2$
$y = 4x - 1$ **(3, 11)**

48. $3c = 4d + 2$
$c = d - 1$ **(−6, −5)**

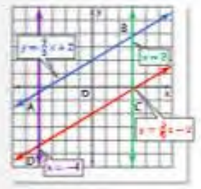
49. $z = v + 4$
$2z - v = 6$ **(−2, 2)**

50. **المعرفة المالية** يريد كل من حسنة وخالد شراء دراجة. وقد ادخر حسنة الآن AED 35 ويخطط لادخار AED 10 كل أسبوع. وخالد لديه AED 26 ويخطط لادخار AED 13 كل أسبوع. **الدرس 3-1**

a. خلال كم أسبوع سيكون حسنة وخالد قد ادخرا المبلغ نفسه؟ **3 أسابيع**

b. ما مقدار المال الذي سيكون كل منهما قد ادخره في ذلك الوقت؟ **AED 65**

51. **الهندسة** متوازي الأضلاع هو شكل رباعي فيه الأضلاع المتقابلة متوازية. حدد ما إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع. اشرح استنتاجك.



حُلّ كل معادلة مما يلي. وتحقق من حلّك.

52. $6u = -48$ **−8**
53. $75 = -15p$ **−5**
54. $\frac{2}{3}a = 8$ **12**
55. $-\frac{3}{4}d = 15$ **−20**

51. **نعم. كل زوج من الأضلاع المتقابلة له نفس الميل أو ميل غير محدد، إذا فهما متوازيان.**

مراجعة المهارات

حوّل كل تعبير إلى أبسط صورة. إن لم يكن هذا ممكنًا، فاكتب **بسّط**.

56. $6q - 3 + 7q + 1$ **$13q - 2$**
57. $7w^2 - 9w + 4w^2$ **$11w^2 - 9w$**
58. $10(2 + r) + 3r$ **$13r + 20$**
59. $5y - 7(y + 5)$ **$-2y - 35$**

التدريس المتمايز OL AL

التوسع اكتب معادلتين على اللوحة على أن تكون الثوابت مجهولة. اطلب من الطلاب إيجاد الثوابت المجهولة التي تؤكد الحل المعطى. على سبيل المثال، اكتب النظام $3x + 2y = ?$ $5x - 2y = ?$ وأخبر الطلاب أن الحل هو $(1.5, 0.25)$. **$3x + 2y = 5$, $5x - 2y = 7$**

بطاقة التحقق من استيعاب

الطلاب اطلب من الطلاب كتابة نظام المعادلات الذي يمكن حله باستخدام الحذف مع الطرح.

32. **التسوق** افرض أن x تمثل عدد الأعوام بداية من عام 2004 و y تمثل عدد الكتالوجات.

الكتالوجات	العدد عام 2004	معدل النمو (العدد لكل عام)
عبر الإنترنت	7440	1293
المطابع	3805	−1364

المصدر: MediaPost Publications

a. اكتب نظام معادلات لتمثيل هذا الموقف. **$y = 1293x + 7440$; $y = -1364x + 3805$**

b. استخدم الحذف لإيجاد حل نظام المعادلات. **حوالي (−1.4, 5671.1)**

c. حلل الحل في إطار الموقف. حدد مدى معقولية الحل. **في عام 2002 أو نحو 1.4 عامًا قبل 2004، كان عدد الكتالوجات عبر الإنترنت وعدد الكتالوجات المطبوعة هما يساوي 5671.**

33. **التمثيلات المتعددة** اصنع 9 قطع نقد معدنية من فئة الفلس و 9 مشابك ورقية. في هذه اللعبة، تستخدم 9 أشياء لجميع النقاط. وتدع قيمة كل مشبك ورقي نقطة واحدة وكل قطع نقد فلس 3 نقاط. افرض أن p تمثل عدد القطع نقد و c تمثل المشابك الورقية.

$3c + 2p =$ 9 نقاط
$3(1) + 2(3) =$

a. **عمليًا** اختر مجموعة من 9 أشياء وحسب نقاطك. **الإجابة النموذجية: إذا اخترت 4 قطع نقد و 5 مشابك ورقية، ستكون الدرجة 4(3) + 5 أو 17.**

b. **تحليليًا** اكتب نقاطًا من أنظمة المعادلات لإيجاد عدد المشابك الورقية وقطع النقد المستخدمة لجمع 15 نقطة. **$p + c = 9$, $3p + c = 15$, $p = 3$, $c = 6$**

c. **جدوليًا** أنشئ جدولاً يظهر عدد المشابك الورقية المستخدمة وإجمالي عدد النقاط عندما يكون عدد قطع النقد 0 أو 1 أو 2 أو 3 أو 4 أو 5. **انظر الهامش.**

d. **شفهيًا** هل يناسب الناتج في الجدول مع النواتج في الجزء b؟ اشرح. **انظر الهامش.**

37. **الإجابة النموذجية: $5 = y + x-$، استخدمت الحل في ابتكار معادلة أخرى لها معامل من الحد x لكونه مقابلاً لمعامله المطابق.**

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

34. **الاستنتاج** صف حل نظام المعادلات إذا كان الناتج عند جمع معادلتين $0 = 0$. **إذا كان الناتج عبارة صحيحة مثل $0 = 0$، فإن هناك عددًا لا نهائي من الحلول.**

35. **الاستنتاج** ما حل نظام المعادلات إذا كان مجموع المعادلات يساوي $2 = 0$؟ **انظر الهامش.**

36. **مسألة غير محددة الإجابة** انشر نظام معادلات يمكن حله باستخدام الجمع لحذف متغير واحد. صغ قاعدة عامة لابتكار مثل هذه الأنظمة. **36. الإجابة النموذجية: $2a + b = 5$, $a - b = 4$; a النظام الذي يمكن حله باستخدام الجمع لحذف متغير واحد يجب أن يكون له متغير واحد مع معاملات هي معكوسات جمعية.**

37. **البنية** كان حل أحد نظم المعادلات هو $(2, -3)$. وكانت إحدى معادلتي النظام هي $x + 4y = 5$. اكتب المعادلة الثانية للنظام. اشرح كيف اشتقت هذه المعادلة.

38. **تحدّ** مجموع الرقمين البكونين لعدد يساوي 8. وناتج طرح رقم الآحاد من رقم العشرات يساوي -4. حدد البيانات واكتب نظام المعادلات الذي تستخدمه في إيجاد العدد. ثم حسب حل النظام وحسب العدد. **انظر الهامش.**

39. **الكتابة في الرياضيات** صف الوقت الذي يكون فيه استخدام الحذف في حل نظام المعادلات هو الاختيار الأنسب. **انظر الهامش.**

التدريس المتمايز AL OL

المتعلمون أصحاب النمط البصري اطلب من الطلاب إيجاد القيمة المجهولة. تمثل القيم مجموعات كل صف وعمود.

ارشاد: اجعل كل رمز أو مجموعة من رمزين تمثل متغيرًا واحدًا.

**	◆◆	◁▷	○○	15 ?
**	**	◆◆	◆◆	10
◁▷	○○	◁▷	○○	20
◆◆	◆◆	◁▷	◁▷	16
14	11	20	16	

** = 3, ◆◆ = 2, ◁▷ = 6, ○○ = 4

التمثيلات المتعددة

في التمرين 33، يستخدم الطلاب نموذجًا ملموسًا وجدولاً للقيم لتوضيح حل نظام المعادلات.

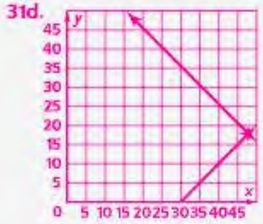
تدريس ممارسات في الرياضيات

البنية يدقق الطلاب المتفوقون في مادة الرياضيات لتمييز بنية ما. في التمرين 37، شجع الطلاب على التفكير بشأن المستفيات التي تناسب مع معايير المسألة وكيفية تمثيلها رياضيًا. يجب أن يروا أن استخدام صيغة الميل والنقطة مع $(-3, 2)$ وأي ميل مختلف عن المستفيم المعطى سوف ينتج نظامًا صحيحًا.

إجابات إضافية

31c. يوجد 48 فريقًا ليسوا من الولايات المتحدة و 18 فريق من الولايات المتحدة.

31d.



33c. الإجابة النموذجية:

العملات المعدنية (p)	0	1	2	3	4	5
المشابك الورقية (9 − p)	9	8	7	6	5	4
النقاط (3p + c)	9	11	13	15	17	19

33d. نعم؛ نظرًا لأن العملات المعدنية تمثل 3 نقاط، فإن 3 منها تساوي 9 نقاط. أضف 6 نقاط من 6 مشابك ورقية وسوف تحصل على 15 نقطة.

35. نتيجة العبارة خاطئة؛ إذا لا يوجد حل.

38. افرض أن a = الرقم الذي يمثل العشرات من العدد، وافرض أن b = الرقم الذي يمثل الآحاد من العدد؛ $7 \cdot (10a + b) = 182$؛ $a + b = 8$؛ 26 هو العدد.

39. الإجابة النموذجية: يكون هو الخيار المناسب عندما يكون لمتغير واحد نفس المعامل أو معاملات مقابلة في المعادلات.

1 الهدف

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 4-6 استخدام خصائص المعادلة لحل المعادلات.

الدرس 4-6 حل أنظمة المعادلات عن طريق الحذف باستخدام الضرب.
حل مسائل من الحياة اليومية تتضمن أنظمة المعادلات.

بعد الدرس 4-6 تطبيق أنظمة معادلات.

2 التدريس

أسئلة الدعائم التعليمية

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- ما الذي تمثله المعادلة الأولى في نظام المعادلات؟ مقدار الوقت المستغرق لإجراء إصلاح الهيكل لثلاث سيارات وصيانة الهيكل لأربع سيارات
- ما الذي تمثله المعادلة الثانية في نظام المعادلات؟ مقدار الوقت المستغرق لإجراء إصلاح المحرك لسيارتين وصيانة المحرك لسيارتين

(يتبع في الصفحة التالية)

6-4 الحذف باستخدام الضرب

السابق: استخدمت الحذف مع الجمع والطرح لحل أنظمة المعادلات.

الحالي:
1 حل أنظمة المعادلات عن طريق الحذف باستخدام الضرب.
2 حل مسائل من الحياة اليومية تتضمن أنظمة معادلات.

لماذا؟ تظهر الجدول عدد السيارات في متجر محفوظ لإصلاح السيارات لكل نوع من أنواع الخدمة.

الخدمة	الإصلاحات	الصيانة
الجسم	3	4
المحرك	2	2

وقد خصص المدير 1110 دقيقة للعمل على جسم السيارة، و 570 دقيقة للعمل على المحرك. النظام $3r + 4m = 1110$, $2r + 2m = 570$ يمكن استخدامه في إيجاد متوسط زمن كل خدمة.

ممارسات في الرياضيات
في طبيعة السائل والبشرة في سنيا

1 الحذف باستخدام الضرب في النظام المذكور أعلاه، لا يمكن حذف أي من المتغيرات عن طريق الجمع أو الطرح. يمكنك استخدام الضرب لإيجاد الحل.

المفهوم الأساسي إيجاد الحل باستخدام الحذف

الخطوة 1 اضرب معادلة واحدة على الأقل في ثابت للحصول على معادلتين تحتويان على حدود متقابلة.

الخطوة 2 اجمع المعادلتين، مما سيحذف متغيرًا واحدًا. ثم أوجد حل المعادلة.

الخطوة 3 عوّض القيمة من الخطوة 2 في إحدى المعادلتين. وأوجد الحل للمتغير الآخر. اكتب الحل في صورة زوج مرتب.

مثال 1 ضرب معادلة واحدة لحذف متغير

استخدم الحذف في حل نظام المعادلات.

$5x + 6y = -8$
$2x + 3y = -5$

الخطوتان 1 و 2

$5x + 6y = -8$
$2x + 3y = -5$ ← اضرب كل طرف في -2

$5x + 6y = -8$
$(+)\ -4x - 6y = 10$
$x = 2$

اجمع
تم حذف y

الخطوة 3

$2x + 3y = -5$ المعادلة الثانية
$2(2) + 3y = -5$ عوّض $x = 2$
$4 + 3y = -5$ بسّط.
$3y = -9$ اطرح 4 من كل طرف وبسّط.
$y = -3$ اقسم كل طرف على 3 وبسّط.

إذًا الحل هو $(2, -3)$.

تمرين موجّه

1A. $6x - 2y = 10$
$3x - 7y = -19$ $(3, 4)$

1B. $9r + q = 13$
$3r + 2q = -4$ $(2, -5)$

- ما الذي يمثله الحل للنظام؟ متوسط عدد الدقائق المخصصة لكل إصلاح ومتوسط عدد الدقائق المخصصة لكل صيانة
- إذا ضربت المعادلة الثانية في -2، ما المتغير الذي يمكنك حذفه عن طريق جمع المعادلات؟ المتغير m

1 الحذف باستخدام الضرب

مثال 1 يوضح كيفية ضرب معادلة لنظام في عدد لحذف متغير. **مثال 2** يوضح كيفية ضرب معادلتين لنظام لحذف متغير.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الموجهة الموجودة بعد كل مثال للوقوف على استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 استخدم الحذف في حل نظام المعادلات.
$2x + y = 23$
$3x + 2y = 37$ $(9, 5)$

2 استخدم الحذف في حل نظام المعادلات.
$4x + 3y = 8$
$3x - 5y = -23$ $(-1, 4)$

التدريس باستخدام التكنولوجيا

المدونة اطلب من الطلاب كتابة مقالة في مدونة توضح كيفية اختيارهم متى يستخدمون كل من الطرق المختلفة لحل نظام المعادلات.

أحيانًا يتعين عليك أن تضرب كل معادلة في عدد مختلف لكي توجد حلًا للنظام.

مثال 2 ضرب كلتا المعادلتين لحذف متغير

استخدم الحذف لإيجاد حل نظام المعادلات.

$4x + 2y = 8$
$3x + 3y = 9$

الطريقة 1 احذف x.

$4x + 2y = 8$
$3x + 3y = 9$ ← اضرب في 3، اضرب في -4

$12x + 6y = 24$ اضرب المعادلتين
$(+)\ -12x - 12y = -36$ ثم احذف x
$-6y = -12$

$\frac{-6y}{-6} = \frac{-12}{-6}$ اقسم كل طرف على -6
$y = 2$ بسّط

والآن عوّض عن y بـ 2 في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة x.

$3x + 3y = 9$ المعادلة الثانية
$3x + 3(2) = 9$ عوّض عن y بـ 2.
$3x + 6 = 9$ بسّط.
$3x = 3$ اطرح 6 من كل طرف وحلل وبسّط.
$\frac{3x}{3} = \frac{3}{3}$ اقسم كل طرف على 3.
$x = 1$ الحل هو $(1, 2)$

الطريقة 2 احذف y.

$4x + 2y = 8$
$3x + 3y = 9$ ← اضرب في 3، اضرب في -2

$12x + 6y = 24$ اجمع المعادلتين
$(+)\ -6x - 6y = -18$ ثم احذف y
$6x = 6$

$\frac{6x}{6} = \frac{6}{6}$ اقسم كل طرف على 6
$x = 1$ بسّط

والآن عوّض عن x بـ 1 في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة y.

$3x + 3y = 9$ المعادلة الثانية
$3(1) + 3y = 9$ عوّض عن x بـ 1.
$3 + 3y = 9$ بسّط.
$3y = 6$ اطرح 3 من كل طرف وحلل وبسّط صورة.
$\frac{3y}{3} = \frac{6}{3}$ اقسم كل طرف على 3.
$y = 2$ بسّط.

الحل هو $(1, 2)$، وهو ما يتناسب مع النتيجة المحتفظ بالطريقة 1.

التحقق عوّض عن x بـ 1 وعن y بـ 2 في المعادلة الأولى.

$4x + 2y = 8$ المعادلة الأصلية
$4(1) + 2(2) \stackrel{?}{=} 8$ عوّض بـ $x = 1$ و $y = 2$.
$4 + 4 \stackrel{?}{=} 8$ اضرب.
$8 = 8$ ✓ اجمع.

تمرين موجّه

2A. $5x - 3y = 6$
$2x + 5y = -10$ $(0, -2)$

2B. $6a + 2b = 2$
$4a + 3b = 8$ $(-1, 4)$

نصيحة دراسية
اختيار متغير للحذف دائمًا تحاول المسألة قبل متغير معين، فيمكنك استخدام الضرب في حذف أي من المتغيرين.

الربط بتاريخ الرياضيات
ليوناردو بيساني (1170-1250) الذي يعرف بـ فيبوناتشي المسمى ليوناردو بيساني وقد قدم كتابه عام 1202 المعروف بـ "كتاب الحساب" الذي حدد على العديد من المعادلات المعقدة في هذا الكتاب.

التركيز على محتوى الرياضيات

الحذف باستخدام الضرب يجب استخدام طريقة حل النظام هذه عندما لا يمكن حذف x أو y بجمع المعادلتين أو طرحهما. ويتم استخدام خاصية الضرب في المعادلة لجميع المعادلات أو طرحها لحذف أحد المتغيرات. اضرب معادلة واحدة أو كلتا المعادلتين في الأعداد لكي يتم حذف متغير عند جمع معادلات النظام الجديد أو طرحها.

2 حل مسائل من الحياة اليومية

مثال 3 يوضح كيفية كتابة نظام المعادلات وحله عن طريق الحذف لموقف من الحياة اليومية.

مثال إضافي

3 النقل يقطع قارب الصيد 10 km في اتجاه التيار في 30 min. وتستغرق رحلة العودة من القارب 40 min. جد المعدل بالكيلومترات في الساعة الذي يقطعه القارب في الماء الراكد. **17.5 km/h**

انتبه!

أخطاء شائعة عند استخدام الحذف مع الضرب، ينسى العديد من الطلاب ضرب كل حد في كل من طرفي المعادلة في الرقم. اقترح أن يقوم الطلاب بتضمين خطوة إضافية في الحلول التي يظهر فيها الضرب الضرب:

$3x + 2y = 7$

$2x - 7y = -12$

$\Downarrow$

$2(3x + 2y) = 2(7)$

$-3(2x - 7y) = -3(-12)$

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-6 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

تدريس ممارسات في الرياضيات

التفكير المنطقي يراعي الطلاب المتفوقون في علم الرياضيات المسائل المشابهة في التمرين 5. شجع الطلاب على الرجوع إلى مثال 3 خلال كتابتهم لنظام المعادلات وحله.

2 إيجاد حل المسائل من الحياة اليومية

أحياناً يكون من الضروري استخدام الضرب قبل الحذف في حل مسائل الحياة اليومية أيضًا.

مثال 3 من الحياة اليومية إيجاد حل بطام المعادلات

رحلات الطيران طائرة خاصة مسافرة مع اتجاه الرياح تطير مسافة 520 كيلومترًا خلال 4 ساعات. في رحلة العودة، تستغرق الطائرة 5 ساعات لقطع المسافة نفسها. أوجد سرعة الطائرة إذا كان الهواء ساكنًا.

مطلوب منك إيجاد سرعة الطائرة في الهواء الساكن.

افرض أن a = معدل الطائرة إذا كان الهواء ساكنًا

والفرض أن w = معدل الرياح.

$r \times t = d$	d	t	r	
$(a + w)4 = 520$	520	4	$a + w$	مع الرياح
$(a - w)5 = 520$	520	5	$a - w$	عكس الرياح

إذا، المعادلتان لدينا هما $4a + 4w = 520$ ، $5a - 5w = 520$

اضرب كل حد في 5 ← $4a + 4w = 520$

اضرب كل حد في 4 ← $5a - 5w = 520$

$20a + 20w = 2600$

$(+)\ 20a - 20w = 2080$

$40a = 4680$ ثم حذف w

$\frac{40a}{40} = \frac{4680}{40}$ اقسم كل طرف على 40.

$a = 117$ بسّط.

معدل سرعة الطائرة في الهواء الساكن هو 117 كيلومترًا في الساعة.

تمرين موجّه

3. **التحديث** يسافر المجدف مسافة 4 كيلومترات مع التيار خلال ساعة واحدة، وتستغرق رحلة العودة 1.5 ساعة. أوجد معدل سرعة القارب في الماء الراكد.

