بسم الله الرحمن الرحيم

جمهـــورية الســـودان

وزارة التعليم والتربية الوطنية

المركز القـــومي للمناهـــج والبحـــث التربـــوي - بخـــت الرضا

المرحلة الابتدائية

الرياضيات

الصف السادس

أعدّت الكتاب لجنة بتكليف من المركز القومي للمناهج والبحث التربوي.

أ.د.عبد الله محمود عبد المجيد حسن - المركز القـــومي للمناهـــج والبحـــث التربـــوي

د .الخطيب الطيب سيد أحمد حمدتوده - المركز القـــومي للمناهـــج والبحـــث التربـــوي

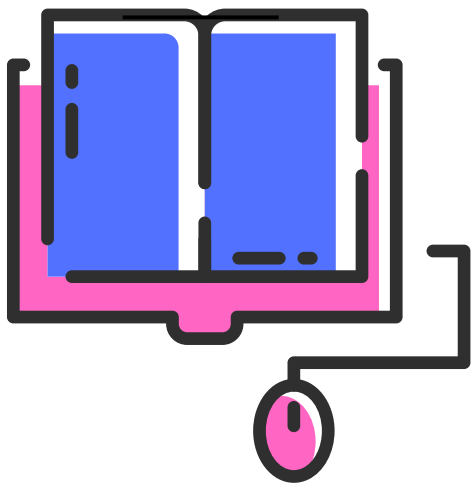
د . خـــالد محمـــد خـــالد يوسف - جـــامعة بخـــت الرضـــــــــا

د. محمـــد أحمد سليمان مســـاعد - التوجيـــه ولايـــة النيـــل الأبيـــض

التنقيح:

د .الخطيب الطيب سيد أحمد حمدتوده - المركز القـــومي للمناهـــج والبحـــث التربـــوي

تم تحميل ورفع المادة على منصة



المعلم التعليمي

للعودة الى الموقع اكتب في بحث جوجل

المعلم التعليمي

ALMUALM.COM

انظم الى قناة المنهج السوداني على التلجرام

T.ME/ALMANHJ_S

الإشراف العام

د. معاوية السر قشي– المدير العام المكلف

أ. حبيب أدم حبيب – نائب المدير العام المكلف

أ. الباقر رحمه البشير – الأمين العام

أ.أحمد حمد النيل حسب الله – مدير إدارة المناهج

التصميم والإخراج الفني :

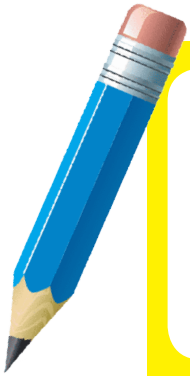
د. مجدي محجوب فتح الرحمن

المركز القومي للمناهج والبحث التربوي

الجمع بالحاسوب :

الكتاب المدرسي

المركز القومي للمناهج والبحث التربوي

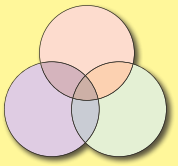


حقوق التأليف للمركز القومي للمناهج والبحث التربوي
–بخت الرضا، وحقوق الطبع والنشر محفوظة لوزارة التربية والتعليم ولا يجوز لأي جهة طباعة أو بيع هذا الكتاب أو أي جزء منه و إلا تعرضت لطائلة القانون.

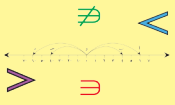
الطبعة الثانية

٢٠٢٣م

المحتـــــويات



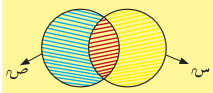
الوحدة الأولى
المجموعـــات
(٥-٣٨)



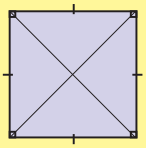
الوحدة الثانية
مجموعـة الأعـــداد الصحيحة والعمـليات عليهـا (٣٩-٧٤)

الوحدة الثالثة
النسبة المئوية والعمليات عليهـا (٧٥-٩٨)

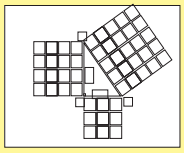
الوحدة الرابعة
التعابير الجبرية والعمليـات عليها (٩٩-١١٧)



الوحدة الخامسة
العمليات على المجموعـــات (١١٨-١٣٩)



الوحدة السادسة
مسـاحة الأشكال الهنـــــــدسية (١٤٠-١٥٣)



الوحدة السابعة
نظرية فيثاغورث وتطـابق المثـلثات (١٥٤-١٧٢)

المقـــــــدمة

أبنائي وبناتي تلاميذ وتلميذات الصف السادس ابتدائي، ها أنتم تقطعون خلفكم خمس سنوات من دراسة الرياضيات، مما يعني أنكم تعرفتم على المعاني الجوهرية في هذا العلم الضروري. وأنتم في آخر مراحلكم الابتدائية تذكرون توصيتنا لكم بحل المزيد من التمارين حتى ترسخ الفكرة في أذهانكم. خاصة وأن التفكير والخيال يزيد كلما تعمقتم في بحر الرياضيات.

هذا الكتاب يتكون من سبع وحدات ، ولكن الوحدات هذه المرة أدخلتكم في عمق الرياضيات. سندرس في الوحدة الأولى موضوع المجموعات وما يتعلق بها. أما في الوحدة الثانية فنقف على مجموعةالأعداد الصحيحة و العمليات التي تجري عليها. والوحدة الثالثة تعنى بمفهوم النسبة المئوية . أما الوحدة الرابعة فإنها تطرح موضوع التعابير الجبرية والعمليات عليها. وستكون الوحدة الخامسة العمليات على المجموعات. والوحدة السادسة مساحة الأشكال الهندسية والوحدة السابعة عن نظرية فيثاغورث وتطابق المثلثات.

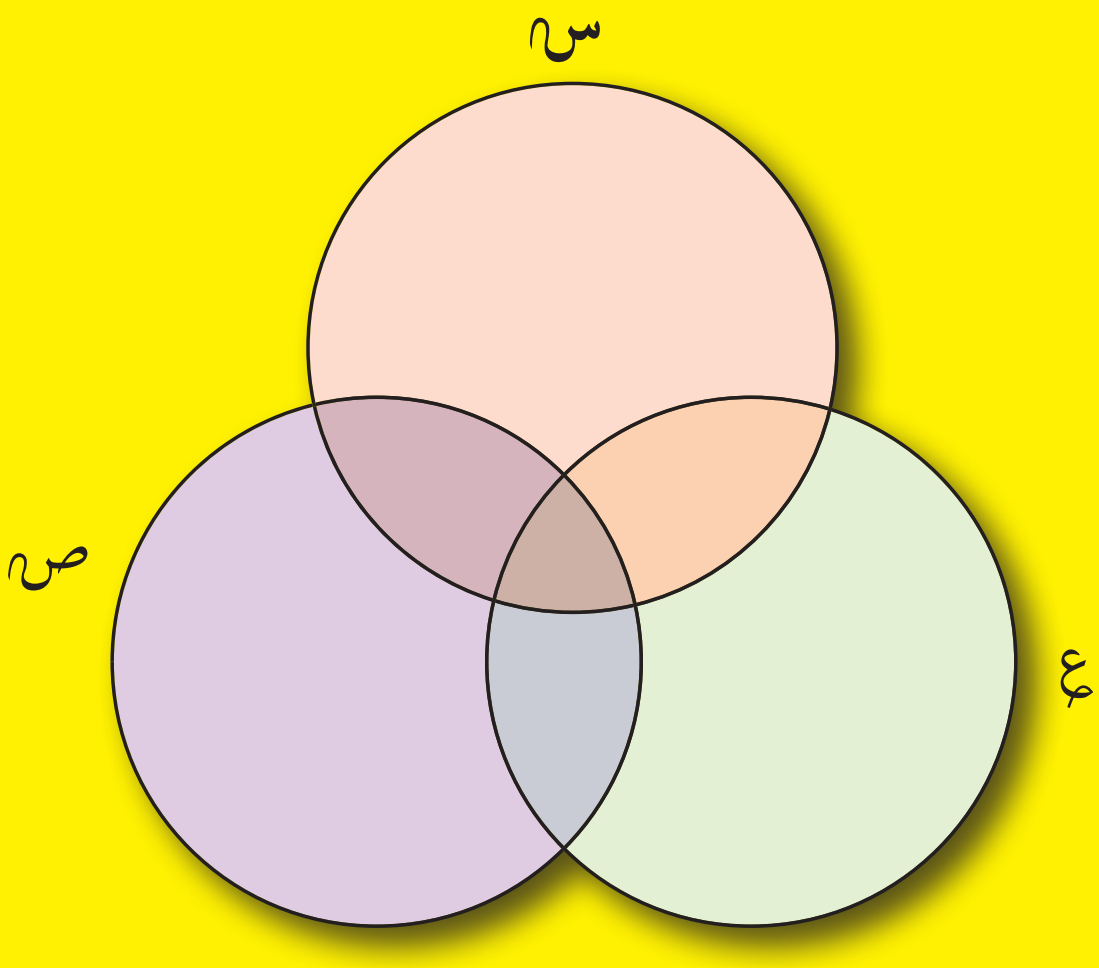
نأمل أن تسألوا معلميكم عن كل ما لا يقع في فهمكم كما نأمل أن يساعد هذا الكتاب على جعل دراسة الرياضيات تجربة رائعة ومثيرة وممتعة.

ونرجو الله لكم التفوق في الرياضيات لخدمة وطننا العزيز.

المـــؤلفـــــون

الوحدة الأولى

المجموعـــات



الدرس الأول – مفهوم المجموعة والعنصر

تأمل (تأملي) الأشياء في الشكل (١):

الشكل (١)

فرشاة، صابونة، قلم، كراسة، سبورة، كرسي، تكوّن تجمعاً من الأشياء.

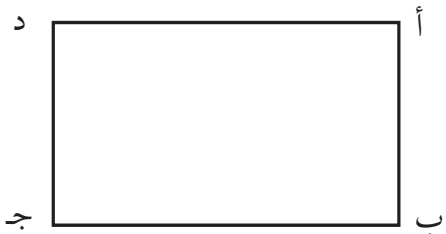
أما الشكل (٢) فيشمل تجمعاً من الأشخاص:

خالد، أنوار، سليمان، تقوى، الطاهر، تجمع من الأفراد يكوِّنون عائلة واحدة.

الشكل (٢)

والشكل (٣) فيه:

$\overline{أب}$ ، $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{جـ د}$ ، $\overline{د أ}$ ، تكوّن تجمعاً من القطع المستقيمة (المتحدة) وهي أضلاع للمستطيل أ ب جـ د.



الشكل (٣)

هذه التجمعات وغيرها يمكن أن نطلق عليها (مجموعة)

فنقول: مجموعة أدوات، مجموعة أفراد عائلة، مجموعة قطع مستقيمة.

فمفهوم المجموعة يظهر في حياتنا العادية بأشكال متنوعة، وهو مفهوم بسيط مألوف لدينا وكلمات كثيرة تستخدم بمعنى المجموعة، فمثلاً:

١- فريق كرة القدم.
٢- حزمة من قصب السكر.
٣- قطيع من الأبقار.
٤- سرب من الطائرات.
٥- باقة من الزهور.

فالكلمات: فريق، حزمة، قطيع، سرب، باقة تدل على تجمعات لأشخاص أو أشياء، أو حيوانات ولا يلزم أن تكون الأشياء المذكورة في مجموعة معينة لها صفة مشتركة واضحة، فمن الممكن أن تكون لدينا مجموعة مكونة من كرسي، برتقالة، سرير، قلم.

المجموعة في الرياضيات تعني تجمّعاً من الأشياء تكون معينة تعييناً واضحاً لا لبس فيه.

ويمكن أن تكون هذه الأشياء من الحيوانات، الجمادات، النباتات، الأرقام، الحروف الهجائية، أسماء دول وغيرها.

١- مجموعة ولايات السودان.
٢- مجموعةالدول المجاورة للسودان.
٣- مجموعة ألوان علم السودان.
٤- مجموعة الأعداد الزوجية بين ٣ ، ١٧
٥- مجموعة أحرف كلمة عطبرة.

٦- مجموعة أرقام العدد ٤٦١٧
٧- مجموعة الأنهار بإفريقيا.

هذه المجموعات مكوناتها معينة تعييناً واضحاً ويمكن حصرها بكل سهولة ولذلك فهي مجموعات بالمفهوم الرياضي.

أما إذا كانت مكونات المجموعة لا يمكن حصرها وتعيينها تعييناً واضحاً فهي لا تسمى مجموعة بالمفهوم الرياضي.

١- مجموعة الدول الجميلة بالعالم.
٢- مجموعة التلاميذ الأذكياء.
٣- مجموعة التلاميذ الطوال.

ذلك لأنه ليست بالضرورة أن تكون دولة ما جميلة لكل الأشخاص، ولا يوجد فاصل واضح بين التلاميذ الأذكياء وغيرهم والتلاميذ الطوال وغيرهم.

تسمى الأشياء المكونة لكل مجموعة (عناصر) هذه المجموعة.

مجموعة ألوان علم السودان عناصرها هي: الأبيض، الأخضر، الأسود، الأحمر.

مجموعة أحرف كلمة عطبرة عناصرها هي:ع ، ط، ب، ر، ة.

مجموعة أرقام العدد ٤٦١٧ هي: ٧ ، ١ ، ٦ ، ٤

نقول أيضاً:

١. اثيوبيا: عنصر في مجموعة الدول المجاورة للسودان.
٢. ك : عنصر في مجموعة الأحرف الهجائية.
٣. ٢ : عنصر في مجموعة أرقام العدد ١٢٨٩
٤. د : عنصر في مجموعة أحرف كلمة والد.

تمرين (١)

اكتب/ اكتبي عناصر كل مجموعة فيما يلي:

١) مجموعة الأعداد الفردية بين ٢ ، ١٢

٢) مجموعة أشهر السنة الميلادية التي عدد أيامها ٣٠ يوماً.

٣) مجموعة أيام الأسبوع.

٤) مجموعة معلمي ومعلمات المدرسة.

٥) مجموعة عوامل العدد ٨.

٦) مجموعة أضلاع المثلث أ ب جـ.

٧) مجموعة أشهر السنة الهجرة.

الدرس الثاني – طرق التعبير عن المجموعة

أولاً : كتابة المجموعة برصد العناصر:

نعبر عن المجموعة بكتابة جميع عناصرها داخل قوسين مموجين كالآتي { } وليس سواهما مع وضع فاصلة (،) بين كل عنصر والآخر. وهذه الطريقة تسمى طريقة رصد العناصر ولا يشترط ترتيب العناصر في صورة معينة ولا يكرر العنصر الواحد أكثر من مرة.

١) مجموعة الأعداد الزوجية بين ٣ ، ١١هي: { ٤، ٦، ٨، ١٠ }، وتقرأ المجموعة التي عناصرها ٤ و ٦ و ٨ و ١٠ .

٢) مجموعة ألوان علم جمهورية السودان هي{ الأبيض، الأحمر، الأخضر، الأسود }، وتقرأ المجموعة التي عناصرها الأبيض والأحمر والأخضر والأسود.

٣) مجموعة أحرف كلمة خليل هي { خ، ل، ي} وتقرأ المجموعة التي عناصرها خ و ل و ي .

٤) مجموعة مضاعفات العدد ٤ بين ١٥ ، ٣٥ هي { ١٦، ٢٠، ٢٤، ٢٨، ٣٢ } .

٥) مجموعة أضلاع المربع أ ب جـ د هي{ $\overline{أب}$ ، $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{جـ د}$ ، $\overline{د أ}$ }كذلك يرمز للمجموعات بأحرف مكبرة مرسومة هكذا: س، ص، ع، هـ ... إلخ ، ويرمز للعناصر بالحروف العادية س، ص، أ، ع، هـ، ...

١. إذا كانت س مجموعة الأعداد الزوجية بين ٣ ، ١٣ فإن:
س = { ٤، ٦، ٨، ١٠، ١٢ }

٢. إذا كانت ص مجموعة الاتجاهات الرئيسية فإن:
ص = { شمال ، جنوب ، شرق ، غرب }

٣. إذا كانت ع مجموعة أشهر السنة الميلادية التي عدد أيامها ٣١ يوماً فإن:
ع = { يناير، مارس، مايو، يوليو، أغسطس، أكتوبر، ديسمبر }

٤. إذا كانت هـ مجموعة أرقام العدد ٤٢٠٧٧٨ فإن:
هـ = {٨، ٧، ٠، ٢، ٤}

٥. إذا كانت ل مجموعة أحرف السودان فإن:
ل = { أ، ل، س، و، د،ن }

عبِّر (عبِّري) عبِّري عن كل مجموعة مما يأتي بطريقة رصد العناصر:

١) مجموعة أيام الأسبوع (ص)
٢) مجموعة أحرف كلمة سمسم (ل)
٣) مجموعة عوامل العدد ١٦ (هـ)
٤) مجموعة الدول العربية الإفريقية (ك)
٥) مجموعة أضلاع الخماسي أ ب جـ د هـ (ك)
٦) مجموعة أفراد أسرتك (س)
٧) مجموعة أشهر السنة الميلادية التي عددأيامها ٣٠يوماً (ع)

ثانياً: كتابة المجموعة بطريقة الصفة المميزة أو المتغير

الطريقة الثانية للتعبير عن المجموعة هي طريقة الصفة المميزة ويقصد بها الرابطة المشتركة بين العناصر ولا نستطيع أن نعبر عن مجموعة ما بطريقة الصفة المميزة إلاّ إذا كانت هنالك صفة مشتركة بين عناصرها.

١) ص = {دراجة، محمد، مزرعة، كتاب، ٦ }

٢) ع = {٢، ٥، ج، ٢١، ب }

٣) ل = {٣، ٥، ٧، ٩}

٤) ك = { شرق، غرب، شمال، جنوب }

٥) هـ = مجموعة تلاميذ الصف السادس بمدرسة المنارة الأساسية.

إذا أخذنا المثالين الأول والثاني لا نجد رابطة أو صفة مشتركة بين عناصرها، لذلك لا يمكن كتابة هذه المجموعات بطريقة الصفة المميزة.

ولكن إذا أخذنا الأمثلة: ٣ ، ٤ ، ٥ نجد أن كل مجموعة لها صفة مشتركة بين عناصرها.

وتكتب هذه المجموعات بالصفة المميزة هكذا:

٣) ل = { س : س عدد فردي أكبر من ٢ وأقل من ١٠ }

وتقرأ: ل تساوي المجموعة التي تحتوي على العنصر س حيث س عدد فردي أكبر من ٢ وأقل من ١٠ .

٤) ك = { ص : ص أحد الاتجاهات الأربعة }

وتقرأ: ك تساوي المجموعة التي تحتوي على العنصر ص حيث ص أحد الاتجاهات الأربعة.

٥) هـ = { ع : ع تلميذ بالصف السادس بمدرسة المنارة الأساسية }
وتقرأ هـ تساوي المجموعة التي تحتوي على العنصر ع حيث ع تلميذ بالصف السادس بمدرسة المنارة الأساسية.

لاحظ / لاحظي الآتي:

١) يمكن اختيار أي حرف عادي مثل س،ص،ع،ل،... للدلالة على أي عنصر في المجموعة ويسمى متغير المجموعة.
٢) الرمز (:) يقرأ حيث.
٣) بعد فتح قوس المجموعة واختيار حرف للدلالة على العنصر، مثلاً (س) نكتب:
س : س ثم نكتب الصفة المميزة لعنصر واحد من عناصر المجموعة ونقفل القوس.

مثال(١)

اكتب (اكتبي) المجموعات الآتية بطريقة رصد العناصر:

١) س = { س : س عدد فردي أكبر من ١١ وأقل من ٢١ }
٢) ص = { س : س عدد أولي أقل من ١٧ }
٣) ع = { ح : ح ضلع من أضلاع المثلث ب جـ د }
٤) ك = { ك : ك لون من ألوان علم السودان }

الحل

١) س = {١٣، ١٥، ١٧، ١٩}
٢) ص = { ٢، ٣، ٥، ٧، ١١، ١٣ }
٣) ع = { $\overline{ب\ جـ}$، $\overline{جـ\ د}$، $\overline{د\ ب}$ }
٤) ك = { الأحمر، الأخضر، الأبيض، الأسود }

مثال (٢)

اكتب (اكتبي) المجموعات التالية بطريقة الصفة المميزة:

س = { ٢٣، ٢٥، ٢٧، ٢٩ }

ص = { السبت، الأحد، الإثنين، الثلاثاء، الأربعاء، الخميس، الجمعة}

ع = { إبريل، يونيو، سبتمبر، نوفمبر}

الحل

س = {س : س عدد فردي أكبر من ٢٢ وأقل من ٣٠ }

ص = { ص : ص يوم من أيام الأسبوع }

ع = {ع : ع شهر من أشهر السنة الميلادية عدد أيامه ٣٠ يوماً }

تمرين (٣)

(أ) اكتب(اكتبي) بطريقة رصد العناصر :

١) س = { س : س حرف من أحرف كلمة آدم }

٢) ص = { س : س رقم من أرقام العدد ٢٢٥٩ }

٣) ع = {ص : ص عدد من مضاعفات ٣ أقل من ٢٠ }

٤) هـ = { ل : ل شهر ميلادي يبدأ بحرف ي }

(ب) اكتب/ اكتبي بطريقة الصفة المميزة:

١) س = { ربيع أول، ربيع ثاني، رجب، رمضان }

٢) ص = { ١٠، ١٢، ١٤، ١٦ }

٣) ع = مجموعة تلاميذ مدرستك.

٤) هـ = مجموعة مواطني ولايتك.

إذا كانت المجموعة س = {١، ٣، ٥}

هل العنصر ٣ من عناصر المجموعة س ؟

هل العنصر ٤ من عناصر المجموعة س ؟

نقول إن شيئاً ما ينتمي إلى مجموعة ما إذا كان الشيء عنصراً من عناصر هذه المجموعة، وأن شيئاً ما لا ينتمي إلى المجموعة إذا كان هذا الشيء ليس عنصراً من عناصرها.

أمثلة

١. السودان ينتمي إلى مجموعة الدول الإفريقية.

٢. ب جـ ينتمي إلى مجموعة أضلاع المستطيل أ ب جـ د.

٣. ٥ تنتمي إلى مجموعة الأعداد الفردية.

٤. ليبيا لا تنتمي إلى قارة آسيا.

٥. ١٣ لا تنتمي إلى مضاعفات العدد ٢.

٦. ألمانيا لا تنتمي إلى مجموعة الدول العربية.

نستعمل الرمز $\in$ ليدل على انتماء عنصر ما إلى مجموعة ما.
ويكتب س $\in$ س ونقرأ س ينتمي إلى س (العنصر س ينتمي إلى المجموعة س).
كما نستعمل الرمز $\notin$ ليدل على عدم انتماء عنصر ما إلى مجموعة ما.
ويكتب ص $\notin$ س ونقرأ ص لا ينتمي إلى س (العنصر ص لا ينتمي إلى المجموعة س).

مثال(١)

في المجموعة س = { ٢، ٣، ٤، ٥} نجد أن:

٣ ∈ س أو ٣ ∈ { ٢، ٣، ٤، ٥}

١ ∉ س أو ١ ∉ { ٢، ٣، ٤، ٥}

٧ ∉ س أو ٧ ∉ {٢، ٣، ٤، ٥}

هل يمكن أن نقول إن{ ٤} ∉س لا لماذا ؟ لأن الانتماء يكون بين عنصر ومجموعة. وليس بين مجموعة ومجموعة.

مثال(٢)

إذا كانت ص ={ س : س شهر هجري } نقول إن:

رمضان ∈ ص

الأحد ∉ ص

شوال ∈ ص

مارس ∉ ص

مثال(٣)

إذا كانت ع ={٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦} ، ما العبارات الصحيحة فيما يأتي:

أ/ ٠ ∈ ع　　ب/ ٤ ∈ ع　　جـ/ ٣ ∉ ع

د/ ٧ ∉ ع　　هـ/ ٦ ∉ ع　　و/ ١٠ ∉ ع

ز/ { ٥ } ∈ ع　　ذ/ { ٠، ٢ } ∉ ع

الحل

العبارات الصحيحة هي:

أ/ ٠ ∋ ع

ب/ ٤ ∋ ع

د/ ٧ ∌ ع

و/ ١٠ ∌ ع

تمرين (٤)

١) انقل/ انقلي العبارات الصحيحة في كراستكَ/ كراستكِ:

٢ ∋ {٢، ٤، ٦، ٨}

٥٣ ∌ {٣، ٥}

٤ ∋ {١٤، ٧، ٨}

٠ ∌ {٦، ١٠، ٢٠}

اليمن ∌ مجموعة الدول العربية الإفريقية.

٢) إذا كانت س = {ص : ص أحد أرقام العدد ٤٥٥٧٤٢}،
ضع ∋ أو ∌ لتكون العبارة صحيحة:

أ/ ٤ □ س

ب/ ١٧ □ س

جـ/ ٧٤٢ □ س

د/ ٥ □ س

هـ/ ١ □ س

و/ ٢ □ س

ز/ ٧ □ س ٠

الدرس الخامس- المجموعة الخالية والمجموعة الاحادية

تأمل (تأملي) المجموعات الآتية:

١) مجموعة طلاب جامعة وادي النيل الذين تقل أعمارهم عن ٧سنوات.
٢) مجموعة الأعداد الزوجية بين ٥، ٦
٣) مجموعة المربعات ذوات الأضلاع الثلاثة.
٤) مجموعة شهور السنة الهجرية التي يبدأ اسمها بالحرف ص.
٥) مجموعة الأعداد الفردية بين ٤، ٦
تلاحظ/ تلاحظين أن المجموعات الثلاث الأولى لا تحتوي على أي عنصر، فلا يوجد عدد زوجي بين ٥، ٦ ولا توجد مربعات بها ثلاثة أضلاع وهكذا.

تسمى المجموعة التي لا تحتوي أي عنصر بالمجموعة الخالية ويرمز لها بالرمز{ }أو ∅ ، و ∅حرف إغريقي يقرأ (فاي).
∅ ={ } (قوسان خاليان).

أما المجموعتان الرابعة والخامسة أعلاه فنجد إن بكل منهما عنصراً واحداً فقط فنسمي كلاً منهما مجموعة أحادية.

١) المجموعة الخالية ليس بها أي عنصر.
٢) لابد من التمييز بين { } و {٠} حيث أن المجموعة الأولى خالية، والثانية ليست خالية، لأن عدد عناصرها يساوي واحداً وهو الصفر.

تمرين (٥)

(أ) ميّز/ ميِّزي المجموعة الخالية والمجموعة غير الخالية والمجموعة الأحادية مما يلي:

١) مجموعة الأعداد الزوجية التي لا تقبل القسمة على ٢.

٢) المجموعة { س : س بلد عربي في قارة أمريكا}.

٣) مجموعة أحرف كلمة نيالا.

٤) مجموعة الأعداد الفردية بين ١٠ ، ١٢.

٥) مجموعة الأنهار في السودان.

(ب) عيّن/ عينّي المجموعة الخالية فيما يأتي:

س = { س : س أم عمرها ٥ سنوات }.

ع = { ب : ب مثلث مجموع زواياه ٢٠٠ درجة }.

هـ = {س : س عدد أولي بين ٥، ٧ }.

الدرس السادس- المجموعة المنتهية والمجموعة غير المنتهية

تأمل (تأملي) المجموعات الآتية:

١) س = { ١، ٣، ٥}
٢) ص = { س : س عدد فردي بين ٦، ١٥ }
٣) ع = { الشمال، الجنوب، الغرب، الشرق}
٤) هـ = { ص : ص فرد من أفراد عائلتك}
٥) ل = { ج : ج عدد زوجي }
٦) ك = { أ : أ عدد أولي }

نلاحظ أن المجموعات س ،ص، ع ، هـ عناصرها محدودة العدد بينما المجموعات ل ، ك عناصرها غير محدودة العدد وبالتالي لا يمكن معرفة عدد عناصرها.

كل مجموعة عدد عناصرها محدود تسمى مجموعة منتهية، وكل مجموعة عدد عناصرها غير محدود تسمى مجموعة غير منتهية.

مثال(١)

اكتب/ اكتبي المجموعات الآتية بطريقة رصد العناصر:

س = { س : س عدد فردي بين ٨، ٩٢ }
ص = { س : س عدد زوجي}

الحل

س = { ٩، ١١، ١٣، ١٥، ... ، ٩١ }
ص = { ٢، ٤، ٦، ... }

لاحظ (لاحظي) الآتي:

١)إذا كانت المجموعة منتهية وعدد عناصرها كبيراً مع إمكانية ترتيبها ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً يمكن كتابتها بطريقة رصد العناصر كما في المجموعة س في المثال السابق مع العلم بأن النقاط الثلاث بين ١٥، ٩١ تدل على العناصر من ١٧ حتى ٨٩ .

٢)إذا كانت المجموعة غير منتهية ويمكن ترتيب عناصرها ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً يمكن كتابتها بطريقة رصد العناصر كما في المجموعة ص في المثال السابق مع العلم بأن النقاط الثلاث تعني العنصر ٨ والعناصر الزوجية التالية إلى ما لا نهاية.

١) ميّز(ميِّزي) المجموعات المنتهية والمجموعات غير المنتهية:

س = { س : س مضاعف من مضاعفات العدد ٤ }

ص= { س : س مثلث قائم الزاوية}

ع = { ص : ص مواطن سوداني }

هـ = { ١١، ١٣، ١٥}

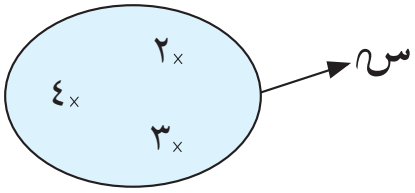
ل = {س : س نقطة من نقاط خط مستقيم }

٢) سمِّ / سمِّي ٥ مجموعات منتهية و ٥ مجموعات غير منتهية.

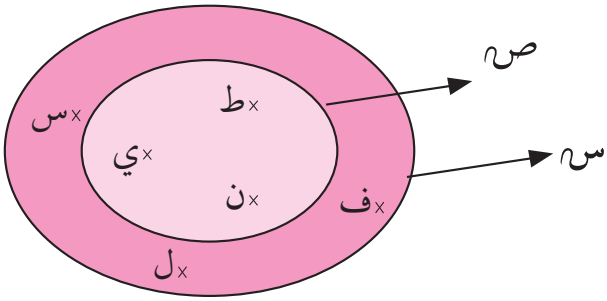
الدرس السابع - ثالثاً :أشكال ڤن

أشكال ڤن طريقة ثالثة للتعبير عن المجموعات ولكن بشرط أن تكون غير خالية، وترجع التسمية لجون ڤن العالم البريطاني الجنسية (١٨٣٤ - ١٩٢٣م).
وهي أشكال هندسية دائرية أو بيضاوية أو منحنيات مغلقة أو مضلعات مختلفة توضع بداخلها أحياناً نقط لتدل على عناصرها إذا كان عدد عناصر المجموعة قليلاً.
إذا كان التمثيل لأكثر من مجموعة في مثال واحد نرسم أشكالاً متداخلة أو متقاطعة أو منفصلة كما يأتي:

١) س = { ٢، ٣، ٤ }

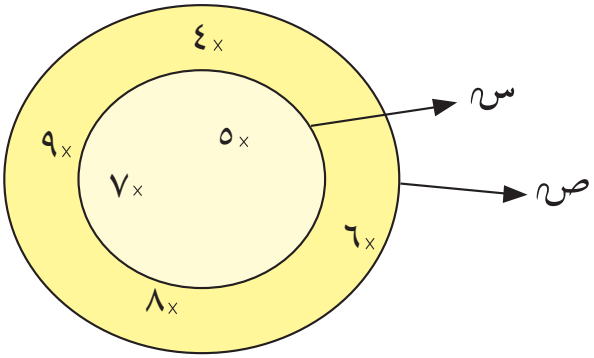


٢) س = { س : س حرف من أحرف كلمة فلسطين }
ص = { ص : ص حرف من أحرف كلمة طين }



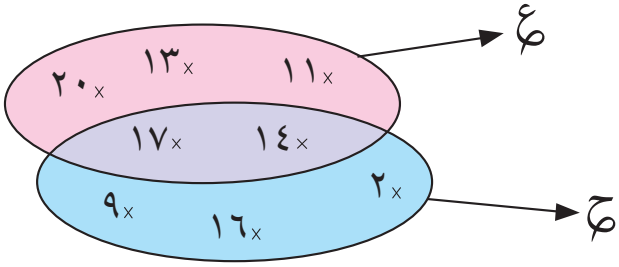
٣) س = {س : س عدد فردي بين ٤، ٨}

ص = {٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩}



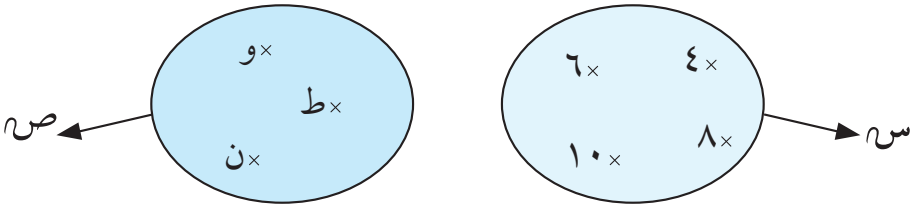
٤) ع = {١١، ١٣، ١٤، ١٧، ٢٠}

ح = {٢، ٩، ١٤، ١٦، ١٧}

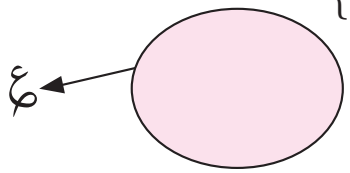


٥) س = {س : س عدد زوجي بين ٢، ١١}

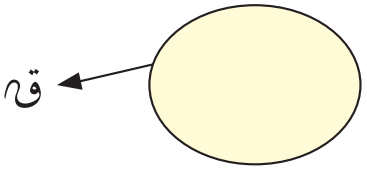
ص = {ص : ص حرف من أحرف كلمة وطن}



٦) ع = {١، ٣، ٥، ... ، ١٠١}



٧) ق = { ٢، ٤، ٦، ... }



لاحظ (لاحظي) أنه في المجموعتين الأخيرتين نكتفي برسم الشكل (فقط) ونكتب الرمز الذي يشير إلى المجموعة لأن عدد العناصر إما كبيراً أو لا نهائياً.

تمرين (٧)

مثل (مثلي) ما يأتي بأشكال ڤن:

١) مجموعة عوامل العدد ٨

٢) مجموعة أيام الأسبوع.

٣) ع = { ١، ٢، ٣، ... }

٤) س = { ٣، ٤، ١١، ١٥ }

ص = { ٣، ١١ }

٥) ح = { ل : ل عدد فردي بين ٧، ٨٧ }

٦) ل = { س : س رقم من أرقام العدد ١٩٦٣ }

و = { ص : ص حرف من حروف كلمة مدرسة }

٧) مجموعة أحرف كلمة أحمد

مجموعة أحرف كلمة محمد

٨) س = { ١، ٣، ٥ }

ص = { س : س عدد زوجي أكبر من ٤ وأقل من ٩ }

الدرس الثامن – المجموعة الجزئية

تأمل (تأملي) المجموعات التالية:

س = { ٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

ص = { ٢، ٣، ٥ }

ع = { ٠، ٤، ٦ }

ما العلاقة بين عناصر المجموعتين س ، ص ؟

ما العلاقة بين عناصر المجموعتين ع ، س ؟

يظهر أن كل عنصر ينتمي إلى ص ينتمي إلى س .

وكل عنصر ينتمي إلى ع ينتمي إلى س .

هل يصح العكس في الحالتين السابقتين ؟

نلاحظ أيضاً أن س تحتوي ص أو ص محتواة في س وأن س تحتوي ع أو ع محتواة في س .

نقول إن ص مجموعة جزئية من س إذا كان كل عنصر من ص ينتمي إلى س .
ونكتب ص ⊂ س ونقرأ ص جزئية من س أو ص محتواة في س
كذلك ع ⊂ س تقرأ ع جزئية من س أو ع محتواة في س.

لاحظ (لاحظي) الفرق بين الرمز ∈ والرمز ⊂

الأول يستعمل بين عنصر ومجموعة مثل س ∈ ص

والثاني يستعمل بين مجموعة ومجموعة أخرى مثل ص ⊂ س

{٣، ٥} ⊂ {٢، ٣، ٥، ٧}

٤ ∈ {١، ٤، ٨}

نقول أن المجموعة ص ليست جزئية من المجموعة س إذا وجد على الأقل عنصراً واحداً ينتمي إلى ص ولا ينتمي إلى س.
ونكتب ص ⊄ س ونقرأ ص ليست جزئية من س أو ص غير محتواة في س.

{١، ٦} ⊄ {١، ٥، ٩}
لأن ٦ عنصر في {١ ، ٦} وليس عنصراً في {١، ٥، ٩}
{٢، ٣، ٤} ⊄ {٦، ٧، ٨}
لأن كل عناصر {٢، ٣ ، ٤ } لا تنتمي إلى {٦، ٧، ٨}
∅ ⊂ س لماذا ؟

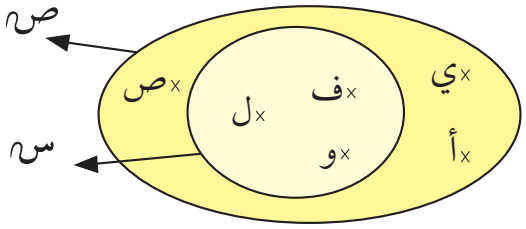
نظرية

∅ ⊂ س لكل مجموعة س لأنه ليس هنالك عنصر في ∅ وغير موجود في س أي إنَّ (∅ جزئية من أي مجموعة).

مثال (١)

إذا كانت س مجموعة أحرف كلمة فول و ص مجموعة أحرف كلمة فاصوليا، اكتب/ اكتبي كلاً من س، ص برصد العناصر ثم وضح (وضحي) في شكل ڤن.

الحل



س = { ف، و، ل }
ص = { ف، ا، ص، و، ل، ي }

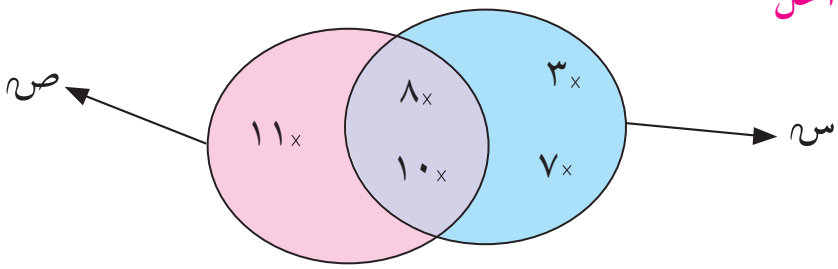
بما أن كل عنصر في س ينتمي إلى ص فإن س ⊂ ص

مثال(٢)

إذا كانت س = { ٣، ٧، ٨، ١٠ } ، ص = { ٨، ١٠، ١١ }

عبّر (عبّري) عن س ، ص بشكل ڤن ثم وضح (وضّحي) من الشكل إذا كانت ص ⊂ س .

الحل



ص ⊄ س لأن ١١ ∈ ص ، ١١ ∉ س

مثال(٣)

اكتب(اكتبي) المجموعات الجزئية للمجموعة { ٢، ٥، ٧ }

الحل

المجموعات الجزئية هي:

∅، {٢}، {٥}، {٧}، {٢، ٥}، {٢، ٧}، {٥، ٧}، {٢، ٥، ٧}

لاحظ (لاحظي) أن ∅ مجموعة جزئية من أي مجموعة، وأن أي مجموعة جزئية من نفسها.

تمرين (٨)

١) **إذا كانت س∩ = {س : س عاصمة ولاية من ولايات السودان }**
أي المجموعات الآتية جزئية من س∩ ؟

أ/ {القضارف، كسلا، دنقلا }

ب/ { تندلتي، الدويم، بورتسودان}

جـ/ { القاهرة، الأبيّض، مدني }

٢) **فيما يلي ضع (ضعي) الرمز المناسب ∃ ، ∄ ، ⊃ ، ⊅ لتصبح العبارة صحيحة:**

أ/ { أ، جـ } ..... { أ، ب، جـ، د }

ب/ ∅ ..... { س ، ص ، ع }

جـ/ ٩ .....{٢، ٤، ٧ }

د/ {أ،٣}.....{ ٢، أ، ٤، ب}

هـ/ ٥ .....{٣، ٥، ٧، ٩ }

٣) **اكتب/ اكتبي جميع المجموعات الجزئية من المجموعة {١، ٢}**

٤) **وضّح/ وضحي بشكل فن العلاقة بين المجموعات س∩، ص∩، ع**
س∩ = { أ، ب، جـ } ، ص∩ = { ٤، ب، ٦}، ع = { أ، جـ}

الدرس التاسع – المجموعات المتساوية

إذا كانت س$\curlyvee$ هي مجموعة أحرف كلمة فرس، ص$\curlyvee$ هي مجموعة أحرف كلمة سفر.

نجد أن:

س$\curlyvee$ = { ف، ر، س } ، ص$\curlyvee$ = { س، ف، ر }

ماذا تلاحظ (تلاحظين) ؟

في هذه الحالة نقول إن س$\curlyvee$ تساوي ص$\curlyvee$ وتكتب:

س$\curlyvee$ = ص$\curlyvee$

س$\curlyvee$ = ص$\curlyvee$ إذا كانت جميع عناصر إحداهما هي نفس عناصر الأخرى.

أي إذا كان كل عنصر في س$\curlyvee$ ينتمي إلى ص$\curlyvee$ وكل عنصر في ص$\curlyvee$ ينتمي إلى س$\curlyvee$ (س$\curlyvee$ ⊃ ص$\curlyvee$ ، ص$\curlyvee$ ⊃ س$\curlyvee$)

وإذا وجد عنصر واحد على الأقل في إحدى المجموعتين س$\curlyvee$ أو ص$\curlyvee$ لا ينتمي للمجموعة الأخرى فإن: س$\curlyvee$ ≠ ص$\curlyvee$

مثال (١)

وضح (وضِّحي) إذا ما كانت س$\curlyvee$ = ص$\curlyvee$ فيما يأتي:

س$\curlyvee$ = { س : س حرف من أحرف كلمة بصر }

ص$\curlyvee$ = { ص : ص حرف من أحرف كلمة صبر }

الحل

س = { ب، ص، ر }

ص = { ص، ب، ر }

بما أن:

س ⊃ ص ، ص ⊃ س

إذن: س = ص

مثال(٢)

وضح/ وضِّحي ما إذا كانت ص = ع فيما يأتي:

ع = {٣، ٥، ٧}

ص = { ص : ص عدد فردي بين ١ ، ١١ }

الحل

ع = {٣، ٥، ٧ }

ص = { ٣، ٥، ٧، ٩}

نجد أن ٩ ∈ ص ، ٩ ∉ ع

∴ ص ≠ ع

تمرين (٩)

١) وضح (وضحي) ما إذا كانت س ∩ ص فيما يأتي مع ذكر السبب:

أ. س ∩ = مجموعة أحرف كلمة فرح

ص ∩ = {س : س حرف من أحرف كلمة أفراح}

ب. س ∩ = { ٢، ٧، ٣، ٤، ٨ }

ص ∩ = {٣،٢، ٤، ٧، ٨ }

ج. س ∩ = { س : س رقم من أرقام العدد ٦٤٩٩١٥ }

ص ∩ = { س : س رقم من أرقام العدد ٤٦٦٩٥١ }

٢) ضع (ضعي) = أو ≠ في المكان الخالي:

{٣، ٦} ..... { ٦، ٣}

{ ص} ..... { ع }

{ ٥، ٣، ٦ } ..... {٣، ٦، ٥}

{أ، ب، جـ، هـ }.....{ ب، جـ، س، هـ }

{ ٢٤٩ } ..... { ٩، ٤، ٢ }

∅ ..... { ٠ }

{ س : س عدد زوجي أكبر من ٣} ..... { ٤، ٦، ٨،... }

٣) إذا كانت { ٣، ٤، س، ٧ } = { ٧، ٣، ١، ٤ }، فما قيمة س ؟

مثال(١)

إذا كانت س = { س : س رقم من أرقام العدد ٣٩٠٥ }

فإن س = { ٥، ٠، ٩، ٣}

وإذا كانت ص = { ص : ص رقم من أرقام العدد ٢٧٨٨ }

فإن ص = { ٨، ٧، ٢ }

وإذا كانت ع = { ٤، ١، ٦، ٥ }

افترض (افترضي) أن هناك مجموعة ك بحيث تنتمي كل عناصر المجموعات س، ص، ع إلى هذه المجموعة الجديدة.

اكتب(اكتبي) ك بطريقة رصد العناصر.

الحل

واضح أن ك = { ٥، ٠، ٩، ٣، ٨، ٧، ٢، ٤، ١، ٦ } وأنّ:

س ⊂ ك

ص ⊂ ك

ع ⊂ ك

مثال(٢)

إذا كانت ع = {س : س حرف من أحرف كلمة سلام }

فإن ع = { ا، س، ل، م }

وإذا كانت ح = { ص : ص حرف من أحرف كلمة شهرزاد }

فإن ح = {ش، هـ، ر، ز، ا، د }

وإذا كانت ن = { ك، ع، س، م }

اكتب المجموعة ن بحيث تنتمي كل عناصر المجموعات:

ع، ح، ن إلى ن

الحل

ν = {ا، س، ل، م، ش، هـ، ر، ز، د، ك، ع }

وأنّ:

$\text{ع} \subset \nu$

$\text{ح} \subset \nu$

$\text{خ} \subset \nu$

في الأمثلة السابقة وأمثلة أخرى أيضاً نسمي هذه المجموعات الجديدة في كل حالة بالمجموعة الشاملة ونرمز لها بالرمز ش دائماً.

لذلك نعتبر في الأمثلة السابقة أن:

ش = ص في المثال (١)

ش = ν في المثال (٢)

كما أنه يمكن اختيار ش في مسألة أخرى:

ش = { ٢، ٤، ٦، ٨، ١٠ }

مما سبق يمكن ملاحظة الآتي:

١) توجد أكثر من مجموعة تصلح أن تكون مجموعة شاملة.

٢) تختلف المجموعة الشاملة من مثال لآخر.

٣) تمثل عادة المجموعة الشاملة في أشكال ڤن بمستطيل يحوي داخله منحنيات مغلقة تمثل المجموعات الجزئية في المثال المعني.

مثال (٣)

وضح (وضحي) بشكل فن المجموعات الآتية:

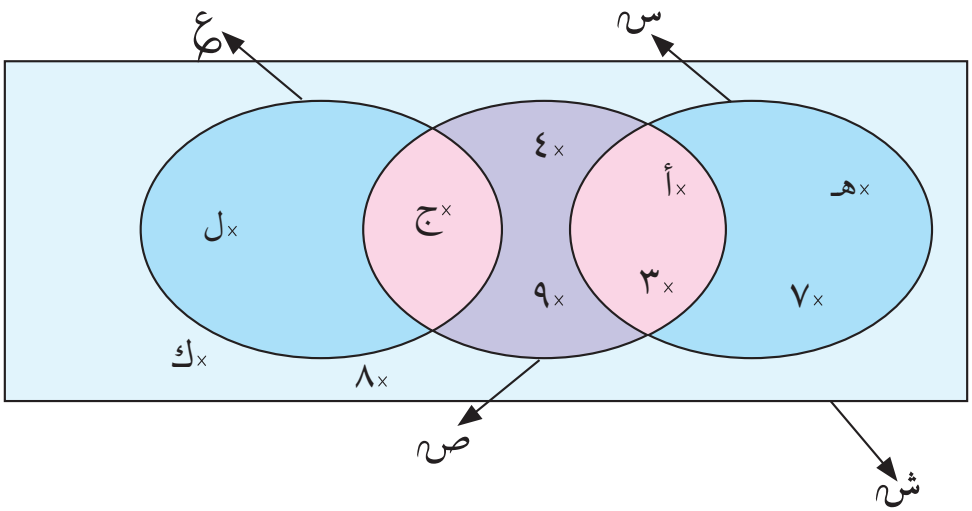
ش = { ٣، هـ، ج، ٤، ٧، ل، ٩، أ، ٨، ك }

س = { هـ، ٧، ٣، أ }

ص = { ج، ٣، ٩، ٤، أ }

ع = { ل، ج }

الحل



تمرين (١٠)

١) اكتب(اكتبي) مجموعة واحدة تصلح لتكون مجموعة شاملة في كل حالة آتية:

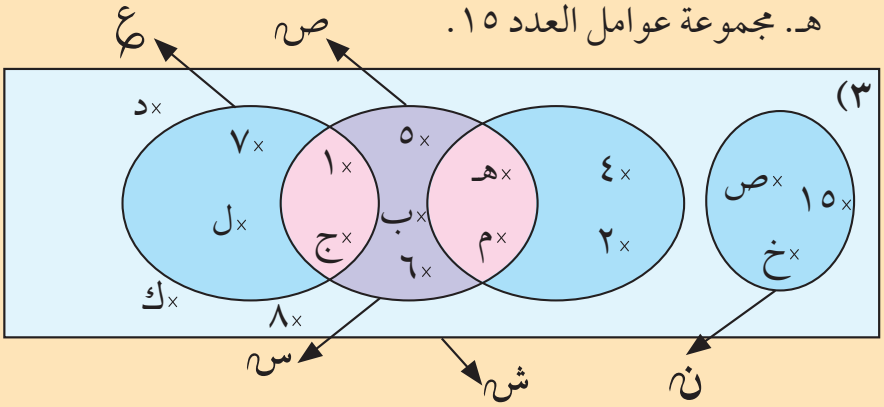
أ. ص = { عطبرة، الدامر }
ع = {بربر، شندي، أبوحمد }
ب. س = {ل ، ق، س }
ص = { أ، ط }
ع = { ن، ي، هـ }
ج. س = {٦، ١، ٥ }
ص = {س : س عامل من عوامل ١٦ }
ع = مجموعة الأرقام الزوجية بين ٢، ٩

٢) إذا كانت ش = {١، ٢، ٣، ...، ٢١ }

اكتب(اكتبي) المجموعات الجزئية من ش في الحالات التالية:

أ. مجموعة مضاعفات العدد ٣ .
ب. مجموعة الأعداد التي تقبل القسمة على ٦ .
ج. مجموعة الأعداد التي تقبل القسمة على ٧.
د. مجموعة الأعداد الفردية.
هـ. مجموعة عوامل العدد ١٥ .

٣)



مستعيناً(مستعينة)بشكل ڤن أعلاه اكتب(اكتبي) المجموعات ش، س ، ص، ع ، ن بطريقة رصد العناصر.

تمرين عام

١) اختر (اختاري) حرفاً من الحروف الهجائية العربية اسماً لكل مجموعة فيما يلي ثم اكتب (اكتبي) المجموعة برصد عناصرها ثم بطريقة الصفة المميزة.

أ. مجموعة الأعداد الأولية.

ب. مجموعة الأعداد الزوجية بين ٣ ، ١٢

ج. مجموعة عوامل العدد ٢٠

د. مجموعة مضاعفات العدد ٢

مثّل(مثّلي) المجموعتين (ب) ، (ج) بشكل ڤن.

٢) ما المجموعات المنتهية وغير المنتهية في السؤال (١) .

٣) إذا كانت ص = {٢، ٤، ٥، ١١} ضع(ضعي) أمام العبارات الصحيحة (√) وعلامة (×) أمام العبارة الخاطئة:

٤ ∈ ص	( )	{٢، ٥} ∈ ص	( )
١١ ∈ ص	( )	{١، ٢، ٤} ⊂ ص	( )
{٤، ٥} ⊄ ص	( )	{١١} ∈ ص	( )
{٢، ١١} ⊂ ص	( )	∅ ⊂ ص	( )
٥ ∉ ص	( )	١ ∈ ص	( )

٤) عيّن/ عيني المجموعات المتساوية فيما يلي:

أ. س = {١، ٤، ٦}

ص = {٠، ١، ٦}

ب. مجموعة مضاعفات العدد ٤

{ ٤، ٨، ١٢، ... }

ج. { ص : ص أحد عوامل ٨ }

{١، ٢، ٤، ٨ }

د. {س : س عدد فردي بين ٣،١٥}

{٣،٥،٩ }

٥) بيّن(بيِّني) أي المجموعات الآتية جزئية من الأخرى:

س = { ٢، ٤، ٧} ، ص = {٤}

ع = {٥، ٦} ، ل = { ٤، ٥، ٨ }

٦) إذا كانت ص = { أ، ٥، ب، ٩}

أ. اكتب(اكتبي) جميع المجموعات الجزئية الأحادية.

ب. اكتب(اكتبي) جميع المجموعات الجزئية ذوات العنصرين.

ج. اكتب(اكتبي) جميع المجموعات الجزئية ذوات الثلاثة عناصر.

د. اكتب(اكتبي) المجموعات الجزئية للمجموعة ص .

٧) إذا كانت ش = {ص : ص عدد زوجي بين ١ ، ٢٣}

س = { ٦، ٨، ١٠}

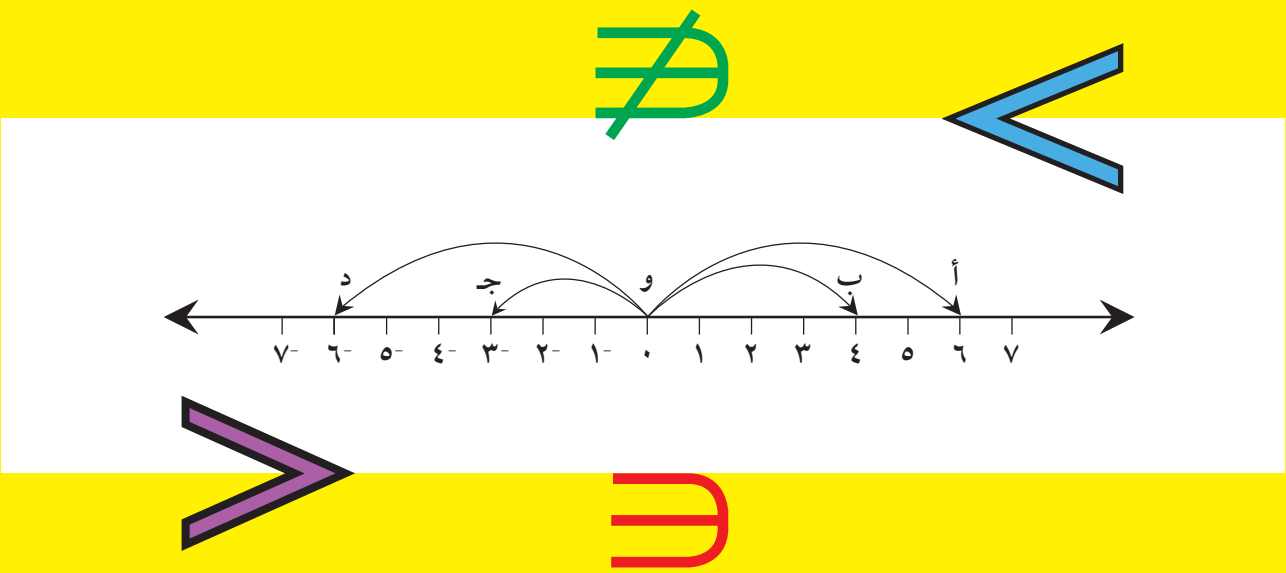
ص = {٢، ٤، ١٢، ١٤، ١٦}

ع = {٤، ١٢، ١٦}

مثّل(مثّلي) ش، س، ص، ع في شكل فن.

الوحدة الثانية

مجموعة الأعداد الصحيحة والعمليات عليها



الدرس الأول – مجموعة الأعداد الصحيحة

تقابلنا في الحياة اليومية أوضاع متعاكسة كثيرة لا يمكن التعبير عنها من خلال مجموعة الأعداد الطبيعية ومجموعة الأعداد الكلية التي درستها من قبل ، مثلاً:

١) إذا كان ارتفاع برج سكني(١٥) طابقاً فوق سطح الأرض فكيف نعبر عن ارتفاع (٣) طوابق تحت سطح الأرض .

٢) تقع النقطة أ فوق سطح البحر، والنقطة (ب) على سطح البحر، والنقطة جـ تحت سطح البحر، حيث تقطع النقطة أ على ارتفاع (٥٠) متراً فوق سطح البحر، وتقع النقطة ب على سطح البحر، وتقع النقطة جـ على بعد(٥) متر تحت سطح البحر.

ما ارتفاع أ من سطح البحر.....

ما ارتفاع ب من سطح البحر.....

ما ارتفاع جـ من سطح البحر.....

٣) في حالات الطقس نجد أن درجات الحرارة في المدينة (أ) ٤٥ درجة مئوية ، وفي المدينة (ب) صفر درجة مئوية ، والمدينة (جـ) ٥ تحت الصفر.

ما درجة الحرارة في المدينة أ .....

ما درجة الحرارة في المدينة ب.....

ما درجة الحرارة في المدينة جـ .....

ماذا تعنى عبارة تحت الصفر .....

من الأمثلة السابقة نجد أن هناك كميات ومقادير أقل من الصفر ، لذا اكتشفت أعداد أخرى سميت بالأعداد السالبة.

فإذا كان المقدار أقل من الصفر بواحد سمى العدد سالب واحـــد، ويكتب (-١).

وإذا كان المقدار أقل من الصفـــر بثلاثة سمى العـــدد سالب ثلاثة، ويكتب (-٣).

وإذا كان المقدار أقل من الصفر بأربعة سمى العـــدد سالب أربعة ، ويكتب (-٤).

أما الإعداد الأكبر من الصفر فتسمى بالأعـــداد الموجبة والعـــدد الموجب يميز بالرمز (+)

مثلاً موجب ٣ يكتب + ٣ ولكن كثيراً ما نكتبه مجـــرداً من الرمز (+) مثلاً ٣ تعنى موجب ٣.

وكل عدد سالب له نظير في الأعداد الموجبة فنظير العدد (-١) هو ١ ونظير العدد (-٥) هو ٥

و تعرف هذه النظائر بالنظائر الجمعية.

فكل عدد موجب له نظير جمعي في الأعداد السالبة وكل عدد سالب له نظير جمعي في الأعداد الموجبة ونظير الصفر هو الصفر نفسه.

ويسمى اتحاد مجموعة الأعداد الطبيعية ومجموعة الأعداد السالبة المناظرة لها والمجموعة {٠} مجموعة الأعداد الصحيحة ويرمز لها بالرمز ص ∩ وتكتب :

ص ∩ = {... ، ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١ ، ٠ ، -١ ، -٢ ، -٣ ، -٤ ، ...}

نلاحظ أن مجموعات الاعداد ط ، ك ، ص ∩ مجموعات غير منتهية

حيث ط ⊃ ك ⊃ ص ∩.

مثال

اذكر (اذكري) النظير الجمعي لكل عدد مما يلي:

١٥ ، -١٣، -٥، ٨ ، ٩

الحل

النظير الجمعي للعدد ١٥ هو -١٥	النظير الجمعي للعدد -٥ هو ٥
النظير الجمعي للعدد -١٣ هو ١٣	النظير الجمعي للعدد ٩ هو -٩
النظير الجمعي للعدد ٨ هو -٨	

تمرين (١)

١/ اكتب (اكتبي) الأعداد الصحيحة الآتية:

١. الأكبر من ٥ والأصغر من ١٥.

٢. الأصغر من ٥ والأكبر من صفر.

٣. الأقل من صفر.

٢/ اذكر (اذكري) النظير الجمعي لكل عدد مما يلي:

٥ ، -١٧ ، -١٥ ، ١٠ ، ٩ ، -٤

٣/ ضع (ضعي) علامة (√) أما كل عبارة صحيحة مما يلي:

١. -١٥ $\in$ ص ( )

٢. ٣٧ $\in$ ص ( )

٣. صفر $\notin$ ص ( )

٤. -٨ $\notin$ ط ( )

الدرس الثاني- تمثيل الأعداد الصحيحة على الخط العددي ومقارنتها

(١) تمثيل الأعداد الصحيحة على الخط العددي :

ارسم(ارسمي) خطاً مستقيماً ثم خذ(خذي) النقطة (٠) وسط هذا الخط وإلى يمين النقطة (٠) مثل النقاط ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٠٠٠ بحيث البعد بينهما متساوياً وإلى اليسار النقاط -١ ، -٢ ، -٣ ، -٤ ، ٠٠٠ كما يلي :

نلاحظ أن

مجموعة الأعداد الصحيحة غير منتهية في الاتجاه الموجب والاتجاه السالب.

مثال(١)

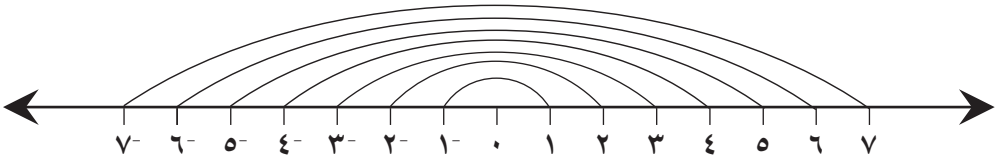
على الخط العددي وضح(وضحي) الأعداد الآتية:

٧ ، ٣ ، -٥ ، -٢ ، -٧ ، ٤

الحل

(٢) مقارنة الأعداد الصحيحة

كما تعرفنا سابقاً توضع النقط التي تمثل الأعداد الموجبة على يمين الصفر، والتي تمثل الأعداد السالبة على يسار الصفر بحيث يبعد كل عددين متناظرين (العدد الطبيعي وسالبه) بعدين متساويين عن الصفر كما يلي:



نلاحظ أنه

كلما تحركنا على خط الأعداد إلى اليمين في الاتجاه الموجب نحصل على عدد صحيح أكبر، وكلما تحركنا إلى اليسار في الاتجاه السالب نحصل على عدد صحيح أصغر مثلاً إذا بدأنا بالعدد ٥ وتحركنا في الاتجاه الموجب نجد العدد ٦ حيث ٦ > ٥ أما إذا تحركنا في الاتجاه السالب نجد العدد ٤ حيث ٤ < ٥ وبالطريقة نفسها إذا تحركنا من العدد -٥ اتجاه الموجب نجد العدد -٤ بحيث -٤ > -٥ وإذا تحركنا في الاتجاه السالب نجد العدد -٦ بحيث -٦ < -٥ .

مثال (٢)

رتب (رتبي) الأعداد الآتية تصاعدياً

-٢٥ ، ٢٠ ، ٤٠ ، -٨ ، -٢٠

الحل

-٢٥ ، -٢٠ ، -٨ ، ٢٠ ، ٤٠

مثال (٣)

ضع (ضعي) علامة > أو < بين كل عددين مما يأتي في المكان الخالي :

أ. ١٠ ☐ ٧

ب. ٤ ☐ ٨

جـ. ٣ ☐ ٥-

د. صفر ☐ أي عدد موجب

هـ. ٢٠- ☐ ١٢-

الحل

أ. ١٠ < ٧

ب. ٤ > ٨

جـ. ٣ > ٥-

د. صفر > أي عدد موجب

هـ. ٢٠- > ١٢-

تمرين (٢)

١ / على الخط العددي مثل(مثلي) الأعداد الآتية:

-٧ ، ٣ ، -٢ ، ٠ ، -٦ ، ٥ ، -٤ ، ٤

٢ / اكتب (اكتبي) بالترتيب الأعداد الثلاثة التي تلي آخر عدد حسب نمط التسلسل:

أ. ٦ ، ٥ ، ٤ ، ٠٠٠

ب. -٧ ، -٦ ، -٥ ، ٠٠٠

جـ. ١٦ ، ١٨ ، ٢٠ ، ٠٠٠

٣ / أكمل(أكملي) ترتيب الأعداد التالية حسب نمط تسلسلها:

أ..... ، ..... ، ..... ، ٨ ، ١٠ ، ١٢

ب. ..... ، ..... ، ..... ، -٧ ، -١١ ، -١٥

ج..... ، ..... ، ..... ، ١٩ ، ٢٢ ، ٢٥

٤ / ضع (ضعي) علامة > أو < بين كل عددين فيما يلي:

أ. ٨ ☐ ٢

ب. ٣ ☐ ٨

جـ. صفر ☐ ٣

د. صفر ☐ -٢

هـ. -٢٠ ☐ -٤٠

٥ / رتب (رتبي) الأعداد الآتية ترتيباً تصاعدياً

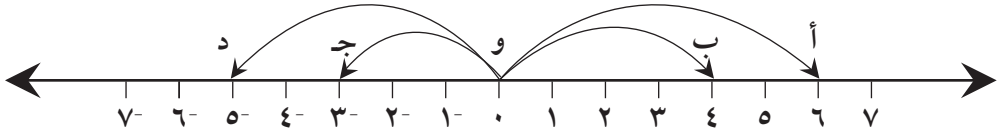
٥ ، ١٠ ، -٤ ، ١٦ ، -٦ ، -٨ ، ١٦

٦ / رتب(رتبي) الأعداد الآتية ترتيباً تنازلياً

١٨ ، ١٠ ، -١٤ ، -٥٠ ، ١ ، ٠ ، -٢ ، ٤٠ ، -٨

الدرس الثالث – القيمة المطلقة لعدد صحيح

باستخدام خط الأعداد التالي :



كم تبعد النقاط أ ، ب ، جـ ، د عن النقطة و ؟

$\overline{وأ}$ = ٦ وحدات

$\overline{وب}$ = ٤ وحدات

$\overline{وجـ}$ = ٣ وحدات

ود = ٥ وحدات

يمكن تعريف القيمة المطلقة لعدد ما كما يلي :

القيمة المطلقة لعدد ما ، هي عدد الوحدات التي تبعدها النقطة الممثلة لهذا العدد عن نقطة الصفر على الخط العددي.