$3\frac{1}{3}$ km/h

التحقق من فهمك

المثالان 1 و 2 **استخدم طريقة الحذف في حل كل نظام من أنظمة المعادلات.**

1. $2x - y = 4$
   $7x + 3y = 27$ **(3, 2)**

2. $2x + 7y = 1$
   $x + 5y = 2$ **(−3, 1)**

3. $4x + 2y = -14$
   $5x + 3y = -17$ **(−4, 1)**

4. $9a - 2b = -8$
   $-7a + 3b = 12$ **(0, 4)**

مثال 3

5. **الاستنتاج المنطقي** يقطع قارب تجديف ومعهم مرشد مسافة 16 كيلومترًا مع التيار. ويتوقف لتناول وجبة، ثم يقطع مسافة 16 كيلومترًا عند التيار. وتظل سرعة التيار ثابتة خلال الرحلة. أوجد سرعة التجديف في الماء الراكد. **6 km/h**



6. **اليدونات الصوتية** اشترك خلف في 10 مدونات صوتية بإجمالي 340 دقيقة. وقد استخدم علامات الحث المفضلة لديه، الهوايات والتسلية والأحاديث المنفردة. وقد استمرت كل مدونة من مدونات الهوايات والتسلية لمدة 32 دقيقة، وكل مدونة من مدونات الأحاديث المنفردة لمدة 42 دقيقة. فكم حلقة اشترك فيها خلف في كل علامة؟ **8 الهوايات والتسلية، و 2 الأحاديث المنفردة**

التدريس المتمايز

AL الطلاب يواجهون صعوبة في حل التمارين 1-4.

اقترح أن يشكلوا مجموعات تضم من طالبين إلى ثلاثة طلاب لمناقشة أفضل إستراتيجية لحل كل مسألة ثم العمل على الحل معًا. شجع كل الطلاب على المشاركة وذكر الطلاب بالتحقق من إجاباتهم.

التمرين وحل المسائل

المثالان 1 و 2 **استخدم طريقة الحذف في حل كل نظام من أنظمة المعادلات.**

7. $x + y = 2$
   $-3x + 4y = 15$ **(−1, 3)**

8. $x - y = -8$
   $7x + 5y = 16$ **(−2, 6)**

9. $x + 5y = 17$
   $-4x + 3y = 24$ **(−3, 4)**

10. $6x + y = -39$
    $3x + 2y = -15$ **(−7, 3)**

11. $2x + 5y = 11$
    $4x + 3y = 1$ **(−2, 3)**

12. $3x - 3y = -6$
    $-5x + 6y = 12$ **(0, 2)**

13. $3x + 4y = 29$
    $6x + 5y = 43$ **(3, 5)**

14. $8x + 3y = 4$
    $-7x + 5y = -34$ **(2, −4)**

15. $8x + 3y = -7$
    $7x + 2y = -3$ **(1, −5)**

16. $4x + 7y = -80$
    $3x + 5y = -58$ **(−6, −8)**

17. $12x - 3y = -3$
    $6x + y = 1$ **(0, 1)**

18. $-4x + 2y = 0$
    $10x + 3y = 8$ $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$

مثال 3

19. **نظرية الأعداد** سبعة أضعاف عدد ما زائد ثلاثة أضعاف عدد آخر يساوي سالب واحد. ومجموع العددين يساوي سالب ثلاثة. فما هما العددان؟ **2، −5**

20. **كرة القدم الأمريكية** يساوي تسجيل الهدف من الركلة الحرة 3 نقاط بينما يساوي تسجيل الهدف من الركلة الثانية نقطة واحدة. بعد انتهاء أحد المواسم، سجل آدم فيلتشر لاعب فريق إشبانا يونيتد كوينس إجمالي 21 ركلة بمجملة 49 نقطة إجمالاً لفريقه. أوجد عدد أهداف الركلات الحرة وأهداف الركلات الثانية. **14 هدفًا من الركلات الحرة، و 7 من الركلات الثانية**

استخدم طريقة الحذف في حل كل نظام من أنظمة المعادلات.

21. $2.2x + 3y = 15.25$
    $4.6x + 2.1y = 18.325$ **(2.5, 3.25)**

22. $-0.4x + 0.25y = -2.175$
    $2x + y = 7.5$ **(4.5, −1.5)**

23. $\frac{1}{4}x + 4y = 2\frac{3}{4}$
    $3x + \frac{1}{2}y = 9\frac{1}{4}$ $\left(3, \frac{1}{2}\right)$

24. $\frac{2}{5}x + 6y = 24\frac{1}{5}$
    $3x + \frac{1}{2}y = 3\frac{1}{2}$ $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$

25. **تمثيل النماذج** وكالة لتوظيف المبرمجات المبرمجات وموظفي الدعم تعين الأشخاص في المواقع حسب الحاجة بمعدل يومية. تعمل كل مبرمجة 240 دقيقة في اليوم بمعدل يومي 90 AED. وكل موظف من موظفي الدعم يعمل 360 دقيقة في اليوم بمعدل يومي 120 AED

a. دائما، يومًا، عمليات المبرمجات وموظفو الدعم لمدة إجمالية تبلغ 3000 دقيقة. اكتب معادلة تمثل تلك العلاقة. **$240n + 360s = 3000$**

b. في اليوم نفسه، قدّر إجمالي أرباح المبرمجات وموظفي الدعم بـ 1050 AED. اكتب معادلة تمثل **$90n + 120s = 1050$** تلك العلاقة.

c. أوجد حل نظام المعادلات، وفسر الحل في سياق الموقف. **(5, 5)، تم تعيين 5 مبرمجات و 5 موظفي دعم.**

26. **الهندسة** المستقيمان الممثلة لـ $2x + y = 9$ و $x + 2y = 6$ تحتوي على ضلعي مثلث. وأن المثلث محدد بتقاطع المستقيمات الثالثة.

a. ما إحداثيات الرأس؟ **(4, 1)**

b. ارسم المثلث الناتج للتحقق. وحدد رأس المثلث. **انظر الهامش.**

c. المستقيم الذي يكون الضلع الثالث من المثلث هو المستقيم $x - y = -3$. ارسم هذا المستقيم على المثلث السابق. **انظر الهامش.**

d. اذكر الرأسين الآخرين من المثلث. **(0, 3)، (2, 5)**

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	7-20، 29-31، 33-54	34-37، فردي 7-19	29-31، 33، 38-54، زوجي 8-20
OL أساسي	26-31، فردي 7-25، 33-54	7-20، 34-37	21-31، 33، 38-54
AL متقدم	21-48، (اختياري: 49-54)		

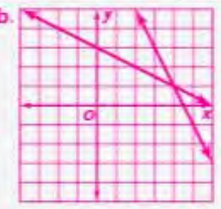
تدريس ممارسات في الرياضيات

التمثيل بالنماذج يستطيع الطلاب المتفوقون في الرياضيات تطبيق الرياضيات التي تعلموها في حل المسائل التي تظهر في بيئة العمل. في التمرين 25، شجع الطلاب على التفكير في سبب كون هذه مسألة مهمة في إعداد بيئة العمل.

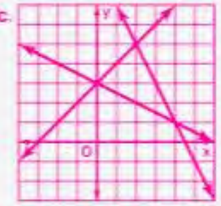
التفكير النقدي يستطيع الطلاب المتفوقون في الرياضيات نقد استنتاج الآخرين. في التمرين 30، أخبر الطلاب بالنظر إلى النظام الأصلي للمعادلات قبل تقييم عمل خليفة وريهام. هل استطاع كلاهما إيجاد طريقة لحذف متغير واحد تمامًا؟

إجابات إضافية

26b.



26c.



32. عوّض بـ $a = -2$، $b = 22$ عن x و a عن y في المعادلة الأولى ثم حل a للحصول على $a = -2$. ثم عوّض بـ 3 عن x و -2 عن y في المعادلة الثانية وحوّل إلى أبسط صورة للحصول على $b = 22$.

33. الإجابة النموذجية: يكون استخدام التعويض أكثر فائدة عندما يكون لأحد المتغيرات معامل 1 أو إذا كان من الممكن خفض معامل إلى 1 بدون تحويل معاملات أخرى إلى كسور. وإلا، يكون الحذف أكثر فائدة لأنه يؤدي إلى تجنب استخدام الكسور عند حل النظام.

4 التقويم

الكرة البلورية اطلب من الطلاب كتابة رأيهم حول إلى أي مدى ما تعلموه في درس اليوم بشأن استخدام الضرب قبل الحذف لحل نظام المعادلات يساعدهم في الدرس التالي عند تطبيق أنظمة المعادلات الخطية.

التقويم التكويني

تحقق من فهم الطلاب للمفاهيم في الدرسين 3-6 و 4-6.

المتابعة

استكشف الطلاب حل أنظمة المعادلات الخطية بالتمثيل البياني واستخدام الجبر.

اطرح السؤال التالي:

- ما مزايا توفر استراتيجيات مختلفة لحل أنظمة المعادلات؟

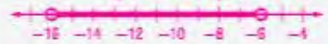
الإجابة النموذجية: يمكنك استخدام الإستراتيجية الأكثر كفاءة. على سبيل المثال، إذا كان تقدير الحل كافيًا، يمكن استخدام التمثيل البياني. يمكنك استخدام الطرق الجبرية لإيجاد الحلول الدقيقة.

إجابات إضافية

45. $m \geq -3$ و $m \leq 13$



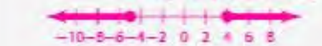
46. $q > -16$ و $q < -6$



47. $w < -10$ أو $w > 1$



48. $r \leq -5$ أو $r \geq 4$



تمرين على الاختبار المعياري

34. ما حل نظام المعادلات هذا؟ C

$2x - 3y = -9$
$-x + 3y = 6$

A (3, 3)
B (−3, 3)
C (−3, 1)
D (1, −3)

35. يباع لدى سمر الدامين وآخر الأطفال بمناطق إزالة ما تلصقان بالقدر بثلاثة أطفال بتكلفة فئة ثانوتيم AED 40.50. أما مناطق زيتيه فتبيعان ثلاثة بالغين وطفل واحد بتكلفة ثانوتيم AED 38. ما نظام المعادلات الذي يمكن استخدامه في تحديد السعر لكل بالغ وكل طفل؟ G

F $x + y = 40.50$; $x + y = 38$
H $2x + 3y = 40.50$; $x + 3y = 38$
G $2x + 3y = 40.50$; $3x + y = 38$
J $2x + 2y = 40.50$; $3x + y = 38$

36. **إجابة قصيرة** زيون في متجر الطلاء طلب 12 لترًا من الطلاء الأخضر الفاتح. ويحتفظ حسين الطلاء بصفة 3 أجزاء أزرق إلى جزء واحد أصفر. فما عدد لترات الطلاء الأزرق التي استخدمها؟ 9 l

37. **الاحتمالية** يظهر الجدول نتائج رمي مكعب أعداد. فما الاحتمال التجريبي لظهور العدد 3؟ D

النتيجة	التكرار
1	4
2	8
3	2
4	0
5	5
6	1

A $\frac{2}{3}$
B $\frac{1}{3}$
C 0.2
D 0.1

مراجعة شاملة

استخدم طريقة الحذف في حل كل نظام من أنظمة المعادلات. الدرس 3-6

38. $f + g = -3$; $f - g = 1$ (−1, −2)
39. $6g + h = -7$; $6g + 3h = -9$ (−1, −1)
40. $5j + 3k = -9$; $3j + 3k = -3$ (−3, 2)
41. $2x - 4z = 6$; $x - 4z = -3$ (9, 3)
42. $-5c - 3v = 9$; $5c + 2v = -6$ (0, −3)
43. $4b - 6n = -36$; $3b - 6n = -36$ (0, 6)

44. **الوظائف** سمية وسمسة تعملان في مركز لرعاية الأطفال بعد المدرسة. وقد استمتا معًا بـ 32 طفلًا هذا الأسبوع. استمتت سمية بعدد أطفال 0.6 أضعاف عدد الأطفال الذين استمتت بهم سمسة. فما عدد الأطفال الذي استمتت بهم كل منهما؟ الدرس 2-6 سمية: 12؛ سمسة: 20

أوجد حل كل متباينة ثم مثّل مجموعة الحل بيانيًا. 48–45. انظر الهامش.

45. $|m - 5| \leq 8$
46. $|q + 11| < 5$
47. $|2w + 9| > 11$
48. $|2r + 1| \geq 9$

مراجعة المهارات

حوّل كل عبارة إلى صيغة.

49. المساحة A من المثلث تساوي نصف القاعدة b مضروبة في الارتفاع h. $A = \frac{1}{2}bh$
50. المحيط C لدائرة يساوي ناتج ضرب π و 2، ونصف القطر r. $C = 2\pi r$
51. الحجم V لصندوق على شكل مستطيل هو الطول ℓ مضروبًا في العرض w مضروبًا في الارتفاع h. $V = \ell wh$
52. حجم الأسطوانة V هو نتيجة ناتج ضرب π ومربع نصف القطر r مضروبًا في الارتفاع h. $V = \pi r^2 h$
53. مساحة الدائرة A تساوي ناتج ضرب π ومربع نصف القطر r. $A = \pi r^2$
54. التسارع A يساوي الزيادة في السرعة s مقسومة على الزمن t بالثواني. $A = \frac{s}{t}$

التدريس المتمايز OL EL

التوسع اطلب من الطلاب حل هذا النظام أو نظام مشابه باستخدام الحذف.

$\frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y = \frac{7}{3}$
$\frac{3}{2}x + 2y = -25$
(−6, −8)

27. **الترفيه** في أحد مراكز الترفيه، اشترت مجموعتان من الأشخاص قطعًا نقدية رمزية وتبودعًا مصغرًا لسيارات الجولف. كما هو موضح في الجدول.

المجموعة	عدد القطع النقدية الرمزية	عدد النماذج المصغرة للجولف	التكلفة الإجمالية
A	16	3	AED 30
B	22	5	AED 43

27a. افرض أن x = تكلفة القطع النقدية الرمزية وافرض أن y = تكلفة النموذج المصغر لسيارة الجولف. $16x + 3y = 30$ و $22x + 5y = 43$

27b. (1.5, 2)؛ القطعة النقدية الرمزية تتكلف AED 1.50 ولعبة الجولف المصغر تتكلف AED 2.00.

a. حدّد المتغيرات واكتب نظامًا من أنظمة المعادلات الخطية من هذا الموقف.

b. أوجد حل نظام المعادلات. واشرح ما يمثله الحل.

28. **الاختبارات** اكتشفت المعلمة رنا أنها عكست أرقام درجات الاختبار عن طريق الخطأ وأدخلت مقابل 36 درجة. فأخبرت الطالب أن مجموع الأرقام 14 ووافقت على إعطاء الطالب الدرجات الصحيحة زائد درجات إضافية إذا تمكّن من تحديد درجاته بالضبط. فما هي درجات الصحيحة؟ 95

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

29. **الاستنتاج** اشرح كيف يمكنك التعرف على نظام المعادلات الخطية الذي له عدد لا نهائي من الحلول.
إحدى المعادلات ستكون مضروب الأخرى.

30. **التفكير النقدي** خليفة وريهام يحلان نظام معادلات. قبل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

خليفة

$2r + 7t = 11$
$r - 9t = -7$
$2r + 7t = 11$
$-2r - 18t = -14$
$25t = 25$
$t = 1$
$2r + 7t = 11$
$2r + 7(1) = 11$
$2r + 7 = 11$
$2r = 4$
$\frac{2r}{2} = \frac{4}{2}$
$r = 2$
إذا الحل هو (2, 1).

ريهام

$2r + 7t = 11$
$r - 9t = -7$
$r = 18$
$2r + 7t = 11$
$2(18) + 7t = 11$
$36 + 7t = 11$
$7t = -25$
$\frac{7t}{7} = -\frac{25}{7}$
$t = -3.6$
إذا الحل هو (18, −3.6).

30. خليفة، لكي تحذف حدود r يمكنك ضرب المعادلة الثانية في 2 ثم طرحها، أو ضرب المعادلة في −2 ثم جمعها. لم تطرح ريهام المعادلات بالشكل الصحيح.

31. الإجابة النموذجية: $2x + 3y = 6$، $4x + 9y = 5$

31. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب نظامًا من أنظمة المعادلات يمكن حله بضرب معادلة واحدة في 3− ثم جمع المعادلتين معًا.

32. **تحدَّ** حل النظام $4x + 5y = 2$ ، $6x - 2y = b$ هو $(3, a)$. أوجد قيم a و b. ناقش الخطوات التي استخدمتها. **انظر الهامش.**

33. **الكتابة في الرياضيات** لماذا تعد التعويض في بعض الأحيان أكثر إفادة من الحذف. والعكس صحيح؟ **انظر الهامش.**

1 الهدف

التخطيط **الرأسي**

قبل الدرس 5-6 حل أنظمة المعادلات باستخدام التعويض أو الحذف.

الدرس 5-6 تحديد أفضل طريقة لحل أنظمة المعادلات. تطبيق أنظمة المعادلات.

بعد الدرس 5-6 حل المتباينات الخطية وتمثيلها بيانيًا.

2 التدريس

أسئلة الدعائم التعليمية

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- ما الذي يمثله المتغيران x و y في المسألة؟ **يتم تمثيل طول المسار الرئيسي بـ x وطول المسار القصير بـ y بالأمتار.**
- ما الطريقة التي يمكنك استخدامها لحل النظام؟ **التعويض أو الحذف**

5-6 تطبيق أنظمة المعادلات الخطية

السابق	الحالي	لماذا؟
• وصفت حلولا لأنظمة المعادلات باستخدام التعويض والحذف.	1 تحديد أفضل طريقة لحل أنظمة المعادلات. 2 تطبيق أنظمة المعادلات.	• في سباقات التزلج السريع يتسابق كل اثنين من المتنافسين في مسار مرفوع يوجد في ملاعب التزلج السريع أماكنية تحسين مختلفين لبداية فعاليات السباقات المختلفة مثل رسمي وقصير.



مسارات التزلج السريع	
المسار الرئيسي	x
المسار القصير	y

والطول الإجمالي للمسارين يساوي 511 m والمسار الرئيسي أقل من أربعة أمثال المسار القصير بمقدار 44 m. وإجمالي الطول يمثل بالمعادلة $x + y = 511$. طول المسار الرئيسي يمثل بالمعادلة $x = 4y - 44$.

يمكنك حل نظام المعادلات لإيجاد طول كل مسار.

ممارسات في الرياضيات

انتظر لحظة لتمعن في المسألة وفكر في كيفية حلها.

تحديد الطريقة الأفضل عليك حسن طرق لحل أنظمة المعادلات الخطية. يلخص الجدول طرق وأنواع الأنظمة التي تصح معها كل طريقة على النحو الأفضل.

ملخص المفهوم حل أنظمة المعادلات

الطريقة	التوقيت الأمثل للاستخدام
التمثيل البياني	لتقدير الحل. بما أن التمثيل البياني لا يعطي حلًا دقيقًا عادة.
التعويض	إذا كان أحد المتغيرات في أي من المعادلتين له معامل 1 أو −1.
الحذف باستخدام الجمع	إذا كان أحد المتغيرات له معاملات متطابقة في المعادلتين.
الحذف باستخدام الطرح	إذا كان أحد المتغيرات له المعامل نفسه في المعادلتين.
الحذف باستخدام الضرب	إن لم يكن أي من المعاملات يساوي 1 أو −1، ولا يمكن حذف أي من المتغيرات بجمع المعادلات أو طرحها بسهولة.

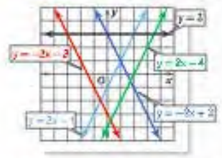
التعويض والحذف طريقتان صحيحتان لحل أنظمة المعادلات. الطريقة الصحيحة هي الأفضل للحل الدقيق والتمثيل البياني دقيقة أو سهولة طريقة جيدة لإيجاد حل تقديري.

يمكن حل نظام المعادلات باستخدام كلتا الطريقتين. لتحديد الطريقة الأفضل، حلل معاملات كل متغير في كل معادلة.

6 اختبار منتصف الوحدة

الدروس من 1-6 إلى 4-6

استخدم التمثيل البياني لتحديد ما إذا كان كل نظام متوافقًا أم غير متوافق وما إذا كان مستقلًا أم غير مستقل. (الدرس 3-5)



1. $y = 2x - 1$, $y = -2x + 3$ — **غير متوافق**
2. $y = -2x + 3$, $y = -2x - 3$ — **متوافق. مستقل**

مثّل كل نظام بيانيًا وحدّد عدد الحلول التي يتضمنها. فإذا كان له حل واحد، فاذكره. (الدرس 3-5)

3. $y = 2x - 3$, $y = x + 4$ — **(7, 11)**
4. $x + y = 6$, $x - y = 4$ — **(5, 1)**
5. $x + y = 8$, $3x + 3y = 24$ — **عدد لا نهائي من الحلول**
6. $x - 4y = -6$, $y = -1$ — **(−10, −1)**
7. $3x + 2y = 12$, $3x + 2y = 6$ — **لا يوجد حلول**
8. $2x + y = -4$, $5x + 3y = -6$ — **(−6, 8)**

8-3. انظر ملحق إجابات الوحدة 6 للتمثيلات البيانية.