و يرمز للقيمة المطلقة للعدد أ بالرمز | أ | وهي دائماً قيمة موجبة .

مثلاً

| ٤ | = ٤

| -٣ | = ٣

| -٧ | = ٧

| صفر | = صفر

مثال(١)

جد (جدي) القيمة المطلقة للأعداد:

٢٦ ، – ١١ ، – ٩٦

الحل

|٢٦| = ٢٦

|–١١| = ١١

|–٩٦| = ٩٦

مثال(٢)

جد (جدي) قيمة مما يلي:

أ/ |١٧| + |–١٣|

ب/ |–٣٥| – |–١٠|

ج/ |١٠| – |–٥| + |–١٥|

د/ |٢٥| – |–١٠| – |٢٠| + |–٥|

الحل

أ/ |١٧| + |–١٣| = ١٧ + ١٣ = ٣٠

ب/ |–٣٥| – |–١٠| = –٣٥ – ١٠ = ٢٥

ج/ |١٠| – |–٥| + |–١٥| = ١٠ – ٥ + ١٥ = ٢٠

د/ |٢٥| – |–١٠| – |٢٠| + |–٥| = ٢٥ – ١٠ – ٢٠ + ٥ = صفر

تمرين (٣)

١ / جد (جدي) القيمة المطلقة لما يأتي :

-١٥ ، -١٩ ، ٢٣ ، ٤٥ ، -٥٠ ، صفر ، -١٢٣

٢ / جد (جدي) قيمة ما يأتي:

أ. |١٧| + |-٢١| - |-١٥|

ب. |-٢٥| - |١٥| + |-٤٥|

جـ. |٣٥| - |-٥٠| - |-١٥٠| - |١٠٠|

د. |٦٠| - |٤٠| + |-٤٠| - |٥٠| - |-٣٠|

هـ. |٠| + |-١٠| - |١٥| + |-٢٠|

الدرس الرابع – عملية الجمع في مجموعة الأعداد الصحيحة

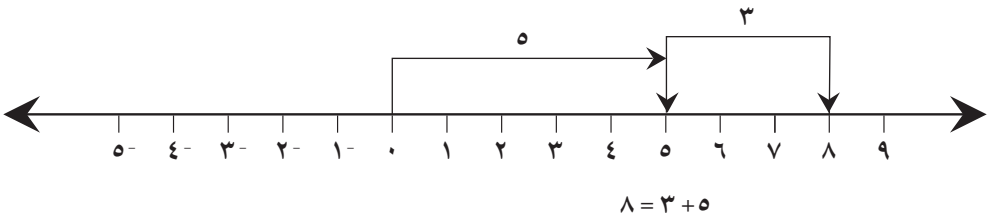
(أ) جمع الأعداد متحدة الإشارة :

عند جمع عدد صحيح موجب إلى عدد صحيح موجب نستعمل خط الأعداد حيث نبدأ من النقطة صفر ونتجه إلى اليمين بسهم طوله يساوي عدد وحدات العدد الأول ومن النقطة التي ينتهي عندها السهم و بالطريقة نفسها نتجه إلى اليمين لعدد وحدات العدد الثاني ويكون جمع العددين هو العدد الذي تمثله نقطة نهاية السهم الثاني كما في المثال التالي :

مثال(١)

باستعمال خط الأعداد أجر(أجري) عملية الجمع ٥ + ٣

الحل



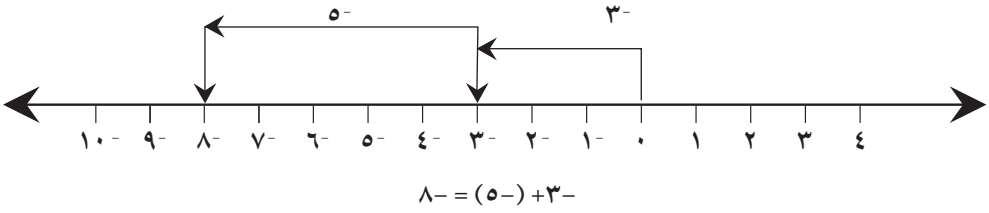
٥ + ٣ = ٨

وعند جمع عدد صحيح سالب إلى عدد صحيح سالب نستعمل خط الأعداد حيث نبدأ من نقطة الصفر ونتجه إلى اليسار بسهم طوله يساوى عدد وحدات العدد الأول ومن النقطة التي ينتهي عندها السهم و بالطريقة نفسها نتجه إلى اليسار بعدد وحدات العدد الثاني ويكون جمع العددين هو العدد الذي تمثله نقطة نهاية السهم الثاني كما في المثال التالي :

مثال (٢)

باستعمال خط الأعداد أجر (أجري) عملية الجمع −٣ + (−٥) = −٨

الحل



من الأمثلة السابقة يمكننا الوصول إلى القاعدة التالية:

قاعدة

١. حاصل جمع عددين صحيحين موجبين هو عدد صحيح موجب يمثل حاصل جمع الوحدات في الاتجاه الموجب.
٢. حاصل جمع عددين صحيحين سالبين هو عدد صحيح سالب يمثل حاصل جمع الوحدات في الاتجاه السالب.

نتيجة

١. إذا قمنا بجمع عددين صحيحين موجبين نجمع جمعاً عادياً ونضع الإشارة المشتركة بينهما مثل ٧ + ٨ = ١٥
٢. إذا قمنا بجمع عددين صحيحين سالبين نجمع جمعاً عادياً ونضع الإشارة المشتركة بينهما مثل −٩ − ٨ = − ١٧

تمرين (٤)

جد (جدي) قيم ما يأتي:

أ) ٥ + ٧

ب) -٥ + (- ٧)

جـ) -٣ + (-٦)

د) ١٠ + ٥

هـ) -١١ + (-١٢)

و) ٢٥ + ١٧

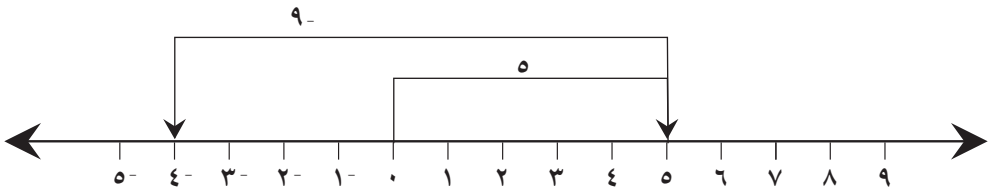
مثال(١)

باستعمال خط الأعداد جد (جدي) قيم ما يأتي:

أ) ٥ + (–٩)　　ب) –٦ + ١٠　　جـ) ٧ + (–٧)

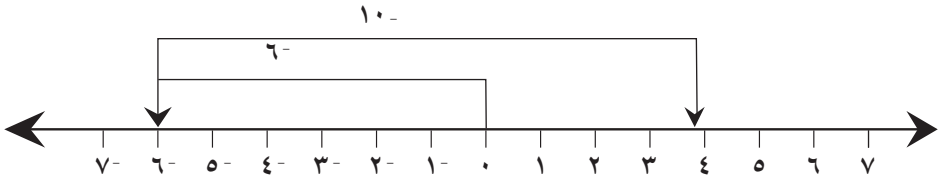
الحل

أ) ٥ عدد موجب ، – ٩ عدد سالب ، إذن نمثل ٥ بسهم طوله ٥ وحدات في الاتجاه الموجب ، ثم نتبعه بسهم طوله ٩ وحدات في الاتجاه السالب فنجد أنّ السهم يشير إلى العدد – ٤ كما في الشكل التالي :



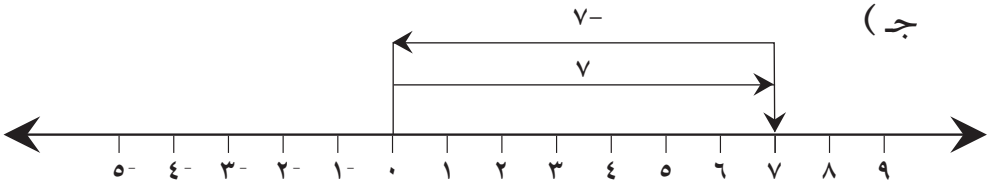
٥ + (– ٩) = – ٤

ب) – ٦ عدد سالب ، ١٠ عدد موجب ، إذن نمثّل –٦ بسهم طوله ٦ وحدات في الاتجاه السالب ، ثم نتبعه بسهم طوله ١٠ وحدات في الاتجاه الموجب فنجد أنّ السهم يشير إلى العدد ٤ كما في الشكل التالي :



–٦ + ١٠ = – ٤

جـ)



٧+ (– ٧) = صفر

من الأمثلة أعلاه نستنتج القاعدة التالية:

قاعدة

حاصل جمع عدد صحيح موجب ، وعدد صحيح سالب ،هو عدد صحيح يمثل الفرق بين الوحدتين في العددين و يكون :

١. موجب إذا كان عدد الوحدات الموجبة أكبر من عدد الوحدات السالبة.

٢. سالب إذا كان عدد الوحدات السالبة أكبر من عدد الوحدات الموجبة.

٣.صفر إذا كان عدد الوحدات الموجبة مساوياً لعدد الوحدات السالبة.

أي أن العدد الصحيح زائداً نظيره الجمعي يساوي صفر.

نتيجة

عند جمع عدد صحيح موجب وعدد صحيح سالب ، نطرح طرحاً عادياً ونأخذ إشارة العدد الأكبر .

مثل : ٢٧- + ١٢ = ١٥- ، ٢٥ + (– ١٢) = ١٣

مثال (٢)

جد (جدي) قيم العمليات الآتية:

١) ١٥ + (−١٣)　　ب) −٧ + ١٠

جـ) −٢٠ + ١٥　　د) ٠ + (−٦)　　هـ) ٧ + (−٢) + ٤

الحل

١) ١٥ + (−١٣) = ٢　　ب) −٧ + ١٠ = ٣

جـ) −٢٠ + ١٥ = −٥　　د) ٠ + (−٦) = −٦

هـ) ٧ + (−٢) + ٤ = ١١ + (−٢) = ٩

تمرين (٥)

١/ جد(جدي) قيمة ما يأتي :

أ) ٣٢ + (−٧)　　د) −١٣ + ١٣

ب) ١٥ + (−٦)　　هـ) −٧ + ١١

جـ) ١٠ + (−١٢)　　و) −٨ + ٦ + (−٣)

٢/ ضع (ضعي) العدد الذي يعطي الجملة الصحيحة:

أ. −٥ + ☐ = −٥

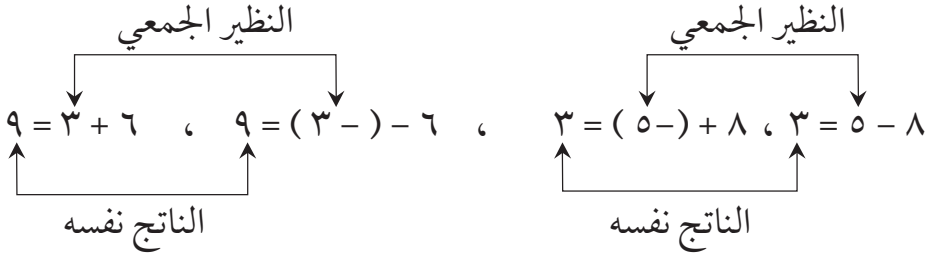
ب. −٦ + ☐ = ٦

جـ. −٩ + ☐ = صفر

د. ☐ + (−٣) = ١٥

الدرس السادس - عملية الطرح في مجموعة الأعداد الصحيحة

الجمع والطرح عمليتان متعاكستان و بذلك يمكن تحويل عملية الجمع إلى عملية طرح وعملية الطرح إلى عملية جمع مثلاً:



يتضح من الأمثلة السابقة أن طرح العدد يعني إضافة نظيره الجمعي.

أي أنه لكل أ ، ب ∈ ص فإن :

١ / أ – ب = أ + (– ب)

٢ / أ – (– ب) = أ + ب

مثال(١)

جد (جدي) قيم ما يأتي:

أ/ ١١ – (–٨)

ب/ –٢٥ – (–١٢)

جـ / –١٨ – (–٨)

د/ ٣٨٠ – ٤٥٠

الحل

أ/ ١١ – (–٨) = ١١ + ٨ = ١٩

ب/ –٢٥ – (–١٢) = –٢٥ + ١٢ = –١٣

جـ/ –١٨ – (– ٨) = – ١٨ + ٨ = –١٠

د/ ٣٨٠ – ٤٥٠ = ٣٨٠ + (–٤٥٠) = –٧٠

تمرين (٦)

١/ اكتب (اكتبي) النظير الجمعي لكل مما يلي:

أ/ – ٧ ب/ ١٨ جـ/ –(–٥) د/ (–٧ –٨)

٢/ جد (جدي) ناتج كل مما يأتي:

أ/ – ٥ – (–٢٠)

ب/ ١١٠ – (–٨٠)

ج/ –٧٠ – ٢٥

د/ ٩٠ – (–١١٠)

هـ/ –٩ – (١٥ – (–٦))

و/ (٢٥ – ١٠) – (–١٢)

ح/ ٢٢ – ٤١

الدرس السابع – خواص عملية الجمع في مجموعة الأعداد الصحيحة

١/ خاصية الإغلاق:

هل حاصل جمع أي عددين صحيحين هو عدد صحيح ؟

مثلا :

(أ) ٦ + ٧ = ١٣ ، (ب) – ٨ + ٢ = – ٦ ماذا تلاحظ (تلاحظين) من إجابات (أ) ، (ب) ؟

نلاحظ مما سبق أن حاصل جمع أي عددين صحيحين هو عدد صحيح وهذه الخاصية تسمى خاصية الإغلاق بالنسبة لعملية الجمع ، أي أن ناتج الجمع لم يخرج من مجموعة الأعداد الصحيحة وبصورة عامة :

لكل أ ، ب ∈ ص ، نجد أن أ + ب ∈ ص

ونقول أن مجموعة الأعداد الصحيحة مغلقة بالنسبة لعملية الجمع .

٢/ خاصية الإبدال:

جد(جدي) ناتج الآتي:

أ/ ٥ + ٨ ، ٨ + ٥ ماذا تلاحظ (تلاحظين) ؟

ب/ – ٣ + ٤ ، ٤ + (– ٣) ماذا تلاحظ (تلاحظين) ؟

نلاحظ الآتي :

أ/ ٥ + ٨ = ٨ + ٥

ب/ – ٣ + ٤ = ٤ + (– ٣)

أي انه إذا بادلنا بين موقعي العددين الصحيحين المجموعين لا يغير ذلك من ناتج الجمع وهذه الخاصية تسمى الخاصية الإبدالية وبصورة عامة :

لكل أ ، ب ∈ صـ فإن أ + ب = ب + أ

٣/ الخاصية التجميعية (الدامجة):

جد(جدي) ناتج الآتي :

أ/ (٣ + ٥) + ٧ ب/ ٣ + (٥ + ٧) ماذا تلاحظ ؟

نلاحظ أن :

(٣ + ٥) + ٧ = ٣ + (٥ + ٧)

وبصورة عامة :

لكل أ ، ب ، جـ ∈ صـ فإن (أ + ب) + جـ = أ + (ب + جـ)
وتسمى هذه الخاصية بالخاصية التجميعية (الدامجة) بالنسبة لعملية الجمع .

٤/ خاصية العنصر المحايد الجمعي:

جد(جدي) ناتج الآتي :

أ/ −٨ + ٠ ، ٠ + (−٨) ب/ ٠ + ٩ ، ٩ + ٠ ماذا تلاحظ (تلاحظين) ؟

العدد (٠) هو العدد الوحيد في مجموعة الأعداد الصحيحة الذي يتمتع بخاصية أنه إذا جمع لأي عدد صحيح يكون الناتج العدد نفسه ، لذا العدد (٠) يسمى العنصر المحايد للجمع و بصورة عامة:

لكل أ ∈ ص ، يوجد ٠ ∈ ص ، حيث أ + ٠ = ٠ + أ = أ

٥/ خاصية النظير الجمعي:

عرفنا سابقاً أن كل عدد موجب له نظير في الأعداد السالبة ، وأي عدد سالب له نظير في الأعداد الموجبة ، أما الصفر فنظيره الصفر نفسه، وعرفنا أن حاصل جمع أي عدد مع نظيره يساوي الصفر وهو العنصر المحايد لعملية الجمع .

لذلك سمي النظير في هذه الحالة بالنظير الجمعي

مثلا : العدد ٥ نظيره الجمعي −٥ لأن ٥ + −٥ = صفر ،

وكذلك العدد −٩ نظيره الجمعي ٩ لأن −٩ + ٩ = صفر وبصورة عامة :

لكل أ ∈ ص، يوجد − أ ∈ ص بحيث (− أ) + أ = أ + (− أ) = صفر

مثال(١)

اكتب (اكتبي) الخاصية التي تتضمنها كل جملة مما يأتي:

أ/ ٥ + ٣ = ٨

ب/ ٩ + ٧ = ٧ + ٩

ج/ (٩ + ٥) + ٣ = ٩ + (٥ + ٣)

د/ −١٥ + ٠ = −١٥

هـ/ ٧ + (−٧) = صفر

الحل

أ/ خاصية الإغلاق.

ب/ خاصية الإبدال.

جـ/ خاصية التجميع.

د/ خاصية العنصر المحايد للجمع .

هـ/ خاصية النظير الجمعي.

تمرين (٧)

١/ اكتب (اكتبي) الخاصية التي تتضمنها كل جملة مما يأتي :

أ/ (١٣ + ٥) + ٨ = ١٣ + (٥ + ٨)

ب/ ١٠ + صفر = ١٠

جـ/ ٧- + ٩ = ٩ + (٧-)

د/ ١٧ + (١٧-) = صفر

هـ/ ٣ + (- ٥) = ٢-

٢/ أكمل (أكملي) :

أ/ ٧ + ☐ = ٥ + ٧

ب/ ٣ + (☐ + ٧) = (٣ + ١٠) + ٧

جـ/ ٧ + ☐ = صفر

د/ ٧- + ١٠ = ☐

هـ/ ٩ + ☐ = ٩

(أ) ضرب عدد صحيح موجب في عدد صحيح موجب

من دراستنا السابقة علمنا أن مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة هي مجموعة الأعداد الطبيعية و أن حاصل ضرب أي عدد طبيعي في آخر طبيعي هو عدد طبيعي .

مثلاً :

$٣ \times ٧ = ٢١$

$٥ \times ٢٠ = ١٠٠$

ومما سبق يمكن التوصل للقاعدة التالية :

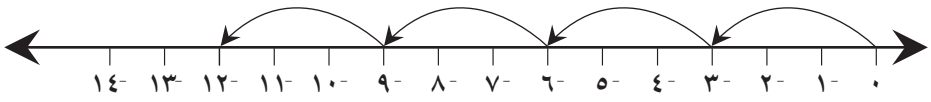
حاصل ضرب عددين صحيحين موجبين = عدداً صحيحاً موجباً

(ب) ضرب عدد صحيح موجب في عدد صحيح سالب

تعلمنا سابقاً أن $٣ \times ٢ = ٢ + ٢ + ٢ = ٦$

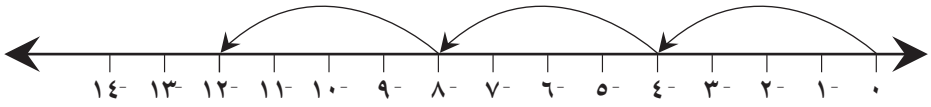
بنفس الطريقة يمكن إيجاد :

$٤ \times (-٣) = (-٣) + (-٣) + (-٣) + (-٣) = -١٢$



وايضاً :

$-٤ \times ٣ = (-٤) + (-٤) + (-٤) = -١٢$



مما سبق يمكن التوصل للقاعدة التالية :

حاصل ضرب عدد صحيح موجب في عدد صحيح سالب = عدداً صحيحاً سالباً

مثال

أجر(أجري) عمليات الضرب الآتية:

أ/ ٨×٧

ب/ -٧×٩

جـ/ ١٠×-٦

الحل

أ/ $٨ \times ٧ = ٥٦$

ب/ $-٧ \times ٩ = -٦٣$

جـ/ $١٠ \times -٦ = -٦٠$

تمرين (٨)

١ / أجر(أجري) عمليات الضرب الآتية:

أ/ ٣ × ٨ — د/ ١١ × (-٧ + (-٢))

ب/ -٦ × ٧ — هـ/ ١٢٠ × -١٠٠

جـ/ ٩ × -١٠ — و/ -٦ × ٧

ح/ -٥ × ٤ × -٧

٢ / تبدأ غواصة الغطس من سطح الماء رأسياً لأسفل بسرعة تبلغ ٤ أمتار في الدقيقة ، ما العمق الذي تصل إليه بعد ٨ دقائق ؟

٣ / يخصم بنك مبلغ ١٠٠٠ جنيه شهرياً لصالح جمعية خيرية من حساب عبد الله، ما العدد الصحيح الذي يعبّر عن الخصم في سنة واحدة ؟

(جـ) ضرب عدد صحيح سالب في عدد صحيح سالب

تأمل (تأملي) الجدول الآتي:

١	٢ × (−٥) = −١٠
٢	١ × (−٥) = −٥
٣	٠ × (−٥) = ٠
٤	−١ × (−٥) = ...
٥	−٢ × (−٥) = ...

+ ٥ + ٥ + ٥ + ٥

- ما المقدار الذي يتناقص به العدد المضروب في − ٥ ؟
- ما المقدار الذي يتزايد به حاصل الضرب ؟
- أكمل/ أكملي الجدول أعلاه .

مما سبق نلاحظ أن كل ناتج ضرب يزيد بمقدار ٥ عن ناتج الضرب السابق له وبالتالي يمكن التوصل للقاعدة التالية :

١/ حاصل ضرب أي عددين صحيحين سالبين = عدداً صحيحاً موجباً

٢/ حاصل ضرب أي عدد صحيح في الصفر هو الصفر

مثال

أجر(أجري) العمليات الآتية :

أ/ −١٠ × −٤ جـ/ −٩ × −٢٠

ب/ −٨ × صفر د/ (−٥ + (−٧)) × (٦ + (−٩))

الحل

أ/ −١٠ × −٤ = ٤٠ ب/ −٨ × صفر = صفر

جـ/ −٩ × −٢٠ = ١٨٠

د/ (−٥ + (−٧)) × (٦ + (−٩)) = −١٢ × −٣ = ٣٦

تمرين (٩)

أجر(أجري) العمليات الآتية:

أ/ −٦ × −١٢

ب/ −٩ × −١٠

جـ/ −٥٠ × −٢٠

د/ −٣ × −٤٠

هـ/ −٨ (−٣ + (−٧))

و/ (−٥ + (−٩)) × (−٨ + (−٧))

الدرس التاسع – خواص عملية الضرب في مجموعة الأعداد الصحيحة

١/ خاصية الإغلاق

جد (جدي) قيمة ما يلي:

(أ) ٥ × ٣ (ب) -٦ × ٤ (جـ) -٨ × -٧

إلى أي مجموعات الأعداد تنتمي كل إجابة في (أ) ، (ب) ، (جـ) ؟

مما سبق يمكن نستنتج أن :

حاصل ضرب أي عددين صحيحين هو عدد صحيح ونقول إنّ مجموعة الأعداد الصحيحة مغلقة تحت عملية الضرب ، وبصورة عامة :

لكل أ ، ب ∈ صـ ، نجد أن أ × ب ∈ صـ

٢/ خاصية الإبدال

جد (جدي) قيمة الآتي ، ثم قارن (قارني) بين كل ناتجين متقابلين .

٤ × ٧ ، ٧ × ٤

-٥ × ٨ ، ٨ × (- ٥)

ماذا تلاحظ (تلاحظين) ؟

مما سبق نلاحظ أن عملية الضرب للأعداد الصحيحة إبدالية .

وبصورة عامة :

لكل أ ، ب ∈ صـ ، نجد أن أ × ب = ب × أ

٣/ خاصية التجميع (أو الدمج)

جد (جدي) ناتج الآتي :

(٢ × −٣) × ٧ ، ٢ × (−٣ × ٧)

ماذا تلاحظ (تلاحظين) ؟

نلاحظ أن (٢ × −٣) × ٧ = ٢ × (−٣ × ٧) وهذا يعني أن ضرب الأعداد الصحيحة تجميعي وبصورة عامة :

لكل أ ، ب ، جـ ∈ ص
نجد أن (أ × ب) × جـ = أ × (ب × جـ)

٤/ خاصية العنصر المحايد للضرب

جد (جدي) ناتج الآتي :

أ/ ٣ × ١ ، ١ × ٣ ب/ −٦ × ١ ، ١ × −٦ جـ/ ١ × ٢٧ ، ٢٧ × ١

ماذا تلاحظ (تلاحظين) ؟

نلاحظ أن :

العدد (١) هو العدد الوحيد في مجموعة الأعداد الصحيحة الذي يتمتع بخاصية أنه إذا ضرب في أي عدد صحيح يكون الناتج العدد نفسه ، لذا العدد (١) يسمى العنصر المحايد للضرب و بصورة عامة :

لكل أ ∈ ص ، نجد أن أ × ١ = ١ × أ = أ

٥/ خاصية توزيع الضرب على الجمع

جد (جدي) ناتج الآتي ثم قارن (قارني) بين الناتجين:

(أ) ٢ × (٦ + ٣) (ب) ٢ × ٦ + ٢ × ٣ ماذا تلاحظ (تلاحظين)؟

نلاحظ أن ٢ × (٦ + ٣) = ٢ × ٦ + ٢ × ٣ وهذه الخاصية تسمى خاصية توزيع الضرب على الجمع ، وبصورة عامة :

لكل أ ، ب ، جـ ∈ ص، نجد أن أ (ب + جـ) = أب + أجـ

تمرين (١٠)

اذكر (اذكري) الخاصية المتضمنة في كل من العمليات الآتية:

١) −٣ × ٩ = ٩ × −٣

٢) −١٣ × ١ = −١٣

٣) ٥ × (−٧ × ٤) = (٥ × −٧) × ٤

٤) −١١ × ١٠ = −١١٠

٥) ٧ (٥ + ٨) = ٧ × ٥ + ٧ × ٨

٦) ٥٠ × ٢٠٠ = ١٠٠٠٠

٧) ٤ (٨ + ٥) = ٣٢ + ٢٠

الدرس العاشر – عملية القسمة في مجموعة الأعداد الصحيحة

تعلمنا سابقاً أنه :

إذا كان ٥ × ٨ = ٤٠ فإن ٤٠ ÷ ٥ = ٨ ، ٤٠ ÷ ٨ = ٥

ويعني ذلك أن كل عملية ضرب ينتج عنها صورتان لعملية قسمة .

وبالمثل:

إذا كان −٩ × ٤ = −٣٦ فإن −٣٦ ÷ (− ٩) = ٤ ، − ٣٦ ÷ ٤ = −٩

−٧ × (− ٣) = ٢١ فإن ٢١ ÷ (−٧) = − ٣ ، ٢١ ÷ (−٣) = −٧

٠ × ٦ = ٠ فإن ٠ ÷ ٦ = ٠

من هذه العمليات السابقة نستنتج أن:

إذا كان $\frac{أ}{ب}$ = جـ (أ ، ب ، جـ ∈ ص ، ب ≠ ٠) فإن :

١) جـ سيكون موجباً إذا كان كل من أ و ب موجباً، أو كل منها سالباً.

٢) جـ سيكون سالباً، إذا كان أ أو ب سالباً.

٣) جـ سيكون صفراً إذا كان أ صفراً.

مثال

اجر(اجري) العمليات الآتية:

أ/ −٤٩ ÷ (−٧) ب/ −٨٨ ÷ ١١

جـ/ ٦٤ ÷ (−٨) د/ ٠ ÷ (−٥) هـ/ ٠ ÷ ١٢

الحل

أ/ $-٤٩ \div (-٧) = ٧$ ب/ $-٨٨ \div ١١ = -٨$

جـ/ $٦٤ \div (-٨) = -٨$ د/ $٠ \div (-٥) = ٠$

هـ/ $٠ \div ١٢ = ٠$

تمرين (١١)

١/ جد(جدي) الناتج:

أ/ $-١٥ \div ٣$ ب/ $-٢٠ \div (-٤)$

جـ/ $٢٨ \div (-٧)$ د/ $٠ \div ٨$

٢/ اجر(اجري) العمليات الآتية:

أ/ $١٠٨ \div ٩$ ب/ $-١٢٥ \div ٥$

جـ/ $٨٠٨ \div (-٨)$ د/ $-٣٥٠ \div (-١٠)$

هـ/ $(-٤ \times -٥) \div ٢$ و/ $١٩ + (-١٤ \div ٧)$

ز/ $٨ - (٤٩ \div (-٧))$

تمرين عام

١/ على خط الأعداد مثل (مثلي) الأعداد الآتية:

٦ ، – ٤ ، ٤ ، –٣

٢/ على خط الأعداد اجر/ اجري العمليات الآتية:

أ/ ٧ + (–٣)　　ب/ –٤ + ٦　　جـ/ –٤ – ٧

د/ –٤ + ٨　　هـ/ ٦ –(–١)　　و/ ٣ – ٨

٣/ جد (جدي) النظير الجمعي لكل من الأعداد التالية:

–١٣ ، ٣٢ ، –٤٠ ، – (–١٦)

٤/ جد (جدي) القيمة المطلقة للأعداد الآتية:

٢٦ ، –١٠ ، ٠ ، –٦٢٤ ، ٤٩٦٧

٥/ جد (جدي) ناتج الجمع فيما يلي:

أ/ ٤ + ٥　　ب/ ٢ + (–٦)　　جـ/ –٤ + (–٧)

٦/ أوجد (أوجدي) الآتي:

أ/ –١٤ + (–١٦)　　ب/ –٥٤ + ١٧　　جـ/ ٣٧ + (–١١)

د/ ٤ – ١٧　　هـ/ ٥ – (–٢٤)　　و/ –٦ – (–١٨)

ز/ ٥٥ × (–٣)　　ح/ –١٣ × (–٥)　　ط/ ٥٢ × (–١)

ي/ –٨٨٨ × ١٠٠

٧/ اجر (اجري) العمليات الآتية:

أ/ –٨٨٨ ÷ (–١١١)　　ب/ –٧٢ ÷ ٩

جـ/ ٤٥٠ ÷ (–٩)　　د/ –٥٥ ÷ ٥

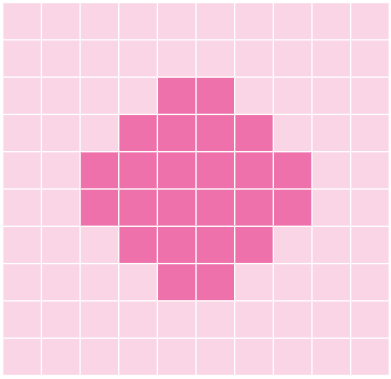
و/ ٧ – (١٥ ÷ (–٥))

الوحدة الثالثة

النسبة المئوية

الدرس الأول – مفهوم النسبة المئوية

الشكل جانبه يوضح مربعاً كبيراً تم تقسيمه إلى مئة مربعاً صغيراً جميعهما متساوية.



» كم عدد المربعات المظللة؟

» كم عدد المربعات غير المظللة؟

» ما نسبة عدد المربعات المظللة إلى عدد المربعات غير المظللة؟

» ما نسبة عدد المربعات المظللة إلى العدد الكلي للمربعات؟

» ما نسبة عدد المربعات غير المظللة إلى العدد الكلي للمربعات؟

نلاحظ من الشكل السابق إن:

نسبة عدد المربعات المظللة إلى العدد الكلي للمربعات = $\frac{٢٤}{١٠٠}$

نسبة عدد المربعات غير المظللة إلى العدد الكلي للمربعات = $\frac{٧٦}{١٠٠}$

ومما سبق نستنتج الآتي:

النسبة المئوية هي نوع من أنواع النسبة التي يكون فيها المقام دائماً مئة ويرمز لها بالرمز ٪

وتكتب النسبة المئوية بأربع طرق: مثلاً تسعة في المئة تكتب كالآتي:

٩٪ أو $\frac{٩}{١٠٠}$ أو ٩ : ١٠٠ أو ٠,٠٩

وتقرأ ٩ في المئة وتعني ٩ من كل مئة.

ملحوظة: ١٠٠٪ من مقدار ما تساوي المقدار كلّه ، وتعني ١٠٠ من المقدار وتساوي المقدار كاملاً.

مثال :

اكتب النسب المئوية التالية بالطرق الأربع:

١/ ستون في المئة ٢/ ثلاث مئة في المئة

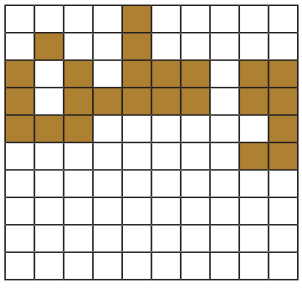
الحل:

١/ ستون في المئة = ٦٠٪ = $\frac{٦٠}{١٠٠}$ = ٦٠ : ١٠٠ = ٠,٦٠

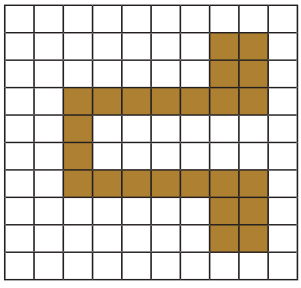
٢/ ثلاث مئة في المئة = ٣٠٠٪ = $\frac{٣٠٠}{١٠٠}$ = ٣٠٠ : ١٠٠ = ٣ : ١

تمرين (١)

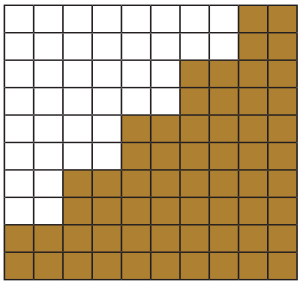
اكتب النسبة المئوية بالطرق الأربع المعبّرة عن الجزء المظلل والجزء غير المظلل إلى المربع ككل في الأشكال الآتية:



(١)



(٢)



(٣)

الدرس الثاني – تحويل النسبة المئوية الى كسر عادي أو عشري

أ/تحويل النسبة المئوية الى كسر عادي:

تشكل الماء نسبة ٨٠٪ من جسم الأنسان تقريباً.

» ما الحد الأول من النسبة ٨٠٪ ؟.....

» ما الحد الثاني من النسبة ٨٠٪ ؟.....

$$٨٠\% = \frac{٨٠}{١٠٠}$$

أختصر لأبسط صورة:

$$٨٠\% = \frac{٨٠}{١٠٠} = \frac{٤}{٥} \text{ (كسر عادي)}$$

ب/تحويل النسبة المئوية إلي كسر عشري:

من خلال دراستنا للكسور العشرية والنسبة المئوية نجد أن:

$$٦٢\% = \frac{٦٢}{١٠٠} = ٠,٦٢ \text{ (كسر عشري)}$$

$$١١٢\% = \frac{١١٢}{١٠٠} = ١,١٢ \text{ (كسر عشري)}$$

مثال(١)

حوّل النسب المئوية التالية الى كسر عادي أو مركب في أبسط صورة:

أ/ ٤٠٪ ب/ ٧٥٪ ج/ ٢٪ د/ ١٦٠٪

الحل:

أ/ $٤٠\% = \frac{٤٠}{١٠٠} = \frac{٢}{٥}$

ب/ $٧٥\% = \frac{٧٥}{١٠٠} = \frac{٣}{٤}$

ج/ ٢٪ = $\frac{٢}{١٠٠}$ = $\frac{١}{٥٠}$

د/ ١٦٠٪ = $\frac{١٦٠}{١٠٠}$ = ١ $\frac{٦٠}{١٠٠}$ = ١ $\frac{٣}{٥}$

مثال(٢)

حول النسب التالية الى كسر عشري:

أ/ ١٣٪ ب/ ٥٪ ج/ ١٣٥٪ د/ ٥٠٠٪

الحل:

أ/ ١٣٪ = $\frac{١٣}{١٠٠}$ = ٠,١٣

ب/ ٥٪ = $\frac{٥}{١٠٠}$ = ٠,٠٥

ج/ ١٣٥٪ = $\frac{١٣٥}{١٠٠}$ = ١,٣٥

د/ ٥٠٠٪ = $\frac{٥٠٠}{١٠٠}$ = ٥,٠

مثال(٣)

قارن بين النسب المئوية والكسور التالية:

أ/ ٧٠٪ ، ٠,٠٧ ب/ ٢٨١٪ ، ٢,٨١

ج/ ٢٥٪ ، $\frac{١}{٤}$ د/ ١٢٠٪ ، $\frac{٧}{٥}$

الحل:

أ/ ٧٠٪ = $\frac{٧٠}{١٠٠}$

$$\frac{٧}{١٠٠} = ٠,٠٧$$

بما أن $\frac{٧٠}{١٠٠} > \frac{٧}{١٠٠}$

$\therefore$ ٧٠٪ > ٠،٠٧

ب/ ٢٨١٪ $= \frac{٢٨١}{١٠٠}$

$٢,٨١ = \frac{٨١}{١٠٠}\ ٢ = \frac{٢٨١}{١٠٠}$ (تحويل الكسر المركب الى كسر غير عادي)

$\therefore$ ٢٨١٪ $= ٢,٨١$

ج/ ٢٥٪ $= \frac{٢٥}{١٠٠}$

(تذكر: للمقارنة بين الكسور لابد من توحيد المقامات)

$$\frac{١}{٤} = \frac{١ \times ٢٥}{٤ \times ٢٥} = \frac{٢٥}{١٠٠}$$

$\therefore$ ٢٥٪ $= \frac{١}{٤}$

د/ ١٢٠٪ $= \frac{١٢٠}{١٠٠}$

$$\frac{٧}{٥} = \frac{٧ \times ٢٠}{٥ \times ٢٠} = \frac{١٤٠}{١٠٠}$$

$\therefore$ ١٢٠٪ $< \frac{٧}{٥}$

تمرين (٢)

أ/ حوّل النسب المئوية التالية إلى كسر عادي أو كسر مركب في أبسط صورة:

١) ١٥٪ ٢) ٣٥٪ ٣) ٨٪ ٤) ١٣٠٪
٥) ١٦٥٪

ب/ حوّل النسب المئوية التالية الى كسر عشري:

١) ٣٪ ٢) ١٩٪ ٣) ١٠٠٪ ٤) ٣٤٦٪

ج/ قارن بين النسب المئوية والكسور الآتية :

١) ٥٠٪ ، ٠,٥ ٢) ٦٥٪ ، ٦,٥

٣) ١٤٢٪ ، ١٤,٢ ٤) ٦٠٪ ، $\frac{٣}{٥}$

٥) ٣٥٪ ، $\frac{٣}{١٠}$ ٦) ٢٠٪ ، $\frac{١}{٣}$

د/اشتري آدم قميصاً مكتوب عليه خلال بطاقة صغيرة (مصنوع من قطن وبوليستر) وكانت نسبة القطن ٣٧٪

١/أحسب نسبة البوليستر.

٢/جد الكسر العادي المكافئ لنسبة القطن.

٣/جد الكسر العشري المكافئ لنسبة البولستر.

الدرس الثالث – تحويل الكسر العادي أو الكسر العشري إلي نسبة مئوية:

أ/تحويل الكسر العادي الى نسبة مئوية:

مثال(١)

في إحدى المدارس كانت نسبة عدد البنات إلي عدد البنين ١١:٢٠ اكتب هذه النسبة في صورة نسبة مئوية:

الحل:

١١:٢٠ تكافئ $\frac{١١}{٢٠}$ ،ولكي نحوّل النسبة $\frac{١١}{٢٠}$ الي نسبة مئوية لابد أن نجعل حدها الثاني = ١٠٠ وذلك بضرب حديها × ٥ أي:

$$\frac{١١}{٢٠} = \frac{١١ \times ٥}{٢٠ \times ٥} = \frac{٥٥}{١٠٠} = ٥٥٪$$

وأيضاً توجد عدة طرق آخري لتحويل الكسر العادي إلي نسبة مئوية وإليك اسهلها في المثال التالي:

مثال(٢)

حوّل $\frac{٣}{٤}$ الى نسبة مئوية

الحل:

$$\frac{٣}{٤} = \frac{٣}{\cancel{٤}} \times \overset{٢٥}{\cancel{١٠٠}}٪ = ٧٥٪$$

مثال(٣)

حوّل الكسور التالية الى نسبة مئوية

أ/ $\frac{٢}{٥}$ ب/ $\frac{٣}{١٠}$ ج/ $\frac{٧}{٤}$ د/ $٥\frac{١}{٢}$

أ/ $\frac{٢}{٥} = \frac{٢}{\cancel{٥}} \times \overset{٢٠}{\cancel{١٠٠}}٪ = ٤٠٪$

ب/ $\frac{٣}{١٠} = \frac{٣}{\cancel{١٠}} \times \cancel{١٠٠}^{١٠}\,\% = ٣٠\,\%$

ج/ $\frac{٧}{٤} = \frac{٧}{\cancel{٤}} \times \cancel{١٠٠}^{٢٥}\,\% = ١٧٥\,\%$

د/ $٥\frac{١}{٢} = \frac{١١}{٢} = \frac{١١}{\cancel{٢}} \times \cancel{١٠٠}^{٥٠}\,\% = ٥٥٠\,\%$

ب/تحويل الكسر العشري الى نسبة مئوية:

مثال(٤)

حوّل الكسور العشرية الأتية إلى نسبة مئوية:

أ/ ٠,٧ ب/ ٠,٢٥ ج/ ٠,٠٦ د/ ٢,٤ و/ ٣,١٢

الحل:

أ/ $٠,٧ = \frac{٧}{\cancel{١٠}} \times \cancel{١٠٠}^{١٠}\,\% = ٧٠\,\%$

ب/ $٠,٢٥ = \frac{٢٥}{\cancel{١٠٠}} \times \cancel{١٠٠}\,\% = ٢٥\,\%$

ج/ $٠,٠٦ = \frac{٦}{\cancel{١٠٠}} \times \cancel{١٠٠}\,\% = ٦\,\%$

د/ $٢,٤ = ٢\frac{٤}{١٠} = ٢ \frac{٢٤}{\cancel{١٠}} \times \cancel{١٠٠}^{١٠}\,\% = ٢٤٠\,\%$

و/ $٣,١٢ = ٣\frac{١٢}{١٠٠} = ٣ \frac{٣١٢}{\cancel{١٠٠}} \times \cancel{١٠٠}\,\% = ٣١٢\,\%$

تمرين (٣)

١/ حوّل الكسور التالية إلى نسبة مئوية :

أ/ $\frac{٤}{٥}$ ب/ $\frac{٦}{١٠}$ ج/ $\frac{٢}{١٠٠}$ د/ $١\frac{٣}{٤}$

هـ/ $\frac{٧}{٥}$ و/ $\frac{١١}{٤}$ ز/ $\frac{٥}{٨}$ ح/ $٢\frac{٩}{٢٠}$

٢/حوّل الكسور العشرية التالية إلي نسبة مئوية

أ/ ٠,٣ ب/ ٠,٠٩ ج/ ٠,٤٥ د/ ١,٧

و/ ٢,٠٥ هـ/ ١١,٢٣ ز/ ١٢ ح/ ٠,٠٠٦

٣/ في إحدي القري كانت نسبة عدد الأميين إلى عدد المتعلمين هي ٣ :٢٥ اكتب هذه النسبة في صورة نسبة مئوية.

٤/ بص سفري كان عدد المقاعد المشغولة ٣٦ مقعداً، فإذا كان عدد مقاعد البص ٤٨ مقعداً أحسب:

أ/النسبة المئوية لعدد المقاعد المشغولة.

ب/النسبة المئوية للمقاعد الشاغرة.

الدرس الرابع – النسبة المئوية من عدد أو كمية

» كم $\frac{١}{٢}$ الـ ٢٠؟

» كيف تحصلت الناتج؟

نلاحظ لإيجاد $\frac{١}{٢}$ الـ ٢٠ نجري العملية التالية:

$\frac{١}{٢}$ الـ ٢٠ = $\frac{١}{٢}$ × ٢٠ = ١٠

ولإيجاد النسبة المئوية من عدد أو كمية توجد طريقتان:

أ/طريقة تحويل النسبة المئوية إلي كسر عادي أو غير عادي:

مثال(١)

جد :

١/ ٦٪ من ٥٠٠

٢/ ١٢٠ ٪ من ٨٠

٣/ $\frac{١}{٤}$ ٥٪ من ٣٠٠

الحل:

١/ ٦٪ = $\frac{٦}{١٠٠}$

∴ ٦٪ من ٥٠٠ = $\frac{٦}{١٠٠}$ × ٥٠٠ = ٣٠

∴ ٦٪من ٥٠٠ = ٣٠

٢/ ١٢٠٪ = $\frac{١٢٠}{١٠٠}$

$\therefore$ ١٢٠٪من ٨٠ $= \frac{١٢٠}{١٠٠} \times ٨٠ = ٩٦$

$\therefore$ ١٢٠٪ من ٨٠ $= ٩٦$

٣/ $\frac{١}{٤}$ ٥٪ $= \frac{١}{٤}$ ٥ $\div ١٠٠ = \frac{٢١}{٤} \div ١٠٠ = \frac{٢١}{٤} \times \frac{١}{١٠٠} = \frac{٢١}{٤٠٠}$

$\therefore$ $\frac{١}{٤}$ ٥ ٪ من ٣٠٠ $= \frac{٢١}{٤٠٠} \times ٣٠٠ = ١٥,٧٥$

$\therefore$ $\frac{١}{٤}$ ٥ ٪ من ٣٠٠ $= ١٥,٧٥$

ب/طريقة تحويل النسبة المئوية إلي كسر عشري:

مثال(٢)

جد الآتي:

١/ ٣٠٪ من ٧٠

٢/ $\frac{١}{٢}$ ١ ٪ من ٦٠٠

الحل:

١/ $\therefore$ ٣٠٪ $= \frac{٣٠}{١٠٠} = ٠,٣$

$\therefore$ ٣٠٪ من ٧٠ $= ٠,٣ \times ٧٠ = ٢١$

$\therefore$ ٣٠٪من ٧٠ $= ٢١$

٢/ $\frac{١}{٢}$ ١ ٪ $= ١,٥$٪ $= \frac{١,٥}{١٠٠} = ٠,٠١٥$

$\therefore$ $\frac{١}{٢}$ ١ ٪ من ٦٠٠ $= ٠,٠١٥ \times ٦٠٠ = ٩$

$\therefore$ $\frac{١}{٢}$ ١ ٪ من ٦٠٠ $= ٩$

تمرين (٤)

أ/جد الآتي:

١/ ٧٪ من ١٢٠٠ ٢/ ٤٠٪من٥٠

٣/ ٨٥٪ من ١٨ ٤/ ١٢٥٪من٤

٥/ $\frac{١}{٩}$ ١١ ٪ من ٨١ ٦/ $\frac{٢}{٧}$ ١٤ ٪من ٤٩٠

ب/تصدق جوهر بمبلغ ١٦٠٠٠ جنيه لثلاث أسر فقيرة وكان التوزيع حسب عدد أفراد الأسرة بالنسب التالية:

- الأسرة الأولي ٥٠٪ من المبلغ
- الأسرة الثانية ٣٤٪ من المبلغ
- الأسرة الثالثة ١٦٪ من المبلغ

ما نصيب كل أسرة؟

ج/في إحدى المحلات التجارية كانت نسبة الخصم على المبيعات ١٠٪ اشترت نون فستاناً مكتوب عليه ٦٥٠٠ جنيهاً.

١. كم قيمة الخصم؟

٢. كم المبلغ المدفوع بعد الخصم؟

د/ إستخراج مزارع زكاته من القمح بنسبة ٥٪ فكانت ٢ جوال قمح كم عدد جولات القمح التي حصدها؟

الدرس الخامس- الزيادة والنقصان في المئة:

اولاً: الزيادة في المئة:

إذا زاد عدد من ٤ فصار ٧ تكون الزيادة بمقدار ٣ ولكي نحسب الزيادة في المئة نضع الزيادة في شكل كسر من العدد الأصلي ثم نضرب فى ١٠٠٪.

هكذا: لاحظ أن العدد الأصلي ٤

$$\text{الزيادة في المئة} = \frac{٣}{٤} \times ١٠٠٪ = ٧٥٪$$

مثال(١)

زاد عدد سكان قرية من ١٢٠٠٠ إلى ١٢٣٦٠ فكم الزيادة في المئة؟

الحل:

الزيادة = ١٢٣٦٠ - ١٢٠٠٠ = ٣٦٠ نسمة

العدد الأصلي هنا = ١٢٠٠٠ نسمة

$$\text{الزيادة في المئة} = \frac{٣٦٠}{١٢٠٠٠} \times ١٠٠٪ = ٣٪$$

مثال(٢)

يزداد عدد يزداد سكان ولاية بنسبة ٢٪ سنوياً فإذا كان عدد السكان في نهاية العام الماضي ١٦٠٠٠٠ نسمة ، فكم يكون عدد السكان في نهاية هذا العام؟

الحل:

$$\text{النسبة المئوية للزيادة} = ٢٪ = \frac{٢}{١٠٠}$$

$$\text{الزيادة في نهاية هذا العام} = \frac{٢}{١٠٠} \times ١٦٠٠٠٠ = ٣٢٠٠ \text{ نسمة}$$

∴ الزيادة في نهاية هذا العام = ٣٢٠٠

∴ عدد السكان في نهاية هذا العام= ١٦٠٠٠٠ + ٣٢٠٠ = ١٦٣٢٠٠ نسمة.

ثانياً: النقصان في المئة:

إذا نقص ١٠ فصار ٦ يكون نقص بمقدار ٤ ولكي نحسب النقصان في المئة نضع النقصان في صورة نسبة بسطها النقصان ومقامها العدد قبل النقصان وهو الأصل ونضرب في ١٠٠٪

هكذا : لاحظ أن العدد الأصلي ١٠

∴ النقصان في المئة = $\frac{٤}{١٠}$ × ١٠٠٪ = ٤٠ ٪

مثال(٣)

نقص مبلغ من ٦٠٠٠ جنيه فصار ٤٥٠٠ جنيه احسب النقصان في المئة

الحل:

النقص = ٦٠٠٠ – ٤٥٠٠ = ١٥٠٠

النقصان في المئة = $\frac{١٥٠٠}{٦٠٠٠}$ × ١٠٠٪ = ٢٥٪

مثال(٤)

نقص مبلغ ٣٪ فإذا كان المبلغ قبل النقصان ٩٠٠٠ جنيه ، فكم صار المبلغ بعد النقصان؟

الحل:

نسبة النقصان= ٣٪ = $\frac{٣}{١٠٠}$

النقصان = $\frac{٣}{١٠٠}$ × ٩٠٠٠ = ٢٧٠ جنيهاً

المبلغ بعد النقصان= ٩٠٠٠ – ٢٧٠ = ٨٧٣٠ جنيهاً

تمرين (٥)

(١) احسب الزيادة أو النقصان في المئة:

أ) ١٠٠٠ جنيهاً زادت ٢٥٠ جنيهاً

ب) ٧٠٠ جنيهات نقصت ٣٥٠ جنيهاً

(٢) احسب قيمة المقدار بعد الزيادة او النقصان في المئة :

أ) ١٠ أمتار زيدت ٢٠٪

ب) ٣٦ جوال نقصت $\frac{١}{٣}$ ٣٣ ٪

(٣) كان عدد تلاميذ فصل ٣٢ تلميذاً وبعد انضمام عدد من التلاميذ إليه صار فيه ٤٠ تلميذاً. فكم الزيادة في المئة؟

(٤) نسبة لجودة العناية الصحيـــة بإحدي المدن بلغت نسبة الزيادة في عدد السكان بها ٢,٤٪ فإذا كان عدد سكان القرية قبل الزيادة ٨٠٠٠ نسمة. فكم يبلغ عدد السكان بعد الزيادة؟

الدرس السادس – الربح والخسارة:

في حالة البيع والشراء فإن الزيادة تسمي الربح والنقصان يسمي الخسارة وثمن الشراء هو الأساس والبيع هو القيمة بعد الزيادة أو النقصان .

أولاً : الربح :

مثال(١)

اشتري تاجر بضاعة بمبلغ ١٠٠٠٠ جنيه وباعها بمبلغ ١٢٠٠٠ جنيه فكم ربحه ؟

الحل:

ثمن الشراء = ١٠٠٠٠

ثمن البيع = ١٢٠٠٠

∴ الربح = ١٢٠٠٠ – ١٠٠٠٠ = ٢٠٠٠ جنيه

الربح = البيع –الشراء

مثال (٢)

اشترى آدم دراجة بمبلغ ٧٥٠٠٠ جنية ثم صرف على اصلاحها مبلغ ٥٠٠٠ جنيه ثم باعها بمبلغ ٩٠٠٠٠ جنيه فكم ربحه ؟

الحل

ثمن الشراء = ٧٥٠٠٠

ثمن الاصلاح = ٥٠٠٠

ثمن الشراء + ثمن الاصلاح = ٨٠٠٠٠

ثمن البيع = ٩٠٠٠٠

∴ الربح = ٩٠٠٠٠ – ٨٠٠٠٠ = ١٠٠٠٠ جنيه

الربح = البيع – (الشراء + المصاريف)

الربح في المئة :

مثال (٣)

اشترى تاجر بضاعة بمبلغ ٢٥٠٠٠٠ جنيهاً وباعها بمبلغ ٣٠٠٠٠٠ جنيهاً فكم ربحه في المئة؟

الحل:

الربح = البيع – الشراء

= ٣٠٠٠٠٠ – ٢٥٠٠٠٠ = ٥٠٠٠٠ جنيه

$$\therefore \text{الربح في المئة} = \frac{٥٠٠٠٠}{٢٥٠٠٠٠} \times ١٠٠٪ = ٢٠٪$$

مثال: (٤):

اشترى تاجر بضاعة بمبلغ ١٢٠٠٠٠ جنيهاً وباعها بربح ٤٠٪ احسب ربحه وثمن بيع البضاعة.

الحل:

$$\text{نسبة الربح} = ٤٠٪ = \frac{٤٠}{١٠٠} = \frac{٢}{٥}$$

الربح = نسبة الربح × ثمن الشراء

الربح = $\frac{٢}{٥}$ × ١٢٠٠٠٠ جنيهاً = ٤٨٠٠٠ جنيهاً

∴ ثمن البيع = ١٢٠٠٠٠ + ٤٨٠٠٠ = ١٦٨٠٠٠ جنيهاً

ثمن البيع = ثمن الشراء + الربح

مثال (٥):

بيع هاتف بمبلغ ١٥٠٠٠ جنية بربح ٢٠٪ احسب ثمن الشراء

الحل

نسبة البيع = ١٠٠٪ (نسبة الشراء) + ٢٠٪ (نسبة الربح) = ١٢٠٪

∴ ١٢٠٪ تكافئ ١٥٠٠٠ جنية

١٪ تكافئ $\frac{١٥٠٠٠}{١٢٠}$ = ١٢٥ جنيه

ثمن الشراء = ١٠٠ × ١٢٥ = ١٢٥٠٠ جنيه

تمرين (٦)

١. احسب الربح في المئة ، ثمن الشراء ٢٥٠ ألف جنيها وثمن البيع ٢٩٠ ألف جنيها .

٢. اشترى تاجر بضاعة بمبلغ ١٤٠٠٠٠ جنيه وباعها بمبلغ ١٦٨٠٠٠ جنيه احسب ربحه في المئة .

٣. اشترى عبد الله رصيد بمبلغ ١٥٠٠٠ جنيه وباعه بربح ١٢٪ فبكم باعه ؟

٤. اشترى رجل بضاعة بمبلغ ٥٠٠٠٠ جنيه ودفع عليها ٢٥٪ من ثمنها تكلفة ترحيل ، ثم باعها بربح ٣٠٪ جد ثمن بيعها .

٥. اشترى تاجر صندوقا من الصابون به ٤٥ قطعة بمبلغ ١٣٥٠٠ جنيه فبكم يبيع القطعة ليربح ١٠٪ ؟

٦. اذا بيعت سلعة بربح ٦٨٠٠ جنيه وكانت النسبة المئوية للربح ١٧٪ احسب ثمن الشراء وثمن البيع .

ثانياً : الخسارة :

مثال (١)

اشترى تاجر فاكهة شاحنة فاكهة بمبلغ ٢٥٠٠٠٠ جنيه وبعد ان اشتراها وجد جزءاً تالفاً منها لسوء التخزين ، فباع الباقي بمبلغ ١٥٠٠٠٠ جنيه فكم خسارته؟

الحل

ثمن الشراء = ٢٥٠٠٠٠ جنيه

ثمن البيع = ١٥٠٠٠٠ جنيه

الخسارة = ٢٥٠٠٠٠ – ١٥٠٠٠٠ = ١٠٠٠٠٠ جنيه

الخسارة = الشراء – البيع

مثال (٢) :

اشترى تاجر سيارات دراجة نارية بمبلغ ٤٥٠٠٠٠ جنيه وصرف على صيانتها مبلغ ٣٥٠٠٠ جنيه ونسبة لحوجته للمال قام ببيعها بمبلغ ٤٦٠٠٠٠ جنيه فكم خسارته ؟

الحل :

ثمن الشراء = ٤٥٠٠٠٠ جنيه

ثمن الصيانة = ٣٥٠٠٠ جنيه

ثمن الشراء + الصيانة = ٤٨٥٠٠٠ جنيه

ثمن البيع = ٤٦٠٠٠٠ جنيه

الخسارة = ٤٨٥٠٠٠ – ٤٦٠٠٠٠ = ٢٥٠٠٠ جنيه

الخسارة = (الشراء + المصاريف) – البيع

الخسارة في المئة :

مثال (٣) :

اشترى تاجر بضاعة بمبلغ ٨١٠٠٠ جنيها وباعها بمبلغ ٧٢٠٠٠جنيه ، فكم خسارته في المئة ؟

الحل :

الخسارة = الشراء – البيع = ٨١٠٠٠ – ٧٢٠٠٠ = ٩٠٠٠ جنيه

$$\text{الخسارة في المئة} = \frac{٩٠٠٠}{٨١٠٠٠} \times ١٠٠٪ = ١١\frac{١}{٩}٪$$

مثال (٤) :

اشترى آدم خروف بمبلغ ٧٥٠٠٠ جنيه وباعه بخسارة ١٠٪ فبكم باع الخروف؟

الحل :

الخسارة = نسبة الخسارة × ثمن الشراء

$$\text{الخسارة} = ١٠٪ \times ٧٥٠٠٠ = \frac{١٠}{١٠٠} \times ٧٥٠٠٠ = ٧٥٠٠ \text{ جنيه}$$

ثمن البيع = الشراء – الخسارة = ٧٥٠٠٠ – ٧٥٠٠ = ٦٧٥٠٠ جنيها.

مثال: (٥):

نقصت قيمة سلعة فبلغت ٤٠٠٠ جنيه فإذا كان النقص ٢٠٪، احسب قيمة السلعة قبل النقص.

الحل:

النسبة المئوية للسلعة بعد النقص = ١٠٠٪ − ٢٠٪ = ٨٠٪

∴ ٨٠٪ تكافئ ٤٠٠٠ جنيه

١٪ تكافئ ٤٠٠٠ ÷ ٨٠ = ٥٠ جنيهات

∴ قيمة السلعة قبل النقص = ٥٠ × ١٠٠ = ٥٠٠٠ جنيه

تمرين (٧)

١. احسب الخسارة في المئة: ثمن الشراء ٢٨٠٠٠ جنيهاً وثمن البيع ٢١٠٠٠ جنيهاً.

٢. بيعت سلعة بخسارة ٢٥٪ وكانت خسارتها تساوي ٨٠٠٠ جنيها احسب ثمن الشراء وثمن البيع.

٣. بيعت بضاعة بمبلغ ٢٨٢٠٠ جنيه بخسارة ٦٪، فبكم جنيه اشتُريت؟

٤. وضعت سجود مبلغ ٢٤٠٠٠٠ جنيه في أحدى البنوك فربحت في السنة الأولى $\frac{١}{٢}$ ١٢ ٪ و اضافتها للمبلغ ، وفي السنة الثانية خسرت ٥ ٪ ، وفي السنة الثالثة ربحت ١٤ ٪ ، فكم المبلغ الذي استلمته في نهاية السنة الثالثة ؟

تمرين عام

١. إذا قطع عدّاء مسافة ١١ كلم من المسافة الكلية لمضمار السِّباق والتي يبلغ طولها ٢٥ كلم جِد (جِدي) النسبة المئوية للمسافة التي تبقت له ليُنهي السِّباق.

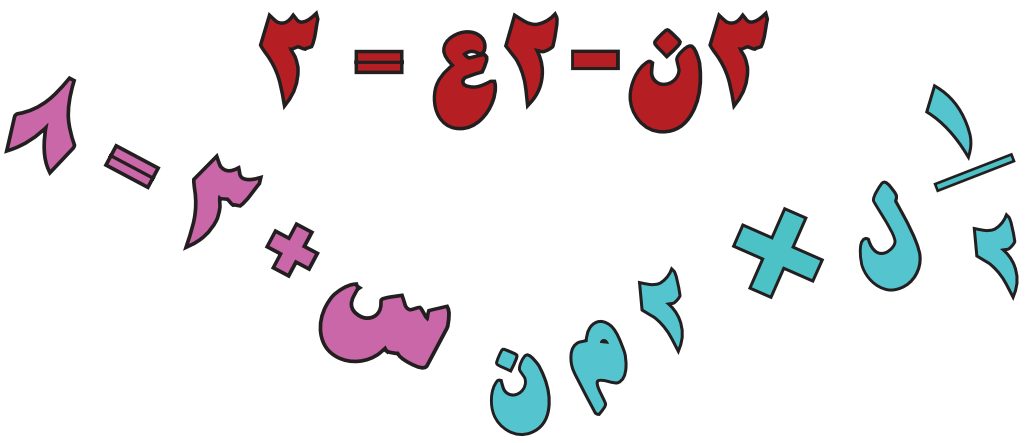
٢. اشترت ليلى زجاجة حليب حجمها ٦٠٠ مل بها ١١٪ دهون واشترت سُعاد زجاجة حليب أُخرى حجمها ٥٠٠ مل بها ١٢,٨٪ دهون. أي الزجاجتين تحوي المقدار الأقل من الدهون؟

٣. زاد مبلغ بنسبة ٢٠٪، ثم نقص الناتج بنسبة ٢٠٪ فهل عاد المبلغ كما كان أم حدث تغيِّر في المبلغ؟ وإن كان هناك تغيِّر أحسب (أحسبي) نسبته المئوية.

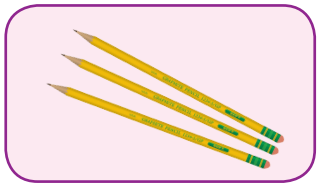
٤. زاد مبلغ بنسبة مئوية ٢٥٪، فإذا نقص ليعود كما كان، أحسب (أحسبي) النسبة المئوية للنقصان.

الوحدة الرابعة

التعابير الجبرية والعمليات عليها

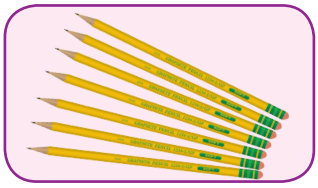


إذا كان ثمن القلم الواحد ١٠٠ جنيهات أكمل (أكملي) :

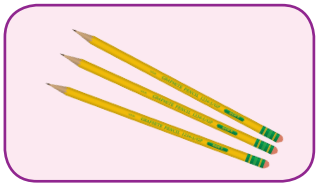


ثمن ٣ أقلام = ٣ × ١٠٠ = ٣٠٠ جنيهاً

ثمن ٤ أقلام = ٤ × ..... = ... جنيهاً



ثمن ٧ أقلام = ...× ..... = ... جنيهاً



ثمن س قلم = ... × ..... = ... جنيهاً

إذا كان ثمن القلم الواحد ص جنيهات أكمل / أكملي :

ثمن س قلم = ... × ..... = ... جنيهاً

نلاحظ أن

ثمن القلم الواحد ثابت ، بينما ثمن الأقلام يتغيّر بتغيُّر عددها . فإذا رمزنا لعدد الأقلام بالرمز س ، ورمزنا لثمن هذه الأقلام بالرمز ص فإن ص تتغير بتغير س وفي هذه الحالة نسمي كل من س ، ص متغيرات .

تعريف المتغير: هو حرف يمكن أن يعبر عن قيم عددية مختلفة.

التعابير العددية:

٥ + ٤ = ٩ ، ٨ − ٢ = ٦

٣ × ٥ = ١٥ ، ٢٨ ÷ ٤ = ٧

كل التعابير السابقة تسمى تعابير عددية.

التعابير الرمزية:

انظر (انظري) الجدول التالي:

التعبير الرمزي	المتغير	التعبير اللفظي
س+٣=٨	س	العدد الذي إذا اضيف له ٣ كان الناتج ٨
ص−٧=٣	ص	العدد الذي إذا طرح منه ٧ كان الناتج ٣
ع ×٦=٢٤	ع	العدد إذا ضرب في ٦ كان الناتج ٢٤أو العدد الذي ٦ امثاله يساوي ٢٤
ن÷٢=٥	ن	العدد الذي إذا قسم على ٢ كان الناتج ٥

تدريب (١)

التعبير الرمزي	التعبير اللفظي
	العدد س أضيف إليه ٨ كان الناتج ١٤
ص−٣=١	
	ضعف العدد ع يساوي ٦
ن÷٥=٤	

تمرين (١)

أكمل (أكملي) الجدول التالي:

التعبير(المقدار) الرمزي	التعبير(المقدار) اللفظي (التعبير بالألفاظ)
.....	ضعف عدد مضافا إليه ٥ كان الناتج ١٥
.....	ثلاث أمثال ١٢
.....	يزيد عدد عن خمسه بمقدار ٢
.....	أقل من عدد بمقدار ١
٩س-٥=٤	
٢ص+١٢=١٦	
١٢-٥ص=٢	
٣ن-٢ع=٣	

الدرس الثاني -الحد و التعبير (المقدار) الجبري

انظر (انظري) إلى الآتي:

٨ س ، ص ، ٥ ل ، ٤ س ص ، $\frac{٢}{٣}$ ع ، $\frac{١٢أ}{ب}$ ، ...