استخدم طريقة التعويض في حل كل نظام من أنظمة المعادلات. (الدرسان 5-2 و 5-3)

9. $y = x + 4$, $2x + y = 16$ — **(4, 8)**
10. $y = -2x - 3$, $x + y = 9$ — **(−12, 21)**
11. $x + y = 6$, $x - y = 8$ — **(7, −1)**
12. $y = -4x$, $6x - y = 30$ — **(3, −12)**

13. **الغذاء** تكلفة وجبتين في أحد المطاعم موضحة في الجدول أدناه. (الدرس 5-5)

الوجبة	التكلفة الإجمالية
3 تاكو، 2 سمبوسة	AED 7.40
4 تاكو، 1 سمبوسة	AED 6.45

a. حدّد المتغيرات ومثل تكلفة التاكو وتكلفة سمبوسة.

c–a. انظر الهامش.

b. اكتب نظام المعادلات لإيجاد تكلفة طبق التاكو الواحد وطبق سمبوسة الواحد.

c. حلّ نظام المعادلات، واشرح ما يعنيه الحل.

d. كم يدفع العميل مقابل طبقي تاكو وطبق سمبوسة؟ **AED 6.30**

14. **الهلاهي** تكلفة دعوات مجموعتين إلى الملاهي موضحة في الجدول. (الدرس 3-5)

c–a. انظر ملحق إجابات الوحدة 6.

المجموعة	التكلفة الإجمالية
4 بالغين، طفلان	AED 184
4 بالغين، 3 أطفال	AED 200

a. حدّد المتغيرات ومثل تكلفة تذكرة البالغ وتكلفة تذكرة الطفل.

b. اكتب نظام المعادلات لإيجاد تكلفة تذكرة البالغ وتذكرة الطفل.

c. حلّ نظام المعادلات، واشرح ما يعنيه الحل.

d. كم تكلفة مجموعة من 3 بالغين و 5 أطفال من أجل الدخول؟ **AED 194**

15. **الاختيار من متعدد** أحضت سيي AED 16 مقابل 12 قطعة حلوى لكي تأخذها إلى الاجتماع. ولديها AED 16، وكل قالب شوكولاتة يكلف AED 2، وكل مصاصة تتكلف AED 1. حدد عدد الحلوى التي اشترتها من كل نوع. (الدرس 3-5) **B**

A 6 قوالب شوكولاتة، 6 مصاصات

B 4 قوالب شوكولاتة، 8 مصاصات

C 7 قوالب شوكولاتة، 5 مصاصات

D 3 قوالب شوكولاتة، 9 مصاصات

استخدم طريقة الحذف في حل كل نظام من أنظمة المعادلات. (الدرسان 5-3 و 5-4)

16. $x + y = 9$, $x - y = -3$ — **(3, 6)**
17. $x + 3y = 11$, $x + 7y = 19$ — **(5, 2)**
18. $9x - 24y = -6$, $3x + 4y = 10$ — **(2, 1)**
19. $-5x + 2y = -11$, $5x - 7y = 1$ — **(3, 2)**

20. **الاختيار من متعدد** يبيع بائع السمك التابع لمدرسة ثانوية تذاكر لحضور حفل الربيع. تتكلف تذكرة البالغ AED 4 وتذاكر الطلاب AED 1. وقد تم بيع عدد إجمالي 285 تذكرة بمقابل AED 765. فما عدد التذاكر التي تم بيعها من كل نوع؟ (الدرس 5-4) **J**

F 145 بالغًا، 140 طالبًا

G 120 بالغًا، 165 طالبًا

H 180 بالغًا، 105 طلاب

J 160 بالغًا، 125 طالبًا

McGraw-Hill Education

التقويم التكويني

استخدم اختبار منتصف الوحدة في تقويم تقدم الطلاب في الجزء الأول من الوحدة.

بالنسبة للمسائل المجاب عنها بشكل خاطئ، اطلب من الطلاب مراجعة الدروس المشار إليها في الأقواس.

مطويات منظم الدراسة

مطويات Dinah Zike®

قبل أن ينتهي الطلاب من اختبار نصف الوحدة، شجّعهم على مراجعة معلومات الدروس من 1-6 إلى 4-6 المكتوبة في مطوياتهم.

إجابات إضافية

13a. افرض أن t = سعر التاكو وأن b = سعر السمبوسك.

13b. $3t + 2b = 7.4$
$4t + b = 6.45$

13c. (1.10, 2.05)؛ سعر طبق التاكو الواحد هو AED 1.10 وسعر طبق السمبوسك الواحد هو AED 2.05

2 تطبيق أنظمة المعادلات الخطية

المثال 2 يوضح كيفية حل مسألة من الحياة اليومية من خلال كتابة نظام المعادلات وحله.

مثال إضافي

2 **استئجار السيارات** تؤجر شركة الاتحاد للسيارات السيارة مقابل AED 45 و AED 0.25 لكل كيلومتر. وتؤجر شركة السيارات الحديثة السيارة مقابل AED 35 و AED 0.30 لكل كيلومتر. فما هو عدد الكيلومترات التي يحتاج السائق إلى قطعها قبل أن تكون تكلفة إيجار سيارة في شركة الاتحاد للسيارات هي نفس تكلفة إيجار سيارة في شركة السيارات الحديثة؟ افرض أن x = عدد الكيلومترات و y = تكلفة إيجار السيارة $y = 45 + 0.25x$ الحل هو $y = 35 + 0.30x$ (200, 95). وهذا يعني أنه عندما قطعت سيارة 200km، فإن تكلفة إيجار السيارة ستكون واحدة (AED 95) في كل من شركتي الإيجار.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

الكاميرا الرقمية اطلب من الطلاب إيجاد سعة بطاقة الذاكرة في كاميراتهم وحجم ملف الصور المختلفة الدقة. استخدم هذه المعلومات لإنشاء مثال في الصف الدراسي. وعلى سبيل المثال، إذا كانت ذاكرة الكاميرا 64MB ويمكن أن تكون الصور إما 2MB أو 3MB. اطلب من الطلاب إيجاد عدد كل نوع من أنواع الصور التي يمكن التقاطها للحصول على إجمالي 30 صورة وملء بطاقة الذاكرة.



الربط بالحياة اليومية
هناك أربعة أنواع من البطاريق على قائمة البطاريق المهددة بالخطر. ومستعمرات البطاريق التي يوجد بالقرب من أنتاركتيكا هي الأكثر عرضة لخطر الانقراض.
المصدر: nih

مثال 2 من الحياة اليومية تطبيق أنظمة المعادلات الخطية

البطاريق من بين 17 نوعًا من البطاريق في العالم. فإن أكبر الأنواع حجمًا هو البطريق الإمبراطوري. ومن بين أصغر الأنواع حجمًا بطريق جالاباجوس. وإجمالي طول البطريقين يساوي 169cm. ويزيد طول البطريق الإمبراطوري عن ضعف طول بطريق جالاباجوس بمقدار 22cm. جد طول كل بطريق.

يمكن تمثيل إجمالي طول النوعين بالمعادلة $p + g = 169$، حيث p تمثل طول البطريق الإمبراطوري و g تمثل طول بطريق جالاباجوس. ثم اكتب معادلة لتمثيل طول البطريق الإمبراطوري.

الشرح	البطريق الإمبراطوري	أطول بـ	22cm	من	ضعف طول بطريق جالاباجوس.
المتغيرات	عرّف أن p = طول البطريق الإمبراطوري و g = طول بطريق جالاباجوس.				
المعادلة	p	=	22	+	$2g$

أولاً أعد كتابة المعادلة الثانية.

$p = 22 + 2g$	المعادلة الثانية
$p - 2g = 22$	اطرح $2g$ من كل طرف.

يمكنك استخدام الحذف بالطرح لحل نظام المعادلات.

$p + g = 169$	المعادلة الأولى
$(-)\ p - 2g = 22$	اطرح المعادلة الثانية.
$3g = 147$	احذف p.
$\frac{3g}{3} = \frac{147}{3}$	اقسم كل طرف على 3.
$g = 49$	بسّط.

ثانيًا عوّض بـ g = 49 في إحدى المعادلات.

$p = 22 + 2g$	المعادلة الثانية
$= 22 + 2(49)$	$g = 49$
$= 120$	بسّط.

طول البطريق الإمبراطوري 120cm، وطول بطريق جالاباجوس 49cm.
هل يعني الحل شيئًا في سياق المسألة؟
تحقق بإثبات المعلومات المعطاة بجمع أطوال البطاريق لإثبات تساوي 49 + 120 أو 169cm، و 22 + 2(49) تساوي 120cm.

تمرين موجه

2. **التطوع** تطوع سالم لمدة 50 ساعة ويخطط للتطوع لمدة 3 ساعات في كل أسبوع من الأسابيع القادمة. وسعيد متطوع جديد يخطط للتطوع 5 ساعات كل أسبوع لكنه مطالبًا للمعادلات لإيجاد الزمن المستغرق قبل أن يحتفظ نفس العدد من ساعات التطوع.
$y = 50 + 3x$; $y = 5x$; 25 wk

التدريس المتمايز OL AL BL

إعاقة الطلاب يواجهون صعوبة في كتابة المعادلات اللازمة لنظام في موقف من الحياة اليومية.

نصيحة قدم لهم هذه الخطوات لمساعدتهم في الاستكشاف والتخطيط والحل والتحقق.

- حدد السؤال.
- صف المتغيرات المستخدمة للمجاهيل.
- ترجم الشروط الخاصة بالمسألة إلى معادلتين.
- حل النظام بأفضل طريقة.
- حلل الحل في سياق الموقف.

1 تحديد أفضل طريقة

مثال 1 يوضح كيفية تحديد الطريقة الأفضل استخدامها في حل نظام المعادلات.

التقويم التكويني

استخدم الشارين الموجهة الموجودة بعد كل مثال للوقوف على استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 حدد أفضل طريقة لحل نظام المعادلات. ثم جد حل النظام.
$2x + 3y = 23$
$4x + 2y = 34$
الطريقة الأفضل هي الحذف باستخدام الضرب. الحل هو (3, 7).

إرشاد للمعلمين الجدد

الاستنتاج شجع الطلاب على أخذ بعض من الوقت لتخطيط إستراتيجية حل المسائل قبل بدء العمليات الحسابية. انصح الطلاب بأن أخذ هذا الوقت قد يوفر لهم رؤية ثاقبة نحو أفضل إستراتيجية.

تدريس ممارسات في الرياضيات

الاستنتاج يعرف الطلاب المتفوقون في الرياضيات الخواص المختلفة للعمليات والأجسام ويستخدمونها ببرونة. شجع الطلاب على التفكير في طرق مختلفة لحل نظام المعادلات قبل اختيار الطريقة التي يعتقدون بأنها هي الأفضل.

مثال 1 اختيار الطريقة الأفضل

حدد أفضل طريقة لحل نظام المعادلات. ثم جد حل النظام.

$4x - 4y = 8$
$-8x + y = 19$

الفهم لكي تحدد الطريقة الأفضل في حل نظام المعادلات، أمعن النظر إلى معاملات كل حد.

التخطيط معاملات x و y ليست متماثلة أو معكوسات جمعية. ومن ثم لا يمكنك أن تجمع أو تطرح لحذف متغير ما. بما أن معامل y في المعادلة الثانية يساوي 1، يمكن استخدام التعويض.

الحل أولاً، جد حل المعادلة الثانية لإيجاد قيمة y

$-8x + y = 19$	المعادلة الثانية
$-8x + y + 8x = 19 + 8x$	اجمع $8x$ مع كل طرف.
$y = 19 + 8x$	بسّط.

ثانيًا، عوّض بـ $19 + 8x$ عن y في المعادلة الأولى.

$4x - 4y = 8$	المعادلة الأولى
$4x - 4(19 + 8x) = 8$	عوّض
$4x - 76 - 32x = 8$	خاصية التوزيع
$-28x - 76 = 8$	بسّط.
$-28x - 76 + 76 = 8 + 76$	اجمع 76 مع كل طرف.
$-28x = 84$	بسّط.
$\frac{-28x}{-28} = \frac{84}{-28}$	اقسم كل طرف على -28.
$x = -3$	بسّط.

وأخيرًا، عوّض بـ -3 عن x في المعادلة الثانية

$-8x + y = 19$	المعادلة الثانية
$-8(-3) + y = 19$	$x = -3$
$y = -5$	بسّط.

حل نظام المعادلة هو (−3, −5).

التحقق استخدم حاسبة التمثيل البياني للتحقق من حلك. فإذا كان حلك الحسري صحيحًا، فإن التمثيلات البيانية تتقاطع عند (−3, −5).



نصيحة دراسية
الاستنتاج نظام المعادلات في المثال 1 يمكن حله باستخدام الحذف مع الضرب. بمكنك ضرب المعادلة الأولى في 2 ثم جمعها لحذف الحد x.

تمرين موجه

1A. $5x + 7y = 2$, $-2x + 7y = 9$ (−1, 1)؛ بالحذف (−)

1B. $3x - 4y = -10$, $5x + 8y = -2$ (−2, 1)؛ بالحذف (×)

1C. $x - y = 9$, $7x + y = 7$ (2, −7)؛ بالحذف (+)

1D. $5x - y = 17$, $3x + 2y = 5$ (3, −2)؛ بالتعويض

التركيز على محتوى الرياضيات

أفضل طريقة لحل نظام من أنظمة المعادلات يمكن حل أنظمة المعادلات بالتمثيل البياني. أو التعويض أو الحذف. ويمكن استخدام التمثيل البياني لتقريب حل وتوفير نموذج مرئي للمسألة. لإيجاد حل دقيق، يجب استخدام التعويض أو الحذف. استخدم التعويض إذا كان أحد المتغيرات يشتمل على المعامل 1 أو −1. استخدم الحذف مع الجمع إذا كانت معاملات أحد المتغيرات أعداد مقابلة. استخدم الحذف مع الطرح إذا كانت معاملات أحد المتغيرات متساوية. استخدم الحذف مع الضرب في جميع الحالات الأخرى.

إجابة إضافية

21. الإجابة النموذجية: $x + y = 12$ و $3x + 2y = 29$، حيث إن x يمثل تكلفة تذكرة طالب للعبة كرة السلة و y يمثل تذكرة شخص بالغ؛ يمكن استخدام عملية التعويض لحل نظام المعادلة: $(5, 7)$ تعني أن تكلفة تذكرة الطالب هي AED 5 وتكلفة تذكرة الشخص البالغ هي AED 7.

17. إعادة التدوير تقوم مريم وعلياء بإعادة تدوير علب الألومنيوم والصحف، كما هو موضح بالجدول. ربحت مريم AED 3.77، وربحت علياء AED 4.65.

المواد	الكيلوجرامات المعاد تدويرها	
	مريم	علياء
علب الألومنيوم	9	9
الصحف	174	26

17a. افرض أن x = التكلفة في كل كيلو جرام من علب الألومنيوم، والفرض أن y = تكلفة كل كيلو جرام من الصحف. $9x + 26y = 3.77$ و $9x + 114y = 4.65$

a. حدد المتغيرات واكتب نظاما من أنظمة المعادلات الخطية من هذا الموقف.

b. عادة كان سعر كل كيلوجرام من الألومنيوم؟ حدد مدى صحة حلك. AED 0.39. هذا الحل صحيح.

18. **الكتب** تقدم المكتبة تخفيضا على بيع الكتب. وتباع المجلدات بسعر AED 4 لكل مجلد، والكتب ذات الأغلفة الورقية بسعر AED 2 لكل كتاب. إذا أنفقت غادة AED 26 لشراء 8 كتب، فما عدد المجلدات التي اشترتها؟ 5

19. **الموسيقى** يقدم أحد نوادي الموسيقى عبر الإنترنت الأغاني المفردة بسعر والألبومات الكاملة بسعر آخر. ويدفع صالح AED 14.90 لتنزيل 5 أغاني فردية وألبوم واحد. أما طارق فيدفع AED 21.75 لتنزيل 3 أغاني فردية وألبوم.

a. كم يأخذ النادي مقابل تنزيل أغنية واحدة؟ AED 1.15

b. كم يأخذ النادي مقابل تنزيل ألبوم كامل؟ AED 9.15

20. **التحديث** حدّد عامر مكتب التقرير لمدة ساعتين، ثم حدث مع التقرير لمدة ساعة واحدة قبل الاستراحة. وقطع عبد الرحمن مسافة مكتب التقرير لمدة ساعتين ونصف، ثم مع التقرير لمدة ساعة ونصف قبل الاستراحة. إذا قطعا مسافة إضافية قدرها 9.5 km مكتب التقرير، و 20.5 km مع التقرير، وسرعة التقرير 3 km/h كل ساعة، فكم تبلغ سرعة عامر وعبد الرحمن في قطع المسافة غير المبلغ الواردة؟ عامر: 6 km/h، عبد الرحمن: 4 km/h

مسائل مهارات التفكير العليا: استخدام مهارات التفكير العليا

22. **مسألة غير محددة الإجابة** ضع نظام معادلات يمثل موقفا في مدرستك. صف الطريقة التي يمكنك استخدامها لحل النظام، ثم حل النظام واشرح ما يعنيه الحل. انظر الهامش.

22. **الاستنتاج** في نظام المعادلات، x تمثل المدة الزمنية المنقضية في قيادة السيارة، و y تمثل المسافة المقطوعة. حدد الحل الذي يكون $(7, -1)$. استخدم هذه المسألة لمناقشة أهمية تمثيل الحلول في سياق مسائل من الحياة اليومية.

23. **تحدّ** حسد حل نظام المعادلات التالي باستخدام ثلاث طرق مختلفة. اكتب الحل هنا. انظر الهامش.

$$4x + y = 13$$
$$6x - y = 7$$

25. النظام الثالث. هذا النظام هو النظام الوحيد الذي لا يعد من أنظمة المعادلات الخطية.

24. **اكتب سؤالاً** حول زميل إن الحذف هو الطريقة الأفضل لحل نظام المعادلات. اكتب سؤالاً لتحدد هذا الرأي. انظر الهامش.

25. أي مما يلي لا ينتمي إلى المجموعة؟ آن الأسطر مختلفة؟ اشرح.

$y = x + 1$ $y = 3x$	$y = x - 4$ $y = \frac{2}{5}$	$-x + y = 0$ $5x = 2y$	$x - y = 3$ $x + \frac{1}{3}y = 1$

26. **الكتابة في الرياضيات** هل تعرف أي طريقة تستخدمها عند حل نظام المعادلات؟ انظر ملحق إجابات الوحدة 6.

التحقق من فهمك

مثال 1 حدد أفضل طريقة لحل كل نظام من أنظمة المعادلات. ثم حُلّ النظام.

1. $2x + 3y = -11$, $-8x - 5y = 9$ — بالحذف (+): $(-1, 1)$
2. $3x + 4y = 11$, $2x + y = -1$ — بالتعويض: $(-3, 5)$
3. $3x - 4y = -5$, $-3x + 2y = 3$ — بالحذف (+): $\left(-\frac{1}{3}, 1\right)$
4. $3x + 7y = 4$, $5x - 7y = -12$ — بالحذف (×): $(2, -5)$

مثال 2 **التسوق** أثناء التخفيض، اشترى سلطان 4 قمصان و 3 بناطيل جينز مقابل AED 181. وفي اليوم نفسه، اشترت شيخة قميصًا واحدًا وبنطلونين جينز مقابل AED 94. وكانت القمصان كلها بنفس السعر، والبنطلونات كلها بنفس السعر.

a. اكتب نظام معادلات يمكن استخدامه لتمثيل هذا الموقف. انظر الهامش.

b. حدد أفضل طريقة لحل نظام المعادلات. التعويض

c. حل النظام. كل قميص يتكلف AED 16 وكل بنطلون جينز يتكلف AED 39.

التمرين وحل المسائل

مثال 1 حدد أفضل طريقة لحل كل نظام من أنظمة المعادلات. ثم حُلّ النظام. 11–6. انظر الهامش.

6. $-3x + y = -3$, $4x + 2y = 14$
7. $2x + 6y = -8$, $x - 3y = 8$
8. $3x - 4y = -5$, $-3x - 6y = -5$
9. $5x + 8y = 1$, $-2x + 8y = -6$
10. $x + 4x = 3$, $y = -4x - 1$
11. $-5x + 4y = 7$, $-5x - 3y = -14$

مثال 2 **المعرفة المالية** باع عبد الله الطعام الموضح في الجدول لجمع التبرعات لصالح مؤسسة المقيمين المستقلين في الإمارات. وباع بشطائر عددها يزيد بمقدار 11 عن عدد قطائر البيتزا وبلغ إجمالي ما كسبه AED 233. اكتب نظام معادلات لتمثيل هذا الموقف وحسب حله. ثم صف ما يعنيه الحل.

الطعام	السعر
بيتزا	AED 5.00
شطائر	AED 3.00

12. **الإجابة النموذجية:** $3s + 5p = 233$ و $s = p + 11$، $(25, 36)$. باع عبد الله 25 قطعة بيتزا و 36 شطيرة.

13. **الأقراص المضغوطة** شباب لديها إجمالي 40 أسطوانة بمقطوعة لألبام سيمانية وبرامج تليفزيونية. وعدد الألبام يقل بمقدار 4 عن ثلاث أضعاف عدد البرامج التليفزيونية. اكتب نظام معادلات لإيجاد عدد الألبام والبرامج التليفزيونية الموجودة على الأسطوانة وحسب حله. $m + t = 40$ و $m = 3t - 4$، 29 فيلمًا، 11 برنامجًا تليفزيونيًا

14. **الكهوف** هناك جولتان في كيوف سوبرا حول القصر الكريستالي وحولة بحيرة حدود الحصان. وإجمالي طول الرحلتين يساوي 3.25 km. وجولة القصر الكريستالي أقل بمقدار نصف كيلومتر من مثلي مسافة جولة بحيرة حدود الحصان. حدّد طول كل رحلة. انظر الهامش.

15. **تمثيل النماذج** تمثل النماذج هي الخطة التي يتساوى عندها الدخل مع النفقات. تدفع مدرسة الأمل الثانوية AED 13,200. مقابل كتابة وبحث كتابها السنوي زائد مصاريف الطباعة وقدرها AED 25 لكل كتاب. إذا باعت الكتب مقابل AED 40 لكل كتاب. فكم كتابًا تحتاج لبيعه حتى تصل إلى نقطة التعادل؟ اشرح. انظر الهامش.

16. **كرة الطلاء** تخطط عائشة وصديقاتها لرحلة إلى ملعب كرة الطلاء. حيث تتكلفة الغداء وتكلفة كل كرة طلاء. كم تبلغ تكلفة 400 كرة طلاء ووجبة غداء؟



تكلفة وجبة الغداء هي AED 10 وتكلفة كل كرة طلاء هي AED 0.03. تكلفة 400 كرة ووجبة غداء هي AED 22.

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	6-15, 21, 22, 24-44	27-30 ,فردي 7-15	6-14 ,زوجي 21, 22, 24-26, 31-44
OL أساسي	7-15 ,فردي 16-22 , 24-44	6-15, 27-30	16-22, 24-26, 31-44
BL متقدم	16-38, (اختياري 39-44)		

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-5 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

انتبه!

تجنب الأخطاء لا يفهم الطلاب كثيرًا ما تعنيه إجاباتهم في سياق المسألة. أكد على ضرورة رجوعهم وقراءة المسألة مرة أخرى للتأكد من إجاباتهم على السؤال. يكون من المفيد كذلك أن تطلب منهم تقديم إجاباتهم على مسألة كلامية في صورة جملة.

تدريس ممارسات في الرياضيات

التمثيل بالنماذج يستطيع الطلاب المتفوقون في الرياضيات تطبيق الرياضيات التي تعلموها في حل المسائل التي تظهر في حياتهم اليومية. في التمرين 15، وضّح للطلاب أنه نظرًا لأن تكلفة 400 كرة طلاء تكون بين 200 و 500، فإن تكلفة وجبة غداء و 400 كرة طلاء ينبغي أن تكون بين تكلفة الغداء و 200 كرة طلاء، وتكلفة الغداء و 500 كرة طلاء.

إجابات إضافية

5a. $4t + 3j = 181$; $t + 2j = 94$

6. التعويض: $(2, 3)$

7. التعويض: $(2, -2)$

8. الحذف (+): $\left(-\frac{1}{3}, 1\right)$

9. الحذف (−): $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$

10. التعويض: لا يوجد حل

11. الحذف (−): $(1, 3)$

14. بحيرة حدود الحصان = 1.25 km، القصر الكريستالي = 2 km

15. 880 كتابًا؛ إذا باعوا هذا العدد، إذا يساوي دخليهم مع نفقاتهم AED 35,200

1 الهدف

الهدف استخدام المصفوفات في حل أنظمة المعادلات.

نصائح للتدريس

- ذكّر الطلاب بأن ضرب صف ما لا يتضمن ضرب كل صف في المصفوفة.
- قد يؤدي الطلاب أيضا عمليات الصف وتحققوا من إجاباتهم باستخدام حاسبة التمثيل البياني. اكتب 2nd [MATRIX] للوصول إلى قائمة **المصفوفة**.

2 التدريس

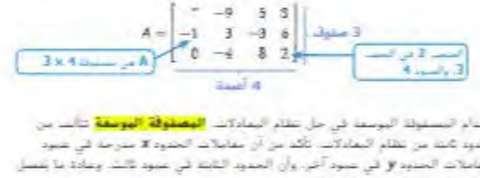
العمل في مجموعات متعاونة

قسم الصف الدراسي إلى مجموعات ثنائية. واعمل مع الصف الدراسي على إتمام النشاط 1. ثم اطلب منهم التعاون مع زملائهم لإكمال النشاط 2.

تمرين اطلب من الطلاب إتمام التمرينات من 1 إلى 6.

6-5 استخدام المصفوفات في حل أنظمة المعادلات

المصفوفة هي ترتيب مستطيلي للأعداد تسمى **المصفوفة** في صفوف وأعمدة محررة بين أقواس. وعادة ما يتم تقييد باستخدام حرف كبير. المصفوفة يمكن وصفها من طريق **أبعادها** أو عن طريق عدد الصفوف والأعمدة داخل المصفوفة. والمصفوفات التي بها عدد **m** من الصفوف وعدد **n** من الأعمدة هي مصفوفة $m \times n$ (اقرأ "**m** في **n**").



يمكنك استخدام المصفوفة الموسعة في حل نظام المعادلات. **المصفوفة الموسعة** تتألف من معاملات وحدود ثابتة من نظام المعادلات. تأكد من أن معاملات المجهول **x** مدرجة في عمود واحد، وأن معاملات المجهول **y** في عمود آخر، وأن الحدود الثابتة في عمود ثالث. وعادة ما يتم فصل بين المعاملات والحدود الثابتة بخط متقطع.

النظام الخطي	المصفوفة الموسعة
$x - 3y = 8$ $-9x + 2y = -4$	$\left[\begin{array}{cc:c} 1 & -3 & 8 \\ -9 & 2 & -4 \end{array}\right]$

النشاط 1 كتابة مصفوفة موسعة

اكتب مصفوفة موسعة لكل نظام من أنظمة المعادلات التالية.

a. $-2x + 7y = 11$
$6x - 4y = 2$

ضع معاملات المعادلات والحدود الثابتة في مصفوفة.

$-2x + 7y = 11$
$6x - 4y = 2$ → $\left[\begin{array}{cc:c} -2 & 7 & 11 \\ 6 & -4 & 2 \end{array}\right]$

b. $x - 2y = 5$
$y = -4$

$x - 2y = 5$
$y = -4$ → $\left[\begin{array}{cc:c} 1 & -2 & 5 \\ 0 & 1 & -4 \end{array}\right]$

يمكنك حل نظام المعادلات باستخدام مصفوفة موسعة. وبإجراء عمليات الصفوف، يمكنك تغيير صيغة المصفوفة. والعمليات هي نفسها العمليات التي تستخدم عند التعامل مع المعادلات.

المفهوم الأساسي عمليات الصفوف الأولية

يمكن إجراء العمليات التالية على مصفوفة موسعة.

- التبديل بين أي صفين.
- ضرب جميع العناصر في أحد الصفوف في ثابت غير صفري.
- استبدال أحد الصفوف بمجموع هذا الصف وأحد مضاعفات صف آخر.

Copyright © McGraw-Hill Education

تمرين على الاختبار المعياري

27. إذا كان $5x + 3y = 12$ ، $4x - 5y = 17$، فما قيمة y؟ **A**
A -1 B 3 C $(-1, 3)$ D $(3, -1)$

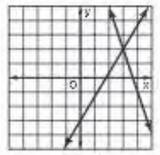
28. **الإحصاء** يظهر مخطط الانتشار عدد كومات القش المستخدمة في مزرعة حسن على مدار العام الماضي. **J**



أي مما يلي يعد استنتاجا غير صحيح؟
F استخدمت عائلة حسن كمية من القش في الصيف أقل مما استخدمته في الشتاء.
G استخدمت عائلة حسن 629 كومة من القش خلال العام.
H في المتوسط، استخدمت عائلة حسن 52 كومة كل شهر.
J استخدمت عائلة حسن الكمية الأكثر من القش في شهر فبراير.

29. **إجابة قصيرة** في الطبيعة، يكون لعمد الرحيم طل طوله 0.15 ft. وبجانبه عمود إنارة له ظل طوله 0.25 ft. فإذا كان طول عمد الرحيم 6 ft فكم يبلغ طول العمود؟ **10 ft**

30. أي من أنظمة المعادلات التالية ممثلة في التمثيل البياني؟ **A**



A $y = -3x + 11$
$3y = 3x - 9$
B $y = 5x - 15$
$2y = x + 7$
C $y = -3x + 11$
$2y = 4x - 5$
D $y = 5x - 15$
$3y = 2x + 18$

مراجعة شاملة

استخدم طريقة الحذف في حل كل نظام من أنظمة المعادلات. التمرين 4-5

31. $x + y = 3$
$3x - 4y = -12$ **(0, 3)**

32. $-4x + 2y = 0$
$2x - 3y = 16$ **(−4, −8)**

33. $4x + 2y = 10$
$5x - 3y = 7$ **(2, 1)**

34. **الصفر** تسافر مجموعة من الشباب في سيارتين لزيارة متحف الأحياء البحرية. عدد الأشخاص في كل سيارة وتكلفة ركوب هذه السيارة موضحة. فما أسعار ركوب البالغين والطلاب؟ التمرين 3-6 **AED 16; AED 9**

التكلفة الإجمالية	عدد الطلاب	عدد البالغين	سيارة
AED 77	5	2	A
AED 95	7	2	B

مثّل كل متباينة بيانيا. 35–38. انظر ملحق إجابات الوحدة 6.

35. $y < 4$

36. $x \geq 3$

37. $7x + 12y > 0$

38. $y - 3x \leq 4$

مراجعة المهارات

جد المجموع أو الفرق لكل مما يلي.

39. $(-3.81) + (-8.5)$ **−12.31**

40. $12.625 + (-5.23)$ **7.395**

41. $21.65 + (-15.05)$ **6.6**

42. $(-4.27) + 1.77$ **−2.5**

43. $(-78.94) - 14.25$ **−93.19**

44. $(-97.623) - (-25.14)$ **−72.483**

4 التقويم

حصاد الأمس اطلب من الطلاب كتابة كيف ساعدهم مفهوم الأمس لاستخدام الحذف مع الضرب لحل أنظمة المعادلات في مفهوم اليوم الخاص بتحديد أفضل طريقة لحل أنظمة المعادلات.

تدريس ممارسات في الرياضيات

الاستنتاج يدرك الطلاب المتفوقون في الرياضيات الكميات والعلاقات بينها في مواقف المسائل. في التمرين 22. وضّح للطلاب أن الوقت 1− يكون منطقيًا إذا كانت **x** تمثل الساعات منذ 12:00، لكن العدد السالب لساعات قيادة الدراجة يكون غير منطقي.

إجابات إضافية

23. التمثيل البياني: (5, 2)؛

الحذف باستخدام الجمع:
$4x + y = 13$
$6x - y = 7$
$10x = 20$
$x = 2$
$4(2) + y = 13$
$y = 5$

التعويض:
$y = -4x + 13$
$6x - (-4x + 13) = 7$
$6x + 4x - 13 = 7$
$10x = 20$
$x = 2$
$4(2) + y = 13$
$y = 5$

24. الإجابة النموذجية: هل تعلم طريقة أخرى بشكل أفضل إذا كانت إحدى المعادلات على الصيغة $y = mx + b$؟

التدريس المتمايز BL OL

التوسع اطلب من الطلاب إنشاء المسائل الخاصة بهم من الحياة اليومية والتي يمكن حلها باستخدام نظام المعادلات الخطية. سوف يساعد هذا جميع الطلاب على فهم مفهوم حل أنظمة المعادلات الخطية.

1 الهدف

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 6-6 حل المتباينات الخطية وتمثيلها بيانيا.

الدرس 6-6 حل أنظمة المتباينات الخطية بالتمثيل البياني. وتطبيق أنظمة المتباينات الخطية.

بعد الدرس 6-6 تحليل المواقف وصياغة أنظمة المتباينات في مجهولين لحل المسائل.

2 التدريس

أسئلة الدعائم التعليمية

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- وفقا للتمثيل البياني، ما هي معدلات نبضات القلب الثلاث المحتملة في المدى المفضل لفاطمة؟ **الإجابات النموذجية: 110 و 146 و 168**
- ما هي معدلات نبضات القلب الثلاث التي تقع خارج المدى؟ **الإجابات النموذجية: 100, 180, 195**
- ما الذي يحدث لمدى معدلات نبضات القلب المفضلة عندما تتقدم فاطمة في العمر؟ **يتناقص الحدان الأدنى والأعلى للمدى، ويتناقص المدى في مجمله.**

السابق ... **الحالي** ... **لماذا؟**

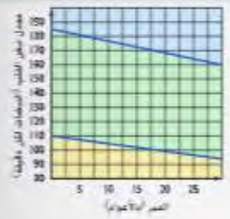
- حللت المتباينات الخطية بالتمثيل البياني.

1 حل أنظمة المتباينات الخطية بالتمثيل البياني.

2 تطبيق أنظمة المتباينات الخطية.

- تعد فاطمة برنامج تمارين يحتوي على تمارين مكثفة لتقوية عضلة القلب. وأوصاها المدرب أيه بالنسبة إلى شخص في سنها يجب أن تظل نشيطة في التمارين التالي أثناء ممارستها التمرين.
- يجب أن يكون أعلى من 102 نبضة في الدقيقة.
- يجب ألا يتعدى 174 نبضة في الدقيقة.

سيمثل التمثيل البياني أدناه وأقصى معدل لنبضات القلب الأقصائي الذي تراوح أعمارهم ما بين 0 إلى 30 عاما أثناء ممارستهم التمارين. وإذا كان التمثيل البياني يقدم أعمار فاطمة في الأعوام، فكم عمر فاطمة في الوقت الحالي؟



المفردات الجديدة

نظام المتباينات system of inequalities

مبررات في الرياضيات

فهم خصائص المسائل والمثابرة في حلها وبراعة الحلول.

1 أنظمة المتباينات التمثيل البياني أعلاه يمثل باقي المتباينتين. وتسمى مجموعة المتباينات المكونة من متباينتين أو أكثر **نظام المتباينات**.

حل نظام المتباينات الذي له متغيران هو مجموعة الأزواج المرتبة التي تحقق جميع المتباينات في النظام. ومجموعة الحل مساحة تتداخل التمثيلات البيانية للمتباينات أو تتقاطعها.

مثال 1 إيجاد الحل باستخدام التمثيل البياني

حل نظام المتباينات باستخدام التمثيل البياني.

$y > -2x + 1$

$y \le x + 3$

التمثيل البياني لـ $y = -2x + 1$ متقطع ولا يتضمن التمثيل البياني للحل. التمثيل البياني لـ $y = x + 3$ متصل ويتضمنه التمثيل البياني للحل.

حل النظام هو مجموعة الأزواج المرتبة في تقاطع التمثيل البياني لـ $y \le x + 3$ ، $y > -2x + 1$ عند المنطقة مظللة باللون الأحمر.

عند تمثيل أكثر من متباينتين يمكنك أن تستخدم التمثيل بألوان مختلفة أو تظلين مختلفين لكل متباينة. لجعل رؤية موضع تقاطع المتباينتين وإيجاد الحلول المحتملة.



تدرب موجه 1A–1D. انظر هامش إجابات الوحدة 6.

1A. $y \le 3$
$x + y \ge 1$

1B. $2x + y \ge 2$
$2x + y < 4$

1C. $y \ge -4$
$3x + y \le 2$

1D. $x + y > 2$
$-4x + 2y < 8$

أسئلة لا تتقاطع المتباينتان أبدا، وعندما يحدث ذلك لا يوجد حل لأنه لا يوجد نقاط مشتركة.

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمرينات من 1 إلى 6 لتقييم معرفة الطلاب باستخدام المصفوفات لحل أنظمة المعادلات.

من العملي إلى النظري

اطلب من الطلاب تلخيص طرقهم المفضلة لاستخدام عمليات الصف في المصفوفات لحل أنظمة المعادلات. اطلب منهم تفسير متى ولماذا يفضلون استخدام عمليات صف معينة.

إرشاد للمعلمين الجدد

طريقة بديلة يمكن إجراء عمليات الصف بترتيبات مختلفة للوصول إلى نفس النتيجة. في النشاط 2، يمكنك البدء بضرب الصف الأول، R_1 ، في $-\frac{1}{5}$ بدلاً من استبدال الصفوف.

المتابعة

لقد استكشف الطلاب المصفوفات وعمليات المصفوفة.

اطرح السؤال التالي:

- ما مزايا استخدام المصفوفات لحل المسائل؟ **الإجابة النموذجية: تقدم طريقة مناسبة لتنظيم البيانات. ويمكن استخدامها لاختصار الرموز.**

تنتج عمليات الصف مصفوفة مساوية للنظام الأصلي. **تقليل الصف** هو عملية إجراء عمليات الصفوف الأولية على مصفوفة موسعة لحل نظام ما. والهدف هو إكساب جزء المعامل في المصفوفة صيغة $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ وهو ما

يسمى بـ **المصفوفة المحايدة**. العمود الأول يمثل الحل لـ x. لأن معامل y يساوي 0. والعمود الثاني يمثل الحل لـ y. لأن معامل x يساوي 0.

النشاط 2 استخدام عمليات الصف لحل نظام ما

استخدم المصفوفة الموسعة لحل نظام المعادلات.

$-5x + 3y = 6$
$x - y = 4$

الخطوة 1 اكتب مصفوفة موسعة. $\begin{bmatrix} -5 & 3 & 6 \\ 1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$

الخطوة 2 لاحظ أن العنصر الأول في الصف الثاني يساوي 1. استبدل الصفوف حتى يكون 1 في الركن العلوي الأيسر.

$\begin{bmatrix} -5 & 3 & 6 \\ 1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$ استبدل R_1 و R_2 $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ -5 & 3 & 6 \end{bmatrix}$

الخطوة 3 لمساواة العنصر الأول في الصف الثاني بـ 0، اضرب الصف الأول في 5 واجمع الناتج إلى الصف 2.

$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ -5 & 3 & 6 \end{bmatrix}$ $5R_1 + R_2$ $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 0 & -2 & 26 \end{bmatrix}$ $1(5) + (-5) = 0$; $-1(5) + 3 = -2$; $4(5) + 6 = 26$

الخطوة 4 لمساواة العنصر الثاني في الصف الثاني بـ 1، اضرب الصف الثاني في $-\frac{1}{2}$.

$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 0 & -2 & 26 \end{bmatrix}$ $-\frac{1}{2}R_2$ $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -13 \end{bmatrix}$ $0\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$; $-2\left(-\frac{1}{2}\right) = 1$; $26\left(-\frac{1}{2}\right) = -13$

الخطوة 5 لمساواة العنصر الثاني في الصف الثاني بـ 0، اجمع الصفوف معا.

$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -13 \end{bmatrix}$ $R_2 + R_1$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -9 \\ 0 & 1 & -13 \end{bmatrix}$ $1 + 0 = 1$; $-1 + 1 = 0$; $4 + (-13) = -9$

الحل هو $(-13, -9)$.

النموذج والتحليل

اكتب مصفوفة موسعة لكل نظام من أنظمة المعادلات. ثم جد حل النظام. 1–6. انظر الهامش.

1. $x + y = -3$
$x - y = 1$

2. $x - y = -2$
$2x + 2y = 12$

3. $3x - 4y = -27$
$x + 2y = 11$

4. $x + 4y = -6$
$2x - 5y = 1$

5. $x - 3y = -2$
$4x + y = 31$

6. $x + 2y = 3$
$-3x + 3y = 27$

Copyright © McGraw-Hill Education. Permission is granted to reproduce for classroom use.