كل منها يسمى حداً جبرياً .

نلاحظ أن

الحد الجبري يتكون من حاصل ضرب معامل عددي في جزء رمزي يسمى المتغير .

الحد الجبري	المعامل	المتغير
٨س	٨	س
ص	١	ص
٥ل	٥	ل
٤س ص	٤	س ص
$\frac{٢}{٣}$ ع	$\frac{٢}{٣}$	ع

التعبير (المقدار) الجبري :

هو عبارة عن حد جبري أو مجموع حدين جبرين أو أكثر

مثلاً

٨س+ص (حدان)، ٥ل-٤س ص-ع (ثلاثة حدود)،

س + ص - ٥ ل - ٤ س ص - $\frac{٢}{٣}$ ع + $\frac{٣٢}{ب}$ (سته حدود)

تدريب (٢)

اكتب (اكتبي) تعبيراً جبرياً يتكوّن من :

١ حدين جبريين ٢ خمسة حدود جبرية ٣ أربعة حدود جبرية

مثال

ضع(ضعي) في أبسط صورة ثم عين(عيني) المعامل والمتغير للحد الجبري الناتج :

التعبير	المقدار في أبسط صوره	المعامل	المتغير
٥ ب×٦ ص	٣٠ ب ص	٣٠	ب ص
٤س × ١٠ص	٤٠س ص	٤٠	س ص
$\frac{١}{٢}$ ل ×٢ م ن	ل م ن	١	ل م ن
$\frac{٥}{٢}$ م ×٦ ع	١٥ م ع	١٥	م ع

تمرين (٢)

١/ عين(عيني) المعامل والمتغير في كل حد مما يلي:

٥ س ، ٣ س ص ، $\frac{١}{٢}$ ع ، ١٨ ن ل ، $\frac{٣}{٤}$ س ع

٢/ ضع (ضعي) كل حد في أبسط صورة ثم عين(عيني) المعامل والمتغير :

(أ) ٣س × ٥ص × ٤ ع

(ب) ٥س × ٤ص

(ج) ٦ س ص × $\frac{١}{٤}$ أ ب

(د) ٢ س ص × ١٠ ع ك × ن

الدرس الثالث – الحدود الجبرية المتشابهة

تأمل (تأملي) الحدود الجبرية الآتية:

١ ٣ س ، ٥ س ، $\frac{١}{٧}$ س ، $\frac{٤}{٣}$ س

٢ ٥ ص ، ٢٠ ص ، $\frac{٦}{١٠}$ ص

٣ ٤ م ن ل ، $\frac{٣}{٢}$ م ن ل

٤ ٦ ص ، ٦ س

نلاحظ في الامثلة (١)، (٢) و(٣) أن الحدود الجبرية متفقة في المتغير لذا تسمي حدوداً جبرية متشابهة أو اختصاراً حدوداً متشابهة . بينما في المثال (٤) غير متفقه في المتغير تسمى حدوداً جبرية مختلفة أو غير متشابهة.

يقال للحدود الجبرية إنها متشابهة إذا كانت تحتوي على نفس المتغير

مثال

أكتب (أكتبي) كل حدود متشابهة في مجموعة :

٥ س ، ٣ ص ، $\frac{٥}{٤}$ س ص ، ٨ ص ، ٣ ص س ، $\frac{ص}{٢}$ ، $\frac{٢}{٧}$ س ، $\frac{-٤ص}{٣}$ ،

-٦ س ، $\frac{-٤ص س}{٣}$

الحل

المجموعة الأولى : ٥ س ، $\frac{٢}{٧}$ س ، -٦ س

المجموعة الثانية : ٣ ص ، ٨ ص ، $\frac{ص}{٢}$ ، $\frac{-٤ص}{٣}$

المجموعة الثالثة : $\frac{٥}{٤}$ س ص ، ٣ ص س ، $\frac{-٤ص س}{٣}$ {تذكر (تذكري) أن س ص = ص س}

تمرين (٣)

١/ أكتب(أكتبي) الحدود المتشابهة بين كل مجموعة من الحدود :

أ/ ص س ، ٥س ، $\frac{٢}{٣}$ ص ، $\frac{٧}{٢}$ص ، ص ، $\frac{٤}{٣}$ س ، ٨ ص

ب/ ٥ س ص ، ٧ ل هـ ، $\frac{١٦}{٣}$ س ص ، $\frac{٨}{١١}$ ص س ، $\frac{٤}{١٣}$ ل هـ ، $\frac{هـ\ ل}{٣}$

ج/ $\frac{٥\ س}{٣}$ ، $\frac{١٥ص}{س}$ ، $\frac{س}{٨\ ص}$ ، $\frac{ن\ ل}{٢}$ ، ٨ ل ن ، $\frac{ص}{س}$

٢/ ضع (ضعي) من حدود القائمة ج أمام ما يشابهها من حدود القائمة أ في القائمة ب :

أ	ب	ج
٥ س		٣ ع س
س ع		٨ س ص
ل ع هـ		أ ب
س ص		٨ س
٢ ل ع ن		ل ن ع
٧ أ ب		ع ل هـ

الدرس الرابع – جمع وطرح الحدود الجبرية المتشابهة

جد (جد ي) مجموع الآتي:

أ/ ٥ كتب +٩ كتب =.....

ب/ ٥ أقلام +٦ أقلام = ...

ج / ٥ أقلام +٤ كتب = ... هل يمكن جمعها ؟ و لماذا ؟

د/ ٩ اقلام – ٥ اقلام= .....

نلاحظ اننا نجمع الأشياء المتشابهة مع بعضها .

وبالمثل إذا أردنا جمع الحدود الجبرية فإننا نجمع الحدود المتشابهة مع بعضها .

مثلاً : ٣ س + ٤ س = ٧ س

تلاحظ أن معامل الحد الناتج من الجمع يساوي مجموع معاملات حدود المجموعة.

لذلك : ٢ ص + ٧ ص= (٢ + ٧) ص = ٩ ص

مثال

أجر (أجري) العمليات التالية :

أ/ ٢ س +٣ س+ س

ب/ ٥ س ص +٨ س ص + ٢ س ص

ج/ ٤ س ص ع + ٣ س ص ع + س ص ع

د/ $\frac{٢}{٧}$ س ص – $\frac{\text{س ص}}{٧}$ – $\frac{٣}{٧}$ س ص

و/ ٢٠ أ ب – ٨ أ ب

هـ/ ٥ س ص ع –٨ س ص ع

الحل

أ/ ٢ س +٣ س+ س = (٢+٣+١)س = ٦ س

ب/ ٥ س ص + ٨ س ص + ٢ س ص = (٥+٨+٢) س ص = ١٥ س ص

ج/ ٤ س ص ع + ٣ س ص ع + س ص ع = (٤ +٣ +١) س ص ع = ٨ س ص ع

د/ $\frac{٢}{٧}$ س ص – $\frac{\text{س ص}}{٧}$ – $\frac{٣}{٧}$ س ص = ($\frac{٢}{٧}$ – $\frac{١}{٧}$ – $\frac{٣}{٧}$) س ص = $\frac{-٢}{٧}$ س ص

و/ ٢٠ أ ب – ٨ أ ب = (٢٠–٨)أ ب = ١٢ أ ب

هـ/ ٥ س ص ع –٨ س ص ع = (٥–٨) س ص ع = –٣ س ص ع

تمرين (٤)

١/ أجمع (أجمعي) الحدود الجبرية المتشابهة التالية :

أ/ ٥ س ص ،٧ س ص ، ٨ ص س ، ٢ س ص

ب/ ٤ س ص ع ، ٨ س ص ع ، ١٢ س ص ع ، ٦ س ص ع

ج/ $\frac{٢}{٩}$ س ص ، $\frac{١}{٣}$ س ص، $\frac{\text{ص س}}{٩}$

٢/ أجمع (أجمعي) الحدود الجبرية المتشابهة في الحالات الآتية :

أ/ $\frac{٣}{٥}$ س ص ، $\frac{٣}{٥}$ س ص ع ، $\frac{\text{ص س ع}}{٥}$ ، $\frac{\text{ص س}}{٥}$

ب/ ل م ، ن ب ، ٨ ل م ، ٢ ن ب

ج/ ٢س ، ٣ص ، ٥س ، ٦س ،٢ص

٣/ جد(جدي) ناتج ما يلي :

أ/ ٢٠ أ ب ج – ٨ أ ب ج

ب / –٥ س ص – ٨ س ص

ج/ ٩ م ن ر – ٣ م ن ر

د/ $\frac{٧ \text{ س}}{\text{ص}} - \frac{٢ \text{ س}}{\text{ص}}$

هـ/ ٥ س ص – $\frac{٢}{٣}$ س ص

و / ٢ س ص ع +٣ ص ع س – ٨ س ص ع

الدرس الخامس - جمع وطرح التعابير (المقادير) الجبرية

كما علمنا سابقاً ان التعبير الجبري يتكوّن من حدين أو أكثر تفصل بينهما علامة(+) أو علامة(−) أو كلاهما ، وقد تكون الحدود متشابهة أو غير متشابهة مثل:

س + ٣ ص ، ٣ ص − ٢س ص ، ٢س ص + ٥ ل م

فعندما نريد أن نجمع تعبيراً جبرياً إلى تعبير جبري آخر نجمع الحدود المتشابهة مع بعضها .

مثال(١)

أجمع (أجمعي) :

٦ س + ٥ ص ، ٧ س + ٣ ص

الحل

(٦ س + ٥ ص) + (٧ س + ٣ ص) = ٦ س + ٧ س + ٥ ص + ٣ ص

= ١٣ س + ٨ ص

مثال(٢)

أجمع (أجمعي) المقادير:

٥ س ص ع − ٧س ص + ٨ ص

٣ س ص ع + ٣ س ص − ٥ ص

٨ س ص + ٢ ص − ٦س ص ع

الحل

يمكن كتابتها بجعل الحدود المتشابهة تحت بعضها كالآتي :

٥ س ص ع – ٧س ص + ٨ ص

٣ س ص ع + ٣ س ص – ٥ ص

– ٦س ص ع + ٨ س ص + ٢ ص

بالجمع ٢س ص ع +٤ س ص+ ٥ ص

تمرين (٥)

أجمع (أجمعي) المقادير الجبرية التالية في كل حالة :

أ) ٣ س + ٥ ص ، ٥ س + ٧ ص ، ٢ س + ٦ ص

ب) ٥ س ص + ٥ ن ، + ٣ س ص – ٣ ن ، ٨ س ص + ٩ ن

ج) س ص ع + ٥ س ، – ٨ س ص ع + ٢ س ، ٤س + ١١س ص ع

د) ٧ ب + ٥ ج + ٣ ي ، ٣ ب +٤ ج + ٢ ي ، ٢ ج – ٧ ب + ٩ ي

هـ) ١٣ س ص +٧ ل م+٣ ص، ١٥ س ص–٢ ل م، ١٠ س ص+١٣ ص–٨ ل م

(٢) جد (جدي) ناتج الطرح

أ/ (٥ س ص + ٥ ص) من (١٢س ص + ٤ ص)

ب/ (٢س + ٧ ب ل +٨ ص) من (٥ س + ١٠ ب ل + ٩ص)

ج/ (٣ع + ٥ س + ٧ ص + ٥ ل) من (٧ع + ١٠ ل + ٣ س + ٩ ص)

٣/ جد (جدي) (٣س + ٥ ص) + (٨ س + ٧ ص) – (س +٦ ص)

اشترت سحر س قلماً و ص كراساً، فإذا كان ثمن القلم ١٠ جنيهات وثمن الكراس ١٥ جنيهاً . كم جنيهاً دفعت ؟

ثمن أي عدد من الأقلام = ثمن القلم الواحد × عدد الأقلام = ١٠ × س = ١٠ س

ثمن أي عدد من الكراسات = ثمن الكراس الواحد × عدد الكراسات

١٥ × ص = ١٥ ص

فيكون المقدار الجبري الذي يمثل ما أشترته سحر = (١٠ س + ١٥ ص) جنيهاً

فإذا اشترت سحر ٣ أقلام و ٤ كراسات ستدفع :

١٠ × ٣ + ١٥ × ٤ = ٣٠ + ٦٠ = ٩٠ جنيهاً

يسمى العدد ٩٠ القيمة العددية للمقدار الجبري (١٠ س + ١٥ ص) عندما س = ٣ ، ص = ٤

كم تكون القيمة العددية إذا كان عدد الأقلام = ٦ ، وعدد الكراسات = ٩ ؟

نلاحظ أن ترتيب اجراء العمليات كالآتي:
أولاً الأقواس ثانيا الضرب والقسمة ثالثاً الجمع والطرح

مثال(١)

أحسب (أحسبي) القيمة العددية للمقدار الجبري

٥ س + ٨ ص ، عندما س =٦ ، ص=٧

الحل

القيمة العددية = ٥×٦ +٨×٧ = ٣٠+٥٦ = ٨٦

مثال(٢)

اذا كان س = ٨ ، ص= ٣ أحسب (أحسبي) القيمة العددية للمقدار الجبري

٢س – ٥ ص

الحل

القيمة العددية للمقدار = ٢×٨ – ٥×٣ = ١٦ – ١٥ = ١

مثال(٣)

أحسب (أحسبي) القيمة العدديه للمقدار س+(١٢–س)÷ ٢ عند ما س =٦

الحل

القيمة العددية = ٦+(١٢–٦)÷ ٢=٦+٦÷٢=٣+٦=٩

تدريب

أحسب (أحسبي) القيمة العددية للمقدار ٦(س+٦÷٣) عندما س= ٤

تمرين (٦)

١/ أنقل(أنقلي) الجدول التالي في كراستك ثم أكمله (أكمليه) بإيجاد القيم العددية للمقادير المعطاة :

س	ص	٤ س	$\frac{ص}{٢}$	ص – س	$\frac{س}{ص}$
١٦	٨				
٣	١٢-				
٠,٢	٠,٠٤				
$\frac{١}{٢}$	$\frac{٥}{٣}$				

٢ / اذا كانت س = ٢ ، ص= ٧ ، ل = ١ ، ن = – ٣

أحسب(أحسبي) القيمة العددية لكل من المقادير الجبرية التالية :

أ/ ٣ س + ٥ ص

ب/ ٣ ل + ٤ ن

ج/ ٥ س – ٣ ل + ٨ ص – ٤ ن

د/ ٨ ص – ٣ ل + ٤ ن

٣/ أحسب(أحسبي) القيمه العددية للمقدار س(ص+س)÷٣ عندما س= ٦،ص=٤

تمرين عام

١ / اذا كانت الحروف المستخدمة في المقادير الجبرية تمثل اعداداً فعبر(فعبري) عن هذه المقادير لفظياً :

أ/ ٣ س+٢ص = ٦

ب/ ١٢ - ٧ع = ٢

ج/ $\frac{أ}{ب}$ = ٢١

٢/ ضع (ضعي) كل حد في أبسط صورة ثم عين المعامل والمتغير :

أ/ ٥ س × ٧ ص

ب/ $\frac{٥}{٤}$ ل × ٢ ن

ج/ ٤ س ص × ١٠ ع ن

٣ / أكتب (أكتبي) الحدود الجبرية المتشابهة بين كل مجموعة من الحدود التالية :

أ/ ٥ س ، ٢ ص ، ٤ ص ، ٨ س ، ص ، ٢ س

ب/ ٢ ن ل ، $\frac{ص}{س}$ ، ٤ ن ل ، $\frac{٥ ص}{س}$ ، ٨ ل ن ، $\frac{-٢س}{ص}$

١٢ ن ل ، $\frac{ص}{-٢س}$

٤ / جد (جدي) حاصل الاتي:

أ/ ٣س - ٤ص + ٢س + ٥ ص

ب/ ٨ س + ٥ ص -٣س - ٢ ص

٥/ أجمع (أجمعي) المقادير الجبرية التالية:

(٣ س + ٨ ص) ، (٢ س − ٦ ص)، (٩ س + ٢ ص) ، (س + ص)

٦ / جد (جدي) ناتج الطرح: (٥ ل ن + ٨ ص) من (١٢ ل ن + ٥ ص)

٧/ جد (جدي) قيم المقادير الجبرية الأتية: اذا كان س = − ١ ، ص = ٧ ، ن = ٥

أ/ ١١ س + ٨ ص

ب/ ٢ ن + ٣ ص

ج/ $\frac{\text{س+ص}}{\text{ن}}$

د/ $\frac{\text{ن}}{\text{٥(ص+س)}}$

٨/ ضع(ضعي) الأقواس في المكان المناسب فيما يلي لتكون الجملة صحيحة:

(أ) ٦×٤+٦÷٣=٢٠

(ب) ٦×٤+٦÷٣=٣٦

(ت) ٨+٢×٤−٢=٢٠

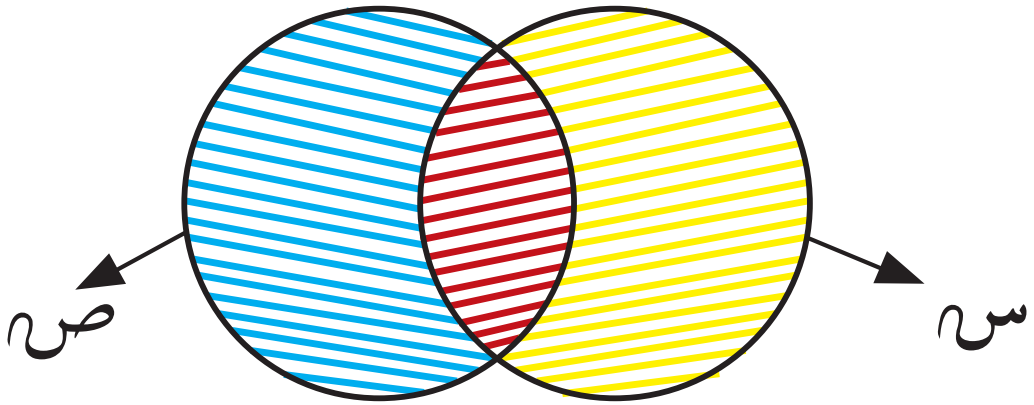
(ث) ٨+٢×٤−٢=١٢

(ج) ٩−٣×٧+٢=٤٤

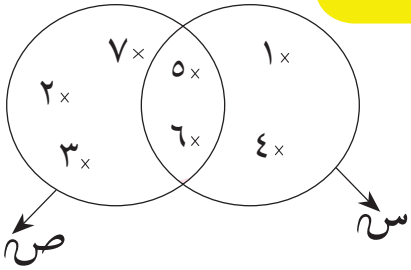
(د) ٩−٣×٧+٢=٥٤

الوحدة الخامسة

العمـــليات علي المجموعـــــات



الدرس الأول - تقاطع مجموعتين



من شكل ڤن المجاور أكتب (أكتبي)
المجموعتين س و ص بطريقة رصد العناصر

المجموعة س = ...

المجموعة ص = ...

هل توجد عناصر مشتركة بين المجموعتين س، ص ؟ ما هي؟

نعم، توجد عناصر مشتركة بين س ، ص وهي {٥،٦} هذه المجموعة {٥،٦} التي عناصرها تنتمي للمجموعتين س ، ص في آن واحد تسمى مجموعة تقاطع المجموعتين س ، ص .

تعريف

تُسمى مجموعة العناصر المشتركة بين س و ص بمجموعة التقاطع ويُرمز لها بالرمز س ∩ ص و يُقرأ س تقاطع ص. يُمكن التعبير عن س ∩ ص بطريقة الصفة المميّزة كما يلي:

$$س \cap ص = \{أ : أ \in س \text{ و } أ \in ص\}$$

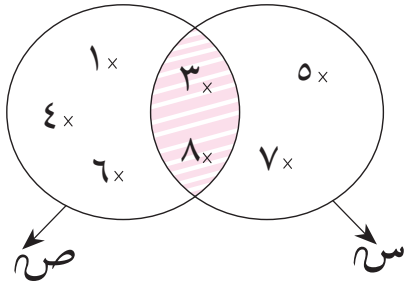
مثال (١)

إذا كانت س = {٣، ٥، ٧، ٨}

ص = {١، ٣، ٤، ٦، ٨}

مثلْ(مثلي) ، بشكل ڤن، ثم جدْ/ جدِي س ∩ ص، ص ∩ س ماذا تلاحظ(تلاحظين) ؟

الحل



س = {٣، ٥، ٧، ٨}

ص = {١، ٣، ٤، ٦، ٨}

س ∩ ص = {٣، ٨}

ص ∩ س = {٣، ٨}

مما سبق نلاحظ أن

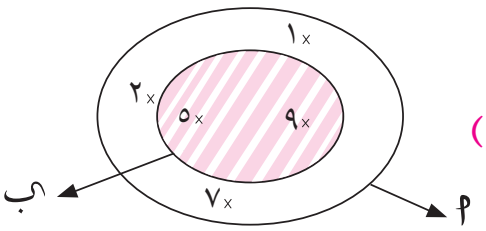
س ∩ ص = ص ∩ س وهذه الخاصية تسمى (خاصية الإبدال)

مثال(٢)

إذا كانت أ = {١، ٢، ٥، ٧، ٩}

ب = {٥، ٩}

جدْ (جدِي) أ ∩ ب ثم ظللْ(ظلِلي) في شكل ڤن.



الحل

أ ∩ ب = {٥، ٩} نُلاحِظ أن ب ⊂ أ لذلك كانت ب ∩ أ = ب

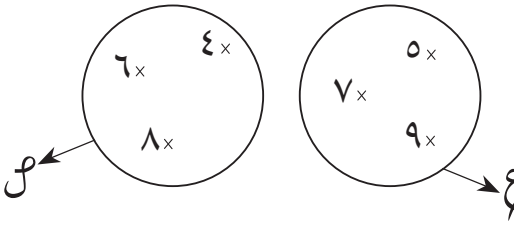
نتيجة

إذا كانت س ، ص مجموعتان بحيث كانت ص ⊂ س

فإنَّ س ∩ ص = ص ∩ س = ص

مثال (٣)

إذا كانت ع = {٥، ٧، ٩} و ك = {س: س عدد زوجي يقع بين ٥ و ٩}
جد (جدِي) ع ∩ ك .



الحل

أولاً: أولاً نكتب بطريقة رصد العناصر ك = {٤، ٦، ٨}

ثانيا: نُمثِّل المجموعتين بشكل ڤن، من شكل ڤن نجد أنَّ ع ∩ ك = ∅

ملاحظة

تُسمى المجموعات غير المتقاطعة مجموعات منفصلة.

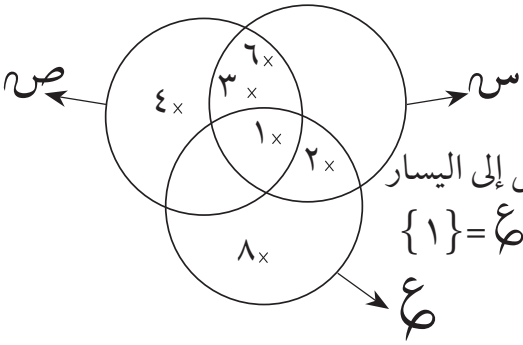
نتيجة:

إذا كانت س، ص مجموعتين منفصلتين فإنَّ س ∩ ص = ∅

مثال (٤)

إذا كانت س = {١، ٢، ٣، ٦} ص = {١، ٣، ٤، ٦} ع = {١، ٢، ٨}
مثِّل س، ص و ع بشكل ڤن، ثُمَّ جِد س ∩ ص ∩ ع

الحل



يكون التمثيل بشكل ڤن كما بالشكل إلى اليسار
من الشكل نجد أنَّ س ∩ ص ∩ ع = {١}

تمرين (١)

(١) جدْ(جدِي) س ∩ ص في كل مما يلي:

أ/ س = {٢، ٣، ٥}

ص = {١، ٢، ٣، ٥}

ب/ س = { أ، ب، ت، ث }

ص = { س: س حرف في كلمه أبجد }

ت/ س = { س: س عدد من مضاعفات العدد ٢ }

ص = {س: س عدد من مضاعفات العدد ٣ }

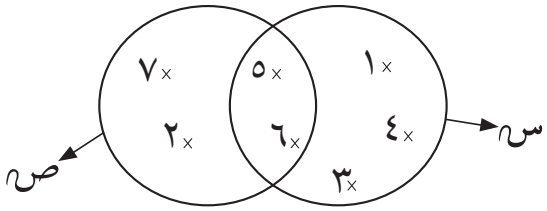
(٢) إذا كانت س = {٠، ١، ٢، ٣، ٦ } ص = {٢، ٣، ٥، ٧}
و ع = {١، ٢، ٣، ٧} مثل كل من س وص و ع بشكل ڤن، ثم جدْ(جدِي) :

أ. س ∩ ص　　ب. س ∩ ع

ت. ع ∩ ص　　ث. س ∩ ص ∩ ع

ج. س ∩ س　　ح. ع ∩ ∅

من شكل فن المجاور ، ماهي العناصر الناتجة عن ضم عناصر المجموعتين معاً س و ص:



المجموعة الناتجة عن ضم عناصر المجموعتين س و ص هي { ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧}

تعريف:

تُسمى المجموعة الناتجة عن ضم عناصر المجموعتين س و ص معاً بمجموعة اتحاد المجموعتين ، ويُرمز لها بالرمز س ∪ ص و يُقرأ س اتحاد ص .

يُمكن التعبير عن س ∪ ص بطريقة الصفة المميّزة كما يلي:

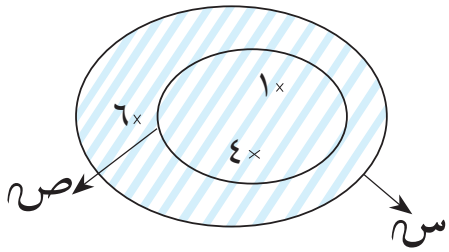
س ∪ ص = {أ : أ ∈ س أو أ ∈ ص}

مثال (١)

إذا كانت س = { ١، ٤، ٦ } و ص = { ١، ٤ }

مثِل س و ص بشكل فن، ثم ظلّل (ظللي) ،ماذا تلاحظ (تلاحظي) .

الحل



س ∪ ص = { ١، ٤، ٦ }

ص ∪ س = { ١، ٤، ٦ }

مما سبق يمكن التوصل إلى الآتي :

س ∪ ص = ص ∪ س تسمى خاصية الإبدال .

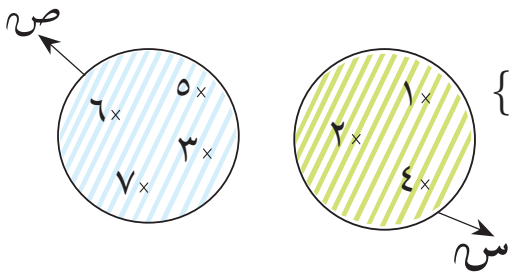
مما سبق نلاحظ أيضاً س ∪ ص = س (ماسبب هذه النتيجة)

مثال (٢)

س = { ١، ٢، ٤ } و ص = {٣، ٥، ٦، ٧}

جدْ (جدِي) المجموعة س ∪ ص ، ثُم مثِّلها بشكل ڤن.

الحل



س ∪ ص = { ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧ }

مثال (٣)

إذا كانت س = { س : س عدد زوجي يقع بين ٥ و ٢٠١ }

ص = { ص : ص عدد فردي يقع بين ٦ و ٢٠٢ }

جدْ (جدِي) المجموعة س ∪ ص .

الحل

يُمكن التعبير عن المجموعتين بطريقة رصد العناصر

س = { ٦، ٨، ١٠، ١٢، ..... ، ٢٠٠ }

ص = { ٧، ٩، ١١، ١٣، ..... ، ٢٠١ }

س ∪ ص = { ٦، ٧، ٨، ٩، ..... ، ٢٠١ }

= { س : س عدد طبيعي يقع بين ٥ و ٢٠٢ }

تمرين (٢)

١/ جدْ(جدِي) س ∪ ص في كل مما يلي:

أ/ س = { أ ، ب ، جـ }

ص = {س:س حرف في كلمة علم}

ب/ س = { س:س عدد يقبل القسمة على ٦ }

ص = { س:س عدد يقبل القسمة على ٣ }

ج/ س = {س:س عدد من مضاعفات العدد ٢ }

ص = {س:س عدد من مضاعفات العدد ٣ }

٢/ إذا كانت س = {٠، ١، ٢، ٣، ٦} ، ص = { ٢، ٤، ٦}

و ع = { ١، ٣، ٤، ٧} ، مثِل كل من س ، ص و ع بشكل فن، ثم ظلل/ ظللي المجموعات التالية:

أ) س ∪ ص

ب) س ∪ ص ∪ ع

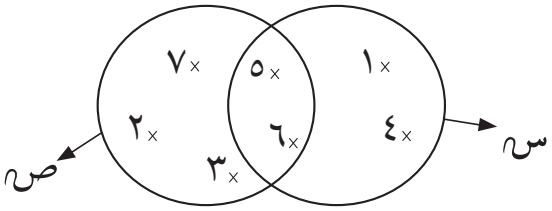
ت) ص ∪ ع

ث) ∅ ∪ ع

ج) ع ∪ ع

الدرس الثالث - الفرق بين مجموعتين

انظر (انظري) لشكل ڤن المجاور، ثُمَّ أجب (أجبي) عن السؤال التالي:



ما هي مجموعة العناصر التي تنتمي إلى المجموعة س ولا تنتمي إلى المجموعة ص ؟

تعريف:

تُسمى مجموعة العناصر التي تنتمي إلى المجموعة س ولا تنتمي إلى المجموعة ص بفرق المجموعة س عن المجموعة ص ، ويُرمز لها بالرمز س – ص و يُقرأ س فرق ص

يُمكن التعبير عن س – ص بطريقة الصفة المميّزة كما يلي:

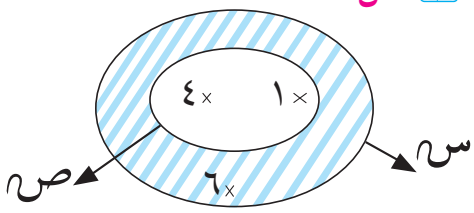
$$س - ص = \{ أ : أ \in س \text{ و } أ \notin ص \}$$

مثال (١)

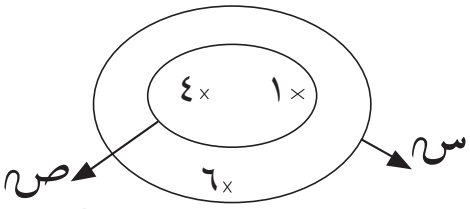
إذا كانت س = { ١ ، ٤ ، ٦ } ص = {١ ، ٤}

مثِّل س و ص بشكل ڤن، ثُمَّ ظلِّل (ظلِّلي) كل من س – ص و ص – س

الحل



س – ص = { ٦ }



ص – س = ∅

لا يوجد تظليل لأن المجموعة خالية

مثال (٢)

إذا كانت $س_ن$ = { ١، ٢، ٤ }

و $ص_ن$ = { ١، ٢، ٥،٦ }

جِد(جِدي) المجموعتين $س_ن - ص_ن$ و $ص_ن - س_ن$ ماذا تُلاحِظ (تُلاحِظين) ؟

الحل

$س_ن - ص_ن = \{٤\}$

$ص_ن - س_ن = \{٥،٦\}$

نُلاحِظ عدم وجود تقاطع بين هاتين المجموعتين، لماذا؟

مثال (٣)

إذا كانت $س_ن$ = { س:س عدد زوجي يقع بين ٥ و ٢٠١ }

$ص_ن$ = { س:س عدد فردي يقع بين ٦ و ٢٠٢ }

جِد(جِدي) المجموعتين $س_ن - ص_ن$ و $ص_ن - س_ن$ ماذا تُلاحِظ؟

الحل

يُمكن التعبير عن المجموعتين بطريقة رصد العناصر

$س_ن$ = { ٦، ٨، ١٠، ١٢، ...، ٢٠٠ }

$ص_ن$ = { ٧، ٩، ١١، ١٣، ...، ٢٠١ }

$س_ن - ص_ن$ = { ٦، ٨، ١٠، ١٢، ...، ٢٠٠ } = $س_ن$

$ص_ن - س_ن$ = { ٧، ٩، ١١، ١٣، ...، ٢٠١ } = $ص_ن$

تمرين (٣)

١. جِد (جِدي) كل من س ∩ ص و ص − س في كل مما يلي:

أ) س = { أ، ب، ج}

ص = {س:س حرف في كلمة علم }

ب) س = {س:س عدد يقبل القسمة على ٦ }

ص = { س:س عدد يقبل القسمة على ٣ }

ت) س = {٠، ١، ٢، ٣، ٤}

ص = {٠، ٢، ٤، ٦، ٨}

٢. إذا كانت س = {١، ٢، ٣ } ، ص = {٢، ٤، ٥} و ع = {٣، ٤، ٥}
، مثِّل (مثِّلي) كل من س ، ص و ع بشكل ڤن، ثُمَّ ظلِّل (ظلِّلي) المجموعات التالية:

أ) ع − ص ب) س − ع

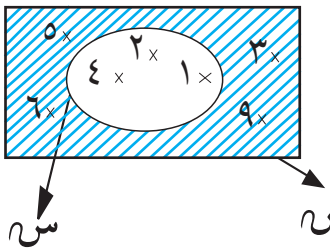
ت) س − ص ث) ص − ع

٣. إذا كانت المجموعة الشاملة ش = عامل من عوامل العدد ٣٦
س = {١، ٣، ٤، ٩} ، ص = {٢، ٣، ٦، ١٢} ، جد ثم ظلل في شكل ڤن:

أ) ش − س ب) ش − ص

ج) ش − (س ∩ ص)

من شكل ڤن المقابل:



المجموعة الشاملة ش = {.....}

المجموعة س = {.....}

» ما العناصر التي تنتمي الى المجموعة الشاملة ش ولا تنتمي الى المجموعة س ؟

» مجموعة العناصر التي تنتمي الى ش ولا تنتمي س تسمي متممة المجموعة س وتكتب سَ وتقرأ متممة س إلى المجموعة ش .

∴ سَ = {.....}

تعريف:

سَ تعني مجموعة العناصر التي الى المجموعة الشاملة ش ولا تنتمي الى المجموعة س وتقرأ متممة المجموعة س .

مثال (١):

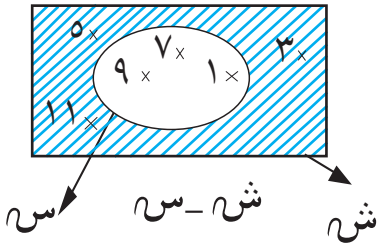
اذا كانت ش = { ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١ }

س = { ١ ، ٧ ، ٩ }

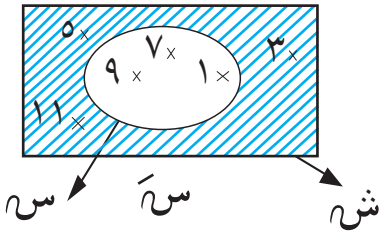
جد ثم ظلل الاتي:

(١) ش – س (٢) سَ (٣) س ∪ سَ

الحل:



(١) ش ـ س = {٣، ٥، ١١}



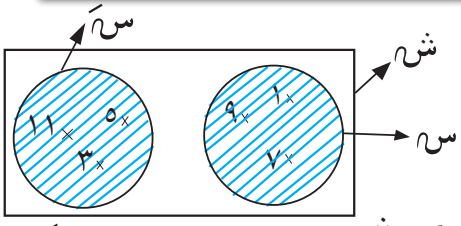
(٢) س' = {٣، ٥، ١١}

مما سبق ما العلاقة بين ش ـ س ، س' ؟

نتيجة:

لأي مجموعة س فإن :

س' = ش ـ س



(٣) س = {١، ٧، ٩}

س' = {٣، ٥، ١١}

∴ س ∪ س' = {١، ٣، ٥، ٧، ٩، ١١} = ش

نتيجة:

لأي مجموعة س فإن :

س ∪ س' = ش

مثال (٢)

اذا كانت ش = {أ، ب، جـ ، د، هـ ، و }

س = {ب، د، و}

جد:

(١) س′ (٢) س ∩ س′

الحل

(١) س′ = {أ، جـ ، هـ }

(٢) س = {ب، د، و}

س′ = {أ، جـ ، هـ}

∴ س ∩ س′ = ∅

لأي مجموعة س فإن: س ∩ س′ = ∅

مثال (٣)

اذا كانت ش ={ ٠، ١، ٢، ٣، ... ، ٨ }

س = { ٠، ٢، ٥ }

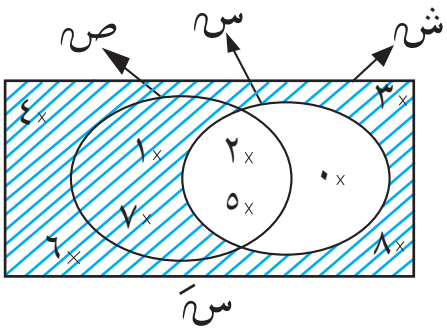
ص = {١، ٢، ٥، ٧}

جد ثم ظلل في شكل فن:

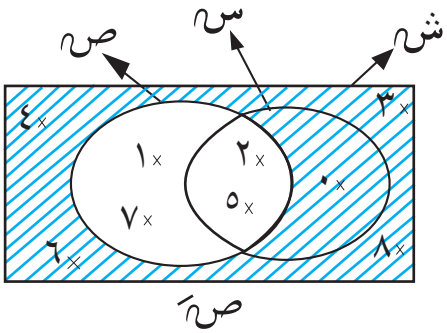
(١) س′ (٢) ص′ (٣) س′ ∪ ص′

(٤) (س ∩ ص)′ (٥) س′ ∩ ص′ (٦) (س ∪ ص)′

الحل:

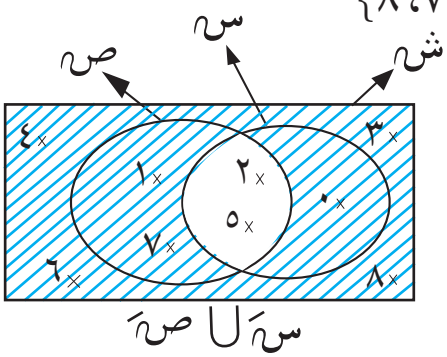


(١) س' = {١، ٣، ٤، ٦، ٧، ٨}



(٢) ص' = {٠، ٣، ٤، ٦، ٨}

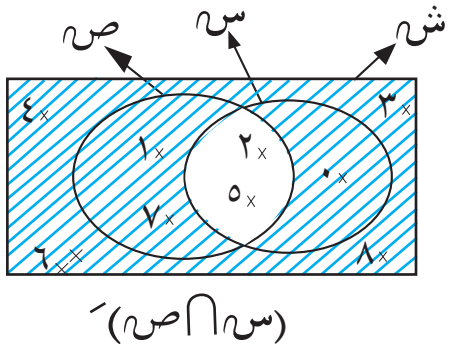
(٣) س' ∪ ص' = {٠، ١، ٣، ٤، ٦، ٧، ٨}



(٤) س ∩ ص = {٢، ٥}

(س ∩ ص)' =

{٠، ١، ٣، ٤، ٦، ٧، ٨}

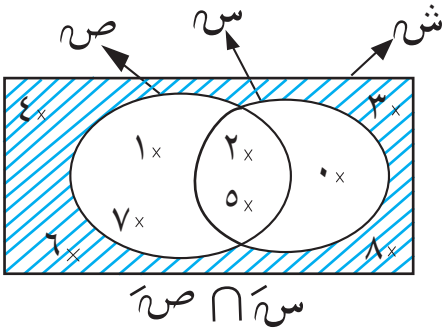


ما العلاقة بين $س'$ ∪ $ص'$ ، $(س \cap ص)'$ ؟

نتيجة:

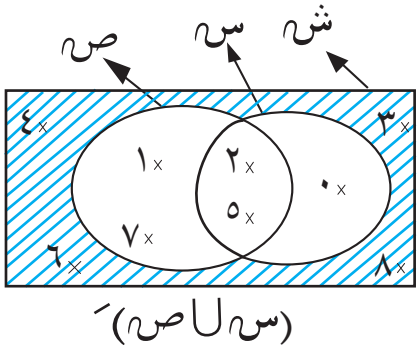
لأي مجموعتين س ، ص فإن : $(س \cap ص)' = س' \cup ص'$

(٥) $س' \cap ص' = \{٣، ٤، ٦، ٨\}$



(٦) $س \cup ص = \{٠، ١، ٢، ٥، ٧\}$

$(س \cup ص)' = \{٣، ٤، ٦، ٨\}$



ما العلاقة بين $س' \cap ص'$ ، $(س \cup ص)'$ ؟

نتيجة:

لأي مجموعتين س ، ص فإن: $س' \cap ص' = (س \cup ص)'$

تمرين (٤)

(أ) اذا كانت ش = {٦، ٨، ٩، ١١، ١٤، ١٥، ٢٠، ٢٣}

س = {٦، ٩، ١١، ١٤، ١٥}

ص = {٨، ٩، ٢٠، ٢٣}

جد الاتي:

(١) س′ (٢) (س′)′ ماذا تلاحظ ؟

(٣) ص′ (٤) (ص′)′ ماذا تلاحظ ؟

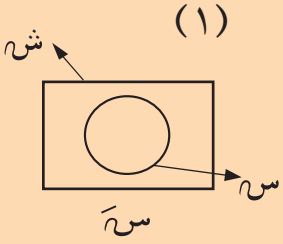
(٥) (س ∩ ص)′ (٦) (س ∪ ص)′

(٧) س − ص ، س ∩ ص′ ماذا تلاحظ ؟

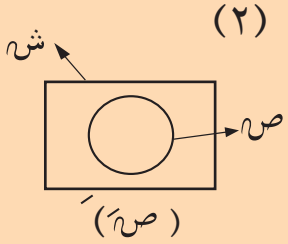
(٨) ص − س ، ص ∩ س′ ماذا تلاحظ ؟

(ب) ظلل المطلوب فيما يلي:

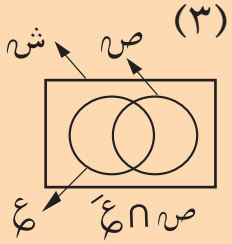
(١)



(٢)

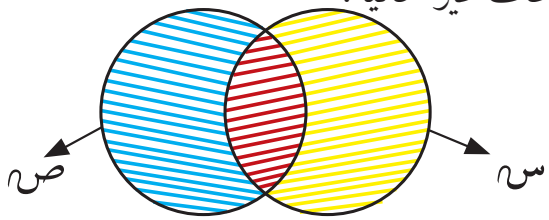


(٣)



الدرس الخامس - مسائل متنوِّعة

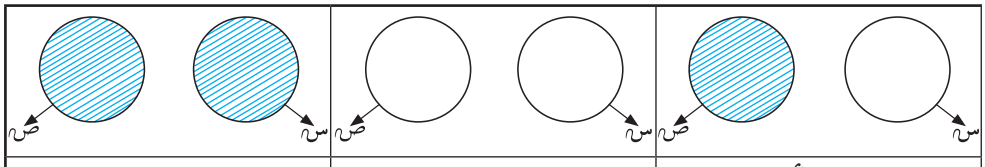
١) أنظر(أنظري) إلى شكل ڤن ثم أملأ (أملأي) الجدول أدناه معبراً عن كل جزء مظلَّل بلون باستخدام عمليات المجموعات، مع العلم بأنَّ س،صـ مجموعات غير خالية.



الحل

اللون			
المجموعة	س - صـ	س ∩ صـ	صـ - س

٢) عبِّر(عبِّري) المجموعة المُظلَّلة باستخدام عمليات المجموعات في كل شكل من أشكال ڤن في الجدول أدناه



(أ)	(ب)	(جـ)

الحل

(أ)	(ب)	(جـ)
صـ - س	صـ ∩ س	صـ ∪ س

٣) في صف دراسي سجَّلَ كل طالب في واحدة على الأقل من جمعيات الصف، إذا كانت س جمعية العلوم و ص جمعية الرياضيات و ع جمعية الجغرافيا، عبِّر عن المجموعات التالية بدلالة كل من س، ص و ع .

أ. مجموعة الطلاب المسجِّلين في جمعية العلوم أو الجغرافيا.

ب. مجموعة الطلاب المسجِّلين في جمعية العلوم أو الجغرافيا وليس في جمعية الرياضيات.

ج. مجموعة الطلاب المسجِّلين في جمعية الجغرافيا والرياضيات.

د. مجموعة الطلاب المسجِّلين في الجمعيات الثلاث معاً.

هـ. مجموعة الطلاب المسجِّلين في أي من الجمعيات الثلاث.

الحل

أ. $س \cup ع$

ب. $\{س \cup ع\} - ص$

ج. $ع \cup ص$

د. $س \cap ص \cap ع$

هـ. $س \cup ص \cup ع$

تمرين عام

١) إذا كانت س = { ١، ٢، ٣ }، ص = {٢، ٣، ٤ } و ع = { ٤، ٥}، مثِّل (مثِّلي) كل من س، ص و ع بشكل ڤن، ثُمَّ ظلِّل (ظلِّلي) المجموعات التالية:

أ) ع - ص
ب) س - ع
ت) س - ص
ث) ص - ع
ح) س ∪ ع
ج) س ∪ ص
خ) ع ∩ ص
د) ص ∪ ع

٢) إذا كانت س = { أ: أ عدد من مضاعفات العدد ٢ }

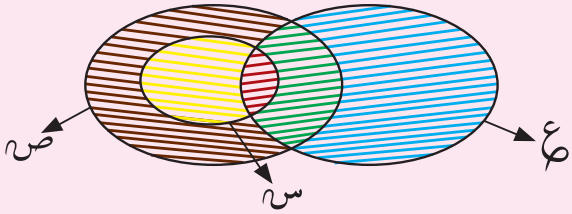
ص = { أ: أ عدد من مضاعفات العدد ٥ }

ع = { أ: أ عدد من مضاعفات العدد ١٠ }

حدّد (حدّدي) صحة العبارات التالية:

أ) س ∩ ص = ∅
ب) ع - ص = س
ت) س ∪ ص = ع
ث) ع ∩ س = س
ج) ص - ع = ∅
ح) ع ∪ س = ع
خ) س ∩ ص = ع
د) (ع - س) - ص = ∅

٣) أنظر/ أنظري إلى شكل ڤن ثم أملأ/ أملأي الجدول أدناه معبراً عن كل جزء مظلَّل بلون باستخدام عمليات المجموعات، مع العلم بأنَّ المجموعات غير خالية.



اللون					
المجموعة					

٤) إذا كانت س، ص مجموعات غير خالية أكمل (أكملي) الجمل التالية:

أ) إذا كانت س ∩ ص = ∅ فإن س ∪ ص = ...

ب) إذا كانت س ∩ ص = ∅ فإن (س – ص) = ...

ج) إذا كانت س ∪ ص = ص فإن س = ...

د) إذا كانت س – ص = س فإن س ∩ ص = ...

٥) اذا كانت ش = {س: س حرف من أحرف كلمة السودان}

س = {س:س حرف من أحرف كلمة أسود}

ص = {ص: ص حرف من أحرف كلمة ألوان}

ع = {ع : ع حرف من أحرف كلمة أسود}

أكتب المجموعات السابقة بطريقة رصد العناصر ثم جد الاتي:

(١) سَ (٢) صَ (٣) عَ (٤) س ∩ ص

(٥) ص - ع (٦) س ∪ (ص ∩ ع)

(٧) (س ∪ ص) ∩ (س ∪ ع)

(٨) س ∩ (ص ∪ ع) (٩) (س ∩ ص) ∪ (س ∩ ع)

» أي المجموعات الناتجة في الحالات السابقة متساوية؟

يمكن التوصل الي النتائج التالية:

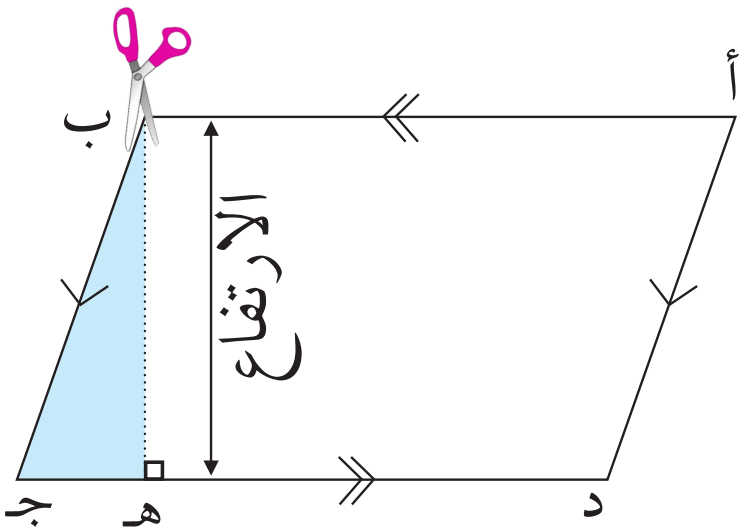
نتيجة:

١- س ∪ (ص ∩ ع) = ...

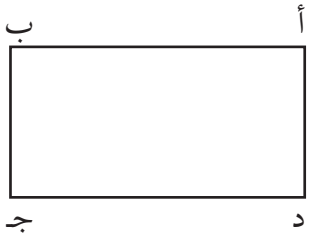
٢- س ∩ (ص ∪ ع) = ...

الوحدة السادسة

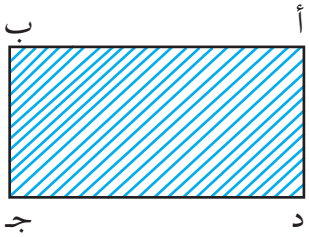
مساحة الأشكال الهندسية



(أ)المنطقة المستوية:



الشكل (١)



الشكل (٢)

هل يوجد فرق بين الشكلين (١) ، (٢) ؟

- نجد أن الشكل (١) يمثل مستطيلاً أضلاعه $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{جـ د}$، $\overline{د أ}$.
- بينما الشكل (٢) يمثل سطح مستوٍ تحده أضلاع المستطيل $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{جـ د}$ ، $\overline{د أ}$ ويسمى منطقة مستطيلة

وهذه المنطقة المستطيلة تسمى مساحة المستطيل

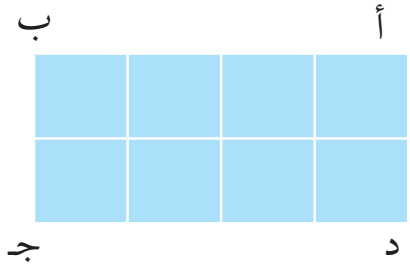
تعريف :

المساحة هي المنطقة المستوية التي يحيطها الشكل المغلق

(ب) وحدة قياس المساحة :

في الشكل جانبه

كم عدد الوحدات المربعة التي تغطي الشكل أ ب جـ د؟



عدد الوحدات المربعة التي تغطي الشكل أ ب جـ د هي ٨ وحدات مربعة.

∴ مساحة الشكل أ ب جـ د هي ٨ وحدات مربعة.

إذا كان طول ضلع الوحدة المربعة هو السنتمتر فإن مساحة الشكل أ ب جـ د هي ٨ سنتمترمربع.

وحدة قياس المساحة هي السنتمتر المربع ويرمز لها بالرمز سم^{٢}

وتوجد وحدات أكبر منها لقياس المساحات الكبيرة وهي:

» المتر المربع م^{٢} = م × م = ١٠٠ سم × ١٠٠ سم = ١٠٠٠٠ سم^{٢}

» الكيلومتر المربع كلم^{٢} = كلم × كلم = ١٠٠٠٠٠٠ م^{٢}

الدرس الثاني – المستطيل

المستطيل هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متساويين متوازيين و زواياه الأربع قوائم.

خصائص المستطيل هي:

(١) يحتوي المستطيل بعدين فقط هما الطول والعرض.

(٢) جميع زواياه متساوية وكل منها تساوي ٩٠°.

(٣) كل ضلعين متقابلين متساويين ومتوازيين.

(٣) مجموع زوايا المستطيل الداخلية ٣٦٠°.

(٤) قطرا المستطيل متساويان في الطول وينصف كل منهما الآخر.

مساحة المستطيل

خذ (خذي) المستطيل أ ب جـ د طوله ٤ سم وعرضه ٣سم بحيث كل مربع داخل المستطيل يمثل ١ سم^{٢}

أ ب

كم عدد المربعات داخل المستطيل ؟

نجد ان عدد المربعات داخل المستطيل = ١٢

مربع = ٤ × ٣ = ٤ (الطول) × ٣ (العرض).

جـ د

قاعدة

مساحة المستطيل = الطول × العرض

مثال (١)

جد (جدي) مساحة مستطيل قياس طوله ٥سم و قياس عرضه ٣سم.

الحل

مساحة المستطيل = الطول × العرض = ٥ × ٣ = ١٥ سم^{٢} .

مثال (٢)

جد/ جدي مساحة مستطيل قياس طوله ١٢سم و قياس عرضه ١سم.

الحل

مساحة المستطيل = الطول × العرض = ١٢ × ١ = ١٢ سم^{٢} .

مثال (٣)

مستطيل مساحته ٦٣ سم^{٢} و قياس طوله ٩ سم أحسب (أحسبي) عرضه.

الحل

مساحة المستطيل = الطول × العرض

٦٣ = ٩ × العرض

∴ العرض = ٦٣ ÷ ٩ = ٧ سم

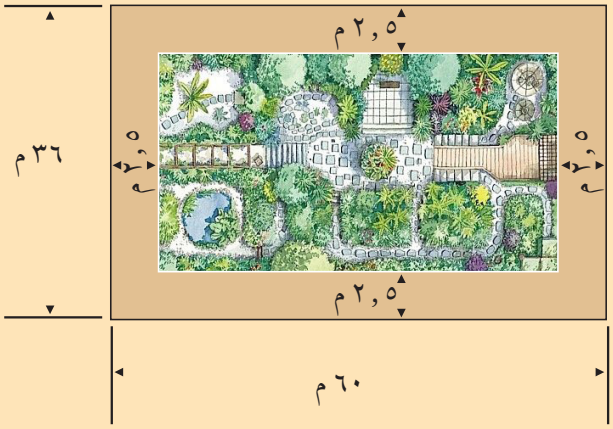
تمرين (١)

١. جد (جدي) مساحة مستطيل طوله ١٣سم وعرضه ٢ سم

٢. مستطيل مساحته ٩٦سم٢، وعرضه٨سم. أحسب (أحسبي) طوله.

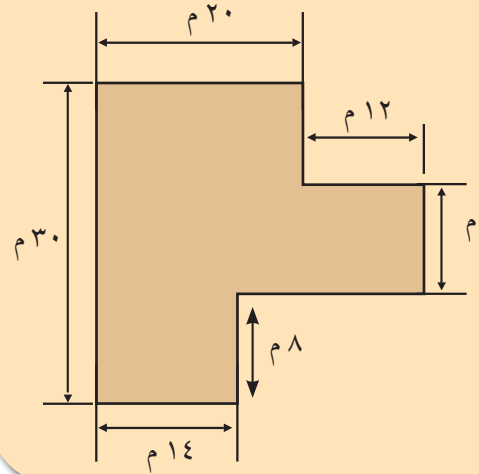
٣. قطعة ارض مستطيلة طولها ١٠٥ متراً وعرضها٨٠ متراً أحسب (أحسبي) مساحتها بالأفدنة (الفدان = ٤٢٠٠ متر مربع)

٤. حديقة مستطيلة الشكل طولها ٦٠ متراً وعرضها ٣٦ متراً .



أحيطت بممر عرضه ٢,٥ متر، أحسب (أحسبي) مساحة الممر بالأمتار المربعة

٥. الشكل المجاور يمثل مخططاً لقطعة أرض.



أحسب (أحسبي) مساحتها إذا علمت أن الأطوال المذكورة بالأمتار.

الدرس الثالث – المربع

تعريف

المربع هو شكل رباعي أضلاعه الأربعة متساوية و جميع زواياه متساوية وقائمة.

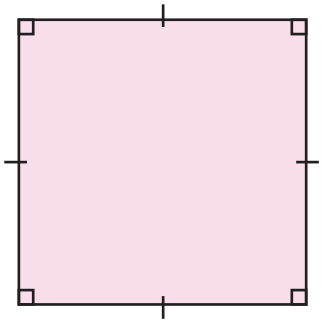
خصائص المربع هي:

(١) أضلاعه متساوية في الطول.
(٢) جميع زواياه متساوية وكل منها تساوي ٩٠°.
(٣) مجموع زوايا المربع الداخلية ٣٦٠°.
(٤) قطرا المربع متساويان في الطول ومتعامدان وينصف كل منهما الآخر.

مساحة المربع

(أ) مساحة المربع بمعلومية طول ضلعه :

المربع هو حالة خاصة من المستطيل وفيه الطول = العرض



سبق أن تعلمت أن :

مساحة المستطيل = الطول × العرض
ولأن طول المربع يساوي عرضه
فإن مساحة المربع = طول الضلع × نفسه

قاعدة

مساحة المربع = طول الضلع × نفسه

مثال(١)

جد (جدي) مساحة مربع طول ضلعه ٥سم؟

الحل

مساحة المربع = طول الضلع × نفسه = ٥×٥ = ٢٥سم^{٢}

مثال(٢)

مربع مساحته ٨١ سم^{٢} جد (جدي) طول ضلعه .

الحل

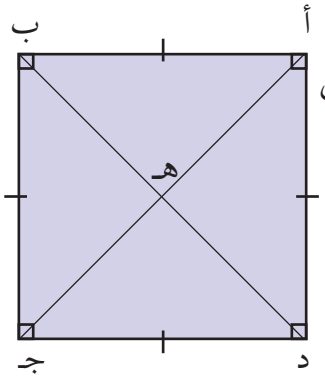
مساحة المربع = طول الضلع × نفسه

مساحة المربع = مربع طول الضلع

طول الضلع = $\sqrt{\text{المساحة}}$ = $\sqrt{٨١\ \text{سم}^{٢}}$ = ٩ سم

(ب) مساحة المربع بمعلومية طول قطره :

نشاط



- ارسم (ارسمي) مربع أ ب جـ د الذي طول ضلعه ٣ سم .
- صل $\overline{\text{أ جـ}}$ ، $\overline{\text{ب د}}$.

القطعتان المستقيمتان ، تسميان قطرا المربع

- قس(قيسي) طول $\overline{\text{أ جـ}}$ ، وطول $\overline{\text{ب د}}$ ماذا تلاحظ (تلاحظين) ؟

- سم(سمي) نقطة تقاطع القطرين هـ .
- قس(قيسي) طول $\overline{أهـ}$ ، و طول $\overline{هـجـ}$ ماذا تلاحظ ؟
- قس(قيسي) طول $\overline{بهـ}$ ، و طول $\overline{هـدـ}$ ماذا تلاحظ ؟

نلاحظ أن

قطرا المربع ينصف كل منهما الآخر

- قس(قيسي) زاوية أ هـ د ، زاوية أ هـ ب ، زاوية ب هـ جـ ، زاوية جـ هـ د ماذا تلاحظ ؟

نجد أن كل الزوايا تساوي ٩٠° .

نلاحظ أن

قطرا المربع متعامدان

قاعدة

ولإيجاد مساحة المربع بمعلومية طول قطره يمكن تطبيق القاعدة :

مساحة المربع = $\frac{١}{٢}$ طول القطر × طول القطر

مثال(٣)

أوجد (أوجدي) مساحة المربع الذي طول قطره ٦ سم .

الحل

مساحة المربع = $\frac{١}{٢}$ طول القطر × طول القطر = $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٦ = ١٨ سم^{٢}

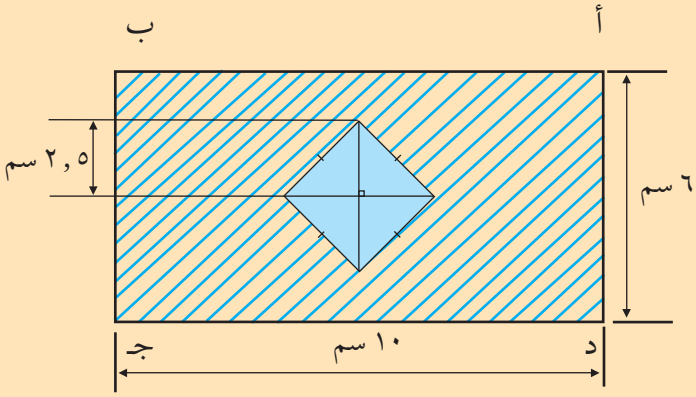
تمرين (٢)

١/ مربع طول ضلعه ٥ سم جد مساحته؟

٢/ إذا كان مساحة مربع ١٤٤ سم٢ جد طول ضلعه؟

٣/ جد/ جدي مساحة مربع طول قطره ١٢ سم

٤/ من الشكل أدناه جد الآتي :



أ. مساحة المستطيل .

٢. مساحة المربع .

جـ . مساحة المنطقة المظللة .

الدرس الرابع - متوازي الأضلاع

متوازي الأضلاع هو شكل رباعي له اربعة اضلاع واربعة رؤوس فيه كل ضلعين متقابلين متساويين ومتوازيين .

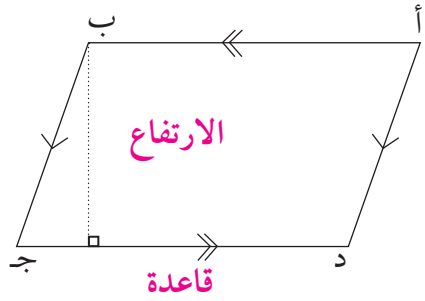
خصائص متوازي الأضلاع هي:

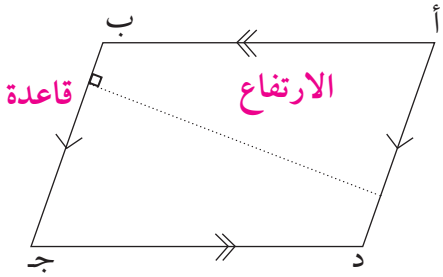
(١) كل زاويتين متقابلتين متساويتين.
(٢) كل ضلعين متقابلين متساويين ومتوازيين.
(٣) القطران ينصف كل منهما الآخر.
(٤) مجموع زوايا متوازي الأضلاع الداخلية ٣٦٠°.

مساحة متوازي الأضلاع

متوازي الاضلاع شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين ومتساويين في الطول.
يسمى أحد اضلاع متوازي الاضلاع القاعدة ويسمى البعد العمودي بين القاعدة وبين الضلع المقابل لها الارتفاع.

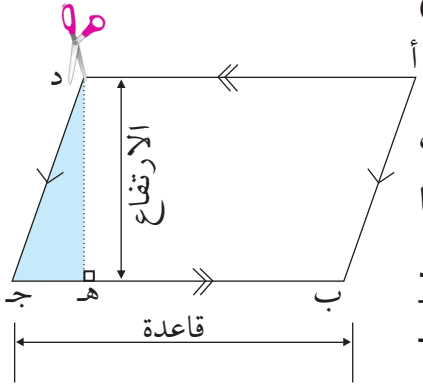
انظر/ انظري الشكل التالي :



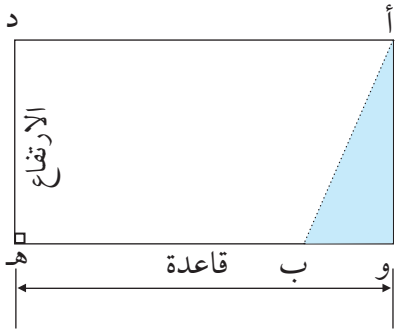


لاحظ (لاحظي) أن لكل قاعدة في متوازي الأضلاع ارتفاعاً مرافقاً لها

لإيجاد مساحة متوازي الأضلاع اتبع (اتبعي) الخطوات التالية:



(١) قصّ (قصي) متوازي الأضلاع أ ب جـ د من قطعة ورق بحيث يكون مطابقًا للشكل المجاور، ومن أحد رؤوسه د ارسم(ارسمي) القطعةَ العموديَّة د هـ على الضلعِ المقابل ب ج



(٢) افصل(افصلي) المثلث د هـ جـ ثم أنقله إلى الوضع أ و ب .

ما اسمُ الشكلِ الناتج أ و هـ د ؟

نلاحظ أن متوازي الأضلاع قد تحول إلى مستطيل طوله يساوي طول قاعدة متوازي الأضلاع وعرضه يساوي ارتفاع متوازي الأضلاع.

أي أن مساحةُ متوازي الأضلاع أ ب جـ د = مساحة .....

∴ مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع

مثال(١)

متوازي أضلاع طول قاعدته ٨ سم وارتفاعه ٣سم، أحسب(أحسبي) مساحته.

الحل

مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع = ٨ × ٣ = ٢٤ سم٢

مثال(٢)

متوازي أضلاع مساحته ١٨٠ سم٢ وطول قاعدته ١٥ سم أحسب (أحسبي) ارتفاعه.

الحل

مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع

∴ الارتفاع = مساحة متوازي الأضلاع ÷ طول القاعدة

= ١٨٠ ÷ ١٥ = ١٢ سم

تمرين (٣)

١) جد (جدي) مساحة متوازي الأضلاع الذي طول قاعدته ٩ أمتار وارتفاعه ٥ امتار.

٢) جد (جدي) مساحة متوازي الأضلاع الذي ارتفاعه ١٢سم وطول قاعدته يزيد عن ارتفاعه مقدار ٨ سم.