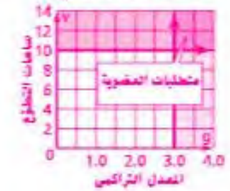
إجابات إضافية

1. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$; $(-1, -2)$
2. $\begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & 2 & 12 \end{bmatrix}$; $(2, 4)$
3. $\begin{bmatrix} 3 & -4 & -27 \\ 1 & 2 & 11 \end{bmatrix}$; $(-1, 6)$
4. $\begin{bmatrix} 1 & 4 & -6 \\ 2 & -5 & 1 \end{bmatrix}$; $(-2, -1)$
5. $\begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 \\ 4 & 1 & 31 \end{bmatrix}$; $(7, 3)$
6. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & 3 & 27 \end{bmatrix}$; $(-5, 4)$

مثال إضافي

3 الخدمة تتطلب مؤسسة الخدمة الجامعية أن يحصل أعضاؤها على المعدل التراكمي 3.0 على الأقل وأن يتطوعوا لمدة 10 ساعات على الأقل في الأسبوع.

a. حدد المتغيرات واكتب نظام المتباينات لتمثيل هذا الموقف. ثم مثل النظام بيانيًا. افترض أن $g =$ المعدل التراكمي، افترض أن $v =$ عدد ساعات التطوع؛ $g \geq 3.0,\ v \geq 10$



b. اذكر حلاً محتملاً واحداً. (3.5, 12) المرجات 3.5 والتطوع 12 ساعة

3 تمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-9 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

تدريس ممارسات في الرياضيات

التمثيل بالنماذج يستطيع الطلاب المتفوقون في الرياضيات تطبيق الرياضيات التي تعلّموها في حل المسائل التي تظهر في بيئة العمل. في التمرين 26، وضح للطلاب أنه يمكنهم أولاً مراعاة الأجور ثم التشيش.

الدقة يشير الطلاب المتفوقون في الرياضيات بالحساب بدقة وكفاءة. في التمرين 42، أكد على أن التمثيل البياني الدقيق ينتج التقدير الأكثر دقة.

التحقق من فهمك

المثالان 1 و 2 حلّ أنظمة المتباينات باستخدام التمثيل البياني. **1–8. انظر ملحق إجابات الوحدة 6.**

1. $y \geq 4$, $y \leq x - 3$
2. $y > -2$, $y \leq x + 9$
3. $y < 3x + 8$, $y \geq 4x$
4. $3y - y \geq -1$, $2x + y \geq 5$
5. $y \leq 2x - 7$, $y \geq 2x + 7$
6. $y > -2x + 5$, $y \geq -2x + 10$
7. $3x + y \leq 5$, $2x + y \leq 7$
8. $3x - y < -2$, $5x - y > 6$

مثال 3



9. **سائق السيارات** في مدرسة تعليم قيادة سيارات السباق ضمانات متطلبات للسلامة.
   a. حدد المتغيرات واكتب نظامًا للمتباينات لتمثيل متطلبات الطول والوزن في هذا الموقف. ثم مثل النظام بيانيًا. **انظر ملحق إجابات الوحدة 6.**
   b. اذكر حلاً محتملاً واحداً. **الإجابة النموذجية: 176 cm و 80 kg**
   c. هل (50, 180) يعد حلاً؟ اشرح. **نعم، النقطة تقع في المنطقة المتداخلة.**

التمرين وحل المسائل

المثالان 1 و 2 حلّ كل نظام من أنظمة المتباينات بالتمثيل البياني. **10–24. انظر ملحق إجابات الوحدة 6**

10. $y < 6$, $y > x + 3$
11. $y \geq 0$, $y \leq x - 5$
12. $y \leq x + 10$, $y > 6x + 2$
13. $y < 5x - 2$, $y > -6x + 2$
14. $2x - y \leq 6$, $x - y \geq -1$
15. $3x - y > -5$, $5x - y < 9$
16. $y \geq x + 10$, $y \leq x - 3$
17. $y < 5x - 5$, $y > 5x + 9$
18. $y \geq 3x - 5$, $3x - y > -4$
19. $4x + y > -1$, $y < -4x + 1$
20. $3x - y \geq -2$, $y < 3x + 4$
21. $y > 2x - 3$, $2x - y \geq 1$
22. $5x - y < -6$, $3x - y \geq 4$
23. $x - y \leq 8$, $y < 3x$
24. $4x + y < -2$, $y > -4x$

مثال 3

25. **حديقة النتج** تستخدم مربعات تسطيح العشب في الحشائش التي تبلغ مساحتها $100\ m^2$ على الأقل وتصل إلى $1700\ m^2$. وبتراوح السعر من AED 10,000 على الأقل إلى AED 150,000 على الأكثر.
   a. حدد المتغيرات، واكتب نظامًا من أنظمة المتباينات لتمثيل هذا الموقف. ثم مثل النظام بيانيًا. **انظر ملحق إجابات الوحدة 6.**
   b. اذكر حلاً محتملاً واحداً.
   c. هل (1600, 30,000) يعد حلاً؟ اشرح. **نعم، النقطة تستوفي كل متباينة.**

25b. الإجابة النموذجية: مربعة تسطيح الجليد لحديقة واحدة مساحتها $500\ m^2$ وسعرها AED 20,000

26. **تمثيل النماذج** يعمل عمر المرور ما بين 10 إلى 30 ساعة في الأسبوع في مطعم سمارا. ويدفع مرتب AED 6.50 في الساعة. لكن بإمكانه الحصول على الكرامية عند توصيل طلبات السوار.
   a. اكتب نظام متباينات لتمثيل الدراهم d التي يمكنه أن يكسبها مقابل عدد ساعات h يعمل في الأسبوع. $d \geq 6.50h;\ 10 \leq h \leq 30$
   b. مثل هذا النظام بيانيًا. **انظر ملحق إجابات الوحدة 6.**
   c. إذا حصل عمر المرور على AED 17.50 كإكرامية ودخل إجمالي AED 180 في الأسبوع، فما عدد الساعات التي عمل بها؟ **25 ساعة**

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	10-26, 39-41, 43-66	11-25 فردي, 44-47	10 - 26 زوجي, 39-41, 43, 48 - 58
OL أساسي	11-25 فردي, 26, 27-35, 36, 37, 39-41, 43-58 فردي	10-26, 44-47	27-35, 36, 37, 39-41, 43, 48-58
BL متقدم	(اختياري 56-58), 27-55		

التدريس المتمايز AL OL BL

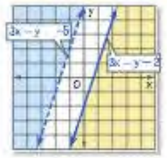
الدعم الطلاب يعانون من صعوبة في التمثيل البياني لأنظمة المتباينات.

متقدم اقترح أن يمثلوا كل متباينة بيانيًا على تمثيل بياني إحداثي منفصل وأن يضعوا التمثيلين البيانيين معًا على نفس التمثيل البياني الإحداثي بتسخيمها أو شفهيا.

مثال 2 لا يوجد حل

حل نظام المتباينات باستخدام التمثيل البياني.

$3x - y \geq 2$
$3x - y < -5$



التمثيل البياني لـ $3x - y = -5$ ، $3x - y = 2$ خطان متوازيان. والمنطقتان لا تتقاطعان عند أي نقطة. إذًا لا يوجد حل للنظام.

تصحيح دراسية

الحدود المتوازية
نظام المعادلات الممثل بمستقيمات متوازية لا يوجد له حل. لكن نظام المتباينات الذي له حدود متوازية قد يكون له حل. على سبيل المثال.



تمرين موجّه **2A–2B. انظر ملحق إجابات الوحدة 6.**

2A. $y > 3$, $y < 1$

2B. $x + 6y \leq 2$, $y \geq -\frac{1}{6}x + 7$

2 تطبيق أنظمة المتباينات

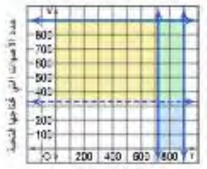
عند استخدام نظام المتباينات لوصف القيود على المواقف المحتملة في مسألة من الحياة اليومية. أحيانًا تكون الأعداد الكلية وحدها هي المنطقية.

مثال 3 من الحياة اليومية حلول الأعداد الكلية



الانتخابات تدير فتحية مجلس الطلاب. وتنص قوانين الانتخابات على أنه لكي تكون الانتخابات صحيحة، يجب أن يصوت 80% من أصل 900 طالب على الأقل. فتحية تعرف أنها بحاجة إلى أكثر من 330 صوتًا لكي تفوز.

a. حدد المتغيرات، واكتب نظامًا من أنظمة المتباينات لتمثيل هذا الموقف. ثم مثل النظام بيانيًا.



افرض أن $r =$ عدد الأصوات المطلوبة وذلك لقواعد الانتخابات. 80% من أصل 900 تساوي 720 طالبًا. إذًا $r \geq 720$.

افرض أن $v =$ عدد الأصوات التي تحتاج إليها فتحية لكي تفوز. إذًا $v > 330$.

نظام المتباينات هو $r \geq 720$ و $v > 330$.

b. اذكر خيارًا واحدًا قابلاً للتطبيق.

حلول الأعداد الكلية وحدها هي الحلول المنطقية في هذه المسألة، من الحلول المحتملة (400, 800). 800 طالب صوتوا وحصلت فتحية على 400 صوت.

تمرين موجّه

3. **جمع التبرعات** يبيع نادي المسرح قمصان. ولديهم ما يكفي من الإعدادات لطباعة 120 قميصا. وسوف يبيعون قمصان كثيلة مقابل AED 22 وقمصان عادية مقابلة AED 15. بهدف الحصول على AED 2000 على الأقل.
   A. حدد المتغيرات، واكتب نظامًا من أنظمة المتباينات لتمثيل هذا الموقف. **3A–3B. انظر ملحق إجابات الوحدة 6.**
   B. ثم مثّل النظام بيانيًا.
   C. اذكر حلاً محتملاً واحدًا. **الإجابة النموذجية: 95 قميص ثقيل و 10 قمصان عادية**
   D. هل (45, 30) يعد حلاً؟ اشرح. **لا، النقطة لا تقع في المنطقة المتداخلة**

1 أنظمة المتباينات

المثال 1 يوضح كيفية حل نظام المتباينات عبر التمثيل البياني. **المثال 2** يوضح كيفية تحديد أن نظام المتباينات لا يشتمل على حل.

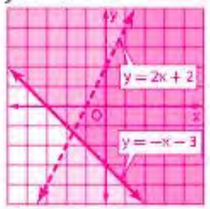
التقويم التكويني

استخدم التمارين الموجهة الموجودة بعد كل مثال للوقوف على استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أسئلة إضافية

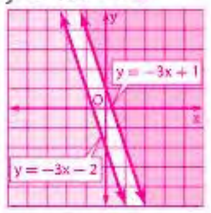
1 حل أنظمة المتباينات باستخدام التمثيل البياني.

$y < 2x + 2$
$y \geq -x - 3$



2 حل أنظمة المتباينات باستخدام التمثيل البياني.

$y \geq -3x + 1$
$y \leq -3x - 2$ ∅



2 تطبيق أنظمة المتباينات

مثال 3 يوضّح كيفية استخدام نظام المتباينات لحل مسألة من الحياة اليومية.

4 التقويم

تعيين مصطلح الرياضيات اطلب من كل طالب كتابة الطريقة لتحديد ما إذا كان التظليل يكون أعلى المستقيم أم أسفله عند تمثيل متباينة بيانيًا وكيفية تحديد الحلول المشتركة عند تمثيل نظام المتباينات بيانيًا.

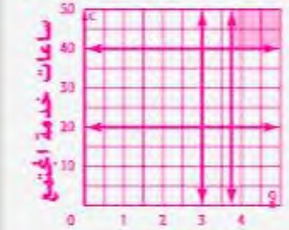
التقويم التكويني

تحقق من فهم الطلاب للمفاهيم في الدرس 6-6.

إجابات إضافية

44a. $c \geq 20$ ، $g \geq 3.75$
$c \geq 40$ ، $g \geq 3.0$

44b. المتحة المدراسية



44c. الإجابة النموذجية: 40 ساعة خدمة مجتمعية ومعدل تراكمي 3.75

تمرين على الاختبار المعياري

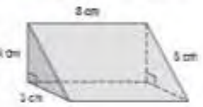
44. **إجابة موسّعة** للتقديم في منحة دراسية، يجب أن يكون لديك 20 ساعة على الأقل من الخدمات المجتمعية ومتوسط نقاط درجات 3.75 على الأقل. وتتطلب منحة أخرى 40 ساعة على الأقل من الخدمات المجتمعية ومتوسط نقاط درجات 3.0 على الأقل. **a–c. انظر الهامش.**
a. اكتب نظامًا من أنظمة المتباينات لتمثيل أوراق الأشياء التي يجب أن تكون لديك حتى تتقدم لكلتا المنحتين.
b. مثّل نظام المتباينات بيانيًا.
c. إذا كنت مؤهلًا لكلتا المنحتين، فأنجز حلًا محتملًا واحدًا.

45. **الهندسة** ما قياس $\angle 1$؟ **D**



A 83°
B 87°
C 90°
D 93°

46. **الهندسة** ما حجم المنشور الثلاثي؟ **H**



F 120 cm^3
G 96 cm^3
H 48 cm^3
J 30 cm^3

47. عشرة كيلوجرامات من الطماطم الطازجة تصنع حوالي 7.5 L من الطماطم المطبوخة. كم عدد لترات الطماطم المطبوخة التي يصنعها كيلوجرام واحد من الطماطم الطازجة؟ **A**

A L 0.75
B L 1.25
C L 2.5
D L 5

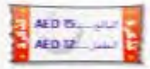
مراجعة شاملة

48. **الكيمياء** يحتاج معمل أوريون إلى 500 L من محلول يحتوي على 34% من الأسد. والمتاحان الوحيدان المتوفران هما تركيز 25% و 50% من الأسد. اكتب نظام المعادلات وحله لإيجاد عدد لترات في كل محلول التي يجب خلطها لعمل محلول تركيز 34%. **الدرس 6-5** $x + y = 500,\ 0.25x + 0.5y = 170$؛ 320 L من 25% و 180 L من 50%

استخدم طريقة الحذف في حل كل نظام من أنظمة المعادلات. **الدرس 6-4**

49. $x + y = 7$, $2x + y = 11$ (4, 3)
50. $a - b = 9$, $7a + b = 7$ (2, −7)
51. $q + 4r = -6$, $3q + 2r = 6$ (4, −3)

52. **الترفيه** الشرت مجموعة من 11 بالغًا وطفلًا ذهبوا لممارسة كرة السلة. إذا كان إجمالي التكلفة AED 156 فما عدد البالغين الذين اشتروها من كل نوع؟ **الدرس 6-3** 8 بالغين، 3 أطفال



مثل كل متباينة بيانيًا. 53–55. **انظر ملحق إجابات الوحدة 6.**

53. $4x - 2 \geq 2y$
54. $9x - 3y < 0$
55. $2y \leq -4x - 6$

مراجعة المهارات

جد قيمة كل تعبير.

56. 3^2 27
57. 2^5 16
58. $(-4)^3$ −64

التدريس المتمايز OL

التوسع اطلب من الطلاب رسم التمثيل البياني لـ $5 \leq x \leq 2$ و $4 \leq y \leq 1$ على نفس المستوى الإحداثي. اطلب منهم وصف المضلع الذي يتشكل من التقاطع. مربع نرؤوس عند (2, 1)، (5, 4)، (2, 4) و (5, 1)

خلّ كل من أنظمة المتباينات باستخدام التمثيل البياني. 27–35. **انظر ملحق إجابات الوحدة 6.**

27. $x + y \geq 1$, $x + y \leq 2$
28. $3x - y < -2$, $3x - y < 1$
29. $2x - y \leq -11$, $3x - y \geq 12$
30. $y < 4x + 13$, $4x - y \geq 1$
31. $4x - y < -3$, $y \geq 4x - 6$
32. $y \leq 2x + 7$, $y < 2x - 3$
33. $y > -12x + 1$, $y \leq 9x + 2$
34. $2y \geq x$, $x - 3y > -6$
35. $x - 5y > -15$, $3y \geq x - 5$

36. **مشروع الصف الدراسي** كوّن صف الاقتصاد مجموعة لبيع الأدوات المدرسية. هم يريدون بيع 20 دفترًا و 50 قلمًا على الأقل كل أسبوع. يهدف تحقيق ربح AED 60 على الأقل كل أسبوع. **a–b. انظر ملحق إجابات**



a. حدّد المتغيرات، واكتب نظامًا من أنظمة المتباينات لتمثيل هذا الموقف.
b. مثّل النظام بيانيًا.
c. اذكر حلًا محتملًا واحدًا. **الإجابة النموذجية: 25 دفترًا و 100 قلم**

37. **المعرفة المالية** يربح عمد الكريم AED 15 في الساعة من عمله لدى مصور فوتوغرافي. وهو أيضًا يدرب فريقًا صاعدًا لكرة القدم مقابل AED 10 في الساعة. وهو يحتاج أن يربح AED 90 على الأقل كل أسبوع، لكنه لا يريد أن يعمل أكثر من 20 ساعة في الأسبوع.

a. حدّد المتغيرات، واكتب نظامًا من أنظمة المتباينات لتمثيل هذا الموقف. **37a. اقرض أن x = عدد ساعات العمل لدى المصور، اقرض أن y = ساعات التدريب، $x + y \leq 20,\ 15x + 10y \geq 90$.**
b. مثّل هذا النظام بيانيًا. **انظر ملحق إجابات الوحدة 6.**
c. أعط حلين محتملين لتصف كيف يمكن لعمد الكريم أن يحقق أهدافه. **37c. الإجابة النموذجية: 6 ساعات عند المصور، 10 ساعات تدريب؛ 8 ساعات عند المصور، 10 ساعات تدريب**
d. هل (2, 2) يعد حلًا؟ اشرح. **37d. لا، النقطة لا تقع داخل المنطقة المظللة. لن يربح ما يكفي من المال.**

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

38. **تحدّ** اكتب نظام متباينات يساوي $|x| \leq 4$، $x \leq -4$، $x \geq 4$.

39. **الاستنتاج** حدد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة أحيانًا، أم دائمًا، أم ليست صحيحة على الإطلاق. اشرح إجابتك بمثال أو مثال مضاد. **انظر ملحق إجابات الوحدة 6.**
أنظمة المتباينات ذات الحدود المتوازية ليس لها حلول.

40. **الاستنتاج** صف التمثيل البياني لحل هذا النظام بدون تمثيل بياني.
$6x - 3y \leq -5$
$6x - 3y \geq -5$
إنه المستقيم $6x - 3y = -5$.

41. **مسألة غير محددة الإجابة** متباينة واحدة في نظام واحد تساوي $3x - y > 4$. اكتب متباينة ثانية بحيث تكوّن **نظامًا بلا حلول. الإجابة النموذجية: $3x - y < -4$**

42. **مراعاة الدقة** مثل نظام المتباينات بيانيًا، وقدر مساحة الحل. **9 وحدات²؛ انظر ملحق إجابات الوحدة 6 للتمثيلات البيانية.**
$y \geq 1$
$y \leq x + 4$
$y \leq -x + 4$

43. **الكتابة في الرياضيات** راجع بداية الدرس. اشرح ما تمثله كل منطقة ملونة من التمثيل البياني. اشرح كيف أن التظليل بعدة ألوان مختلفة قد يساعد في بيان مجموعة حل نظام المتباينات بوضوح. **انظر ملحق إجابات الوحدة 6.**

التدريس باستخدام التكنولوجيا

المدونة اطلب من الطلاب العمل في مجموعات ثنائية لإنشاء صفحة تصف كيفية تمثيل نظام المتباينات بيانيًا. صف كيفية تحديد ما إذا كنت تستخدم مستقيمًا متواصلًا أو متقطعًا وأي جانب يتم تظليله من جوانب المستقيم. وكذلك، وضح كيفية تفسير التمثيل البياني لتحديد حلول النظام.

1 التركيز

الهدف استخدام حاسبة التمثيل البياني لاستكشاف أنظمة المتباينات.

المواد الخاصة لكل طالب

- حاسبة تمثيل بياني

نصيحة للتدريس

لبدء مستند جديد، يمكن للطلاب الضغط على **ctrl N** ثم اختيار **إضافة تمثيلات بيانية**.

2 التدريس

العمل في مجموعات متعاونة

اطلب من الطلاب العمل في مجموعات متنوعة القدرات، مكونة من ثلاثة أو أربعة طلاب لإكمال الخطوتين 1 و 2 من النشاط.

- في الخطوة 1، عند تغيير إعدادات النافذة، يتعين على الطلاب الضغط على **tab** أو على سهم التنقل لأسفل للتنقل عبر الإعدادات.
- إذا كان مطلوب تباين أعلى أو أقل لعرض تداخل التمثيلات البيانية، فاضغط على **+ ctrl** للحصول على التباين الأعلى **– ctrl** لتباين أقل.

تمرين اطلب من الطلاب إتمام التمرينين 1 و 2.

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمرين 1 لتقييم ما إذا كان الطلاب يمكنهم استخدام نظام المتباينات لحل مسألة ما.