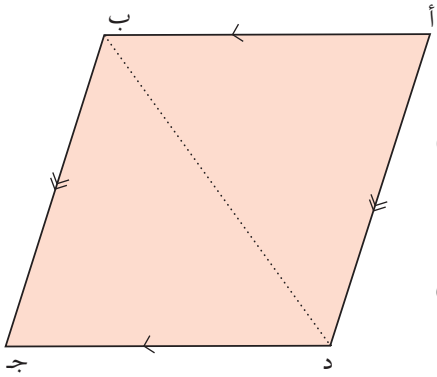
٣) جد (جدي) مساحة متوازي الأضلاع الذي ارتفاعه ١٦ متراً وقاعدته تزيد ٧ امتار عن نصف ارتفاعه.

٤) متوازي أضلاع ارتفاعه ١٥سم ومساحته تساوي مساحة المستطيل الذي طوله ٢٧سم وعرضه ٢٥ سم . أحسب (أحسبي) طول قاعدة متوازي الأضلاع.

٥) متوازي أضلاع طول قاعدته ٥٠ سم وارتفاعه ٣٢ سم. أحسب (أحسبي) مساحته، ثم أحسب (أحسبي) طول ضلع المربع الذي يساويه في المساحة.

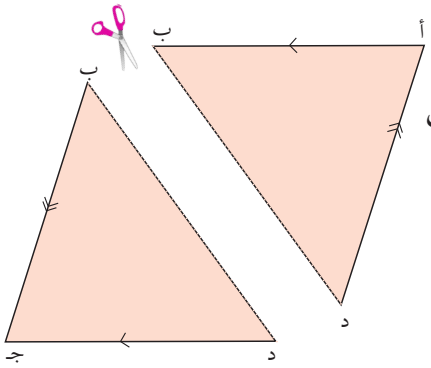
٦) متوازي أضلاع ارتفاعه ١٢٠ متراً وطول قاعدته ضعف ارتفاعه جد (جدي) مساحته.

(أ) مساحة المثلث بصورة عامة:



لإيجـــاد مســـاحة المثلث اتبع (اتبعي) الخطوات التالية:

(١) ارسم (ارسمي) متوازي الأضـلاع أ ب جـ د ثم صل/ صلي قطره $\overline{ب د}$.



(٢) قص(قصي) المثلـث أ ب د عن المثلث ب جـ د .

(٣) أطبق(أطبقي) أ ب د مع ب جـ د

ماذا تلاحظ (تلاحظين) ؟ .

القطر قسّم متوازي الأضلاع الى مثلثين متطابقين .

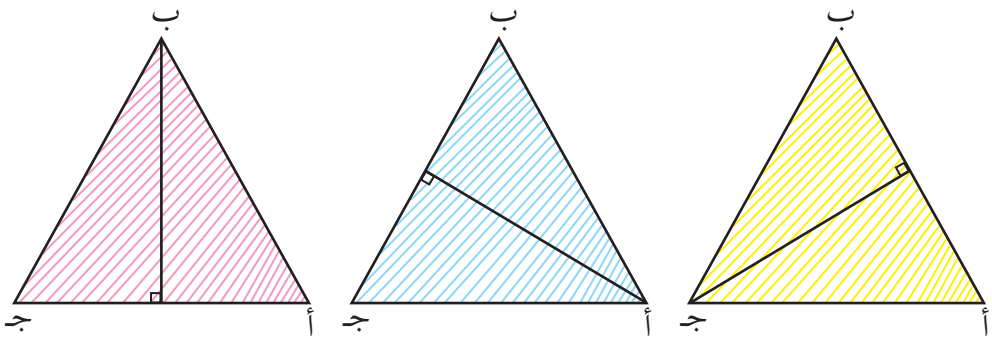
أي أن مساحة المثلث أ ب د = نصف مساحة متوازي الأضلاع أ ب جـ د .

وبما أن مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع

إذن : مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ (طول القاعدة × الارتفاع)

ملحوظة

يمكن اعتبار أي ضلع من أضلاع المثلث قاعدة له ويكون الارتفاع في هذه الحالة هو العمود النازل عليه من الرأس المقابل له كما في الشكل أدناه :



مثال (١)

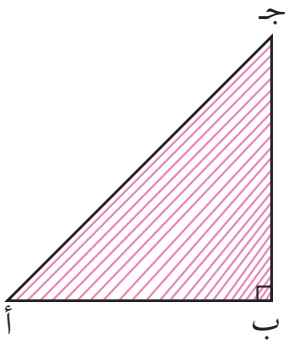
جد(جدي) مساحة المثلث الذي طول قاعدته ٨ سم وارتفاعه ٢ , ١ سم.

الحل

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × الارتفاع

= $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٢ , ١ = ٨ , ٤ سم^{٢}

(ب) مساحة المثلث القائم الزاوية:



الشكل المقابل يمثل مثلث قائم الزاوية في ب .

اذا اعتبرنا $\overline{ب\ ج}$ قاعدة فإن $\overline{أ\ ب}$ يكون هو ارتفاعه.

∴ مساحة أ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ × $\overline{ب\ ج}$ × $\overline{أ\ ب}$

∴ مساحة المثلث القائم الزاوية = $\frac{١}{٢}$ (حاصل ضرب ضلعي الزاوية القائمة)

مثال(٢)

مثلث قائم الزاوية إذا كان طولا ضلعي الزاوية القائمة ، ٦ سم ، ٥ سم جد (جدي) مساحته .

الحل

مساحة المثلث القائم الزاوية = $\frac{١}{٢}$ (حاصل ضرب ضلعي الزاوية القائمة)

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٥ = ١٥ سم^{٢}

مثال(٣)

مثلث قاعدته ١٢ سم وارتفاعه ٦ سم، ومثلث آخر قائم الزاوية طولا ضلعي الزاوية القائمة ١٨ سم، ٤ سم ، جد (جدي) النسبة بين مساحتي المثلثين.

الحل

مساحة المثلث الأول = $\frac{١}{٢}$ × القاعدة × الارتفاع

= $\frac{١}{٢}$ × ١٢ × ٦ = ٣٦ سم^{٢}

مساحة المثلث الثاني = $\frac{١}{٢}$ (حاصل ضرب ضلعي الزاوية القائمة)

مساحة المثلث القائم الزاوية = $\frac{١}{٢}$ × ١٨ × ٤ = ٣٦ سم^{٢}

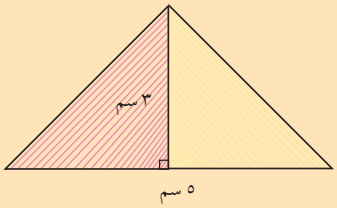
النسبة بين مساحتي المثلثين هي ٣٦ : ٣٦ = ١ : ١

قارن(قارني) بين مساحتي المثلثين ماذا تلاحظ/ تلاحظين ؟

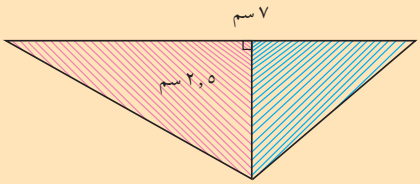
مساحتا المثلثين متساويتان على الرغم من اختلاف أطوال أضلاعهما.

تمرين (٤)

١) جد (جدي) مساحة كل من المثلثين التاليين :



(أ)



(ب)

٢) جد (جدي) مساحة المثلث الذي طول قاعدته ٢٠ سم وارتفاعه ٧ سم.

٣) جد (جدي) طول قاعدة مثلث مساحته ٧٢ سم٢ وارتفاعه ٩ سم.

٤) جد (جدي) ارتفاع مثلث طول قاعدته ١٦ سم ومساحته تساوي مساحة مربع طول ضلعه ٨ سم.

٥) جد (جدي) النسبة بين مساحتي المثلثين:

الأول : طول قاعدته ١٤ سم وارتفاعه ٧ سم.

الثاني: مثلث قائم الزاوية طولا ضلعي الزاوية القائمة ٢١ سم ، ٦ سم.

٦) قطعة أرض على شكل مستطيل طوله ٨٠ متراً وعرضه ٦٠ متراً، استبدلت بقطعة أرض مثلثة مساوية لها في المساحة طول قاعدتها يساوي طول المستطيل. جد (جدي) طول الارتفاع النازل على القاعدة.

الدرس السادس - المعين

تعريف

المعين هو شكل رباعي أضلاعه الأربعة متساوية.

خصائص المعين هي:

(١) أضلاعه متساوية في الطول وكل ضلعين متقابلين متوازيين.

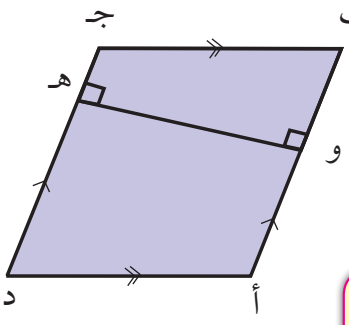
(٢) كل زاويتين متقابلتين متساويتين.

(٣) مجموع زوايا المعين الداخلية ٣٦٠°.

(٤) قطرا المعين متعامدان وينصف كل منهما الآخر.

مساحة المعين

(أ) مساحة المعين بدلالة القاعدة والارتفاع:



المعين عبارة عن متوازي أضلاع جميع أضلاعه متساوية.

مساحة المعين= مساحة متوازي الأضلاع

∴ مساحة المعين = طول القاعدة × الارتفاع

مثال(١)

جد (جدي) مساحة المعين الذي طول قاعدته ٧ سم وارتفاع ٥ سم

الحل

مساحة المعين = طول القاعدة × الارتفاع = ٧ × ٥ = ٣٥ سم^{٢}

مثال (٢)

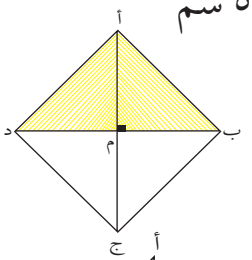
معين محيطه ٣٦ سم وارتفاعه ٦ سم جد (جدي) مساحته.

الحل

ضلع المعين = المحيط ÷ ٤ = ٣٦ ÷ ٤ = ٩ سم

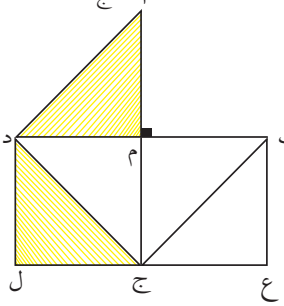
مساحة المعين = طول قاعدته × الارتفاع = ٩ × ٦ = ٥٤ سم^{٢}

(ب) مساحة معين بدلالة قطريه:

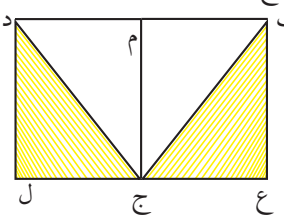


١) ارسم (ارسمِّي) المعين أ ب جـ د ثم صل (صلي) قطريه $\overline{أ ج}$ ، $\overline{ب د}$ ليتقاطعا في م.

٢) قص (قصي) مثلث أ ب م وضعه بجانب المثلث م ج د واجعله (اجعليه) ملاصقاً له ليأخذ الوضع ج ل د .



٣) قص (قصي) المثلث أ م د وضعه (ضعيه) بجانب المثلث ب ج م واجعله (اجعليه) ملاصقاً له ليأخذ الوضع ب ع جـ.



٤) يتكون المستطيل ب ع ل د ، قاعدته $\overline{ب د}$ وهي احد اقطار المعين، وارتفاعه $\overline{م ج}$ وهو نصف القطر الآخر للمعين.

∴ مساحة المعين أ ب جـ د = مساحة المستطيل ب ع ل د، مساحة المستطيل ب ع ل د =

طول القاعدة $\overline{ب د}$ × طول الارتفاع $\overline{م ج}$ =

$\overline{ب د} \times \frac{١}{٢} \overline{أ ج} = \frac{١}{٢} \overline{ب د} \times \overline{أ ج}$.

وبالتالي مساحة المعين = طول أحد القطرين × نصف طول القطر الآخر.

∴ مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولا قطريه

مثال (٣)

جد (جدي) مساحة المعين الذي طولا قطرية ٢٢ سم ، ١٦ سم.

الحل

مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ × حاصل ضرب طولا قطريه

= $\frac{١}{٢}$ × ٢٢ × ١٦ = ١٧٦ سم^{٢}

مثال (٤)

مساحة معين ٢٢٤ متراً مربعاً وطول أحد قطريه ٢٨ متراً، جد (جدي) طول القطر الآخر.

الحل

نصف القطر الاول = $\frac{١}{٢}$ × ٢٨ = ١٤ متراً

طول قطر المعين الآخر = مساحة المعين ÷ نصف القطر الأول

= ٢٢٤ ÷ ١٤ = ١٦ متراً

تمرين (٥)

١) جد (جدي) مساحة معين طولا قطريه ٨ أمتار ، ١٤ متراً.

٢) معين محيطه ٣٩٦ سم والبعد العمودي بين ضلعين متوازيين فيه ٢٠ سم جد (جدي) مساحته.

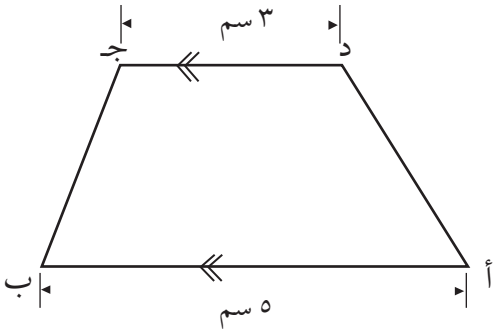
٣) قطعة أرض علي شكل معين مساحتها ٦٠٠ م٢ ، وطول أحد قطريه ٤٠ م ، جد (جدي) طول القطر الآخر.

٤) معين طول محيطه ١٤٠ سم ، جد (جدي) طول ضلعه. اذا كان طولا قطريه ٥٦ سم، ٤٢ سم، جد (جدي) مساحته ثم أحسب (أحسبي) طول ارتفاعه.

٥) سجادة علي شكل معين طولا قطريها ٢,٥ متر ، ٣,٦ متر، أحسب (أحسبي) ثمنها اذا كان سعر المتر المربع من السجادة ١٠٠٠ جنيه .

الدرس السابع- شبه المنحرف

نشاط (١)



١) ارسم (ارسمي) المستقيم $\overline{أ ب}$ طوله ٥ سم.

٢) ارسم (ارسمي) مستقيماً اخر $\overline{جـ د}$ يوازي المستقيم $\overline{أ ب}$ وطوله ٣ سم.

٣) صل (صلي) $\overline{أ د}$ ، $\overline{ب ج}$.

مثل هذا الشكل يسمى شبه منحرف

تعريف

شبه المنحرف هو شكل رباعي فيه ضلعان فقط متوازيان.

ففي الشكل السابق يسمى الضلعان المتوازيان $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ج د}$ بقاعدتي شبه المنحرف والضلعان الآخران $\overline{أ د}$ ، $\overline{ب ج}$ بساقي شبه المنحرف.

و يسمى $\overline{أ ب}$ القاعدة الكبرى ،$\overline{ج د}$ القاعدة الصغرى .

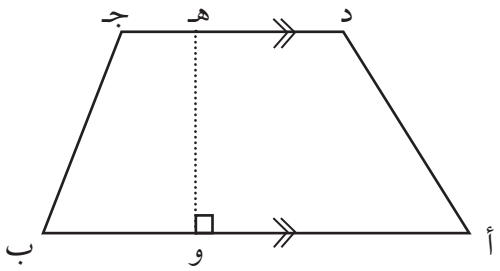
خصائص شبه المنحرف هي:

(١) قاعدتا شبه المنحرف متوازيتان.

(٢) الزاويتان المتجاورتان على نفس الساق متكاملة .

(٣) مجموع زوايا شبه المنحرف الداخلية ٣٦٠°

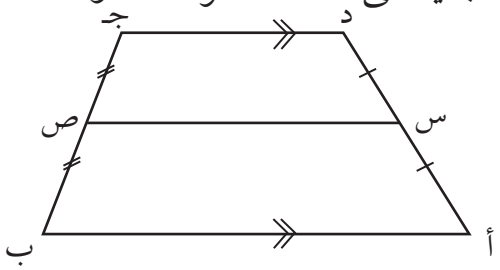
ارتفاع شبه المنحرف:



البعد العمودي بين القاعدتين المتوازيتين يسمى ارتفاع شبه المنحرف مثل هـ و .

القاعدة المتوسطة:

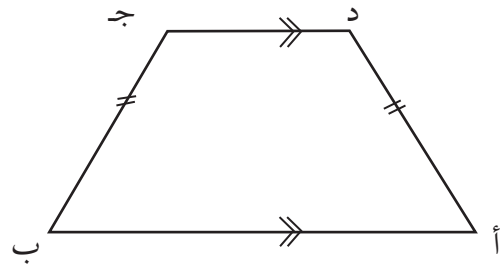
المستقيم الواصل بين منتصفي $\overline{أ د}$ ، $\overline{ب جـ}$ يسمى القاعدة المتوسطة ، والقاعدة المتوسطة توازي كلاً من القاعدتين المتوازيتين وتساوي نصف مجموعهما .



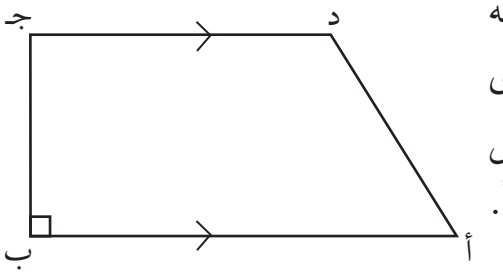
حالات خاصة لشبه المنحرف:

١) إذا كان $\overline{أ د} = \overline{ب جـ}$

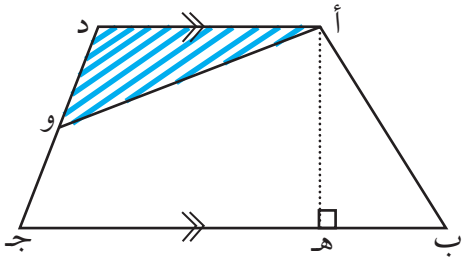
يسمى شبه المنحرف بمتساوي الساقين .



٢) إذا كان أحد ساقي شبه المنحرف عمودياً على إحدى القاعدتين المتوازيتين فإن الشكل أ ب جـ د يسمى شبه منحرف قائماً.

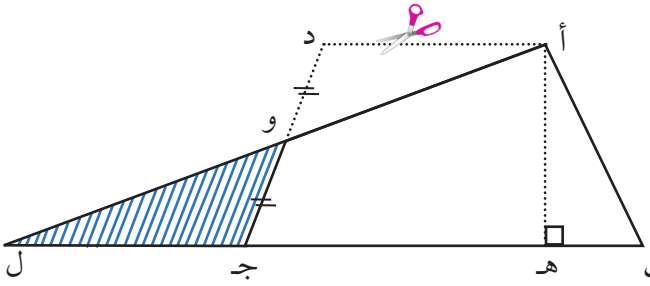


مساحة شبه المنحرف :



١) ارسم (ارسمي) شبه المنحرف أ ب جـ د الذي فيه $\overline{أب}$ // $\overline{ب ج}$ وارتفاعه $\overline{أهـ}$.

٢) نصّف $\overline{ج د}$ في و ، ثم صل (صلي) $\overline{أو}$.



٣) قص (قصي) المثلث $\overline{أد}$ و ثم ضعه بجانب الشكل المتبقي وملاصقاً له بحيث يأخذ الوضع ل و جـ

لاحظ / لاحظي أن $\overline{أد} = \overline{ج ل}$

فينتج المثلث أ ب ل قاعدته $\overline{ب ل} = \overline{ب ج} + \overline{ج ل} = \overline{ب ج} + \overline{أد}$ (لأن $\overline{أد} = \overline{ج ل}$) وارتفاعه هو نفس ارتفاع شبه المنحرف .

∴ مساحة شبه المنحرف أ ب جـ د = مساحة المثلث أ ب ل .

ولكن مساحة المثلث أ ب ل = $\frac{١}{٢}$ × القاعدة $\overline{ب ل}$ × الارتفاع $\overline{أهـ}$

مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ × ($\overline{ب ج} + \overline{أ د}$) × الارتفاع $\overline{أهـ}$

قاعدة

∴ مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ × مجموع القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع

= القاعدة المتوسطة × الارتفاع

ارتفاع شبه المنحرف = مساحة شبه المنحرف ÷ القاعدة المتوسطة

القاعدة المتوسطة = $\frac{١}{٢}$ × مجموع القاعدتين المتوازيتين

مثال(١)

جد(جدي) مساحة شبه المنحرف الذي طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه ٥ سم.

الحل

مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ × مجموع القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع

= $\frac{١}{٢}$ × (٦ + ٨) × ٥ = ٧ × ٥ = ٣٥ سم^{٢}

مثال(٢)

شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٩ سم ، ١١ سم وارتفاعه ٧ سم. فإذا كانت مساحته تساوي مساحة معين طول أحد قطريه ١٠ سم فما طول القطر الآخر ؟

الحل

القاعدة المتوسطة = $\frac{١}{٢}$ × مجموع القاعدتين المتوازيتين

= $\frac{٩+١١}{٢}$ = ١٠ سم

مساحة شبه المنحرف = القاعدة المتوسطة × الارتفاع

= ١٠ × ٧ = ٧٠ سم^{٢}

مساحة المعين = مساحة شبه المنحرف = ٧٠ سم^{٢}

طول قطر المعين = = $\frac{٧٠ \times ٢}{١٠}$ = ١٤ سم

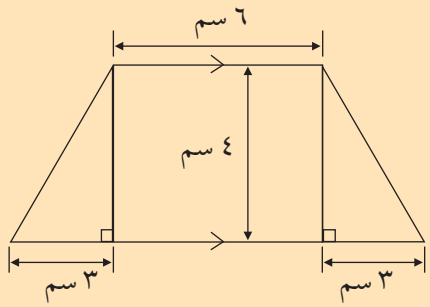
تمرين (٦)

١) جد(جدي) مساحة شبه المنحرف الذي طولا قاعدتيه المتوازيتين ٣٢ سم، ١٢سم والبعد العمودي بينهما ١٠ سم.

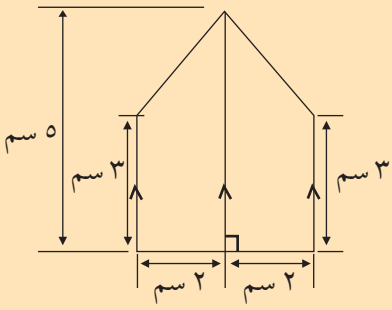
٢) شبه منحرف طولا قاعدتيه ٤٣ متراً ، ٥٥ متراً فإذا كانت مساحته تساوي مساحة معين طولا قطريه ٤٢ متراً، ٢١ متراً، جد/ جدي ارتفاع شبه المنحرف.

٣) شبه منحرف ارتفاعه ١٨ سم وطول قاعدتيه المتوازيتين ١٠ سم ، ٦سم ومساحته تساوي مساحة متوازي اضلاع طول ارتفاعه ٦ سم ، جد/ جدي طول قاعدته.

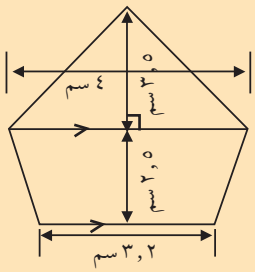
٤) جد/ جدي مساحة الاشكال التالية :



(أ)



(ب)



(جـ)

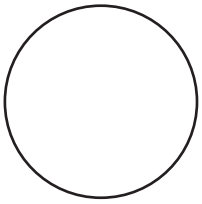
الدرس الثامن – مساحة الدائرة

تعريف

الدائرة : هي منحنى مغلق جميع النقاط فيه على أبعاد متساوية من نقطة (تسمى مركز الدائرة).

تعريف

مساحة الدائرة هي مساحة الحيِّز الذي تحيطه الدائرة وهو ما يطلق عليه المنطقة الدائرية.

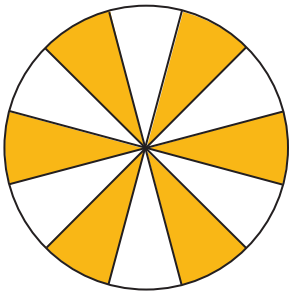


و لإيجاد مساحة الدائرة اتبع (اتبعي) الخطوات التالية :

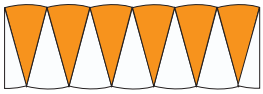
(١) أرسم(أرسمي) دائرة على ورقة مقواه بنصف قطر مناسب.

(٢) أرسم(أرسمي) قطرين متعامدين لهذه الدائرة،

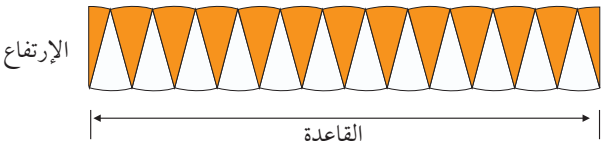
ثم أقسم (أقسمي) كل ربع منها إلى ثلاث مناطق متطابقة وظلل/ ظللي منطقة بعد أخرى .



(٣) قص(قصي) المناطق الناتجة ورتبها (ورتبيها) كما في الشكل المقابل



(٤) نلاحظ أن الشكل الناتج يشبه إلى حد كبير متوازي الأضلاع ويكون الشكل متوازي أضلاع إذا كان عدد القطع كبيراً جداً .



كما نلاحظ أيضاً قاعدة متوازي الأضلاع الناتج هي نصف محيط الدائرة و ارتفاعه هو نصف قطر الدائرة .

∴ مساحة الدائرة = مساحة متوازي الأضلاع الناتج من قص الدائرة

و لكن محيط الدائرة = ٢ π نق

∴ مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع

وبذلك تكون مساحة الدائرة = مساحة متوازي الاضلاع = نصف محيط الدائرة × نصف القطر = $\frac{١}{٢}$ × ٢ π نق × نق = π نق^{٢}

قاعدة

مساحة الدائرة = π نق^{٢} ، حيث π = $\frac{٢٢}{٧}$ أو ١٤ , ٣ تقريباً

مثال (١)

جد/ جدي مساحة الدائرة التي نصف قطرها ٣ سم (π = ١٤ , ٣سم)

الحل

مساحة الدائرة = π نق^{٢}

∴ مساحة الدائرة = ١٤ , ٣ × (٣)^{٢} = ١٤ , ٣ × ٩ = ٢٨ , ٣ سم^{٢}

مثال (٢)

جد/ جدي قطر دائرة مساحتها ١٥٤ سم^{٢} ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

الحل

مساحة الدائرة $= \pi$ نق^{٢}

$\therefore$ نق$^{٢} = \frac{\text{مساحة الدائرة}}{\pi} = ١٥٤ \div (\frac{٢٢}{٧}) = ١٥٤ \times \frac{٧}{٢٢} = ٤٩$ سم

نق $= \sqrt{٤٩} = ٧$ سم

$\therefore$ قطر الدائرة $= ٢$ نق $= ١٤$ سم

تمرين (٧)

١) دائرة نصف قطرها ١٠ سم، جد/ جدي مساحتها ($\pi = ٣,١٤$).

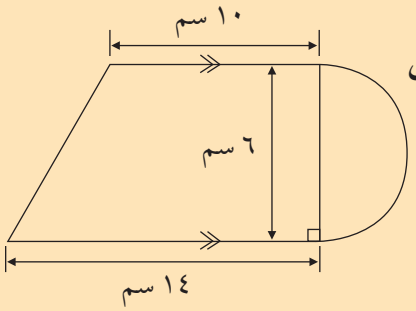
٢) دائرة طول قطرها ٤٢ سم ، جد/ جدي مساحتها ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$).

٣) دائرة مساحتها ٦١٦ سم^{٢} جد/ جدي نصف قطرها ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$).

٤) جد/ جدي نصف قطر الدائرة التي مساحتها ٢٤ ,٥٠ ، ثم جد/ جدي محيطها ($\pi = ٣,١٤$).

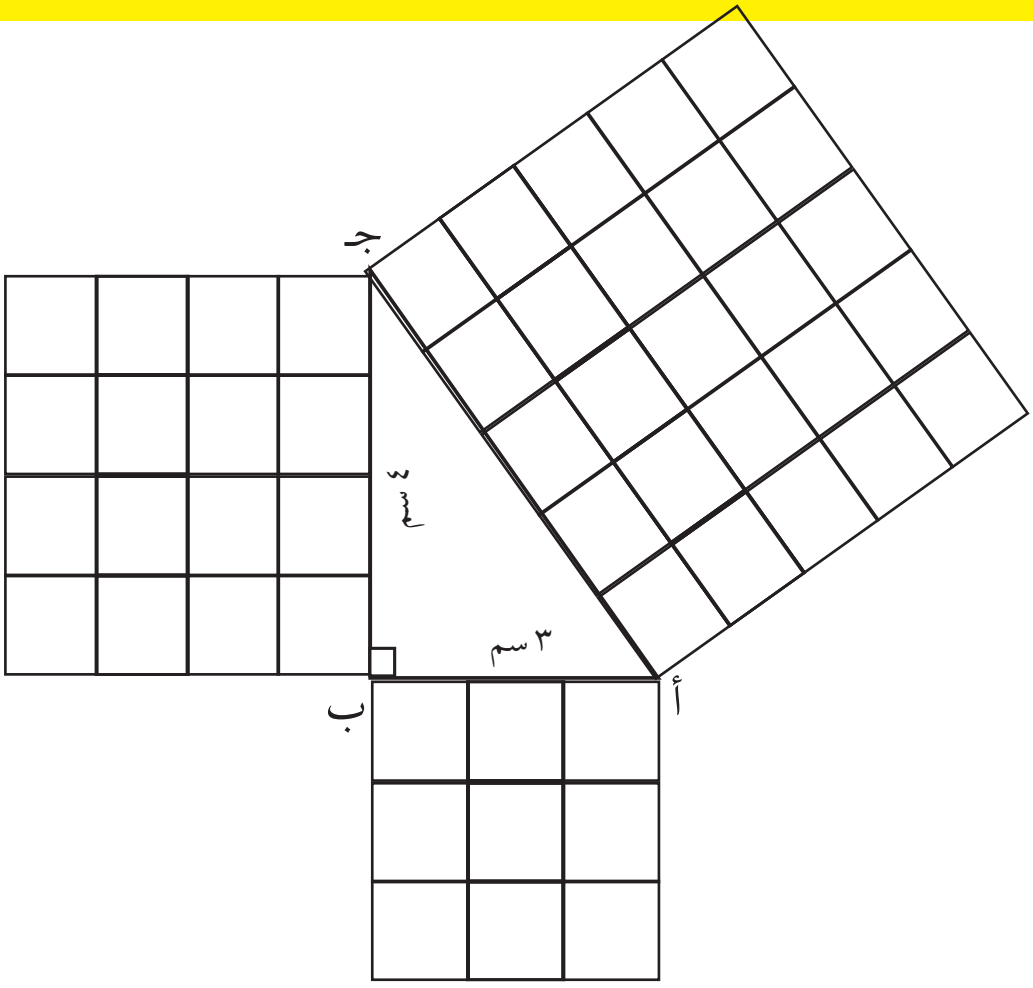
٥) حوض قاعدته دائرية محيطها ٥٦ ,١٢ متر ، جد/ جدي مساحة هذه القاعدة. ($\pi = ٣,١٤$)

٦) جد/ جدي مساحة ومحيط الشكل التالي:

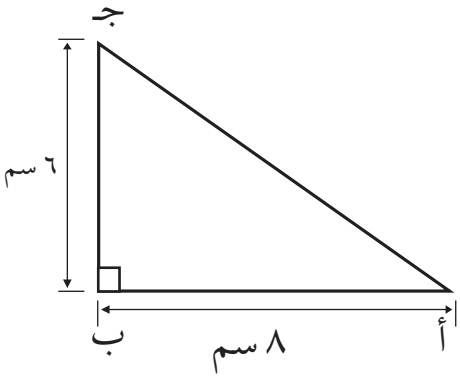


الوحدة السابعة

نظرية فيثاغورث و تطابق المثلثات



نشاط (١)



○ أرسم (أرسمي) مثلث أ ب جـ الذي فيه أ ب = ٨ سم، طول ب ج = ٦ سم
قياس ∠ أ ب جـ = ٩٠°

١) قس(قسي) طول الضلع أ ج .

٢) ما مربع طول الأضلاع أ ب ، ب ج ، أ ج ؟

٣) ما العلاقة بين مربع طول الأضلاع أ ب ، ب ج ، أ ج ؟

نلاحظ أن :

$(\overline{أ ج})^{٢} = (\overline{أ ب})^{٢} + (\overline{ب ج})^{٢}$

نظرية

نظرية فيثاغورث : في أي مثلث قائم الزاوية مربع الوتر يساوي مجموع مربعي الضلعين الآخرين.

نلاحظ أنَّه في المثلث القائم الزاوية الذي أطوال أضلاعه س، ص و ع فإنَّ $س^{٢} + ص^{٢} = ع^{٢}$ حيث طول الوتر يساوي .....