يمكنك استخدام تقنية TI-Nspire لاستكشاف أنظمة المتباينات. لإعداد الحاسبة، أضف صفحة **Graphs** جديدة من الشاشة الرئيسية.

النشاط تمثيل أنظمة المتباينات بيانيًا

يملك السيد عبيد شركة لغسيل السيارات وتزيينها. ويستغرق 20 دقيقة في غسيل السيارة الواحدة و 60 دقيقة في تزيينها. ويعمل 8 ساعات بحد أقصى في اليوم ويقوم بتزيين 4 سيارات في اليوم. اكتب نظامًا من أنظمة المتباينات الخطية لتمثيل هذا الموقف.

أولًا، اكتب متباينة خطية تمثل الزمن المستغرق في غسل السيارة وتزيينها افترض أن x تمثل عدد مرات غسل السيارات، والفرض أن y تمثل عدد مرات تزيين السيارات. إذا $20x + 60y \le 480$.

لتمثيل المتباينة بيانيًا باستخدام حاسبة التمثيل البياني، حلّ حل y.

المتباينة الأصلية	$20x + 60y \le 480$
اطرح $20x$ من كل طرف واكتب	$60y \le -20x + 480$
اقسم كل طرف على 60 واكتب	$y \le -\frac{1}{3}x + 8$

يريد السيد عبيد 4 سيارات في اليوم. وهذا يعني أن $y \le 4$.

الخطوة 1 عدّل نافذة العرض ثم مثل بيانيًا $y \le 4$.
استخدم خيار **Window Settings** من قائمة **Window/Zoom** لضبط النافذة بحيث -4 إلى 30 لـ x و -2 إلى 10 لـ y.
اضبط التباين على **Auto**. ثم أدخل **y ≤ 4 enter**.



الخطوة 2 مثل بيانيًا $y \le -\frac{1}{3}x + 8$. اضغط **tab del** ثم أدخل $-\frac{1}{3}x + 8$.



المنطقة المظللة الداكنة من التمثيل البياني تمثل الحلول.

تحليل النتائج

1. إذا كان السيد عبيد يعرض سعرًا AED 75 لكل سيارة يزينها و AED 25 لكل سيارة يغسلها، فما أقصى قدر من المال يمكنه أن يكسبه خلال يوم واحد؟ **AED 600**
2. ما أكبر عدد من السيارات يمكن للسيد عبيد أن يغسله في اليوم؟ اشرح استنتاجك. **24، في نقطة تقاطع x مع $y = -\frac{1}{3}x + 8$.**

Copyright © McGraw-Hill Education. Permission is granted to reproduce for classroom use.

من العملي إلى النظري

التمرين 2 اطلب من الطلاب تفسير التمثيل البياني لنظام المتباينات لتحديد قيمة عظمى.

التقويم التكويني

المفردات الأساسية إذا واجه الطلاب صعوبة في الإجابة عن الأسئلة 1-8، فذكرهم أنه يمكنهم مراجعة الدروس لإنعاش ذاكرتهم بشأن المفردات.

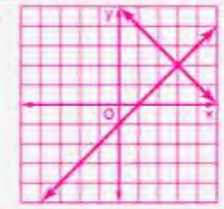
مطويات منظّم الدراسة

مطويات® Dinah Zike

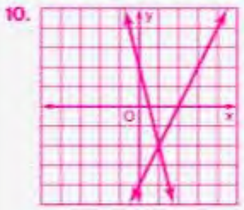
اطلب من الطلاب إلقاء نظرة على الوحدة للتأكد من أنهم قد أضافوا بعض الأمثلة إلى مطوياتهم. واقترح عليهم إبقاء مطوياتهم بجانبهم أثناء إكمال صفحات دليل الدراسة والمراجعة، مشيرًا إلى أن المطويات تمثل بمثابة أداة مراجعة سريعة عند المذاكرة من أجل اختبار الوحدة.

إجابات إضافية

9.



10.



دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

أنظمة المعادلات التمرين 1-5 إلى 45

- النظام الذي له تمثيل بياني من مستقيمين متقاطعين نظام ليس له حل وهو متوافق ومستقل.
- قد لا يقدم التمثيل البياني لنظام من أنظمة المعادلات دومًا حلول تقريبية. والحلول الدقيقة يجب أن تستخدم الطرق الجبرية.
- في طريقة التعويض، تحل إحدى المعادلتين لإيجاد ما يعوض التعبير في المعادلة الثانية لإيجاد قيمة متغير آخر.
- في طريقة الحذف، يتم حذف متغير ما عن طريق جمع المعادلات أو طرحها.
- أسهل طريقة لحل نظام من أنظمة المعادلات تعتمد على معادلات المتغيرات.

أنظمة المتباينات التمرين 46-54

- نظام المتباينات هو مجموعة من متباينتين أو أكثر لها نفس المتغيرات.
- حل نظام المتباينات هو تقاطع المتباينات البيانية.

المطويات منظّم الدراسة

تأكد من إدراج المفاهيم الأساسية في المطويات.



المفردات الأساسية

مصفوفة موسعة augmented matrix	غير متوافق inconsistent
متوافق consistent	مستقل independent
غير مستقل dependent	مصفوفة matrix
بعد dimension	التعويض substitution
متغير element	نظام المعادلات system of equations
الحذف elimination	نظام المتباينات system of inequalities

مراجعة المفردات

حدد ما إذا كانت كل عبارة **صحيحة** أم **خاطئة**. وإذا كانت **خاطئة**، فاستبدل الحد الذي تحته خط بحيث تصبح العبارة صحيحة.

1. إذا كان للنظام حل واحد على الأقل، يقال إنه متوافق. **صحيحة**
2. إذا كان النظام المتوافق يطلق عليه مستقل. يقال إنه **خاطئة**. **حل واحد**
3. إذا كان النظام المتوافق عدد لا نهائي من الحلول، يقال إنه غير متوافق. **خاطئة**. **مستقل**
4. إن لم يكن للنظام حلول، يقال إنه غير متوافق. **صواب**
5. التعويض يتضمن تعويض تعبير ما من إحدى المعادلتين للتعبير ما في المعادلة الأخرى. **صحيحة**
6. في بعض الحالات، تتيح معادلتين في نظام ما بحذف أحد المتغيرات. وهذه العملية تسمى بالحذف. **خاطئة**. **الجمع أو الطرح**
7. الصيغ التي تتكون من متباينتين أو أكثر لها نفس المتغيرات تسمى نظام المعادلات. **خاطئة**. **نظام المتباينات**
8. عند عدم تقاطع المتباينات البيانية لمتباينات في أي نظام من أنظمة المتباينات ؟ توجد حلول للنظام. **صحيحة**

إجابات إضافية

31. الإجابة النموذجية: افترض أن r هو عدد النوع الأول من التذاكر، وافترض أن c هو عدد النوع الثاني من التذاكر؛ $r + c = 24$، $r + 3c = 50$؛ 11 تذكرة بـ AED 1 و 13 تذكرة بـ AED 3

40. الإجابة النموذجية: افترض أن c تمثل عدد الكعك، وافترض أن p تمثل عدد الفطائر؛ $8c + 10p = 356$، $p + c = 40$؛ 22 كعكة، 18 فطيرة

6-3 الحذف باستخدام الجمع والطرح

استخدم طريقة الحذف في حل كل نظام من أنظمة المعادلات.

23. $x + y = 13$, $x - y = 5$ (9, 4)
24. $-3x + 4y = 21$, $3x + 3y = 14$ $\left(-\frac{1}{3}, 5\right)$
25. $x + 4y = -4$, $x + 10y = -16$ (4, −2)
26. $2x + y = -5$, $x - y = 2$ (−1, −3)
27. $6x + y = 9$, $-6x + 3y = 15$ $\left(\frac{1}{2}, 6\right)$
28. $x - 4y = 2$, $3x + 4y = 38$ (10, 2)
29. $2x + 2y = 4$, $2x - 8y = -46$ (−3, 5)
30. $3x + 2y = 8$, $x + 2y = 2$ $\left(3, -\frac{1}{2}\right)$

31. **بطاقات البيسبول** اشترى علي 24 بطاقة من بطاقات البيسبول بمقابل AED 50، والنوع الواحد يكلف AED 1 لكل بطاقة والثاني يكلف AED 3 لكل بطاقة. حدد المتغيرات، واكتب المعادلات لإيجاد عدد كل نوع من أنواع البطاقات التي اشتراها. حسد الحل باستخدام الحذف. **انظر الهامش**

مثال 3

استخدم الحذف في حل نظام المعادلات التالي.

$3x - 5y = 11$
$x + 5y = -3$

$3x - 5y = 11$
(+) $x + 5y = -3$
$4x = 8$ — الجمع أو بحذف
$x = 2$ — اقسم كل طرف على 4.

والآن عوض 2 بـ x في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة y.

$3x - 5y = 11$ — المعادلة الأولى
$3(2) - 5y = 11$ — عوض
$6 - 5y = 11$ — اضرب.
$-5y = 5$ — اطرح 6 من كل طرف.
$y = -1$ — اقسم كل طرف على −5.

إذا، الحل هو (2، −1).

6-4 الحذف باستخدام الضرب

استخدم طريقة الحذف في حل كل نظام من أنظمة المتباينات.

32. $x + y = 4$, $-2x + 3y = 7$ (1, 3)
33. $x - y = -2$, $2x + 4y = 38$ (5, 7)
34. $3x + 4y = 1$, $5x + 2y = 11$ (3, −2)
35. $-9x + 3y = -3$, $3x - 2y = -4$ (2, 5)
36. $8x - 3y = -35$, $3x + 4y = 33$ (−1, 9)
37. $2x + 9y = 3$, $5x + 4y = 26$ (6, −1)
38. $-7x + 3y = 12$, $2x - 8y = -32$ (0, 4)
39. $8x - 5y = 18$, $6x + 6y = -6$ (1, −2)

40. **بيع المخبوزات** في اليوم الأول، تم بيع إجمالي 40 من المخبوزات بمقابل AED 356. حدد المتغيرات، واكتب نظامًا من أنظمة المعادلات لإيجاد عدد الكعكات والفطائر التي تم بيعها. حسد الحل باستخدام الحذف. **انظر الهامش**

بيع المخبوزات
الفطائر AED 10
الكعكات AED 8

مثال 4

استخدم في حل نظام المعادلات التالي.

$3x + 6y = 6$
$2x + 3y = 5$

لاحظ أنك إذا ضربت المعادلة الثانية في −2، تصبح معاملات الحدود y معكوسات جمعية.

$3x + 6y = 6$
$2x + 3y = 5$ — اضرب في −2 ← $3x + 6y = 6$
(+) $-4x - 6y = -10$
$-x = -4$
$x = 4$

والآن عوض بـ 4 من x في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة y.

$2x + 3y = 5$ — المعادلة الثانية
$2(4) + 3y = 5$ — التعويض
$8 + 3y = 5$ — اضرب.
$3y = -3$ — اطرح 8 من كل الطرفين.
$y = -1$ — اقسم كل طرف على 3.

إذا، الحل هو (4، −1).

مراجعة درس بدرس

6-1 تمثيل أنظمة المعادلات بيانيًا

مثل كل نظام بيانيًا وحدد عدد الحلول التي يتضمنها. وإذا كان له حل واحد، فاذكره.

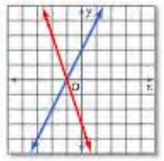
9. $x - y = 1$, $x + y = 5$ — واحد. (3, 2)
10. $y = 2x - 4$, $4x + y = 2$ — واحد. (1, −2)
11. $2x - 3y = -6$, $y = -3x + 2$ — واحد. (0, 2)
12. $-3x + y = -3$, $y = x - 3$ — واحد. (0, −3)
13. $x + 2y = 6$, $3x + 6y = 8$ — لا يوجد حل
14. $3x + y = 5$, $6x = 10 - 2y$ — عدد لا نهائي من الحلول

15. **الأرقام السحرية** يحاول عدنان إيجاد عددين مجموعهما 14 وفرقهما 4. حدد متغيرين، واكتب نظامًا من أنظمة المعادلات. وحسد حله بالتمثيل البياني. **انظر الهامش.**

مثال 1

مثل النظام بيانيًا وحدد عدد الحلول التي يتضمنها. وإذا كان له حل واحد، فاذكره.

$y = 2x + 2$
$y = -3x - 3$



تظهر المستقيمات متقاطعة عند النقطة (0، −1).

يمكنك التحقق من هذا عن طريق التعويض بـ −1 عن x و 0 عن y.

المعادلة الأصلية $y = 2x + 2$ — التحقق
التعويض $0 \stackrel{?}{=} 2(-1) + 2$
اضرب. $0 \stackrel{?}{=} -2 + 2$
$0 = 0$ ✓

المعادلة الأصلية $y = -3x - 3$
التعويض $0 \stackrel{?}{=} -3(-1) - 3$
اضرب. $0 \stackrel{?}{=} 3 - 3$
$0 = 0$ ✓

الحل هو (0، −1).

6-2 التعويض

استخدم التعويض في حل كل نظام من أنظمة المعادلات.

16. $x + y = 3$, $x = 2y$ (2, 1)
17. $x + 3y = -28$, $y = -5x$ (2, −10)
18. $3x + 2y = 16$, $x = 3y - 2$ (4, 2)
19. $x - y = 8$, $y = -3x$ (2, −6)
20. $y = 5x - 3$, $x + 2y = 27$ (3, 12)
21. $x + 3y = 9$, $x + y = 1$ (−3, 4)

22. **الهندسة** مستطيل محيطه 48cm. وطوله أكبر من عرضه بمقدار 6cm. حدد المتغيرات، واكتب المعادلات لتمثيل هذا الموقف. حسد حل النظام باستخدام التعويض.

الإجابة النموذجية: افرض أن W هي العرض وافرض أن ℓ هي الطول. $2\ell + 2w = 48$، $\ell = w + 6$. العرض 9 و 15 هو الطول.

مثال 2

استخدم التعويض لحل النظام.

$3x - y = 18$
$y = x - 4$

المعادلة الأولى $3x - y = 18$
عوض بـ $x - 4$ عن y. $3x - (x - 4) = 18$
بسّط. $2x + 4 = 18$
اطرح 4 من كل طرف. $2x = 14$
اقسم كل طرف على 2. $x = 7$

استخدم قيمة x وإحدى المعادلتين لإيجاد قيمة y.

المعادلة الثانية $y = x - 4$
عوض وبسّط. $= 7 - 4$ أو 3

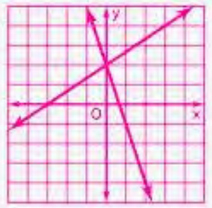
إذا الحل هو (7، 3).

مراجعة درس بدرس

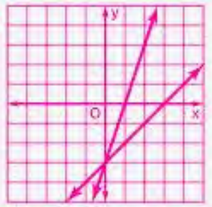
التدخل التقويمي إذا كانت الأمثلة المعطاة غير كافية لعرض الموضوعات التي تتناولها الأسئلة، فذكّر الطلاب بأن مراجع الدروس ترشدهم إلى مكان مراجعة الموضوع في كتبهم المدرسية.

إجابات إضافية

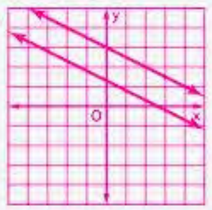
11.



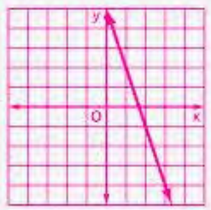
12.



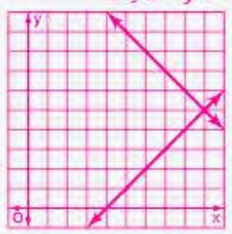
13.



14.



15. الإجابة النموذجية: افترض أن x تكون أحد العددين و y هو العدد الآخر؛ $x + y = 14$؛ $x - y = 4$؛ 9 و 5



6 دليل الدراسة والمراجعة عام

6-6 أنظمة المتباينات

خـلّ كل نظام من أنظمة المتباينات باستخدام التمثيل البياني.

51. $x > 3$
$y < x + 2$

52. $y \leq 5$
$y > x - 4$

53. $y < 3x - 1$
$y \geq -2x + 4$

54. $y \leq -x - 3$
$y \geq 3x - 2$

51-54. انظر الهامش.

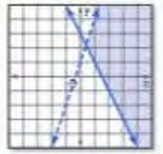
55. **الوظائف** يريد يسر 7 AED في الساعة من عمله في متجر للخضراوات ويريد 10 AED في الساعة من توصيل الصحف. ولا يمكنه العمل أكثر من 20 ساعة في الأسبوع. مثل المتباينتين اللتين يمكن لعمر استخدامهما لتحديد عدد الساعات التي يحتاج إلى العمل خلالها في كل وظيفة يوميًا إذا أراد أن يربح 90 AED على الأقل في الأسبوع. انظر الهامش.

مثال 6

خـلّ نظام المتباينات باستخدام التمثيل البياني.

$y < 3x + 1$
$y \geq -2x + 3$

مجموعة حل النظام هي مجموعة الأزواج المرتبة في تقاطع المتباينتين السابقتين. هذا الجزء مظلل في الشكل البياني أدناه.



6-5 تطبيق أنظمة المعادلات الخطية

حدد أفضل طريقة لحل كل نظام من أنظمة المعادلات. ثم حـل حل النظام.

41. $y = x - 8$
$y = -3x$ (2, −6) تعويض:

42. $y = -x$
$y = 2x$ (0, 0) تعويض:

43. $x + 3y = 12$
$x = -6y$ (24, −4) تعويض:

44. $x + y = 10$
$x - y = 18$ (14, −4) حذف (+):

45. $3x + 2y = -4$
$5x + 2y = -8$

46. $6x + 5y = 9$
$-2x + 4y = 14$ (−1, 3) حذف (x):

47. $3x + 4y = 26$
$2x + 3y = 19$

48. $11x - 6y = 3$
$5x - 8y = -25$ (3, 5) حذف (x):

47. حذف (x)؛ (2, 5) 45. حذف (−)؛ (−2, 1)

49. **العملات** ادخرت ليلى 5 AED وذلك بوضع قطع نقد معدنية من فئة 25 فلسًا ومن فئة 50 فلسًا. وكان إجمالي ما معها 14 قطعة نقد معدنية. حدد العشرات واكتب نظامًا من أنظمة المعادلات لتحديد عدد قطع النقد المعدنية من الفئتين. ثم أوجد حل النظام باستخدام الطريقة الأفضل للموقف.



50. **العروض** في معرض المدينة، تكلفة 4 شرائح من البيتزا وطبقين من البطاطس المقلية 21.00 AED. وتكلفة شريحتين من البيتزا و 3 طبقات من البطاطس المقلية 16.50 AED لإيجاد تكلفة الشريحة الواحدة من البيتزا وتكلفة الطبق الواحد من البطاطس، حدد المتغيرات واكتب نظامًا من أنظمة المعادلات لتمثيل الموقف. حدد الطريقة الأفضل لإيجاد حل نظام المعادلات. ثم جـد حل النظام. انظر 6A5

مثال 5

حدد أفضل طريقة لحل نظام المعادلات. ثم جـد حل النظام.

$3x + 5y = 4$
$4x + y = -6$

معامل y يساوي 1 في المعادلة الثانية. إذا فالحل بالتعويض طريقة جيدة. جـد حل المعادلة الثانية لـ y.

$4x + y = -6$ المعادلة الثانية
$y = -6 - 4x$ اطرح $4x$ من كل طرف.

عوّض $-6 - 4x$ عن y في المعادلة الأولى.

$3x + 5(-6 - 4x) = 4$ عوّض.
$3x - 30 - 20x = 4$ خاصية التوزيع
$-17x - 30 = 4$ بسّط.
$-17x = 34$ اجمع 30 إلى كل طرف.
$x = -2$ اقسم على -17.

أخيرًا، عوّض -2 عن x في إحدى المعادلتين لإيجاد y.

$4x + y = -6$ المعادلة الثانية
$4(-2) + y = -6$ عوّض.
$-8 + y = -6$ اضرب.
$y = 2$ اجمع 8 لكل طرف.

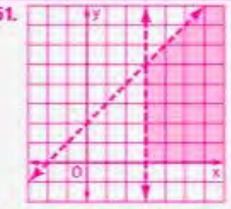
الحل هو $(-2, 2)$.

49. الإجابة النموذجية: افرض أن d تمثل 10 فلسات و q تمثل 25 فلسًا؛ $d + q = 25$؛ $0.10d + 0.25q = 4$؛ 10 فلسات؛ 15 فلسًا.

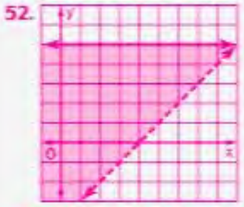
50. افرض أن p تمثل تكلفة شريحة من البيتزا و f تمثل تكلفة طبق من البطاطس المقلية؛ $4p + 2f = 21$، $2p + 3f = 16.5$؛ الإجابة النموذجية: الحذف؛ البيتزا AED 3.75، البطاطس المقلية AED 3.

إجابات إضافية

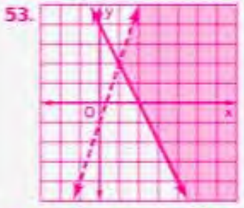
51.



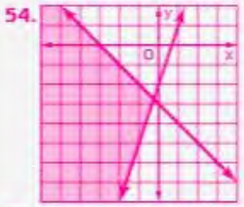
52.



53.



54.



55.



6 التحضير للاختبارات المعيارية

1 التركيز

الهدف استخدام إستراتيجية الحل بترتيب عكسي لحل مسائل الاختبار المعياري.

2 التدريس

أسئلة الدعائم التعليمية

اسأل:

- هل اعتمدت من قبل التخمين لاختيار إجابة في اختبار؟ إذا كانت الإجابة بنعم، فلماذا تخمن الإجابة؟ ستختلف الإجابات.
- هل تحققت من التخمين؟ إذا كانت الإجابة بنعم، فكيف تحققت منه؟ ستختلف الإجابات.
- لماذا تعتقد بأنه من المنطقي التحقق من تخمين؟ الإجابة النموذجية: قد يكون التخمين خطأ. إذا بالتحقق منه يظهر ما إذا كان خاطئاً وأنه يجب تقديم تخمين آخر.

التخمين والتحقق

من الضروري جدًا أن تشرح من وترتك وتخلل على اطلاع دائم بمقدار الوقت المتاح لك عند الخضوع لاختبار معياري. فإذا كان الوقت يمر سريعًا، أو إذا لم تكن واثقًا من كيفية حل مسألة ما، فقد تساعدك إستراتيجية التخمين والتحقق في تحديد الإجابة الصحيحة بسرعة.



إستراتيجيات التخمين والتحقق

الخطوة 1

أمعن النظر في كل اختبار إجابة متاحة، وحدد كيفية التعرف على صحة أحد الإجابات غير المتطقية.

اسأل نفسك:

- هل هناك أي خيارات إجابة غير منطقية بشكل واضح؟
- هل أي من خيارات الإجابة ليست بالشكل الصحيح؟
- هل توجد أي خيارات إجابة لا تحتوي الوحدات المناسبة للإجابة الصحيحة؟

الخطوة 2

لخيارات الإجابة المتبقية استخدم طريقة التخمين والتحقق.

- **المعادلات:** إذا كنت تحل معادلة ما، فعوض خيار الإجابة بالمتغير وانظر ما إذا كانت هذه النواتج في جملة معادلة صحيحة.
- **المتباينات:** وبالمثل، يمكنك تعويض خيار الإجابة بالمتغير وتنظر ما إذا كان منطقيًا للمتباينة.
- **نظام المعادلات:** جرب خيار الإجابة التي تحتوي أزواج معادلتي النظام.

الخطوة 3

اختر خيار إجابة وانظر ما إذا كان يعني شيوء بيان المسألة. حدد الإجابة الصحيحة.

- إذا كان خيار الإجابة الذي تختبره لا يعني بالمسألة، فانتقل إلى التخمين المعقول التالي، وتحقق منه.
- عندما تجد خيار الإجابة الصحيح، تواقف. ليست مضطرًا للتحقق من خيارات الإجابة الأخرى.

6 تدريب على الاختبار

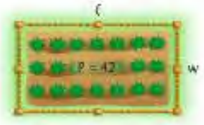
مثل كل نظام بيانيًا وحدد عدد الحلول التي يتضمنها. وإذا كان له حل واحد، فاذكره.

1. $y = 2x$
   $y = 6 - x$
   حل واحد. (2, 4)
2. $y = x - 3$
   $y = -2x + 9$
   حل واحد. (4, 1)
3. $x - y = 4$
   $x + y = 10$
   حل واحد. (7, 3)
4. $2x + 3y = 4$
   $2x + 3y = -1$
   لا يوجد حل
   4–1. انظر ملحقات إجابات الوحدة 6 للتمثيلات البيانية.

استخدم التعويض في حل كل نظام من أنظمة المعادلات.

5. $y = x + 8$
   $2x + y = -10$ **(−6, 2)**
6. $x = -4y - 3$
   $3x - 2y = 5$ **(1, −1)**

7. **البستنة** يملك عيسى 42 مترًا من السياج حول بستانه. والبستان مستطيل الشكل. وطوله يساوي ضعفي عرضه ناقص 3 أمتار. حدد البعدين. واكتب نظامًا من أنظمة المعادلات لإيجاد طول البستان وعرضه. حل النظام باستخدام التعويض. **انظر الهامش.**



8. **الاختيار من متعدد** استخدم الحذف لإيجاد حل النظام. **B**
   $6x - 4y = 6$
   $-6x + 3y = 0$
   A (5, 6)
   B (−3, −6)
   C (t, 0)
   D (4, −8)

9. **التسوق** لدى مايسة AED 175 لشراء بطاقات جيتر وسترات. وكل بطاقتين بتكلفة AED 25. وكل سترة تتكلف AED 20. وهي تشتري 8 قطع. حدد عدد البطاقات والسترات التي اشترتها مايسة. **3 بطاقات، 5 سترات**

استخدم طريقة الحذف في حل كل نظام من أنظمة المعادلات.

10. $x + y = 13$
    $x - y = 5$ **(9, 4)**
11. $3x + 7y = 2$
    $3x - 4y = 13$ **(3, −1)**
12. $x + y = 8$
    $x - 3y = -4$ **(5, 3)**
13. $2x + 6y = 18$
    $3x + 2y = 13$ **(3, 2)**

14. **المجلات** سجلت مها في مجلة رياضية ومجلة للموضة. وتشتمل 24 إصدارًا لهذا العام. عدد إصدارات مجلات الموضة يقل عن ضعف عدد المجلات الرياضية بمقدار 6. حدد البعدين. واكتب نظامًا من أنظمة المعادلات لإيجاد عدد إصدارات كل مجلة. **انظر الهامش.**

حدد أفضل طريقة لحل كل نظام من أنظمة المعادلات. ثم حل النظام.

15. $y = 3x$
    $x + 2y = 21$ **(3, 9)**
    تعويض.
16. $x + y = 12$
    $y = x - 4$ **(8, 4)**
    تعويض.
17. $x + y = 15$
    $x - y = 9$ **(12, 3)**
    حذف (+).
18. $3x + 5y = 7$
    $2x - 3y = 11$ **(4, −1)**
    حذف (×).

19. **أدوات المكتب** أثناء التخفيض، اشترى فارس 24 رزمة ورق و 4 أقلام حبر مقابل AED 320. اشترت موزة رزمتين من الورق وقلم حبر واحد مقابل AED 50. وكانت رزم الورق بنفس السعر والأقلام الحبر أيضًا بنفس السعر. اكتب نظامًا من أنظمة المعادلات لتمثيل هذا الموقف. حدد أفضل طريقة لحل نظام المعادلات. ثم حل النظام.
    انظر ملحق إجابات الوحدة 6.

20–23. حل كل نظام من أنظمة المتباينات باستخدام التمثيل البياني.

20. $x > 2$
    $y < 4$
21. $x + y \leq 5$
    $y \geq x + 2$
22. $3x - y > 9$
    $y > -2x$
23. $y \geq 2x + 3$
    $-4x - 3y > 12$

إجابات إضافية

7. الإجابة النموذجية: افترض أن w هي العرض وافترض أن ℓ هي الطول: $2w + 2\ell = 42$، $\ell = 2w - 3$؛ $w = 8$ m، $\ell = 13$ m

14. افترض أن f = عدد مجلات الأزياء، و s = عدد المجلات الرياضية. إذا $f + s = 24$ و $f = 2s - 6$. إذا $s = 10$ و $f = 14$

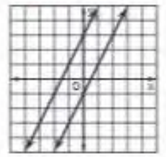
6 تدريب على الاختبار المعياري

تراكمي: الوحدات من 1 إلى 6

الاختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي قدمها لك معلمك أو في ورقة أخرى.

1. أي من الحدود التالية تصف نظام المعادلات الموضح في التمثيل البياني على اليمين؟ D



A متوافق
B متوافق وغير مستقل
C متوافق ومستقل
D غير متوافق

2. استخدم التعويض في حل نظام المعادلات التالي. F

$$\begin{cases} y = 4x - 7 \\ 3x - 2y = -1 \end{cases}$$

F (3, 5)　　H (5, −2)
G (6, −1)　　J (−6, 2)

3. أي الأزواج المرتبة هو حل نظام المعادلات الخطية الموضحة أدناه؟ D

$$\begin{cases} 3x - 8y = -50 \\ 3x - 5y = -38 \end{cases}$$

A $\left(\frac{5}{3}, \frac{3}{2}\right)$　　C $\left(-\frac{2}{3}, \frac{4}{9}\right)$
B (4, −9)　　D (−6, 4)

4. تنفق مدرسة المستلزمات السوداء AED 881 من بيع 4 سماعات مقاومة و 9 مكانس كهربائية. فإذا تحاوزت أرباح بيع السماعات أرباح المكانس بمقدار AED 71، فما ثمن المكنسة الكهربائي؟ F

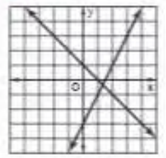
F AED 45　　H AED 108
G AED 59　　J AED 119

5. في أي ربع من المستوى الإحداثي تقع النقطة التي تحدد حل النظام الآتي؟ C

$$\begin{cases} y > -\frac{1}{2}x - 1 \\ y > -x + 3 \end{cases}$$

A فقط IV ، I　　C فقط IV ، I ، II
B فقط III　　D فقط III ، II

6. أي من الحدود التالية تصف نظام المعادلات الموضح في التمثيل البياني على اليمين؟ G



F متوافق
G متوافق ومستقل
H متوافق وغير مستقل
J غير متوافق

7. استخدم الحذف في حل نظام المعادلات التالي. D

$$\begin{cases} 3x + 2y = -2 \\ 2x - 2y = -18 \end{cases}$$

A (1, 3)　　C (−2, −3)
B (7, −4)　　D (−4, 5)

8. ما حل نظام المعادلات التالي؟ J

$$\begin{cases} y = 5x - 1 \\ y = 6x + 1 \end{cases}$$

F (2, 10)　　H (7, 5)
G (−3, −14)　　J لا توجد حل

نصيحة حل الاختبار

السؤال 8 يمكنك طرح المعادلة الثانية من الأولى لحذف المتغير x. ثم حل من أجل y.

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. حدد ما تحتاج لمعرفته. ثم استخدم المعلومات الموجودة في حل المسائل.

حل نظام المعادلات $\begin{cases} 4x - 8y = 20 \\ -3x + 5y = -14 \end{cases}$

A (5, 0)　　C (3, −1)
B (4, −2)　　D (−6, −5)

حل نظام المعادلات هو زوج مرتب (x, y). بما أن جميع خيارات الإجابة بهذا الشكل، فمن المحتمل أن تكون كلها إجابات صحيحة ويجب أن يتم التحقق منها ابدأ بخيار الإجابة الأول وعوضه في كل معادلة. استمر حتى تجد الزوج المرتب الذي يستوفي كلتا معادلتي النظام.

	المعادلة الأولى	المعادلة الثانية
خمن: (5, 0)	$4x - 8y = 20$ ✓ $4(5) - 8(0) = 20$	$-3x + 5y = -14$ ✗ $-3(5) + 5(0) \neq -14$
خمن: (4, −2)	$4x - 8y = 20$ ✗ $4(4) - 8(-2) \neq 20$	$-3x + 5y = -14$ ✗ $-3(4) + 5(-2) \neq -14$
خمن: (3, −1)	$4x - 8y = 20$ ✓ $4(3) - 8(-1) = 20$	$-3x + 5y = -14$ ✓ $-3(3) + 5(-1) = -14$

الزوج المرتب $(3, -1)$ يستوفي كلتا معادلتي النظام. إذا، الإجابة الصحيحة هي C.

تمارين

اقرأ كل مسألة. احذف أي إجابة غير منطقية. ثم استخدم المعلومات الموجودة في حل المسائل.

1. اشترت نيلة 5 شطائر و 3 مشروبات غازية في مباراة الكرة مقابل AED 11.50. واشترى فالح 4 شطائر ومشروبين مقابل AED 8.50. فكم تتكلف الشطيرة الواحدة والمشروب الواحد؟ B

A الشطائر: AED 1.25
المشروبات الغازية: AED 1.50

C الشطائر: AED 1.50
المشروبات الغازية: AED 1.25

A الشطائر: AED 1.25
المشروبات الغازية: AED 1.75

D الشطائر: AED 1.50
المشروبات الغازية: AED 1.75

2. تأمل المكتبة في بيع ما لا يقل عن 30 حلاذا وحاسبة كل أسبوع. وتأمل أيضًا في تحقيق ربح لا يقل عن AED 200 في الحلاذ والحاسبات. فما عدد الحلاذ والحاسبات التي يمكنها بيعها لكي تحقق كلا الهدفين؟ H

أسعار المكتبة	
الأداة	السعر
الحلاذ	AED 3.65
الحاسبات	AED 14.80

F 25 حلاذا، 5 حاسبات
G 12 حلاذا، 15 حاسبة
H 22 حلاذا، 9 حاسبات
J 28 حلاذا، 6 حاسبات

McGraw-Hill Education ... جميع الحقوق محفوظة

مثال إضافي

الحل $2x + 5y = -18$
$-4x + 3y = 10$ C

A (6, −6)
B (1, −4)
C (−4, −2)
D (−9, 0)

3 التقويم

استخدام التمرينين 1 و 2 لتقويم استيعاب الطلاب.

خيارات الواجب المنزلي

الاستعداد للوحدة 7 اطلب من الطلاب حل التمارين الموجود في صفحة 389 كواجب منزلي لمعرفة ما إذا كانوا يمتلكون المهارات المتطلبة للوحدة القادمة.

إجابات إضافية

18a. تم تجميع 250 سلعة معلبة في اليوم 1. إذا بعد 5 أيام، سيتم تجميع 1,250

18b. الإجابة النموذجية: لا. لأنه من المرجح أن يشهد عدد السلع المعلبة تقلبًا من اليوم الأول وحتى اليوم.

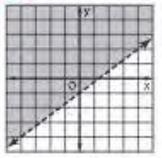
الإجابة المختصرة/الإجابة الشبكية

اكتب الإجابات في ورقة الإجابة التي قدمها لك المعلم أو ورقة أخرى.

9. **إجابة شبكية** حملاء وأحتها لديهما AED 15 تبقيانها على البترا. والبترا المتوسطة تتكلف AED 11.50 زائد AED 0.75 لكل إضافة. ما أقصى عدد للإضافات يمكن لحملاء وأحتها الحصول عليه مع البترا؟ **4**

10. اكتب متباينة للتمثيل البياني التالي.

$y > \frac{3}{4}x - 1$



11. **إجابة شبكية** هالة تأخذ جولة على الطريق. بعد أن تقود 12 كيلومترًا زيادة، ستكون قد قادت السارة ما لا يقل عن منتصف الجولة التي تبلغ مسافتها 108 كيلومترات. ما هو أقل عدد من الأميال قادته، حتى الآن **42**

12 اكتب معادلة في صيغة الميل والمقطع حيث الميل يساوي $-\frac{2}{3}$ و والمقطع مع محور y يساوي 6. $y = -\frac{2}{3}x + 6$

13. عرض شركة إيجارات النيل AED 9.50 في الساعة للدراجة الجبارية زائد AED 15 رسوم. اكتب معادلة في صيغة الميل والتقاطع لتكلفة الإيجار الإجمالية C من تأجير الدراجة الجبارية لمدة h ساعات. $C = 9.5h + 15$

14. **إجابة شبكية** متجر الأدوات الكهربائية لديه تخفيضات في المتجر كله أثناء عطلة نهاية الأسبوع. جهاز الطابعة الذي يباع الذي يباع في الظروف العادية بـ AED 179.00 أصبح بعد التخفيض AED 143.20. ما النسبة المئوية للتخفيض على السعر؟ **20**

15. عام 1980، كان التعداد السكاني بولاية كساكي حوالي 3.66 مليون نسمة. وفي عام 2000، وصل العدد إلى قرابة 4.04 مليون نسمة. فكم كان معدل الزيادة السنوية في تعداد السكان من عام 1980 إلى عام 2000؟ **نحو 19,000 نسمة كل عام**

16. تتكلف خدمات هاتف ماجد المحمول AED 0.15 في كل رسالة. اكتب معادلة تمثل التكلفة C من خدمة الهاتف المحمول لـ t رسائل مرسلة كل شهر. $C = 0.15t$

17. متجر يعرض خدمة إعادة إرسال رسائل البريد على جميع المطاعمات مقابل AED 15 فإذا كان محمد يبحث عن مطاعمات يتراوح سعرها ما بين AED 45 إلى AED 89، فما السلع الذي يتوقع أن يدفعه؟ **AED 30 إلى AED 74**

الإجابة الموسعة

دوّن إجاباتك على ورقة. اكتب الحل هنا.

18. تبين الجدول عدد الأطعمة المعلبة التي تم جمعها خلال اليوم الأول من أيام تبرعات الطعام.

نتائج اليوم الأول من جمع تبرعات الطعام	
الصف الدراسي	العدد المجموع
طلاب الصف العاشر	78
طلاب الصف الحادي عشر	80
طلاب الصف الثاني عشر	92

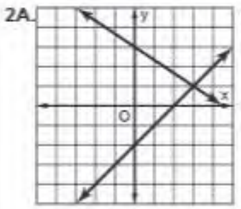
a. قدر عدد السلع المعلبة التي سيتم جمعها خلال جمع تبرعات يستمر 5 أيام. اشرح إجابتك. **b–a. انظر الهامش.**

b. هل هذا التقدير يوقع بمعقول؟ اشرح.

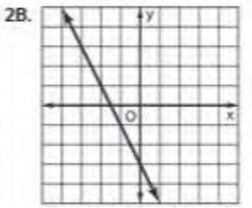
حقوق النشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 1-6 (تمرين موجه)

2A.

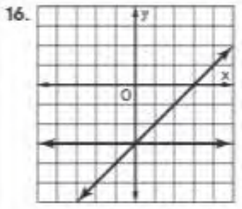


2B.

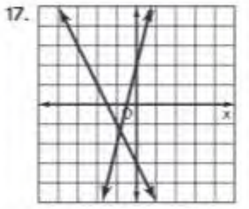


الدرس 1-6

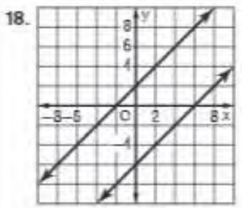
16.



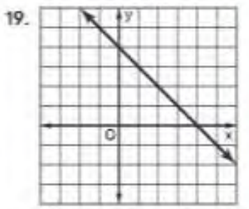
17.



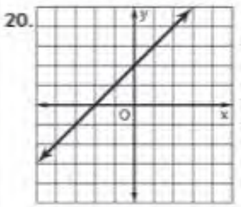
18.



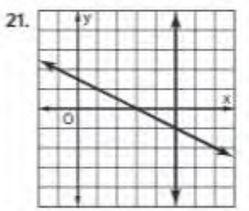
19.



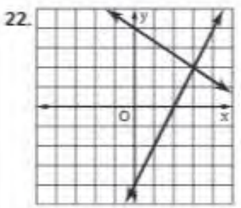
20.



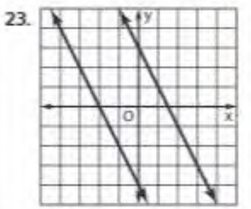
21.



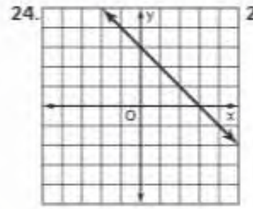
22.



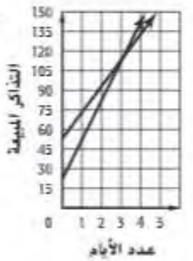
23.



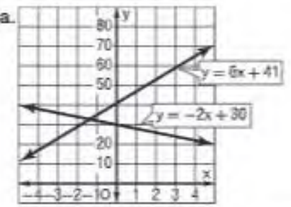
24.



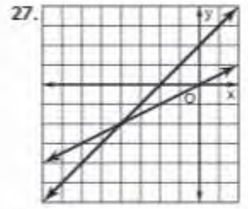
25b.