ويمكن أيضا الحصول على أي ضلع من المثلث القائم الزاوية كالآتي:

(١) $س = \sqrt{ع^{٢} - ص^{٢}}$

(٢) $ص = \sqrt{ع^{٢} - س^{٢}}$

(٣) $ع = \sqrt{س^{٢} + ص^{٢}}$

نشاط (٢):

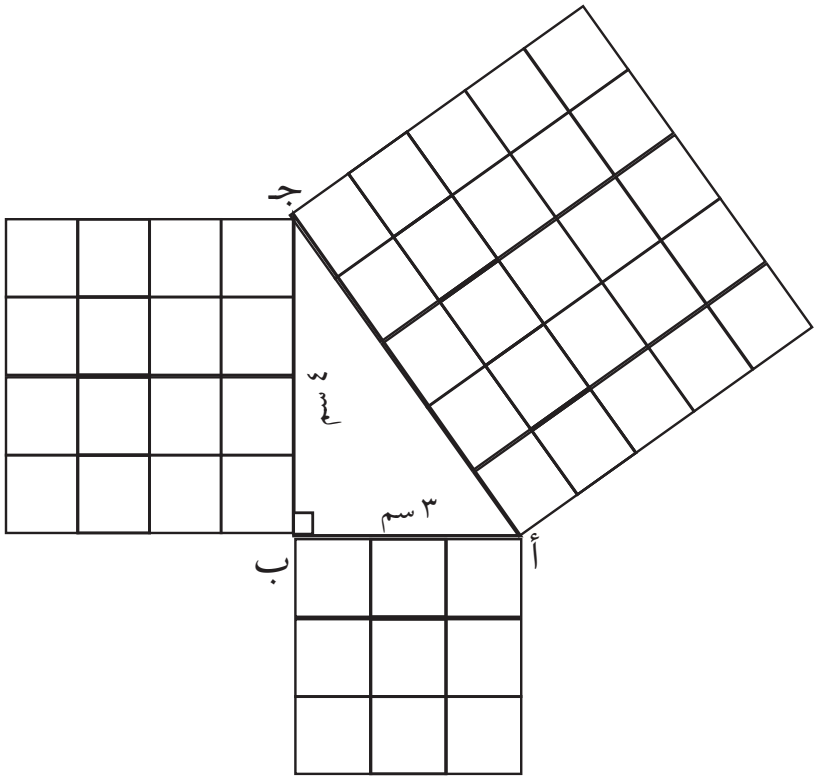
- ارسم (أرسمي) مثلث أ ب جـ الذي فيه طول $\overline{أ ب}$ = ٣ سم ، وطول $\overline{ب ج}$ = ٤ سم ، قياس $\angle$ أ ب جـ = ٩٠°

١) قس(قسي) طول الضلع $\overline{ج أ}$.

٢) ارسم (أرسمي) مربعاً على كل ضلع من الأضلاع الثلاثة.

٣) جد مساحة كل مربع؟

٤)ما العلاقة بين مساحات المربعات الثلاثة؟



من النشاط السابق، نستنتج أنه يمكن صياغة نظرية فيثاغورث كالآتي:

نظرية

في أي مثلث قائم الزاوية مساحة المربع المنشأ على الوتر تساوي مجموع مساحتي المربعين المنشأين على الضلعين الآخرين.

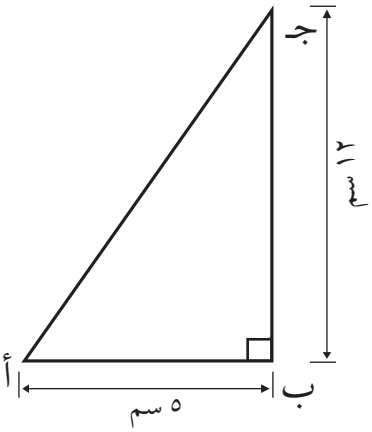
مثال

أحسب (أحسبي) طول وتر مثلث أ ب جـ الذي فيه قياس $\angle$ ب = ٩٠°

طول $\overline{أ ب}$ = ٥ سم ، وطول $\overline{ب ج}$ = ١٢ سم.

الحل

من الشكل التقريبي:



$(\overline{أ ج})^{٢} = (\overline{ب ج})^{٢} + (\overline{أ ب})^{٢}$

$(\overline{أ ج})^{٢} = (١٢)^{٢} + (٥)^{٢}$

$(\overline{أ ج})^{٢} = ١٤٤ + ٢٥$

$(\overline{أ ج})^{٢} = ١٦٩$

$\overline{أ ج} = \sqrt{١٦٩} = ١٣$ سم

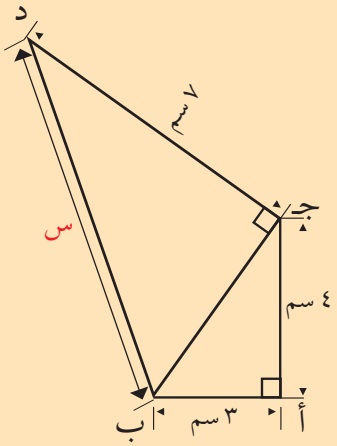
تمرين (١)

١. △ أ ب جـ فيه قياس ∠ ب = ٩٠° وطول $\overline{أ ب}$ = ٩ سم ،وطـول $\overline{ب ج}$ = ١٢ سم ، أحسب (أحسبي) طول الوتر .

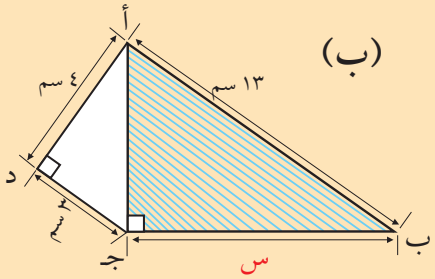
٢. △ د هـ و قائم الزاوية في و، طول $\overline{د و}$ = ٨ سم ، وطول $\overline{هـ و}$ = ١٥ سم أحسب (أحسبي) طول $\overline{د و}$ ، $\overline{هـ و}$.

٣. في الشكل أدناه جد قيمة س.

(أ)



(ب)



٤) هل يشكل المثلث الذي أطوال أضلاعه هي ٢٦، ٢٤، ١٠ مثلثاً قائم الزاوية؟

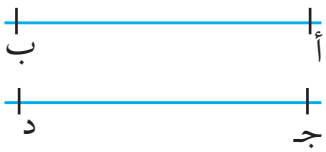
٥) هل أضلاع المثلث ٨، ١٥، ١٦ تشكل مثلثاً قائم الزاوية؟

هل الأشكال المجاورة لها نفس القياسات؟

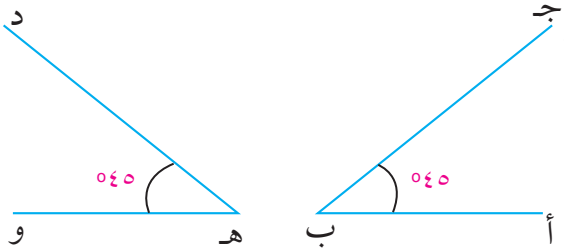
بعد التأكد من أن جميع الأشكال لها نفس القياسات ، يمكن أن نسمي مثل هذه الأشكال بالأشكال المتطابقة.

مثلاً :

(١) قس(قيسي) طول كل من القطعتين المستقيمتين $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ج د}$ هل هما متساويتان في الطول ؟ يمكن القول إن $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ج د}$ متطابقتان لأن لهما نفس الطول.



(٢) الزاويتان $\angle$ أ ب جـ ، $\angle$ د هـ و متطابقتان لأن لهما نفس القياس .

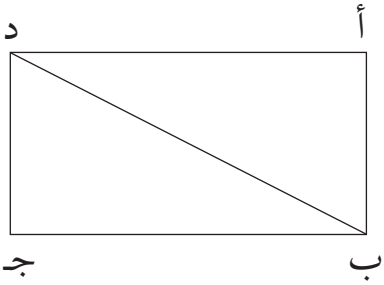


نشاط

(١) خذ(خذي) ورقة على شكل مستطيل أ ب جـ د .

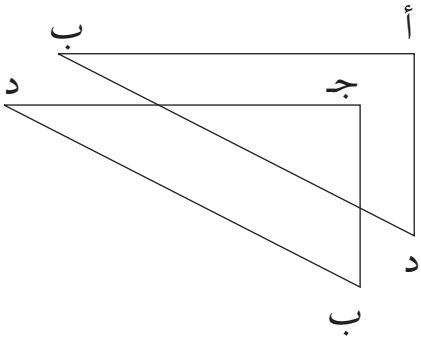
(٢) صل(صلي) $\overline{ب د}$.

(٣) قص(قصي) الشكل عند القطر .



(٤) أطبق (أطبقي) المثلثين أ ب د ،

ب جـ د



كما في الشكل المجاور بحيث تنطبق

∠ أ مع ∠ جـ ، ∠ ب مع ∠ د

ماذا تلاحظ (تلاحظين)؟

نلاحظ أن المثلثين ينطبقان تماماً .

و في هذه الحالة تسمى الزوايا المنطبقة على بعضها زوايا متناظرة ، وكذلك الأضلاع أضلاع متناظرة.

ملاحظة

في الأشكال المتطابقة الزوايا المتناظرة تقابلها أضلاع متناظرة ، والأضلاع المتناظرة تقابلها زوايا متناظرة.

مثال(١)

في الشكل المقابل :

△ أ ب جـ ، △ د هـ و

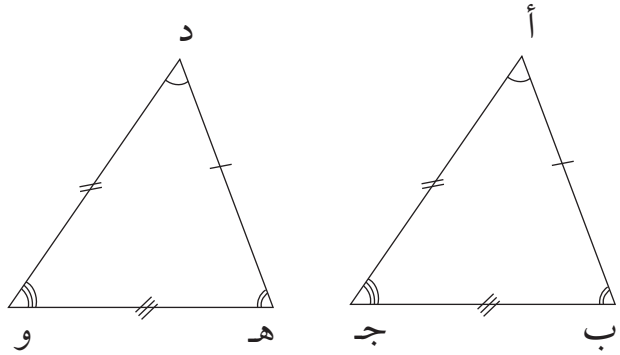
متطابقان .

لأن : $\overline{أب} = \overline{د هـ}$

$\overline{أجـ} = \overline{د و}$

$\overline{ب جـ} = \overline{هـ جـ}$

∠ أ = ∠ د ، ∠ ب = ∠ هـ ، ∠ جـ = ∠ و



الأضلاع المتناظرة متساوية والزوايا المتناظرة متساوية .
بصورة عامة ليس كل المثلثات تتطابق ولكن هنالك حالات خاصة تتطابق فيها المثلثات وهي أربع حالات.

تطابق المثلثات

(أ) تطابق المثلثات بثلاثة أضلاع :

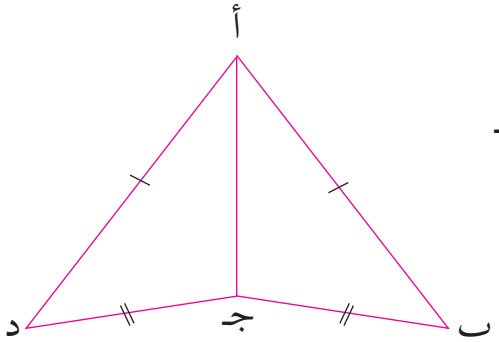
أرسم (أرسمي) △ أب جـ الذي فيه طول $\overline{أب}$ = ٥ سم ، طول $\overline{ب ج}$ = ٦ سم ، $\overline{أ ج}$ = ١٠ سم قص(قصي) المثلث الذي رسمته (رسمتِه) و أطبقه (أطبقيه) على المثلث الذي رسمه زميلك(رسمته زميلتك)ماذا تلاحظ (تلاحظين) ؟

نلاحظ أن : المثلثان ينطبقان تماماً ، وفي هذه الحالة نقول أن المثلثين متطابقين.

يتطابق مثلثان اذا ساوى كل ضلع في أحدهما نظيره في المثلث الآخر. ويرمز لهم بالرمز (ض،ض،ض)

مثال(٢)

في المثلثين △ أ ب جـ ، △ أ د جـ أثبت أن ∠ ب = ∠ د



الحل

في المثلثين ▲ أ ب جـ ، ▲ أ د جـ

$\overline{أ ب} = \overline{أ د}$ (معطى)

$\overline{ب ج} = \overline{ج د}$ (معطى)

$\overline{أ ج}$ ضلع مشترك

∴ ينطبق المثلثان بثلاثة أضلاع (ض، ض، ض)

أي أن : أ ب جـ يطابق أ د جـ (لاحظ (لاحظي) ترتيب الأضلاع)

وينتج من ذلك ∠ ب = ∠ د

ملاحظة مهمة :

عندما يتطابق المثلثان يمكن كتابة ذلك بالصورة التالية :

▲أ ب جـ ، ▲أ د جـ متطابقان (لاحظ ترتيب الأضلاع والزوايا المتناظرة).

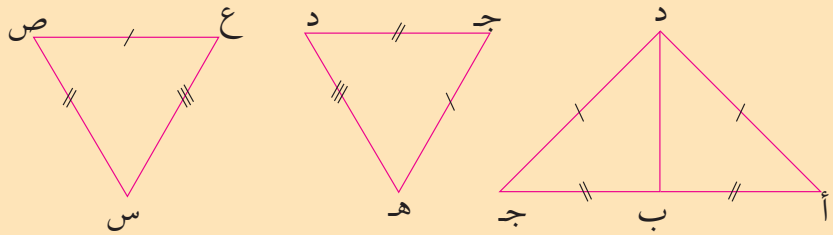
∴ باستخدام هذه الصورة يمكن بكل سهولة معرفة الأضلاع المتساوية : $\overline{أ ب} = \overline{أ د}$ ، $\overline{ب جـ} = \overline{د جـ}$ ، $\overline{أ جـ} = \overline{أ جـ}$

والزوايا المتساوية ∠ أ = ∠ أ ، ∠ أ ب جـ = ∠ أ د جـ ،

∠ ب جـ أ = ∠ د جـ أ

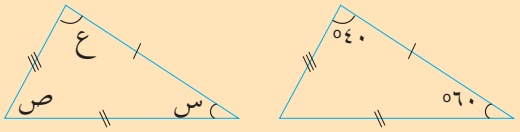
تمرين (٢)

١ / سمّ (سمّي) المثلثات المتطابقة حسب تناظر أضلاعها:

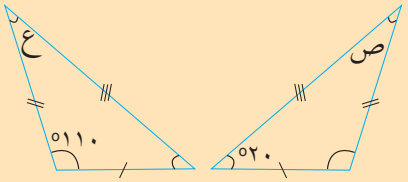


٢ / جد (جدي) قيمة الزوايا المشار اليها بالحروف في كل من الأشكال الآتية:

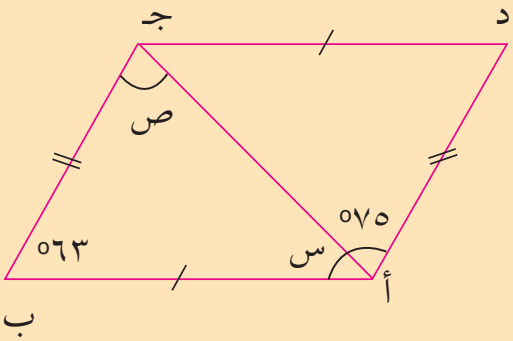
أ)



ب)



٣ / في الشكل الموضح أدناه أثبت أن: △ أ ب جـ يطابق △ جـ د أ ثم جد (جدي) قيمة الزوايا المشار اليها بالحروف.



(ب) تطابق المثلثات بضلعين وزاوية مشتركة معهما في الرأس:

نشاط

ارسم (ارسمي) △ أ ب جـ الذي فيه طول $\overline{أ ب}$ = ٣ سم ، طـــول $\overline{ب ج}$ = ٤سم ، قياس ∠أ ب جـ = ٤٠° ، قص(قصي) المثلث الذي رسمته(رسمتِه)و أطبقه (أطبقيه) على المثلث الذي رسمه زميلك (رسمته زميلتك) ماذا تلاحظ(تلاحظين) ؟

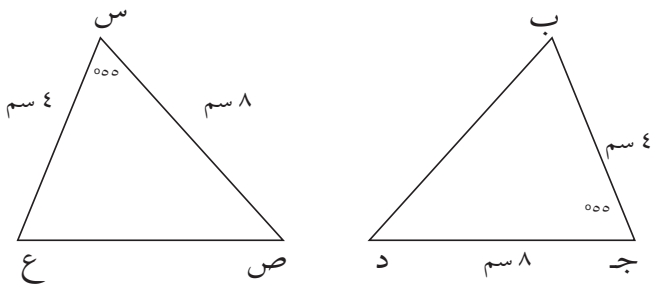
كرر/ كرري ذلك مع زميل آخر(زميله آخرى) نجد أن كل المثلثات بهذه الشروط متطابقة وفي هذه الحالة نقول إن المثلثين متطابقين .

نظرية **يتطابق المثلثان إذا ساوى في أحدهما ضلعان وزاوية محصورة بينهما نظائرها في المثلث الآخر وتكتب (ض ، ز ، ض).**

ونتيجة للتطابق نجد أن الزوايا والأضلاع المتناظرة الباقية متساوية .

مثال(١)

في الشكل التالي أثبت(أثبتي) أن طول الضلع $\overline{ب د}$ = طول الضلع $\overline{ص ع}$ دون استخدام القياس .



الحل

في المثلثين △ ب جـ د

△ س ص ع

$\overline{ب ج}$ = $\overline{س ع}$ (معطى)

$\overline{ج د}$ = $\overline{س ص}$ (معطى)

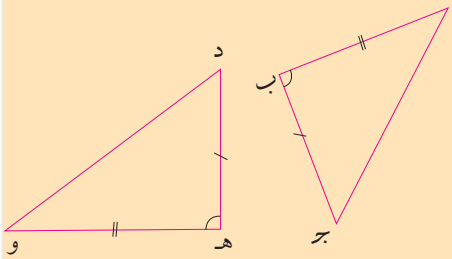
$\angle$ ب جـ د = $\angle$ ص س ع (معطى)

∴ المثلثان $\triangle$ ب جـ د ، $\triangle$ ع س ص متطابقان

وينتج من التطابق $\overline{ب د}$ = $\overline{ص ع}$

تمرين (٣)

(١) هل يتطابق المثلثان في الشكل :
إذا كان كذلك أكمل (أكملي) الآتي :

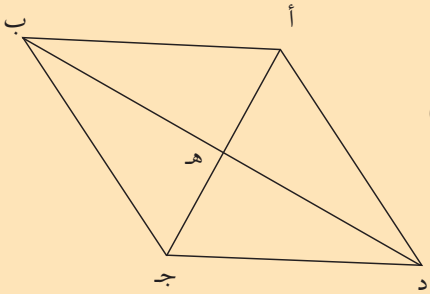


$\overline{أ جـ}$ = ...

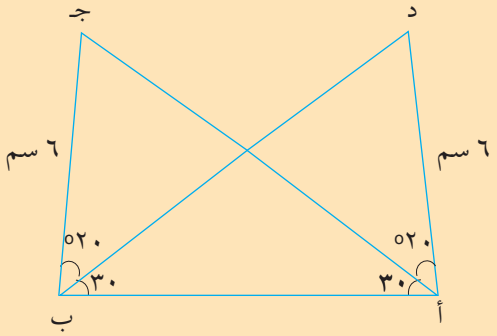
$\angle$ أ = $\angle$ .....

$\angle$ جـ = $\angle$ .....

(٢) في متوازي الأضلاع اذكر
(اذكري) المثلثات المتطابقة وبيّن (بيّني)
سبب تطابقها .



(٣) في الشكل التالي :
أثبت (أثبتي) أن :
$\overline{أ جـ}$ = $\overline{ب د}$



(ج) تطابق المثلثات بزاويتين وضلع:

نشاط (١)

أرسم (أرسمي) △ أ ب جـ الذي فيه طول $\overline{أب}$ = ٥ سم ، قياس ∠ أ ب جـ = ٦٥ °، ∠ ب أ جـ = ٧٠ ° قص (قصي) المثلث الذي رسمته و أطبقه على المثلث الذي رسمه زميلك (رسمته زميلتك) ماذا تلاحظ (تلاحظين) ؟

تلاحظ إن المثلثين ينطبقان حيث ينطبق كل ضلع من مثلثك مع نظيره في مثلث زميلك .

نشاط (٢)

أرسم المثلثين △ أ ب جـ ، △ س ص ع بحيث يكون $\overline{أب}$ = $\overline{س ص}$

∠ أ = ∠ س ، ∠ ب = ∠ ص

استخدم المسطرة لقياس $\overline{ب ج}$ ، $\overline{ص ع}$ وكذلك $\overline{أ ج}$ ، $\overline{س ع}$

استخدم المنقلة لقياس ∠ جـ ، ∠ ع

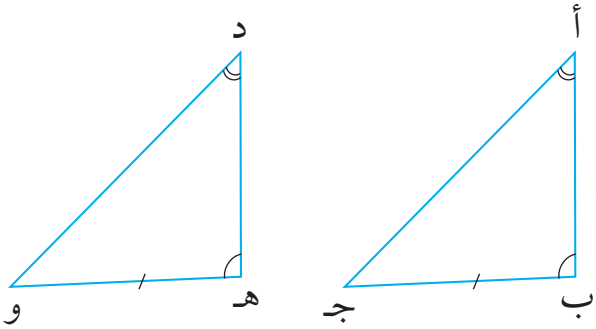
ماذا تلاحظ ؟

نلاحظ أن طول $\overline{ب ج}$ = طول $\overline{ص ع}$، $\overline{أ ج}$ = طول $\overline{س ع}$ ،قياس ∠ جـ = قياس ∠ ع ∴ المثلثان أ ب ج ، س ص ع متطابقان ، فالأضلاع المتناظرة والزوايا المتناظرة في المثلثين متساوية في القياس .

نظرية

يتطابق المثلثان اذا ساوى في احدهما ضلع وزاويتان نظائرهما في المثلث الآخر وتكتب بطريقة مختصرة (ض، ز، ز)

مثال (١)

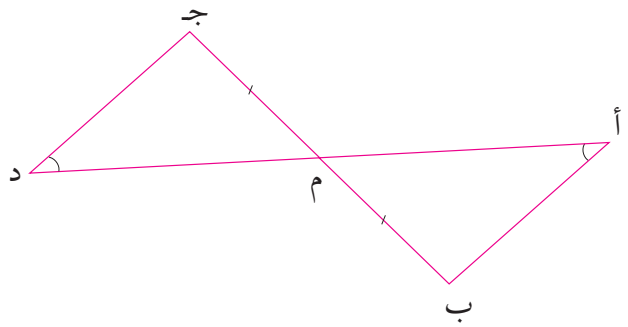


في الشكل المقابل :
أثبت/ أثبتي أن : المثلثـــان
△ أ ب جـ ، △ د هـ و
متطابقين .

الحل

∠ أ = ∠ د (معطى)
∠ ب = ∠ هـ (معطى)
ب ج = هـ و (معطى)
∴ المثلثان أ ب جـ ، د هـ و متطابقان لضلع وزاويتين (ض ، ز ، ز)

مثال (٢)



في الشكل المجاور
ب م = م جـ
∠ أ = ∠ د

أثبت/ أثبتي أن أ ، ب ، ج ، د تمثل رؤوس متوازي أضلاع .

الحل

في △ أ ب م ، △ جـ د م
ب م = م جـ (معطى)
∠ أ = ∠ د (معطى)

$\angle$ أ م ب = $\angle$ جـ م د (بالتقابل بالرأس)

∴ المثلثان أ ب م ، د جـ م متطابقان

و من التطابق ينتج أن :

$\overline{\text{أ ب}} = \overline{\text{د جـ}}$

وبما إن $\angle$ أ = $\angle$ د و هما متبادلتان

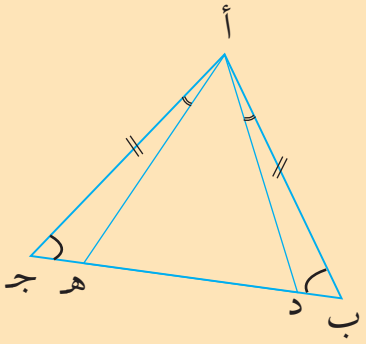
∴ $\overline{\text{أب}} // \overline{\text{دج}}$

∴ الشكل أ ب ج د (متوازي أضلاع)

إذن أ، ب ، ج ، د تمثل رؤوس متوازي أضلاع

تمرين (٤)

(١) أكمل (أكملي) الآتي مستعيناً (مستعينةً) بالشكل المجاور :



في △ أ ب د ، △ أ جـ هـ

$\overline{أب}$ = ... لماذا ؟ .....

∠ ..... = ∠ جـ أ هـ لماذا ؟ .....

∠ ب = ∠ ....

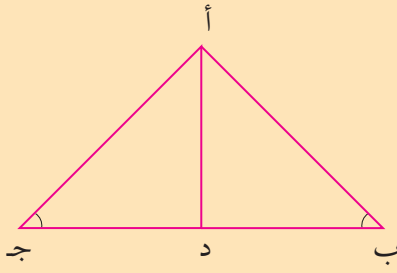
هل يتطابق المثلثان ؟ ....

(٢) أ ب جـ مثلث فيه

∠ ب = ∠ جـ

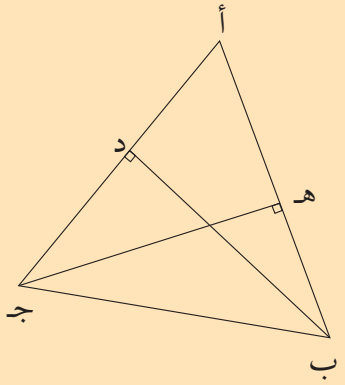
$\overline{أد}$ منصف ∠ أ

أثبت (أثبتي) أن △ أ ب جـ متساوي الساقين.



(٣) أ ب جـ مثلث متساوي الساقين فيه

$\overline{أب} = \overline{أجـ}$ ، أنزلنا من ب العمود $\overline{ب د}$ على $\overline{أجـ}$ ، ومن جـ أنزلنا العمود $\overline{جـ هـ}$ على $\overline{أب}$ ، برهن أن : $\overline{ب هـ} = \overline{جـ د}$



(د) تطابق المثلثات بضلع و وتر في مثلث قائم الزاوية

نشاط (١)

أرسم (أرسمي) المثلث القائم الزاوية أ ب جـ الذي فيه قياس ∠ ب = ٩٠ ° ، طول $\overline{\text{ب ج}}$ = ٣ سم ، $\overline{\text{أ ج}}$ = ٥ سم ، قص/ قصي المثلث الذي رسمته و أطبقه (رسمتِه و أطبقيه) على المثلث الذي رسمه زميلك (رسمته زميلتك) ماذا تلاحظ (تلاحظين) ؟

تلاحظ (تلاحظين) إن المثلثين متطابقان تماماً .

نشاط (٢)

أرسم (أرسمي) المثلثين △ أ ب جـ ، △ د هـ و بحيث أن : ∠ ب = ∠ هـ = ٩٠ ° ، $\overline{\text{أ ب}}$ = $\overline{\text{د هـ}}$ ، $\overline{\text{أ ج}}$ = $\overline{\text{د و}}$.

استخدم (استخدمي) المسطرة لقياس $\overline{\text{ب ج}}$ ، $\overline{\text{هـ و}}$ ماذا تلاحظ/ تلاحظين ؟

استخدم (استخدمي) المنقلة لقياس ∠ أ ، ∠ د ، ∠ جـ ، ∠ و ماذا تلاحظ (تلاحظين) ؟

إذا كان رسمك (رسمكِ) دقيقاً ستلاحظ (ستلاحظين) أن :

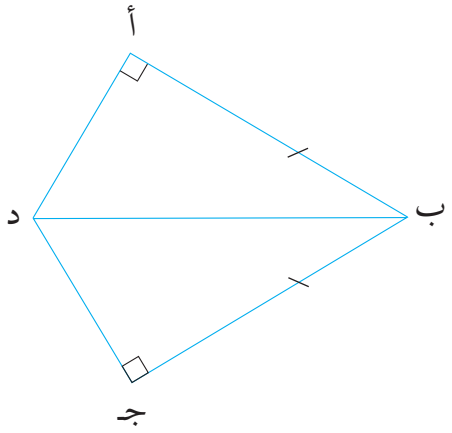
$\overline{\text{ب ج}}$ = $\overline{\text{هـ و}}$ ، ∠ أ = ∠ د ، ∠ جـ = ∠ و .

فالأضلاع المتناظرة والزوايا المتناظرة في المثلثين متساوية في القياس .

نظرية

يتطابق المثلثان القائما الزاوية إذا ساوى في أحدهما ضلع و وتر نظيريهما في المثلث الآخر ويختصر (ق ، و، ض)

مثال



في الشكل أ ب جـ د المجاور:

قياس ∠ أ = ∠ جـ = ٩٠°

أثبت / أثبتي أن : $\overline{أ د} = \overline{ج د}$

∠ أ ب د = ∠ جـ ب د

الحل

في △ أ ب د ، △ جـ ب د

$\overline{أ ب} = \overline{ب ج}$ (معطى)

∠ أ = ∠ جـ = ٩٠° (معطى)

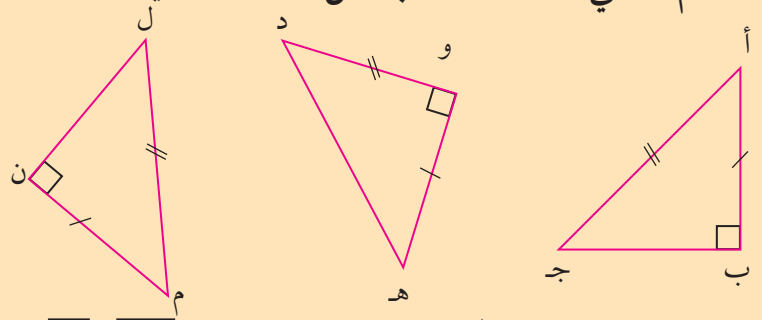
الوتر $\overline{ب د}$ (مشترك)

∴ المثلثان أ ب د ، ج ب د متطابقان ومن التطابق ينتج أن :

$\overline{أ د} = \overline{ج د}$ ، ∠ أ ب د = ∠ جـ ب د

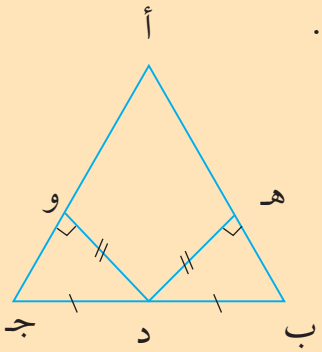
تمرين (٥)

١ / سَم (سَمي) المثلثات المتطابقة من الأشكال الأتية :



٢ / في الشكل المجاور △ أ ب جـ فيه د منتصف ب ج ، دهـ عمودي على أب ، دو عمودي على أج ، دهـ = دو .

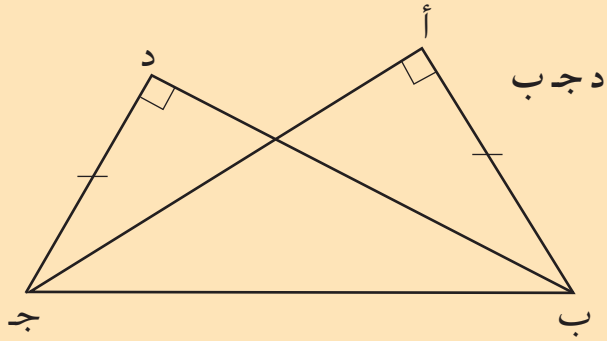
أثبت (أثبتي) إن : ∠ ب = ∠ جـ



٣ / مستعيناً (مستعينةً) بالشكل المجاور

أثبت (أثبتي) إن :

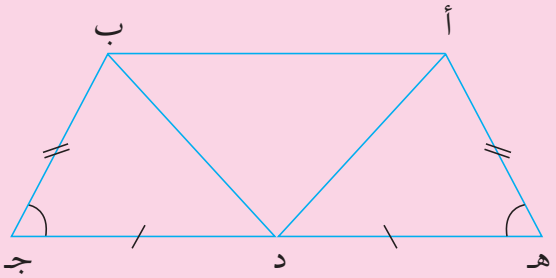
∠ أ ب جـ = ∠ د جـ ب



تمرين عام

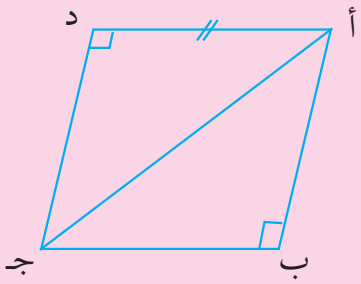
(١) في الشكل المجاور أثبت (أثبتي) أن :

$\angle$ هـ أ د = $\angle$ جـ ب د



(٢) في الشكل أدناه ، أثبت(أثبتي) أن :

$\overline{\text{أجـ}}$ ينصف $\angle$ د جـ ب



10