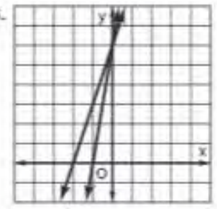
26a.



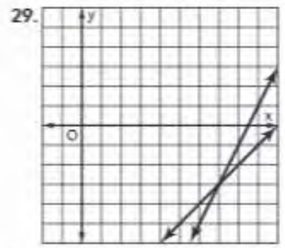
27.



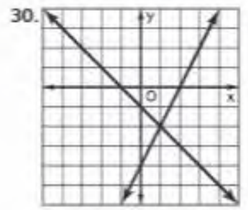
28.



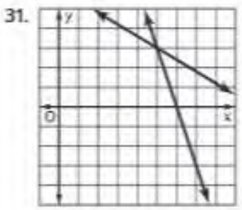
29.



30.



31.

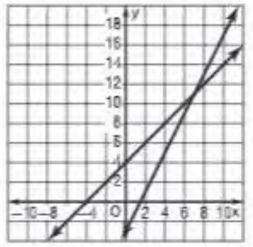


26d. لا يوجد حل: الإجابة النموذجية: لم تتقاطع التمثيلات البيانية في الربع الأول.

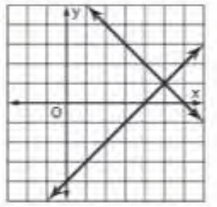
30. الإجابة النموذجية: $a + b = 25$, $24a + 16b = 464$: افترض أن a = عدد القمصان التي اشترتها هناء، وافترض أن b = عدد القمصان التي اشترتها هيام. والاثنين دفعا هناء وهيام اشتريا 25 قميصًا وأنفقت هناء 24 AED لكل قميص وأنفقت هيام 16 AED لكل قميص. وأنفقا معًا 464 AED. كم عدد القمصان التي اشترتها كل فتاة؟ اشترت هناء 8 قمصان، واشترت هيام 17 قميص.

اختبار منتصف الوحدة

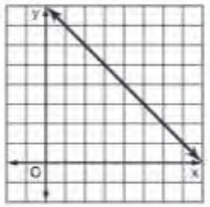
3.



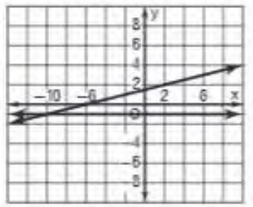
4.



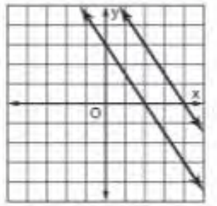
5.



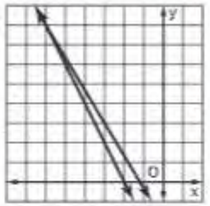
6.



7.



8.



14a. افترض أن a = تكلفة تذكرة البالغ و c = تكلفة تذكرة الطفل.

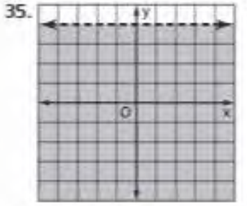
14b. $4a + 2c = 184$
$4a + 3c = 200$

14c. (38, 16)؛ تكلفة تذكرة البالغ هي AED 38، وتكلفة تذكرة الطفل هي AED 16.

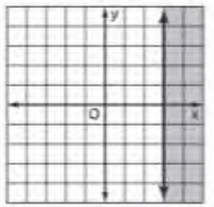
الدرس 5-6

26. الإجابة النموذجية: يمكنك تحليل معادلات الحدود في كل معادلة لتحديد الطريقة التي تستخدمها إذا كان أحد المتغيرات في أي معادلة يشتمل على المعامل 1 أو 1−. عندئذ يمكن استخدام التعويض. إذا كان يوجد متغير في كلتا المعادلتين يشتمل على معاملات بأعداد مقابلة. عندئذ قد يكون الحذف باستخدام الجمع الطريقة الأكثر ملاءمة. إذا كان المتغير في كلتا المعادلتين يشتمل على نفس المعاملات، فقد يكون الحذف باستخدام الطرح الطريقة الأكثر ملاءمة. إذا لم يتحقق أي من هذه الشروط، يمكن استخدام الحذف باستخدام الضرب. إذا تمت كتابة المعادلتين بصيغة الميل والمقطع، فقد يكون التمثيل البياني هو خيار حل آخر.

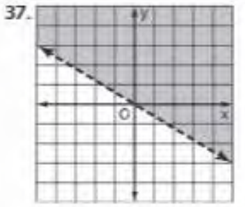
35.



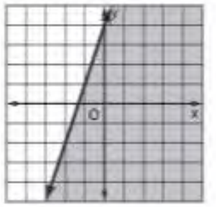
36.



37.

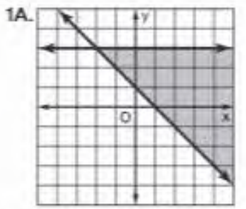


38.

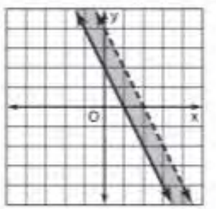


الدرس 6-6 (تمرين موجه)

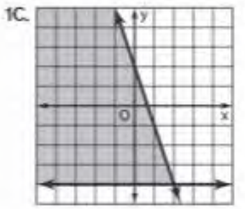
1A.



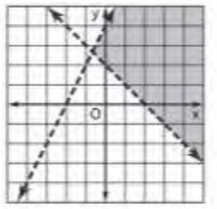
1B.



1C.

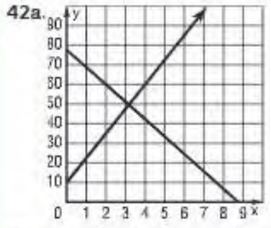


1D.

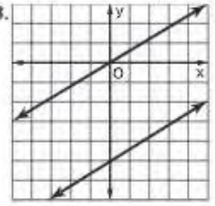


McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة

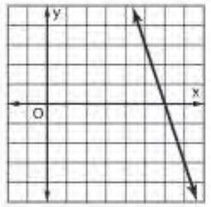
42a.



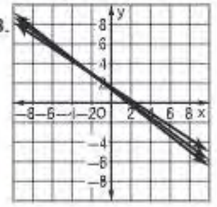
43.



44.



48.



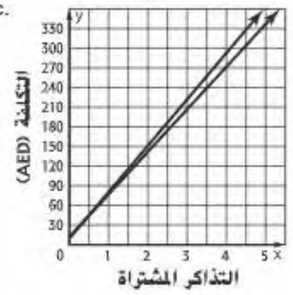
الدرس 2-6

26a. افترض أن x = عدد التذاكر التي تم شراؤها وافترض أن y = التكلفة: $y = 65x + 10$, $y = 69x + 13.60$.

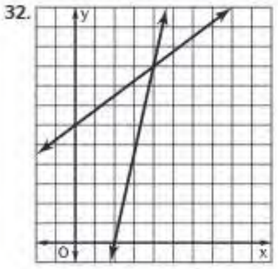
26b.

تذاكر حفلة آمنة		تذاكر حفلة بلال	
عدد البطاقات	التكلفة (AED)	عدد البطاقات	التكلفة (AED)
1	82.60	1	75
2	151.60	2	140
3	220.60	3	205
4	289.60	4	270
5	358.60	5	335

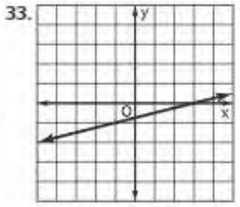
26c.



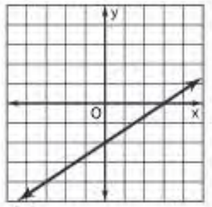
32.



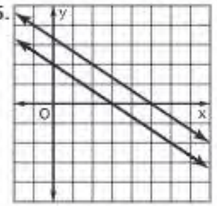
33.



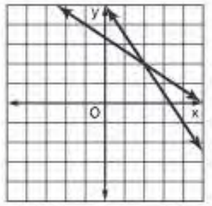
34.



35.

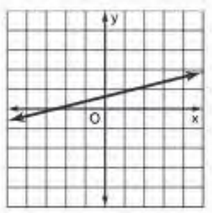


36.

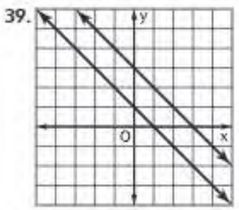


37.

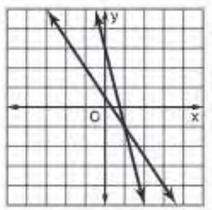
38.



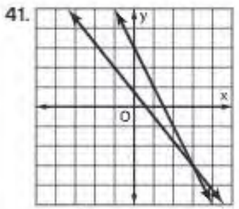
39.



40.

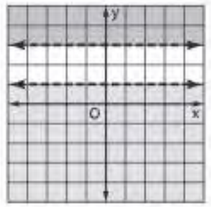


41.

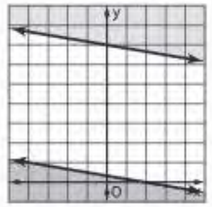


McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة

2A. لا يوجد حل

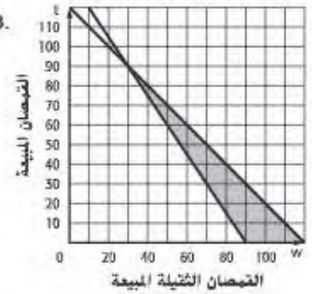


2B. لا يوجد حل

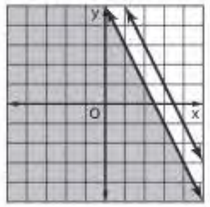


3A. افترض أن w = عدد القمصان الثقيلة و t = عدد القمصان العادية: $22w + 15t \geq 2000$ و $w + t \leq 120$

3B.



7.

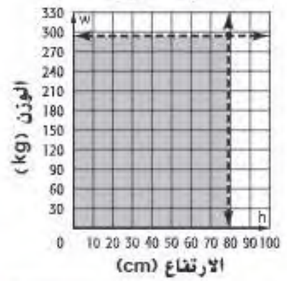


8. لا يوجد حل

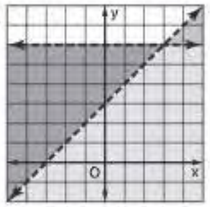


9a. افترض أن h = طول السائق بالسنتيمتر و w = وزن السائق بالكيلوجرام: $h < 200$ و $w < 135$

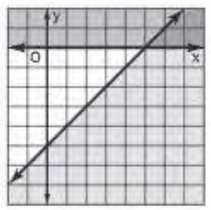
متطلبات القيادة



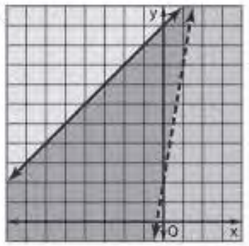
10.



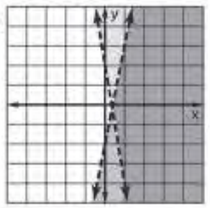
11.



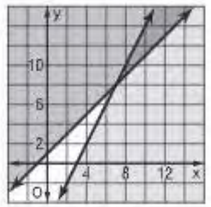
12.



13.

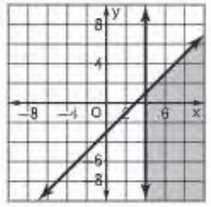


14.

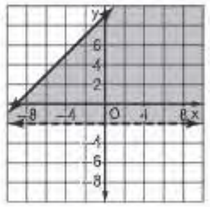


الدرس 6-6

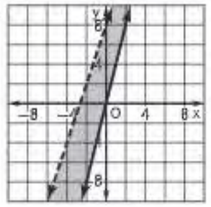
1.



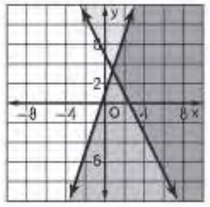
2.



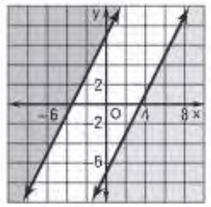
3.



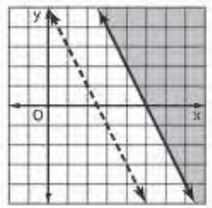
4.



5. لا يوجد حل



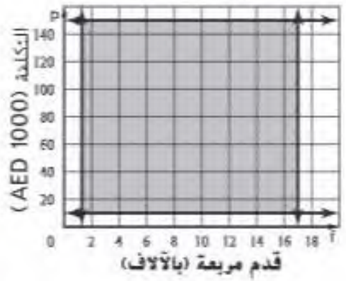
6.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

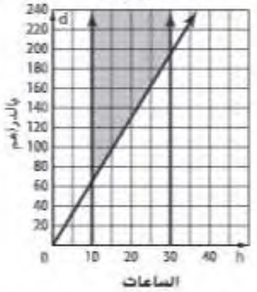
25a. افترض أن f = متر مربع و p = السعر: $100 \leq f \leq 1700$ و $10,000 \leq p \leq 150,000$.

المتزلجون على الجليد

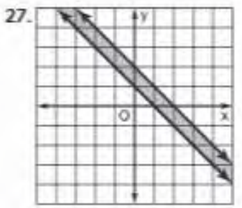


26b.

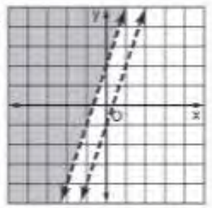
الأرباح



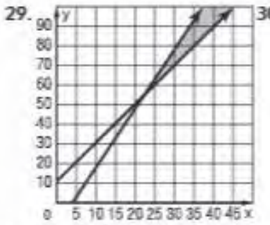
27.



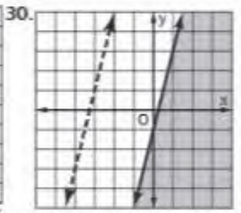
28.



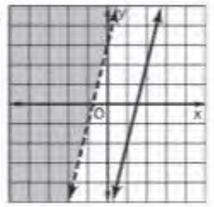
29.



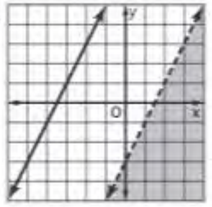
30.



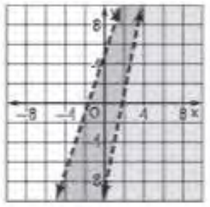
31.



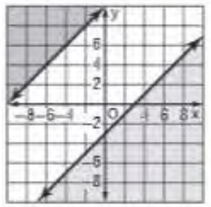
32.



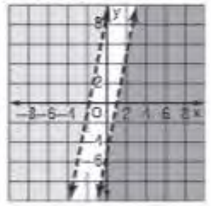
15.



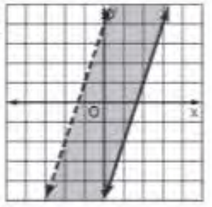
16. لا يوجد حل



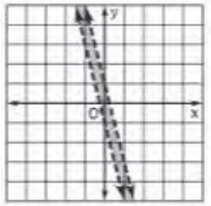
17. لا يوجد حل



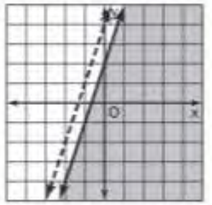
18.



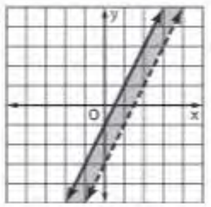
19.



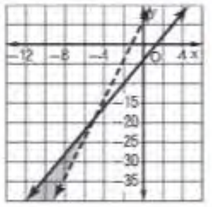
20.



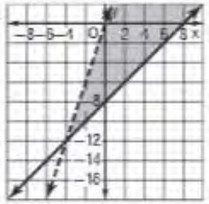
21.



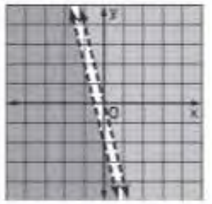
22.



23.

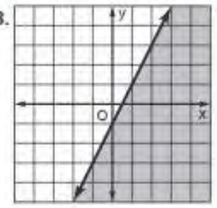


24. لا يوجد حل



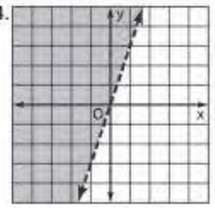
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

53.

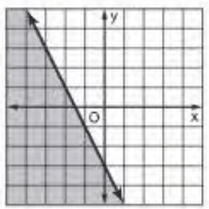


43. الإجابة النموذجية: تمثل المنطقة الصفراء معدل النبضات في الدقيقة أسفل معدل نبضات القلب المستهدف. تمثل المنطقة الزرقاء معدل النبضات في الدقيقة أعلى من معدل نبضات القلب المستهدف. تمثل المنطقة الخضراء معدل نبضات القلب في الدقيقة في إطار معدل نبضات القلب المستهدف. يوضح التظليل بألوان مختلفة مجموعة الحلول المتداخلة لنظام المتباينات.

54.

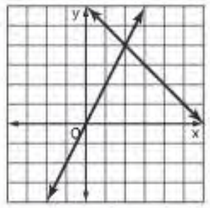


55.

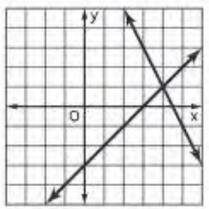


تمرين على الاختبار

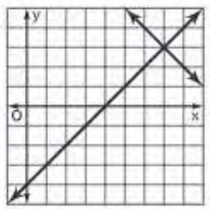
1.



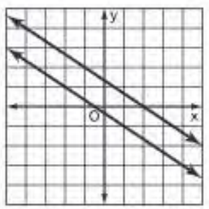
2.



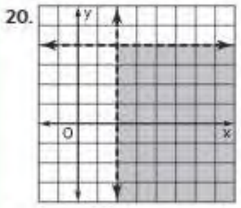
3.



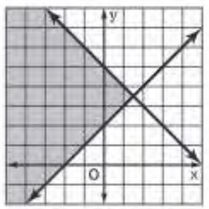
4.



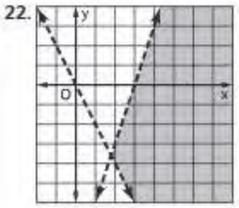
20.



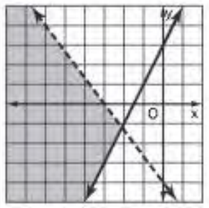
21.



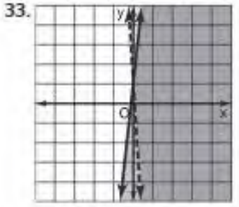
22.



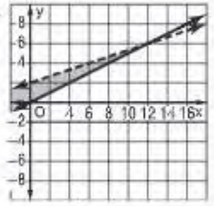
23.



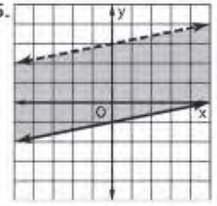
33.



34.

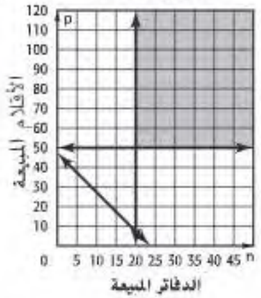


35.



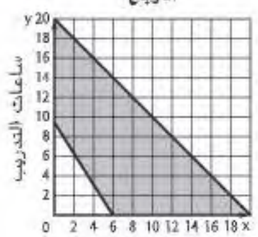
36a. افترض أن
n = عدد الدفاتر
و p = عدد الأقلام؛
$n \geq 20$, $p \geq 50$
, AED $2.50n$
+ AED $1.25p \geq 60$

36b. مشروع الصف



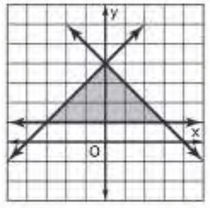
37b.

الأرباح



39. في بعض الأحيان: الإجابة النموذجية:
$y > 3$, $y < -3$ لا يكون لها حل.
لكن $y > -3$, $y < 3$ يكون لها حلول.

42.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

كتيب الطالب

الرموز والصيغ والمفاهيم الأساسية

الرموز	EM-2
القياسات	EM-3
العمليات والعلاقات الحسابية	EM-3
الصيغ والمفاهيم الجبرية	EM-4
الصيغ والمفاهيم الهندسية	EM-4
الدوال والمتطابقات المثلثية	EM-7
الدوال الأصلية والعمليات الحسابية على الدوال	EM-8
النهايات والتفاضل والتكامل	EM-8
الصيغ والمفاهيم الاحصائية	EM-9

Glossary, from Precalculus © 2014 & from Elementary Statistics Pie Appendix © 20
McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة

تم تحميل الملف من
موقع سـراج التعليمي





حمل تطبيق سـراج التعليمي

Download on the App Store

GET IN ON Google Play